

# ביורפואה חישובית

## התרבות חיידקים | לתלמיד

# יחידה 1: התרבות חיידקים

### מה ביחידה?

- סיפור מקרה:** אתם רופאים וצריכים לאבחן איזה חיידק גורם למחלה של מטופלת.
- פעילות לזיהוי מין החיידקים בתרבית:**
  - הבנת אופן התרבות החיידקים.
  - זיהוי ראשוני של מין החיידקים בעזרת זמן דור וצורת החיידקים.
  - ריבוי החיידקים לצורך בדיקות נוספות של מין החיידקים.
  - זיהוי סופי של מין החיידקים בעזרת צביעת גראם.
- סינום ורפלקציה** – תרומת הכלים המתמטיים ומגבלותיהם (בדגש יתרונות וחסרונות של מודלים).

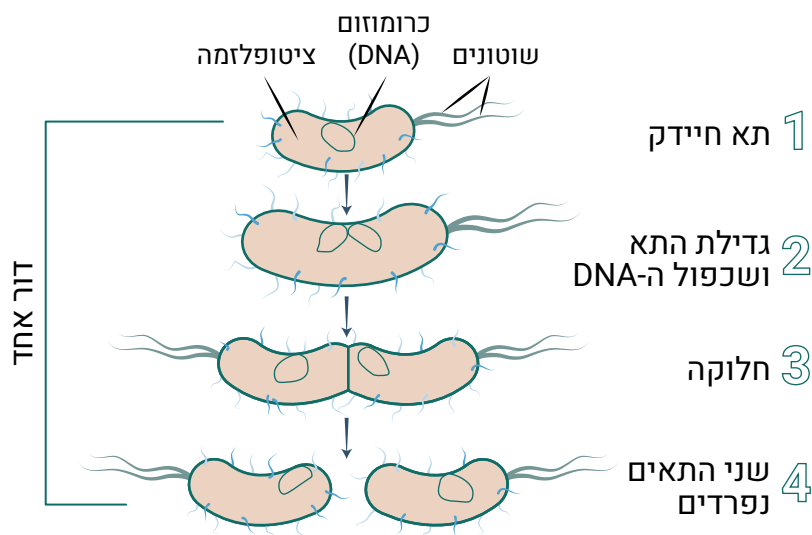
### סיפור מקרה

א.ר. בחורה צעירה בת 18, חשה מזה ארבעה ימים צריבה וכאבים במתן שתן וצורך דחוף לגשת לשירותים לעתים קרובות. למרות מנוחה ושתייה מרובה לא חלה הטבה והתסמינים לא חלפו. היא הגיעה למיון, ובבדיקה גופנית שערכתם לחולה זיהיתם, רגישות וכאבים בבטן התחתונה. על מנת לאבחן את המחלה ביקשתם ממנה לתת דגימת שתן ושלחתם את השתן לבדיקה במעבדת בית החולים. דנית המדענית קיבלה את דגימת השתן למעבדה שלה, זיהתה זיהום חיידקי וערכה ניסויים לצורך זיהוי מין החיידק הגורם לתסמינים של א.ר. זיהוי מין החיידק חיוני כדי למצוא אחר-כך טיפול מתאים.

**רקע ביולוגי:** חיידקים הם יצורים חד תאיים חסרי גרעין ואברונים (כמו מיטוכונדריה). החומר התורשתי שלהם, שלרוב ארוז בכרומוזום יחיד, נמצא בציטופלסמה. יצורים אלו נקראים פרוקריוטים. יחסית לתאים המרכיבים את הרקמות בגופנו, שגודלם לרוב 20-40 מיקרומטר (מיקרומטר הוא אלפית המילימטר), תא החיידק זעיר, גודלו 0.2-2 מיקרומטר. חיידק יחיד אינו נראה בעין, אבל אפשר לראותו במיקרוסקופ אור. למורה: כדי להמחיש לתלמידים את ההבדלים בגודל, אפשר לומר שההבדל בין גודל התאים בגוף לבין תאי חיידקים דומה להבדל בין גובה של אדם לבין גובהו של בניין בן 7 קומות. כאן אפשר להכיר לתלמידים את המושג אוקריוטים, אבל הוא אינו נחוץ להמשך היחידה. חיידקים מתרבים בדרך של חלוקת תאים (איור 1). בתהליך זה תא חיידק גדל, החומר התורשתי שבכרומוזום היחיד מוכפל ואז תא החיידק מתחלק לשני תאים. החומר התורשתי של תאי החיידקים הנוצרים לאחר החלוקה זהה לזה של תא החיידק המקורי.

פרק הזמן שבו אוכלוסיית חיידקים מכפילה את עצמה נקרא זמן דור. בתנאים מיטביים (אופטימליים) – כאשר יש טמפרטורה מתאימה, מספיק מזון, מספיק חמצן, וכד', לכל מין של חיידקים יש זמן דור האופייני לו: יש מינים שזמן הדור שלהם נע בין שעה לשלוש שעות, ואילו מינים אחרים יכולים ליצור דור חדש אפילו בכל 20 דקות.

## איור 1: התרבות של חיידקים בדרך של הכפלת התאים



כדי לזהות את מין החיידק יש להרבות את החיידקים במעבדה (להגדיל את מספרם) ולמצוא את הקצב בו הם מתרבים.

