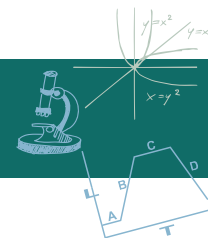


ביורפואה חישובית

התרבות חיידקים | מדריך למורה

יחידה 1: התרבות חיידקים



מה ביחידה?

- סיפור מקרה:** אתם רופאים וצריכים לאבחן איזה חיידק גורם למחלה של מטופלת.
- פעילות לזיהוי מין החיידקים בתרבית:**
 - הבנת אופן התרבות החיידקים.
 - זיהוי ראשוני של מין החיידקים בעזרת זמן דור וצורת החיידקים.
 - ריבוי החיידקים לצורך בדיקות נוספות של מין החיידקים.
 - זיהוי סופי של מין החיידקים בעזרת צביעת גראם.
- סינום ורפלקציה** – תרומת הכלים המתמטיים ומגבלותיהם (בדגש יתרונות וחסרונות של מודלים).

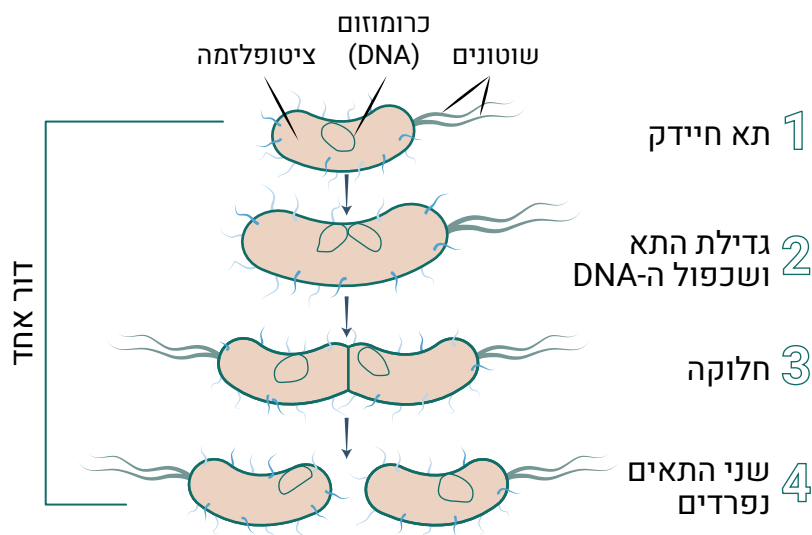
סיפור מקרה

א.ר. בחורה צעירה בת 18, חשה מזה ארבעה ימים צריבה וכאבים במתן שתן וצורך דחוף לגשת לשירותים לעתים קרובות. למרות מנוחה ושתייה מרובה לא חלה הטבה והתסמינים לא חלפו. היא הגיעה למיון, ובבדיקה גופנית שערכתם לחולה זיהיתם, רגישות וכאבים בבטן התחתונה. על מנת לאבחן את המחלה ביקשתם ממנה לתת דגימת שתן ושלחתם את השתן לבדיקה במעבדת בית החולים. דנית המדענית קיבלה את דגימת השתן למעבדה שלה, זיהתה זיהום חיידקי וערכה ניסויים לצורך זיהוי מין החיידק הגורם לתסמינים של א.ר. זיהוי מין החיידק חיוני כדי למצוא אחר-כך טיפול מתאים.

רקע ביולוגי: חיידקים הם יצורים חד תאיים חסרי גרעין ואברונים (כמו מיטוכונדריה). החומר התורשתי שלהם, שלרוב ארוז בכרומוזום יחיד, נמצא בציטופלסמה. יצורים אלו נקראים פרוקריוטים. יחסית לתאים המרכיבים את הרקמות בגופנו, שגודלם לרוב 20-40 מיקרומטר (מיקרומטר הוא אלפית המילימטר), תא החיידק זעיר, גודלו 0.2-2 מיקרומטר. חיידק יחיד אינו נראה בעין, אבל אפשר לראותו במיקרוסקופ אור. למורה: כדי להמחיש לתלמידים את ההבדלים בגודל, אפשר לומר שההבדל בין גודל התאים בגוף לבין תאי חיידקים דומה להבדל בין גובה של אדם לבין גובהו של בניין בן 7 קומות. כאן אפשר להכיר לתלמידים את המושג אוקריוטים, אבל הוא אינו נחוץ להמשך היחידה. חיידקים מתרבים בדרך של חלוקת תאים (איור 1). בתהליך זה תא חיידק גדל, החומר התורשתי שבכרומוזום היחיד מוכפל ואז תא החיידק מתחלק לשני תאים. החומר התורשתי של תאי החיידקים הנוצרים לאחר החלוקה זהה לזה של תא החיידק המקורי.

פרק הזמן שבו אוכלוסיית חיידקים מכפילה את עצמה נקרא זמן דור. בתנאים מיטביים (אופטימליים) – כאשר יש טמפרטורה מתאימה, מספיק מזון, מספיק חמצן, וכד', לכל מין של חיידקים יש זמן דור האופייני לו: יש מינים שזמן הדור שלהם נע בין שעה לשלוש שעות, ואילו מינים אחרים יכולים ליצור דור חדש אפילו בכל 20 דקות.

איור 1: התרבות של חיידקים בדרך של הכפלת התאים



כדי לזהות את מין החיידק יש להרבות את החיידקים במעבדה (להגדיל את מספרם) ולמצוא את הקצב בו הם מתרבים.

למורה: בנקודה זאת אפשר לבקש מהתלמידים לשער מדוע חשוב להבין מהו מין החיידק, ואיך אפשר לזהות אותו (לדוגמה, אפשר להתבונן במיקרוסקופ ולראות הבדלים בצורה, או לבדוק במבחנה הבדלים בזמן דור).