## פעילות לזיהוי מין החיידקים בתרבית

### א. הבנת תהליך ההתרבות של חיידקים

נחזור למעבדה. כדי לזהות את מין החיידק שממנו סובלת א.ר. דנית הכניסה דגימה קטנה מהשתן של א.ר. למצע מתאים לגידול של חיידקים ועקבה בעזרת מיקרוסקופ במשך כמה שעות אחר תהליך ההתרבות של החיידקים. הסתכלו בסרטון המתאר את תהליך ההתרבות של חיידקים, כפי שנצפה במיקרוסקופ במשך מספר שעות. הסרטון הוא חיבור של תמונות רבות שצולמו דרך מיקרוסקופ בזמנים שונים וחוברו יחדיו לסרטון אחד. במציאות התהליך איטי בהרבה.

כדי לחשב את קצב ההתרבות של החיידק דנית ציירה לעצמה באופן סכמתי מה שראתה במיקרוסקופ בזמנים השונים. בעמודה הימנית בטבלה מספר 1, אתם יכולים לראות את האיוורים שציירה דנית. כדי לחשב את קצב ההתרבות של החיידקים נניח שכל החיידקים בתרבית מתחלקים בו זמנית, אף על פי שהנחה זאת אינה מדויקת.

טבלה מספר 1: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל

מספר החיידקים בדגימה	מספר החלוקות שעברו	איור של תצפית על החיידקים במיקרוסקופ
1	0	
2	1	
	2	
	3	
16	4	

1. א. התבוננו באיור מספר 1, בסרטון "[התרבות חיידקים](#)" ובטבלה מספר 1. תארו את תהליך ההתרבות של החיידקים במילים.

ב-1. השלימו: כעבור שתי חלוקות היו בתרבית 4 חיידקים.

ב-2. המשיכו והשלימו את הטבלה

ג. קבעו כמה חיידקים יהיו בתרבית כעבור 5 חלוקות? הסבירו את תשובתכם.

ד. הייתכן שכעבור 6 חלוקות דנית מצאה שבתרבית היו 96 חיידקים? הסבירו.

2. לפניכם טבלה מספר 2 בה מרוכזות התוצאות שמצאה דנית לאחר חלוקות נוספות.

טבלה מספר 2: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל כשהתחלה היה חיידק 1

מספר חלוקות					4		6	...		...	
מספר החיידקים	1	2	4	8		32		...	1024	...	

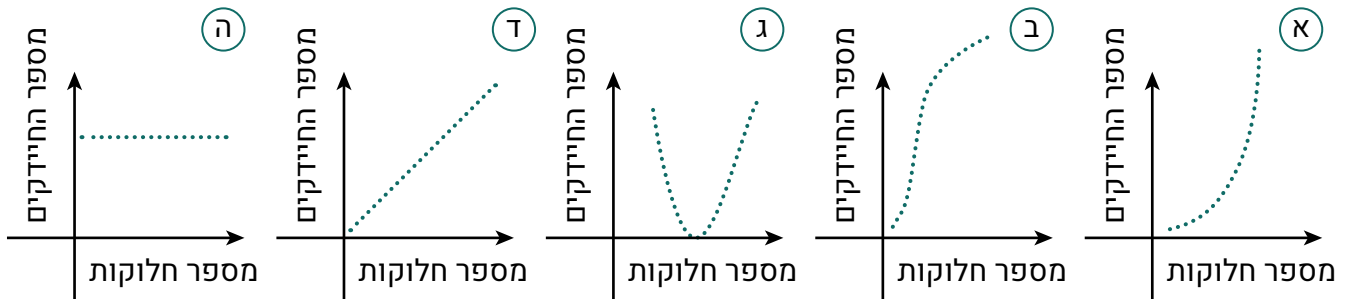
א. השלימו את הערכים החסרים בטבלה מספר 2.

ב. מצאו ביטוי אלגברי שמתאר את מספר החיידקים כעבור  $n$  חלוקות.

ג. שאלת אתגר: כושר ההפרדה של העין שלנו הוא 0.2 מילימטרים (200 מיקרומטר). אורכו של חיידק יחיד הוא 0.2 מיקרומטר (אלפית המילימטר).

1. כמה חיידקים צמודים זה לזה צריך שיהיו בתרבית כדי שנוכל להבחין בהם בעין?
2. כמה חלוקות צריך חיידק יחיד לעבור כדי להגיע למספר זה של חיידקים?

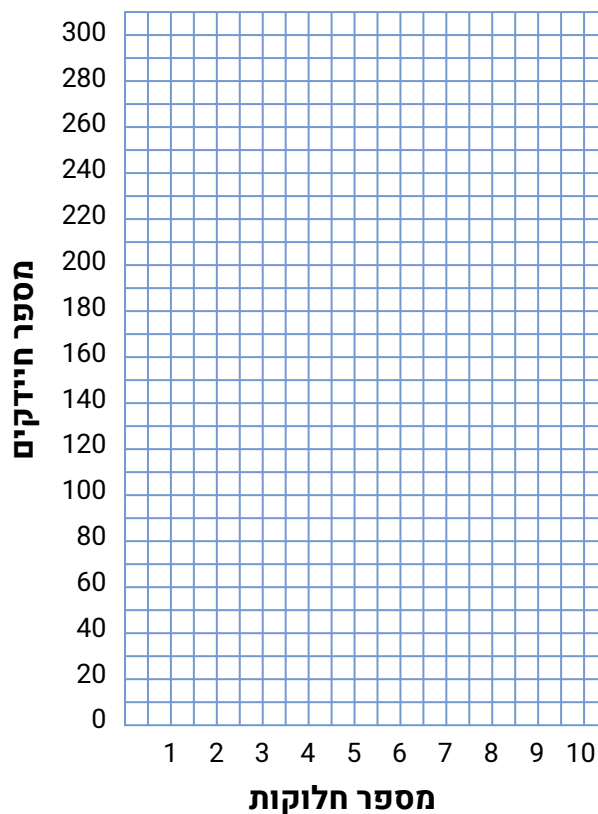
3. א. לפיכם איורים של חמישה גרפים.



שערו אילו מביניהם יכולים להתאים לתיאור התוצאות של התרבות החיידקים שקיבלה דנית. שימו לב, תיתכן יותר מתשובה אחת נכונה.

הציגו את שיקוליכם: גם לגבי האיורים שבחרתם וגם לגבי האיורים שפסלתם (מדוע הם אינם נכונים?).

ב. בדקו את השערתכם: שרטטו את תוצאות הניסוי של דנית במערכת הצירים שלפניכם:



ג. תארו את צורת הגרף במילים (למשל: פונקציה יורדת/עולה, קצב קבוע / משתנה, קצב שינוי מהיר/ איטי/ קבוע, נקודת התחלה).

4. כדי להיות בטוחה שהתוצאות שלה נכונות דנית ביצעה שוב את אותו הניסוי אבל עם מספר התחלתי גדול יותר של חיידקים: היא הניחה בתרבית 110 חיידקים בתחילת הניסוי. לפניכם טבלה מספר 3 שבה מרוכזות התוצאות שמצאה דנית לקשר בין מספר החלוקות לבין מספר החיידקים בתרבית כאשר התחילה עם 110 חיידקים. א. השלימו את הערכים החסרים בטבלה.

**טבלה מספר 3: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל כשבתחלה היו 100 חיידקים**

<b>מספר חלוקות</b>	0	1	2	3	4	5	6	...	10	...	n
<b>החיידקים</b>	110	220	440	880		3520		...	112640	...	$110 \times 2^n$

ב. הציעו ביטוי אלגברי שמתאר את מספר החיידקים כעבור n חלוקות. הסבירו את הצעתכם. רמז: בטבלה הבאה (א3) תוכלו למלא תחילה את השורה: מספר החיידקים שנוצרו כשמתחילים מחיידק יחיד, כדי לגלות את החוקיות שעליה נשאלתם בשאלה 5 ולמלא את השורה מספר החיידקים שנוצרו מ-11 חיידקים.

**טבלה מספר א3:**

<b>מספר חלוקות</b>	0	1	2	3		5		...	10	...	n
<b>מספר החיידקים שהתקבלו מחיידק יחיד</b>	1				16		64	...		...	
<b>מספר החיידקים שהתקבלו מ-11 חיידקים</b>	11				1760		7040	...		...	

ג. הייתכן שכעבור 6 חלוקות דנית מצאה שבתרבית היו 7040 חיידקים? הסבירו.

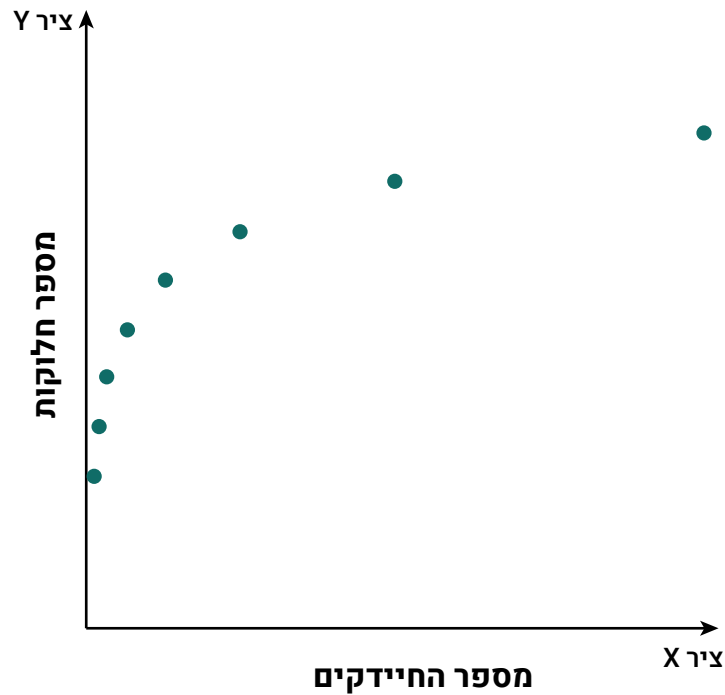
5. שאלת אתגר - שרטטו את תוצאות הניסוי בעזרת יישומן. תוכלו להשתמש בתוכנת Excell או ב-GeoGebra. אפשר להיכנס [לגיליון מוכן חלקית ב-GeoGebra](#).