פעילות לזיהוי מין החיידקים בתרבית

א. הבנת תהליך ההתרבות של חיידקים

נחזור למעבדה. כדי לזהות את מין החיידק שממנו סובלת א.ר. דנית הכניסה דגימה קטנה מהשתן של א.ר. למצע מתאים לגידול של חיידקים ועקבה בעזרת מיקרוסקופ במשך כמה שעות אחר תהליך ההתרבות של החיידקים. הסתכלו בסרטון המתאר את תהליך ההתרבות של חיידקים, כפי שנצפה במיקרוסקופ במשך מספר שעות. הסרטון הוא חיבור של תמונות רבות שצולמו דרך מיקרוסקופ בזמנים שונים וחוברו יחדיו לסרטון אחד. במציאות התהליך איטי בהרבה.

כדי לחשב את קצב ההתרבות של החיידק דנית ציירה לעצמה באופן סכמתי מה שראתה במיקרוסקופ בזמנים השונים. בעמודה הימנית בטבלה מספר 1, אתם יכולים לראות את האיורים שציירה דנית. כדי לחשב את קצב ההתרבות של החיידקים נניח שכל החיידקים בתרבית מתחלקים בו זמנית, אף על פי שהנחה זאת אינה מדויקת.

למורה: בשלב זה ביחידה התלמידים מתחילים להתאים מודל מתמטי לתופעה של התרבות חיידקים. בכל מודל המנסה לתאר תופעה מסוימת מניחים הנחות פשוטות, שאינן מתאימות אחד לאחד למציאות. במקרה זה, ההנחה של המודל, שכל החיידקים בתרבית מתחלקים בו-זמנית, אינה מדויקת. מדויק יותר יהיה לומר שזמן הדור של כל החיידקים בתרבית דומה. בהמשך היחידה יראו התלמידים שהמודל המוצע כאן אינו מתאים בכל תנאי. כך הם יכולים לגבש הבנה שכל מודל בנוי מהנחות ויש לו מגבלות, ולכן הוא מתקרב למציאות אבל אינו המציאות עצמה.

טבלה מספר 1: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל

מספר החיידקים בדגימה	מספר החלוקות שעברו	איור של תצפית על חיידקים במיקרוסקופ
1	0	
2	1	
4	2	
8	3	
16	4	

1. א. התבוננו באיור מספר 1, בסרטון "[התרבות חיידקים](#)" ובטבלה מספר 1. תארו את תהליך ההתרבות של החיידקים במילים.
 ב-1. השלימו: כעבור שתי חלוקות היו בתרבית 4 חיידקים.
 ב-2. המשיכו והשלימו את הטבלה

למורה: למילוי הטבלה אפשר להיעזר בספירה של מספר החיידקים באיורים שבעמודה הראשונה מימין. יתכן שיהיו תלמידים שיזהו את האפשרות לשימוש בהכפלה פי 2 או יגלו כבר בשלב זה את הביטוי האלגברי המתאים לפי כלל נסיגה או לפי כלל מקום.

ג. קבעו כמה חיידקים יהיו בתרבית כעבור 5 חלוקות? הסבירו את תשובתכם. **32**

למורה: בחלק הזה כבר קשה יותר לספור לכן יהיו תלמידים שירגישו צורך לזהות את ההכפלה פי 2 של האיבר הקודם (להסבר מורחב של הפתרון ראו: [כלל נסיגה](#)) אין הכרח שבשלב זה יזהו את התבנית לחישוב מספר החיידקים לאחר מספר חלוקות נתון (להסבר מורחב של הפתרון ראו: [נוסחה על פי מקום בסדרה](#))

ד. הייתכן שכעבור 6 חלוקות דנית מצאה שבתרבית היו 96 חיידקים? הסבירו. **לא ייתכן.**

הסבר אפשרי: בהתאם להשערה ששיעורנו לגבי האופן שבו החיידקים מתרבים, לא ייתכן משום שיש לכפול כל איבר פי 2 על מנת למצוא את האיבר הבא. בטבלה ראינו שכמות החיידקים בחלוקה הרביעית הייתה 16, לכן בחלוקה החמישית יהיו 32 ובחלוקה השישית יהיו 64 חיידקים.

הסבר אפשרי נוסף עשוי להתקבל מתלמידים אשר זיהו את הביטוי האלגברי המתאים לתיאור התרבות החיידקים: $n > 0$. המספר 96 לא מתקבל מהצבה של n שלם בביטוי הזה. למרות שלפעמים יש במציאות סטיות מהמודל, אין היתכנות ביולוגית שאחרי 6 חלוקות יתקבלו 96 חיידקים.

למורה: עד כה, עסקו השאלות בחישובים של מספר החיידקים בתרבית שאפשר לבצע באמצעות הכפלה פי 2 צעד אחר צעד, אם יודעים את מספר החיידקים ההתחלתי ואת מספר החלוקות שהם עברו. השאלה הבאה (שאלה 2) מעבירה את התלמידים למספרי חלוקות שבעבורן החישוב כבר מורכב יותר משום שמדובר במספרים גדולים במיוחד. כדי להקל על החישובים, עליהם למצוא את החוקיות המתמטית שמאפיינת את תהליך התרבות החיידקים.

2. לפניכם טבלה מספר 2 בה מרוכזות התוצאות שמצאה דנית לאחר חלוקות נוספות.

למורה: נוסף על עזרה במציאת הביטוי האלגברי, טבלה 2 באה להמחיש את קצב התרבות החיידקים המהיר, כלומר, ששינוי אקספוננציאלי (מעריכי) הוא מהיר מאוד.

מכיוון שיש תלמידים המתקשים לחוש זאת מהטבלה בלבד, אפשר להמחיש בדרך נוספת:

ניקח שקית שקופה וגרגירי חיטה, או עדשים. נכניס לשקית גרגירי יחיד, ונבקש מהתלמידים לכפול פי 2. נכניס עוד שני גרגירים לשקית. כעת נבקש מהתלמידים לכפול פי 2, ונוסיף 4 גרגירים לשקית. נמשיך לשאול את התלמידים: לפי אותה חוקיות, כמה גרגירים נכניס עכשיו? 4 כפול 2. נכניס 8 גרגירים. עתה נשאל אותם שאלת אתגר: באיזה שלב יהיה לנו כבר קשה לספור את הגרגירים שצריך להכניס? מתי נגיע ל-1000 גרגירים?