א. איזה מההיגדים הבאים מתאים לתיאור נכון של תהליך התרבות החיידקים:

- לא ניתן לראות קשר בין מספר החיידקים למספר החלוקות.
- מספר החיידקים משפיע על מספר החלוקות שהם עברו.
- מספר החלוקות שעברו משפיע על מספר החיידקים. התשובה הנכונה
- כשמספר החיידקים גדל מספר החלוקות קטן.

ב. רונן שרטט את הסקיצה הבאה.

הוא סימן את מספר החיידקים אחרי כל חלוקה על ציר x ואת מספר החלוקות על ציר y. האם הסקיצה של רונן מייצגת את הערכים המחושבים? הסבירו.



ג. האם הסקיצה של רונן מתאימה לתיאור התהליך של התרבות החיידקים לפי ההיגד שבחרתם בסעיף א'? הסבירו.

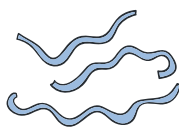
### ב. זיהוי ראשוני של מין החיידקים שבתרבית בעזרת צורת החיידקים וזמן דור

**זמן דור:** הזמן הנחוץ להכפלה של אוכלוסיית חיידקים. לכל מין של חיידקים יש זמן דור אופייני לו. זמן הדור לרוב מוגדר בדקות. למרות שלא כל החיידקים מתחלקים בו-זמנית, זמן הדור זהה.

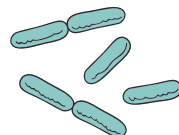
את החיידקים אפשר לחלק לשלוש קבוצות עיקריות, על פי צורתם החיצונית (ראו איור 2):

- **נקדים (קוקים)** שלהם תאים כדוריים.
- **מתגים** שלהם תאים גליליים מאורכים בצורת מקלונים.
- **סיליניים** שלהם תאים בצורת סליל.

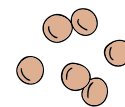
איור 2: צורות אופייניות של חיידקים



סיליניים



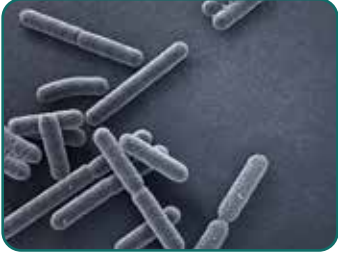
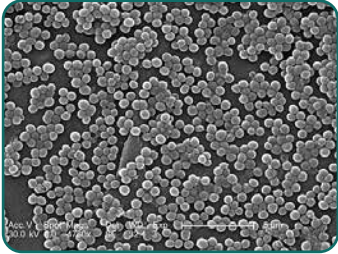
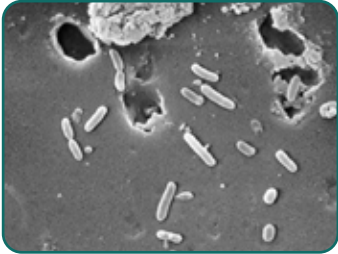
מתגים



נקדים (קוקים)

7. א. צפו שוב בסרטון [התרבות חיידקים 1](#) שדנית הסריטה ונסו לזהות את צורת החיידקים בתרבית.  
 ב. לפניכם טבלה מספר 4 שבה נתונים לגבי זמן דור של חיידקים ממינים שונים ולגבי צורתם. על פי הנתונים על צורות החיידקים השונים שבטבלה, איזה מין חיידקים מצוי לדעתכם בתרבית השתן של א.ר.?

טבלה מספר 4: זמן דור ומבנה תא של מספר סוגי חיידקים

מידע על החיידק	תמונה שצולמה בעזרת מיקרוסקופ אלקטרוני	צורת החיידק	זמן דור (דקות)	מין החיידק
אחד ממיני החיידקים הנפוצים באופן טבעי במעי של בני האדם ומקיימים יחסי הדדיות עם האדם. כאשר החיידק עובר מהמעי אל דרכי השתן הוא יכול לגרום לדלקת בדרכי השתן. זה מין החיידק השכיח ביותר בדלקות בדרכי השתן.		מתג	20	<b>Escherichia coli</b>
מין של חיידק שכיח על עור הגוף (בתי השחי, מפשעות ודרכי העיכול) לרוב חיידקים אלו אינם מזיקים, אך כאשר הם חודרים למערכות הגוף ולדרכי השתן הם יכולים לגרום לדלקות מורכבות. חיידק זה אחראי לאחוז קטן מהדלקות בדרכי השתן.		נקד (קוק)	24	<b>Staphylococcus aureus</b> (סטפילוקוקס זהוב)
מין של חיידק שמצוי בסביבה (בקרקע או במים) וכאשר הוא חודר למערכות הגוף כמו לריאות, לדם ולדרכי השתן עלול לגרום לדלקות. חיידק זה אחראי לאחוז 7-10% קטן של דלקות בדרכי השתן. אצל 7-10% מהחולים שמאושפזים בבתי חולים עם דלקת בדרכי השתן ימצא חיידק זה.		מתג	30	<b>Pseudomonas aeruginosa</b>

8. א. דנית לקחה את החיידקים מתרבית השתן של א.ר. והכניסה 100 חיידקים למבחנה. כעבור שעה בדקה את מספר החיידקים במבחנה ומצאה שהיו 800 חיידקים.  
 א. חשבו כמה חלוקות (הכפלות) התרחשו במהלך השעה.  
 ב. חשבו את זמן הדור של החיידקים שהיו בתרבית של א.ר. בחרו את התשובה הנכונה והסבירו כיצד חישבתם.
- 12 דקות
  - 15 דקות
  - 20 דקות
  - 30 דקות
- ב. על סמך הנתונים של זמן הדור שבטבלה, מהו מין החיידק שיכול להיות בדגימה של א.ר.?  
 נמקו את תשובתכם.
- ג. כדי לוודא שזמן הדור מתאים למין החיידק שמצאתם הסתכלו שוב בסרטון [התרבות חיידקים](#) שמאחד תמונות שדנית צילמה תחת המיקרוסקופ בזמנים שונים.  
 האם הנתונים שבסרטון לגבי זמן דור מתאימים למין החיידק שחשבתם שיש בדגימת השתן של א.ר. הסבירו.

ד. האם השערתכם לגבי מין החיידקים, אשר התבססה על צורת החיידקים, מתאימה למין החיידקים שמצאתם על פי זמן הדור בשאלה 8 ב'?

על פי הנתונים שבידכם עד כה, יש חשד שבתרבית שתן של א.ר. יש חיידקי *Escherichia coli*. אבל, כדי לוודא זאת דנית צריכה לערוך בדיקות נוספות המצריכות מספר רב יותר של חיידקים. לשם כך היא תצטרך להרבות את החיידקים על-ידי גידולם לזמן נוסף.

### ג. ריבוי החיידקים לצורך בדיקות נוספות לזיהוי מין החיידקים

לדנית דרושים לפחות  $10^{10}$  חיידקים למיליליטר (מ"ל) לבדיקות הנוספות שהיא רוצה לבצע כדי לוודא את מין החיידק ממנו סובלת א.ר. היא ביצעה חישוב על סמך הנתונים שבידיה:

זמן דור = 20 דק'

מספר חיידקים התחלתי למ"ל = 5000

מספר חיידקים סופי רצוי למ"ל =  $10^{10}$

לפי החישוב של דנית כעבור 7 שעות כבר היו צריכים להיות בתרבית  $10^{10}$  חיידקים למ"ל.

נהגים לכתוב **מספרים גדולים** כמכפלה של מספרים בין 1 ל-10 (לא כולל 10) וחזקה של 10 כך:  $a \cdot 10^n$ ,  $a < 10$

כתיב כזה נקרא **כתיב מדעי של מספרים**.

**דוגמה:** 24,730,000,000,000 יירשם בכתיב מדעי כך:  $2.473 \cdot 10^{13}$

כתיבת **מספרים גדולים** בצורה אחידה עוזרת לקריאת המספרים, לעריכת חישובים, להשוואה בין המספרים, ליצירת אומדן ולזיהוי מידת הדיוק. כתיבה באופן זה מקובלת בכתיבים מדעיים.

בהמשך נראה כי מספרים חיוביים קטנים נרשמים באופן דומה.

מעריך החזקה של 10 בייצוג המדעי של מספר מתאים לערך המקום של הספרה הראשונה משמאל במספר. לכן המעריך הוא מספר קטן ב-1 ממספר הספרות בחלק השלם של המספר.

**דוגמה:** במספר 8,400,000 יש 7 ספרות. ערך המקום של הספרה 8 (הספרה הראשונה משמאל) הוא  $10^6$ , והייצוג המדעי הוא  $8.4 \cdot 10^6$ . שבו המעריך של חזקת ה-10 המתאימה הוא 6.

דנית גידלה את החיידקים במשך 10 שעות, אך כשספרה כמה חיידקים יש בתרבית לאחר 10 שעות גילתה שהיו לה רק  $10^9$  חיידקים למ"ל. כדי להבין מה קרה היא לקחה שוב 5000 חיידקים למ"ל, גידלה אותם ובדקה כל שעה כמה חיידקים יש במצע הגידול.



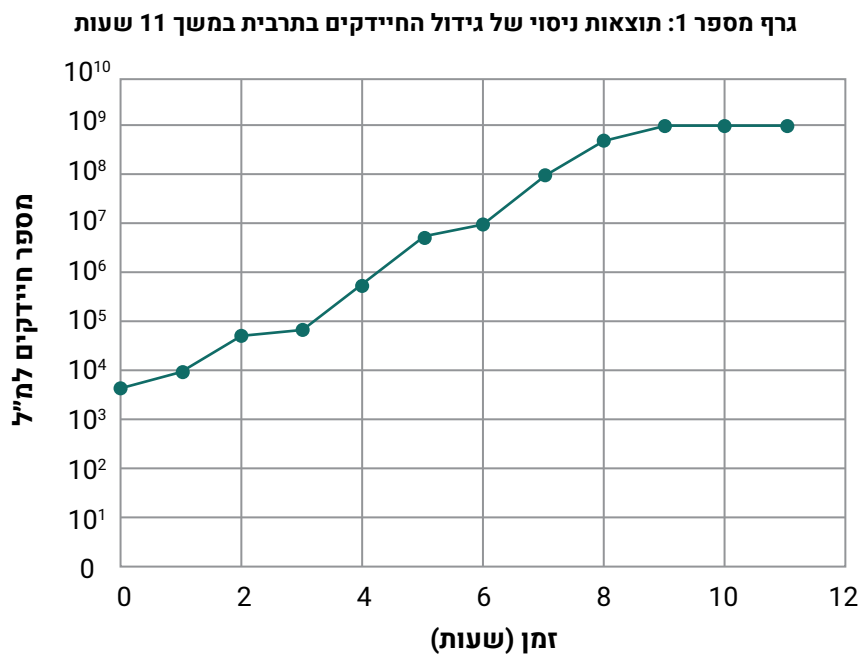
9. שיערו כיצד ייראו תוצאות הניסוי במהלך 10 שעות, ושרטטו גרף משוער (סקיצה) של מספר החיידקים לאורך זמן במערכת הצירים שלפניכם.