פעילות מסוג כזה ממחישה את ההבדל בין האינטואיציה לבין המציאות.

טבלה מספר 2: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל כשבתחלה היה חיידק 1

מספר חלוקות	0	1	2	3	4	5	6	...	10	...	n
מספר החיידקים	1	2	4	8	16	32	64	...	1024	...	

א. השלימו את הערכים החסרים בטבלה מספר 2.

למורה: עד החלוקה השישית (מקום 6) בטבלה, התשובות כבר חושבו בסעיפים הקודמים. את שאר המספרים אפשר לחשב במחשבון (על ידי הכפלות פי 2 או בעזרת חישוב כפי שהוזכר לעיל).

שלוש נקודות (...) שמופיעות בטבלה, הן סימון מקובל במתמטיקה לכך שהסדרה נמשכת באותו אופן. השימוש בנקודות מאפשר דילוג (קפיצה) על כמה שלבים בסדרת המספרים (אין רצף בין התא שלפני הנקודות לזה שאחריהן). בטבלה מספר 2 מדלגים מהחלוקה השישית (האיבר ה-6) לחלוקה העשירית (האיבר ה-10).

ב. מצאו ביטוי אלגברי שמתאר את מספר החיידקים כעבור n חלוקות.

דיון מתמטי

פתרון לשאלה 2ב

סביר להניח שבניסיון למלא את הטבלה התלמידים יתקשו לחשב את מספר החיידקים ככל שמספר החלוקות הולך וגדל, כמו לדוגמה לאחר 10 חלוקות.

א. הסבירו לתלמידים, שכדי להקל על החישוב, מתמטיקאים מנסים למצוא חוקיות כלשהי במספרים.

ב. בקשו מהתלמידים להעלות הצעות לקשר אפשרי בין המספר 2 לבין מספר החלוקות, שיעזור לחשב את מספר החיידקים שהתקבל לאחר כל חלוקה.

סביר שהתלמידים יעלו את ההצעות הבאות:

2 כאשר n מייצג את מספר החלוקות. חוקיות זאת היא החוקיות המתאימה כדי לחשב את מספר החיידקים לאחר כל חלוקה בתרבית שצמחה מחיידק אחד.

ייתכן שחלק מהתלמידים יעלו גם את ההשערות השגויות הבאות:

2·n, כאשר n הוא מספר החלוקות. במקרה זה הביטוי קשור למספר 2 אך אינו מבטא את הקשר הנכון בינו לבין מספר החלוקות.

n·2, כאשר n מסמל את מספר החיידקים בחלוקה הקודמת. תלמידים שבוחרים בביטוי זה מתעלמים מכך ש-n מייצג בטבלה את מספר החלוקות. הביטוי בנוי על כלל הנסיגה, שבו כל איבר נשען על האיבר שלפניו ("אמור לי מי היה לפניך ואומר לך מי אתה").

כלומר, כדי לחשב את מספר החיידקים בחלוקה השנייה, עלינו לדעת את מספר החיידקים בחלוקה הראשונה ולכפול פי 2. הביטוי אמנם מוביל לחישוב נכון, אך אינו יעיל, משום שהוא מצריך חישוב חלוקה אחר חלוקה, ואינו מונע חישוב בעייתי במספרים גדולים.

ג. אם הוצעו מספר השערות, העלו את השאלה: כיצד נוכל לקבוע איזה ביטוי מתמטי מהביטויים שהצעתם מתאים למספרי החיידקים שבטבלה 2? התלמידים יכולים להציע להציב בנוסחאות שהוצעו את מספר החלוקות, ולבדוק אם התוצאה המתקבלת מהנוסחה מתאימה למספר החיידקים שמוצג בטבלה 2. למשל, כאשר $n=3$ שהרי $2n=2\cdot3=6$ אבל אנחנו יודעים מתוצאות הבדיקה של דנית (טבלה 2) שהתשובה היא 8 ומכאן שהתשובה קשורה למספר 2 אבל לא באופן הזה. חשוב לבקש מהתלמידים להמשיך להציב עוד אפשרויות בנוסחה, כדי שיווכחו שהיא אינה מתאימה.

במקרה שהביטוי נכון אך לא יעיל, אפשר לאתגר את התלמידים עם השאלה: מה יקרה כשנרצה לחשב את האיבר ה-103 למשל? האם נמשיך לכפול פי 2 עד שנגיע לאיבר ה-103? התשובה שאליה אנו מכוונים היא 2¹⁰³.

במקרה הזה n מייצג את מספר החלוקות (המקום של האיבר בסדרה). כאשר מתחילים עם חיידק אחד בתרבית (כמו בטבלה 2), מספר החלוקות הוא 0, ואפשר לייצג את מספר החיידקים כ- $2^0=1$.

ג. שאלת אתגר: כושר ההפרדה של העין שלנו הוא 0.2 מילימטרים (200 מיקרומטר). אורכו של חיידק יחיד הוא 0.2 מיקרומטר (אלפית המילימטר).

1. כמה חיידקים צמודים זה לזה צריך שיהיו בתרבית כדי שנוכל להבחין בהם בעין?

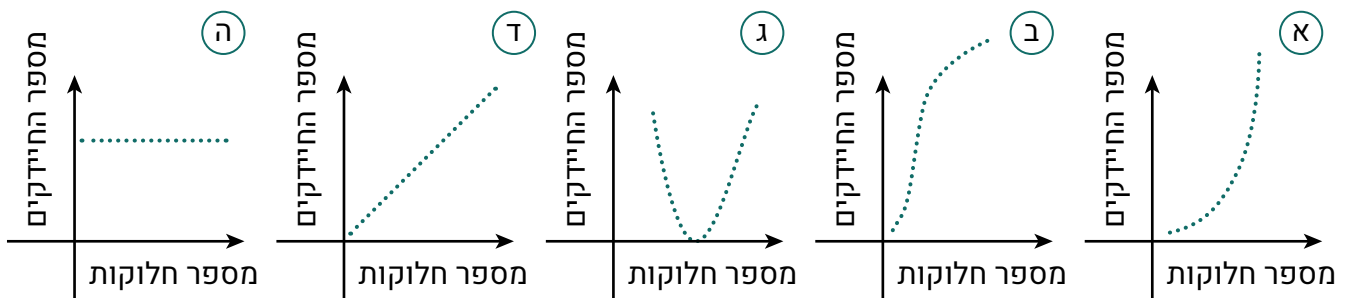
$$\text{לפחות 1000 חיידקים: } 200:0.2=1000$$

2. כמה חלוקות צריך חיידק יחיד לעבור כדי להגיע למספר זה של חיידקים?

$$\text{לפחות 10 חלוקות על פי הנוסחה } 2^{10}$$

3. א. לפניכם איורים של חמישה גרפים.

למורה: אפשר לחזור לשאלה זאת בסוף היחידה ולזהות בגרף ב את החלק האקספוננציאלי, הדומה לגרף א.



שערו אילו מביניהם יכולים להתאים לתיאור התוצאות של התרבות החיידקים שקיבלה דנית. שימו לב, תיתכן יותר מתשובה אחת נכונה.

הציגו את שיקוליכם: גם לגבי האיורים שבחרתם וגם לגבי האיורים שפסלתם (מדוע הם אינם נכונים?).

פתרון: גרף א'

למורה: בשלב זה, די בכך שהתלמידים ידונו בהבדלים בין הגרפים וישערו השערות, גם אם הן שגויות, וגם אם תלמידי הכיתה אינם מגיעים להסכמה.

הסבר לפתרון: מכיוון שכאשר מספר החלוקות עולה, מספר החיידקים עולה, גרפים ג ו-ה נפסלים.

בהתלבטות בין ד', א' ו-ב': בשלב הזה שלושת הגרפים הללו יכולים להישאר כהשערה של התלמידים.

את ההשערה הזו התלמידים יבדקו בהמשך הפעילות בעזרת גרף שישרטטו.

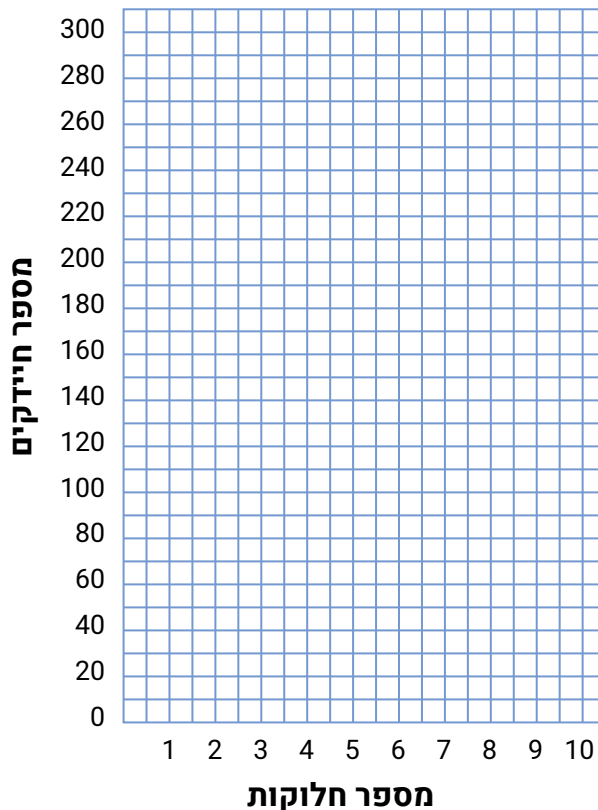
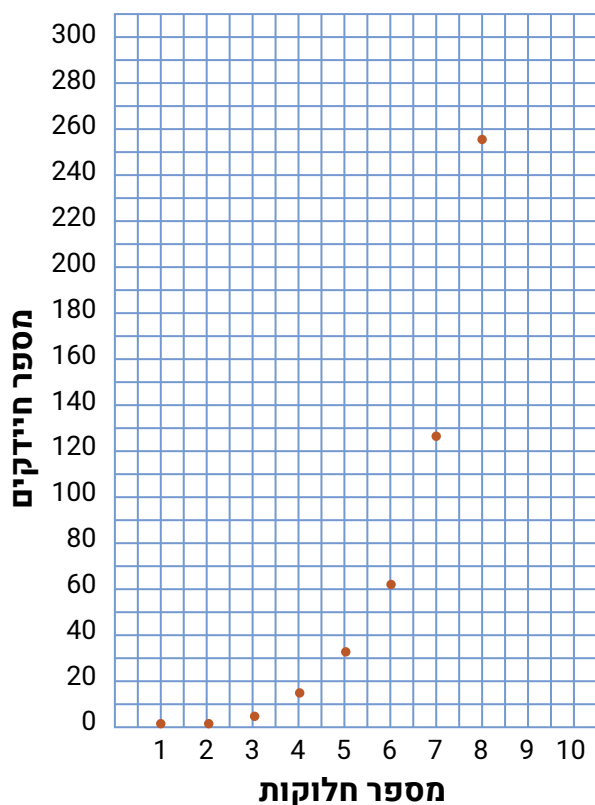
עם זאת השקולים יכולים להיות קשורים בעלייה של מספר החיידקים ביחס למספר החלוקות:

למשל, בגרף ד' מספר החיידקים עולה באופן שווה בכל חלוקה ולכן גרף זה אינו מתאים למספרים שבטבלה.