תוצאות הניסוי של דנית שבו ספרה את מספר החיידקים למ"ל במבחנה לאורך זמן מוצגות בטבלה מספר 5.

**טבלה מספר 5: תוצאות ניסוי של ספירת תאי חיידקים בזמנים שונים**

מספר חיידקים למ"ל שנמצא במבחנה	זמן (שעות)
$5 \times 10^3$	0
$1 \times 10^4$	1
$5 \times 10^4$	2
$8 \times 10^4$	3
$5 \times 10^5$	4
$5 \times 10^6$	5
$1 \times 10^7$	6
$1 \times 10^8$	7
$5 \times 10^8$	8
$1 \times 10^9$	9
$1 \times 10^9$	10
$1 \times 10^9$	11

10. דנית שרטטה על מערכת צירים את מספר החיידקים שקיבלה בזמנים שונים (שבטבלה מספר 5). שרטוט התוצאות מוצג בגרף מספר 1.



א. הסתכלו על טבלה מספר 5 ועל גרף מספר 1 והשלימו:

כעבור 9 שעות מספר החיידקים בתרבית היה:  $10^9 \times 1$

כעבור שעה נוספת מספר החיידקים נשאר ללא שינוי וכך גם במשך 2 השעות הבאות של הניסוי.

ב. התבוננו בגרף מספר 1 וציינו שני הבדלים בינו לבין הגרף ששרטטתם בשאלה 9.

ג. בחרו אחד מההבדלים שצייתם בסעיף א' והציעו לו הסבר.

ד. בהנחה שהחיידקים מתרבים כל הזמן היה צפוי שהגרף שמתאר את תהליך התרבות החיידקים יהיה גרף של

פונקציה עולה לכל אורכה. בגרף מספר 1 נראה שבשמונה השעות הראשונות אכן הפונקציה עולה, אבל החל מהשעה ה-8 נראה שהפונקציה היא קבועה (פונקציה קבועה – בעלת שיפוע 0). נסו לשער מה קרה בתרבית לאחר 9 שעות? מדוע מספר החיידקים לא המשיך לעלות?

ה. דנית חשבה שהחיידקים הפסיקו להתרבות. כדי לבדוק את ההשערה, היא הסתכלה על התרבית במיקרוסקופ וראתה שגם אחרי 9 ו-10 שעות היו חיידקים שהתחלקו בתרבית.

הציעו השערות, כיצד ייתכן שיש בתרבית חיידקים שמתרבים אך המספר הכולל של החיידקים בתרבית אינו עולה?

11. השערה אפשרית היא שהחיידקים הפסיקו להתרבות. בשלב זה מספר החיידקים החדשים שנוצרים בחלוקות שווה למספר של חיידקים שמתים.

הקיפו את המילה או המילים המתאימות, והשלימו את המקומות הריקים:

כעבור 9 שעות, ההפרש בין מספר החיידקים שנוצרים לבין אלו שמתים גדל / \_\_\_ / קטן והוא שווה ל: \_\_\_ חיידקים.

סך-כל מספר החיידקים החיים בתרבית, גדל / לא משתנה / קטן והוא שווה ל: \_\_\_ חיידקים.

המנה (היחס), בין מספר החיידקים שנוצרים ובין המתים גדלה / לא משתנה / קטנה והיא שווה ל: \_\_\_ .

12. לאור מה שלמדתם על גידול חיידקים במעבדה נסו לשער איך תוכל דנית להגיע למספר של  $10^{10}$  חיידקים למ"ל שהיא צריכה כדי לאפיין בוודאות את מין החיידקים שיש לא.ר.

#### ד. זיהוי סופי של מין החיידקים שבתרבית בעזרת צביעת גראם

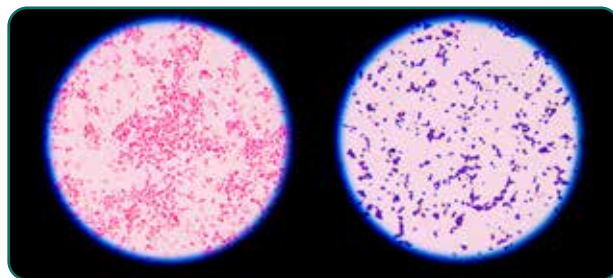
לאחר מספר ניסיונות דנית מצאה את הדרך להגיע למספר החיידקים שרצתה לצורך בדיקות נוספות.

זמן הדור של חיידקי *Escherichia coli* קרוב לזמן הדור של חיידקי *Staphylococcus aureus* (ראו טבלה מספר 5). כדי להיות בטוחה שבתרבית של א.ר. יש חיידקי *Escherichia coli* ולא *Staphylococcus aureus* דנית ביצעה

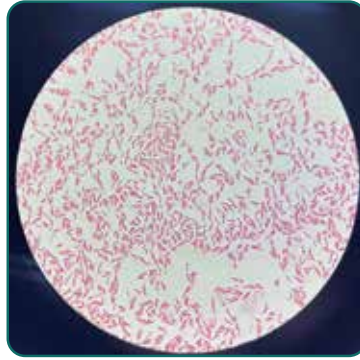
צביעה מיוחדת שנקראת צביעת גראם (ראו דוגמה לצביעת גראם באיור 3). ידוע שחיידקי *Escherichia coli* בצביעה זו נצבעים בצבע ורוד ואילו חיידקי *Staphylococcus aureus* נצבעים בצבע סגול.

איור מספר 3: חיידקים במיקרוסקופ לאחר צביעת גראם.

חיידקי גראם חיוביים צבועים בסגול (מצד ימין) וחיידקי גראם שליליים נצבעים בורוד (בצד שמאל).



לפניכם התמונה שראתה דנית כשהסתכלה במיקרוסקופ על החיידקים שגידלה מהתרבית של א.ר. לאחר שצבעה אותם בצביעת גראם.



13. האם התוצאות של צביעת החיידקים איששו את ההשערה של דנית שבתרבית של א.ר. יש זיהום שנובע מחיידקי *Escherichia coli*? הסבירו.

## נקודות לסיכום היחידה ורפלקציה

בתחילת הפעילות, בנייתם מודל מתמטי פשוט שבעזרתו ניתן היה לחזות את **קצב ההתרבות של החיידקים** וכך לחשב כמה חיידקים צפויים לאחרא חלוקות. אחר כך בעזרת המודל מצאתם גם את זמן הדור של החיידקים.

• באילו שלבים ביחידה נעזרתם **בכלים מתמטיים**?

(למשל: דיאגרמות וגרפים, טבלה, ביטויים אלגבריים, חישובים מספריים, מדדים סטטיסטיים)

• האם הכלים המתמטיים עזרו לצפות את מספר החיידקים שיהיו בכל נקודות הזמן?

• לאיזה שלב בהתרבות חיידקים במעבדה התאים המודל המתמטי שלכם?

• אילו פערים מצאתם בין המודל שלכם לבין התוצאות שהתקבלו במעבדה?

• מה למדתם מהיחידה על תהליך החקר המדעי ושלבים של פיתוח תגליות מדעיות.

המודל המתמטי שבניתם עזר לכם לנבא את קצב ההתרבות הצפוי של החיידקים בתנאים מסוימים, אבל ראינו שכשהתנאים השתנו המודל כבר לא חזה באופן מדויק את מספר החיידקים. הסיבה לכך היא שבמודל הראשוני לא התייחסנו לכל התהליכים שמתרחשים בתרבית של החיידקים.

כדי שיהיה מודל שיתאר נכון את קצב ההתרבות של החיידקים גם לאחר זמן ממושך בתרבית, יש צורך לבנות מודל אחר שיתבסס גם על התהליכים הנוספים שמתרחשים בתרבית החיידקים שבמעבדה.

ביחידה הבאה תנסו למצוא את הטיפול המתאים שיעזור לא.ר.

**כלל נסיגה**

דרך לחישוב איברים בסדרה כך שכל איבר מתקבל על ידי ביצוע פעולה חשבונית על האיבר הקודם לו. למשל בסדרה: 10, 20, 30, ...

n (המיקום בסדרה)	1	2	3	...	n
	10	20	30	...	

למשל בסדרה כדי למצוא את האיבר, יש להוסיף 10 לאיבר הקודם לו (שלפניו). הביטוי המתאים הוא:  $(n-1)+10$

כלומר, כדי למצוא את האיבר שנמצא במקום הרביעי בסדרה, מחושב:  $10 + 30 = 40$

בשמה הלועזי הסדרה מכונה סדרה רקורסיבית, והיא נובעת מהמילה "recursive" שמשמעה דבר שחוזר על עצמו, מופיע שוב.

**נוסחה על פי מקום בסדרה**

דרך לחישוב איברים בסדרה בעזרת המיקום שלהם בסדרה. למשל בסדרה: 10, 20, 30, ...

n (המיקום בסדרה)	1	2	3	...	n
	10	20	30	...	

הביטוי המתאים הוא  $n \cdot 10$  כלומר, כדי למצוא את ערך האיבר שנמצא במקום ה-12, בסדרה:

יש לכפול את ערך המקום (n) ב 10 כלומר, לחשב:  $12 \cdot 10 = 120$

$$2^0=1$$

אפשר להתייחס ל  $2^0$  כאל  $2^{3-3}$ ,  $2^{7-7}$ , ובאופן כללי כאל  $2^{n-n}$

לפי חוקי חזקות:  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ,  $a \neq 0$ , לכן:  $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$ ,  $a \neq 0$ ,

לפי חוקי החשבון, כל מספר שמחולק בעצמו שווה ל 1. לכן:  $\frac{a^n}{a^n} = 1$ ,  $a \neq 0$ ,

ונקבל:  $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ ,  $a \neq 0$ ,

### פונקציה יורדת, פונקציה עולה.

מתוך מתמטיקה משולבת לכיתה ז' חלק ג', יחידה 13, עמוד 24:

קובעים אם פונקציה עולה או יורדת לפי שינוי של שיעורי  $y$ .