בגרף ב' כשמספר החלוקות גדל, יש האטה בעלייה במספר החיידקים, וגם תיאור זה אינו תואם את המספרים בטבלה.

לכן גרף א' הוא הגרף שמתאר את התהליך בהלימה למספרים שבטבלה: כשמספר החלוקות עולה, יש האצה בעלייה של מספר החיידקים.

ב. בדקו את השערתכם: שרטטו את תוצאות הניסוי של דנית במערכת הצירים שלפניכם:



ג. תארו את צורת הגרף במילים (למשל: פונקציה יורדת/עולה, קצב קבוע / משתנה, קצב שינוי מהיר/ איטי/ קבוע, נקודת התחלה).

למורה: כדי לעזור לתלמידים לתאר את הגרף המתקבל כאן, אפשר לבקש מהם לשרטט על אותו הגרף פונקציה קווית, שהם כבר מכירים, ולתאר את ההבדלים ביניהן. ההבדלים בין פונקציה קווית לבין הגרף המתאר את תוצאות התרבות החיידקים של דנית יעזרו להם להבין את קצב השינוי.

תשובה אפשרית: רואים שהגרף לא מתחיל מראשית הצירים.

כש $x=0$ מספר החיידקים הוא $y=1$). הגרף עולה לכן נאמר שזה גרף של הפונקציה עולה, אבל קצב השינוי אינו קבוע: בהתחלה הוא איטי ולאחר מכן השינוי גדול מאוד.

4. כדי להיות בטוחה שהתוצאות שלה נכונות דנית ביצעה שוב את אותו הניסוי אבל עם מספר התחלתי גדול יותר של חיידקים: היא הניחה בתרבית 110 חיידקים בתחילת הניסוי. לפניכם טבלה מספר 3 שבה מרוכזות התוצאות שמצאה דנית לקשר בין מספר החלוקות לבין מספר החיידקים בתרבית כאשר התחילה עם 110 חיידקים. א. השלימו את הערכים החסרים בטבלה.

טבלה מספר 3: הקשר בין מספר החלוקות למספר החיידקים המתקבל כשהתחלה היו 100 חיידקים

מספר חלוקות	0	1	2	3	4	5	6	...	10	...	n
מספר החיידקים	110	220	440	880	1760	3520	7040	...	112640	...	110×2^n

ב. הציעו ביטוי אלגברי שמתאר את מספר החיידקים כעבור n חלוקות. הסבירו את הצעתכם. רמז: בטבלה הבאה (3א') תוכלו למלא תחילה את השורה: מספר החיידקים שנוצרו כשמתחילים מחיידק יחיד, כדי לגלות את החוקיות שעליה נשאלתם בשאלה 5 ולמלא את השורה מספר החיידקים שנוצרו מ-11 חיידקים.

טבלה מספר 3א':

מספר חלוקות	0	1	2	3		5		...	10	...	n
מספר החיידקים שהתקבלו מחיידק יחיד	1				16		64	
מספר החיידקים שהתקבלו מ-11 חיידקים	11				1760		7040	

2' מס' חיידקים התחלתי

אם יש 110 חיידקים בתחילת הניסוי הביטוי המתאים יהיה 2^{n-110}

הסברים אפשריים:

לדוגמה, לאחר 2 חלוקות מכל חיידק נוצרו 4 חיידקים, לכן מ 110 חיידקים נוצרו $440 = 2 \cdot 2 \cdot 110$ חיידקים או $2^2 \cdot 110$.

אפשר להתייחס ל-110 החיידקים שהיו בהתחלה כאל 110 צלחות עם חיידק אחד. בשאלות הקודמות ראינו שכאשר יש חיידק אחד בתרבית, אפשר לחשב את מספר החיידקים בעזרת הביטוי 2^n . לכן, אם יש 110 חיידקים הביטוי יהיה 2^{n-110} . כך לדוגמה, כעבור 5 חלוקות יתקבלו: $3520 = 110 \cdot 2^5$ חיידקים אפשר לחשב גם בדרך הבאה: $3520 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 110$.

ג. הייתכן שכעבור 6 חלוקות דנית מצאה שבתרבית היו 7040 חיידקים? הסבירו.

כן, בעזרת אותו החישוב: $7040 = 110 \cdot 2^6$ חיידקים.

אן, אם התלמידים חישובו שבחלוקה 5 היו 3520 חיידקים, בחלוקה 6 כל אחד מהם התפצל לשניים, ולכן יהיו $2 \cdot 3520$ שהם 7040.

5. שאלת אתגר - שרטטו את תוצאות הניסוי בעזרת יישומון. תוכלו להשתמש בתוכנת Excell או ב-GeoGebra. אפשר להיכנס [לגיליון מוכן חלקית ב-GeoGebra](#).

למורה: השרטוט ביישומון יכול להמחיש לתלמידים טוב יותר את המספרים העצומים של חיידקים המתקבלים לאחר הרבה מאוד חלוקות.

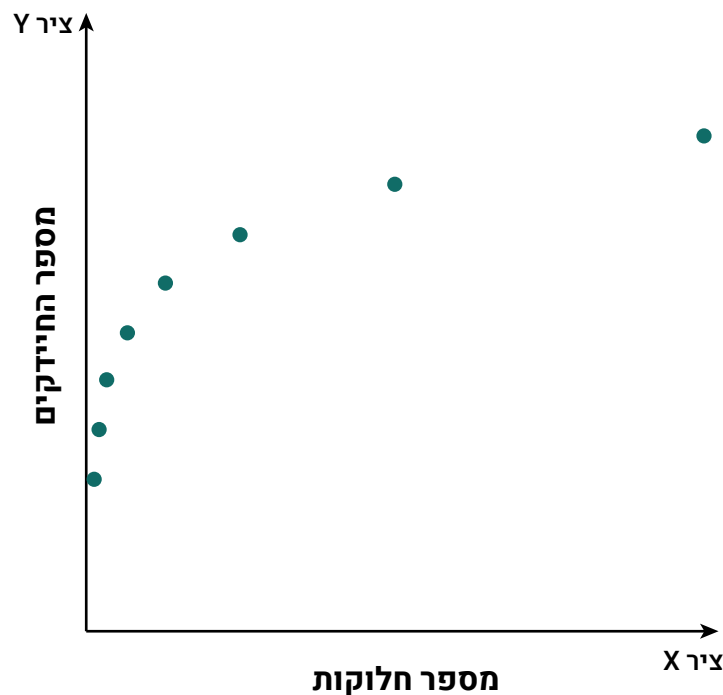
א. איזה מההיגדים הבאים מתאים לתיאור נכון של תהליך התרבות החיידקים:

- לא ניתן לראות קשר בין מספר החיידקים למספר החלוקות.
- מספר החיידקים משפיע על מספר החלוקות שהם עברו.
- מספר החלוקות שעברו משפיע על מספר החיידקים. התשובה הנכונה
- כשמספר החיידקים גדל מספר החלוקות קטן.

ב. רונן שרטט את הסקיצה הבאה.

הוא סימן את מספר החיידקים אחרי כל חלוקה על ציר x ואת מספר החלוקות על ציר y. האם הסקיצה של רונן מייצגת את הערכים המחושבים? הסבירו.

למורה: שאלה זו היא שאלת העשרה. השאלה אינה חיונית להבנה של המשך היחידה. כדאי להפעיל שיקול דעת לגבי הצגתה לתלמידים כי ייתכן שהיא תהייה מאתגרת מידי עבור חלקם.



ג. האם הסקיצה של רונן מתאימה לתיאור התהליך של התרבות החיידקים לפי ההיגד שבחרתם בסעיף א? הסבירו.

הגרף שרון שרטט יכול להיות נכון מבחינה מתמטית. אבל בגרפים שמייצגים חקר מדעי משרטטים גרף כך שהגורם המשפיע (זה ששינו אותו, או המשתנה הבלתי תלוי) מסומן בציר x; והגורם המושפע (זה שנמדד או המשתנה התלוי) מסומן בציר y. כך הגרף מתאר את ההשפעה של שינוי במשתנה הבלתי תלוי (הגורם המשפיע) על הערכים של המשתנה התלוי (הגורם המושפע). הדבר מאפשר לנו לזהות במבט את המגמה המתאימה לתופעה. למשל, אנחנו יודעים שההשתנות במספר החיידקים היא בהתחלה איטית ואחר כך מהירה מאוד, ואילו כאן לכאורה ההשתנות מהירה בהתחלה ובסוף איטית. הגרף צריך לתאר מצב שבו ככל שיש יותר חלוקות כמות החיידקים גדלה בקצב גדל והולך.

למורה: כשהתלמידים שמים לב שהגורמים לא מצויים על הצירים המקובלים, אפשר להציג להם שאלות שינחו אותם לקראת התשובה: למה מקובל כפי שמקובל? מה היינו רואים אחרת? מה היינו חושבים אחרת?

במדעים, כדי שנוכל לזהות את המגמה במבט, צריך שתהיה דרך מקובלת להציג את הנתונים, ולכן הוחלט שהמשתנה המשפיע יהיה על ציר x ואילו המשתנה המושפע יהיה על ציר y.

לעומת זאת, מבחינה מתמטית אין מניעה להחליף את מקומות המשתנים על הצירים. במקרה שלנו ייצוג הפוך כזה יכול להיות נוח כאשר, למשל, אנחנו מעוניינים לדעת כמה חלוקות דרושות על מנת להגיע למספר רצוי של חיידקים.

בגרף שרון צייר מספר החלוקות מופיע על ציר ה-y ומספר החיידקים מופיע על ציר ה-x.

כדי לקבל ביטוי אלגברי מתאים נוכל להתאים בביטוי האלגברי את שמות המשתנים לגרף של רונן ולכתוב: $x=2^y$.
אם רוצים לכתוב ביטוי אלגברי שבו המשתנה y מופיע באגף נפרד יש להשתמש בלוגריתמים:

$$y = \log_2 x$$

תלמידים בכיתה ט לא מכירים לוגריתמים, ולכן ההסבר הבא הוא בשבילכם, המורים, בלבד:

בפעולת החזקה יש שלושה מרכיבים:

הבסיס הוא המספר אותו מעלים בחזקה.

המעריך (כשמדובר במעריך שלם) הוא מספר הפעמים שבו כופלים את בסיס החזקה בעצמו.

וישנה כמובן גם התוצאה.

תוצאה = מעריך^{בסיס}

אפשר להגדיר חזקה גם כשהמעריך אינו שלם אך לא נדון בכך כעת.

הפעולה באמצעותה מוצאים את מעריך החזקה כשידוע הבסיס וידועה התוצאה נקראת לוגריתם.

כותבים:

מעריך = תוצאה_{בסיס}

$$\text{למשל: } 3^2 = 9 \quad \text{ולכן } \log_3 9 = 2$$

$$2^3 = 8 \quad \text{ולכן } \log_2 8 = 3$$

בדומה, הקשר בין המשתנים בגרף של רונן הוא: $x = 2^y$, ומכאן $\log_2 x$

ב. זיהוי ראשוני של מין החיידקים שבתרבית בעזרת צורת החיידקים וזמן דור

זמן דור: הזמן הנחוץ להכפלה של אוכלוסיית חיידקים. לכל מין של חיידקים יש זמן דור אופייני לו.
זמן הדור לרוב מוגדר בדקות. למרות שלא כל החיידקים מתחלקים בו-זמנית, זמן הדור זהה.

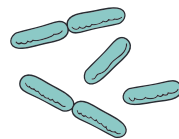
את החיידקים אפשר לחלק לשלוש קבוצות עיקריות, על פי צורתם החיצונית (ראו איור 2):

- **נקדים (קוקים)** שלהם תאים כדוריים.
- **מתגים** שלהם תאים גליליים מאורכים בצורת מקלונים.
- **סלילניים** שלהם תאים בצורת סליל.

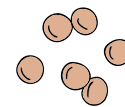
איור 2: צורת אופיינית של חיידקים



סלילניים



מתגים

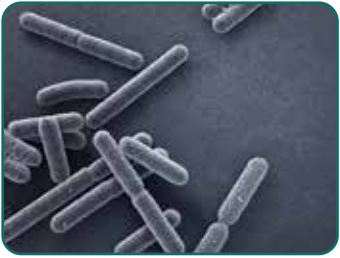
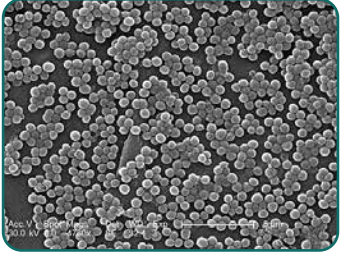
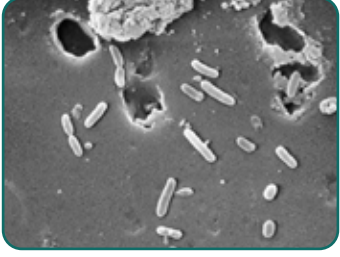


נקדים (קוקים)

7. א. צפו שוב בסרטון [התרבות חיידקים 1](#) שדנית הסריטה ונסו לזהות את צורת החיידקים בתרבית.
צורתם מתגים

ב. לפניכם טבלה מספר 4 שבה נתונים לגבי זמן דור של חיידקים ממינים שונים ולגבי צורתם. על פי הנתונים על צורת החיידקים השונים שבטבלה, איזה מין חיידקים מצוי לדעתכם בתרבית השתן של א.ר.?

***Escherichia coli* או *Pseudomonas aeruginosa* - צורתם מתגים**

מידע על החיידק	תמונה שצולמה בעזרת מיקרוסקופ אלקטרוני	צורת החיידק	זמן דור (דקות)	מין החיידק
אחד ממיני החיידקים הנפוצים באופן טבעי במעי של בני האדם ומקיימים יחסי הדדיות עם האדם. כאשר החיידק עובר מהמעי אל דרכי השתן הוא יכול לגרום לדלקת בדרכי השתן. זה מין החיידק השכיח ביותר בדלקות בדרכי השתן.		מתג	20	Escherichia coli
מין של חיידק שכיח על עור הגוף (בתי השחי, מפשעות ודרכי העיכול) לרוב חיידקים אלו אינם מזיקים, אך כאשר הם חודרים למערכות הגוף ולדרכי השתן הם יכולים לגרום לדלקות מורכבות. חיידק זה אחראי לאחוז קטן מהדלקות בדרכי השתן.		נקד (קוק)	24	Staphylococcus aureus (סטפילוקוקס זהוב)
מין של חיידק שמצוי בסביבה (בקרקע או במים) וכאשר הוא חודר למערכות הגוף כמו לריאות, לדם ולדרכי השתן עלול לגרום לדלקות. חיידק זה אחראי לאחוז קטן של דלקות בדרכי השתן. אצל 7-10% מהחולים שמאושפזים בבתי חולים עם דלקת בדרכי השתן ימצא חיידק זה.		מתג	30	Pseudomonas aeruginosa

8. א. דנית לקחה את החיידקים מתרבית השתן של א.ר. והכניסה 100 חיידקים למבחנה. כעבור שעה בדקה את מספר החיידקים במבחנה ומצאה שהיו 800 חיידקים.

א. חשבו כמה חלוקות (הכפלות) התרחשו במהלך השעה.

3 חלוקות.

אפשרויות לפתרון:

אפשרות א': בהתחלה היו 100 חיידקים, בהכפלה הראשונה התקבלו 200, לאחר הכפלה שנייה 400, ובשלישית 800 חיידקים

אפשרות ב': להיעזר בנוסחה: $2^n \cdot 100 = 800$

$$2^n = 8$$

$$n = 3$$

א. חשבו את זמן הדור של החיידקים שהיו בתרבית של א.ר. בחרו את התשובה הנכונה והסבירו כיצד חישובכם.

- 12 דקות
- 15 דקות
- 20 דקות
- 30 דקות

התשובה הנכונה: 20 דקות.

מצאנו שהיו שלוש חלוקות בשעה אחת. לכן כל חלוקה צריכה להיות בת 20 דקות שזהו זמן הדור.

ב. על סמך הנתונים של זמן הדור שבטבלה, מהו מין החיידק שיכול להיות בדגימה של א.ר? נמקו את תשובתכם.

תשובה: *Escherichia coli*

למורה: זמן הדור שחושב הוא 20 דק', וזהו זמן הדור של *E. coli*. לכן זהו מין החיידק שיכול להיות בדגימה של א.ר. יתכן שתלמידים יענו שגם *S. aureus* מתאים, כי 24 דק' הוא זמן די קרוב ל-20 דק'. בשלב זה, אפשר להשאיר את הדיון פתוח. אפשרות אחרת היא לעודד את התלמידים להעלות נימוקים להשערותיהם השונות (למשל, להתבסס על הנתונים מהעמודות האחרות בטבלה). הצלבת המידע תוביל לחיידק הנכון.

ג. כדי לוודא שזמן הדור מתאים למין החיידק שמצאתם הסתכלו שוב בסרטון [התרבות חיידקים](#) שמאחד תמונות שדנית צילמה תחת המיקרוסקופ בזמנים שונים.

האם הנתונים שבסרטון לגבי זמן דור מתאימים למין החיידק שחשבתם שיש בדגימת השתן של א.ר.? הסבירו.

כן, בסרטון אפשר לראות שמספר החיידקים אכן מוכפל כל 20 דקות.