מסתכלים על ציר  $x$  משמאל לימין (כלומר שיעורי  $x$  גדלים):

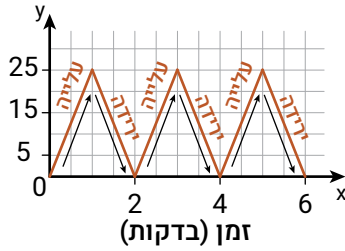
אם לכל שיעורי  $x$  בתחום שיעורי  $y$  גדלים, אומרים שהפונקציה עולה בתחום הזה.

אם לכל שיעורי  $x$  בתחום שיעורי  $y$  קטנים, אומרים שהפונקציה יורדת בתחום הזה.

דוגמה:

במשימה 1, המרחק של אורנה מנקודת המוצא כפונקציה של הזמן שחלף, מתואר על-ידי פונקציה העולה בחלקים מסויימים של התחום ויורדת בחלקים אחרים.

מרחק מנקודת המוצא (במ')



### קצב קבוע, קצב משתנה.

מתוך מתמטיקה משולבת לכיתה ז' חלק ג', יחידה 14, עמוד 42:

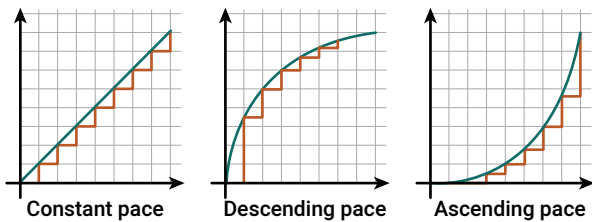
בסדרה של מדרגות צמודות שוות רוחב:

1. אם הגבהים של המדרגות הולכים וגדלים, הקצב עולה.

2. אם הגבהים של המדרגות הולכים וקטנים, הקצב יורד.

3. אם הגבהים של המדרגות אינם משתנים, הקצב אחיד.

במקרה כזה הגרף הוא ישר.



### שבירת ציר

בדרך כלל כשמשרטטים גרפים יש להקפיד על רווחים שווים בין ראשית הצירים לבין השנתות ובין השנתות לבין עצמן.

כלומר ה"רווח" בין כל שְׁנַת לשנת על הציר הוא קבוע ומייצג הפרש קבוע בים המספרים שרשומים עליו.

לעיתים, כשמשרטטים גרף, הנקודות הראשונות מתחילות בערכים גבוהים ביחס לשנתות. על מנת לחסוך בַּמְקוֹם

ולהקל על קריאת הגרף, נהוג במקרים כאלה "לשבור את הציר": מסמנים שני קווים בים ראשית הצירים  $(0, 0)$  בין

השנת הראשונה לשנת השנייה על מנת להבהיר שהרווח הראשון אינו הרווח הקבוע בין השנתות. ניתן "לשבור" את ציר

$x$ , את ציר  $y$  או את שניהם לפי הצורך.

כך גם בדוגמה שבפעילות, הרווח שבין  $0$  ל- $10^3$  על ציר  $y$ , "שבור" כך שהרווחים הקבועים הם מ- $10^3$  ואילך.

אפשר לסמן שבירת ציר בשתי דרכים: // או  $\approx$

### חיבור נקודות בגרף

נציין שהקו שמחבר כל שתי נקודות שמייצגות מדידות שנעשות בפועל, אינו מבוסס על מדידות שנעשו בפועל.

הנקודות שעליו הן למעשה אינטרפולציה (קירוב של תוצאות שלא נמדדו שנמצאות בין שתי תוצאות שכן נמדדו). עם

זאת, חיבור הנקודות בקווים מקל על זיהוי המגמה של התופעה הנחקרת, ולכן לעיתים מחברים את הנקודות בכל זאת.

במדעים נהוג לעשות זאת במיוחד כשהמשתנה שעל ציר ה- $x$  הוא רציף (לדוגמה: זמן, ריכוז), כך שיש משמעות לכל

נקודה שלא נמדדה (לדוגמה, שעה ו-15 דקות).

### פונקציה קבועה – שיפוע 0.

פונקציה שבה לכל ערך של  $x$  מתקבל ערך יחיד וקבוע של  $y$  היא פונקציה קבועה. לדוגמה,  $y=4$ . פונקציה כזאת מתוארת על ידי קו מקביל

לציר ה- $x$  ומתאפיינת בשיפוע השווה ל-0. שיפוע זה מצביע על כך שככל שערכי  $x$  משתנים ערכי  $y$  נותרים קבועים וללא שינוי.

**גרף 1 וטבלה 5:**

Duffy G., Whiting R.C., Sheridan J.J., The effect of a competitive microflora, pH and temperature on the growth kinetics of Escherichia coli O157:H7' Food Microbiology, 1999, 16, 299-307

**טבלה 5:**

תצלום חיידקי *Staphylococcus aureus*

Content Providers: CDC/ Janice Carr/ Deepak Mandhalapu, M.H.S., Public domain, via Wikimedia Commons

תצלום חיידקי *Pseudomonas eruginaosa*

<https://phil.cdc.gov/Details.aspx?pid=229>

Content providers: Centers for Disease Control and Prevention's Public Health Image Library (PHIL), with identification number #7820