ד. האם השערתכם לגבי מין החיידקים, אשר התבססה על צורת החיידקים, מתאימה למין החיידקים שמצאתם על פי זמן הדור בשאלה 8 ב'?

כן, כי בטבלה 4 אפשר לראות שלחיידקי *Escherichia coli* יש צורה של מתנים.

בטבלה רואים שני חיידקים שצורתם מתני: *E. coli* ו-*P. aeruginosa*. בעוד שזמן הדור של *E. coli* תואם לזמן הדור שהתגלה על ידי דנית, זמן הדור של *P. aeruginosa* הוא 30 דק'. לכן, *E. coli* מתאים יותר להיות החיידק שבתרבית של א.ר.

על פי הנתונים שבידכם עד כה, יש חשד שבתרבית שתן של א.ר. יש חיידקי *Escherichia coli*. אבל, כדי לוודא זאת דנית צריכה לערוך בדיקות נוספות המצריכות מספר רב יותר של חיידקים. לשם כך היא תצטרך להרבות את החיידקים על-ידי גידולם לזמן נוסף.

ג. ריבוי החיידקים לצורך בדיקות נוספות לזיהוי מין החיידקים

לדנית דרושים לפחות 10^{10} חיידקים למיליליטר (מ"ל) לבדיקות הנוספות שהיא רוצה לבצע כדי לוודא את מין החיידק ממנו סובלת א.ר. היא ביצעה חישוב על סמך הנתונים שבידיה:

זמן דור = 20 דק'

מספר חיידקים התחלתי למ"ל = 5000

מספר חיידקים סופי רצוי למ"ל = 10^{10}

לפי החישוב של דנית כעבור 7 שעות כבר היו צריכים להיות בתרבית 10^{10} חיידקים למ"ל.

למורה: את הדרך לחישוב הזמן הנדרש לקבלת 10^{10} חיידקים בתרבית אפשר למצוא בנספח: "מספר דרכי פתרון למציאת הזמן הנדרש לקבלת 10^{10} חיידקים"

נוהגים לכתוב **מספרים גדולים** כמכפלה של מספרים בין 1 ל-10 (לא כולל 10) וחזקה של 10 כך: $a \cdot 10^n$, $a < 10$.
כתיב כזה נקרא **כתיב מדעי של מספרים**.

דוגמה: 24,730,000,000,000 יירשם בכתיב מדעי כך: $2.473 \cdot 10^{13}$

כתיבת **מספרים גדולים** בצורה אחידה עוזרת לקריאת המספרים, לעריכת חישובים, להשוואה בין המספרים, ליצירת אומדן ולזיהוי מידת הדיוק. כתיבה באופן זה מקובלת בכתיבים מדעיים.

בהמשך נראה כי מספרים חיוביים קטנים נרשמים באופן דומה.

מעריך החזקה של 10 בייצוג המדעי של מספר מתאים לערך המקום של הספרה הראשונה משמאל במספר. לכן המעריך הוא מספר קטן ב-1 ממספר הספרות בחלק השלם של המספר.

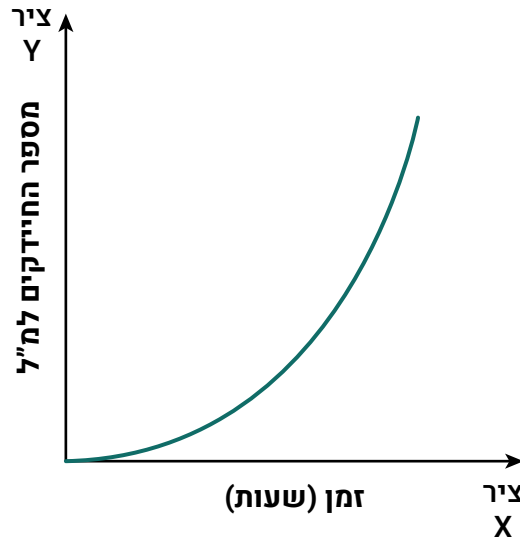
דוגמה: במספר 8,400,000 יש 7 ספרות. ערך המקום של הספרה 8 (הספרה הראשונה משמאל) הוא 10^6 , והייצוג המדעי הוא $8.4 \cdot 10^6$.
שבו המעריך של חזקת ה-10 המתאימה הוא 6.

דנית גידלה את החיידקים במשך 10 שעות, אך כשספרה כמה חיידקים יש בתרבית לאחר 10 שעות גילתה שהיו לה רק 10^9 חיידקים למ"ל. כדי להבין מה קרה היא לקחה שוב 5000 חיידקים למ"ל, גידלה אותם ובדקה כל שעה כמה חיידקים יש במצע הגידול.

9. שערך כיצד ייראו תוצאות הניסוי במהלך 10 שעות, ושרטטו גרף משוער (סקיצה) של מספר החיידקים לאורך זמן במערכת הצירים שלפניכם.

למורה: כאן התלמידים צריכים לשרטט סקיצה - כלומר, הדגש הוא על צורת הגרף ללא חשיבות למספרים.

תשובה צפויה של תלמידים:



בשלב זה כל השערה מתקבלת. בהמשך הפעילות התלמידים יגלו שהעלייה נפסקת בשלב כלשהו. סביר שתלמידים יציירו את צורת הגרף שהכירו עד כה, שבו מספר החיידקים ממשיך לעלות (בדומה לסקיצה המשורטטת על מערכת הצירים שלמעלה). אולי הם משערים שהתוצאה הבלתי צפויה של דנית היא טעות, אולי הם לא חושבים שהמספר מספיק גדול כדי להשפיע על צורת הגרף, או כל סיבה אחרת. יתכן שתלמידים יציירו עקומה שבשלב מסוים הופכת להיות מקבילה לציר X או אף יורדת (מפני שצוין שדנית מצאה מספר נמוך של חיידקים מזה שציפתה לו). כאן חשוב לשים לב לנימוקי התלמידים (לא רק לצורת הסקיצה) ולדון בהם.

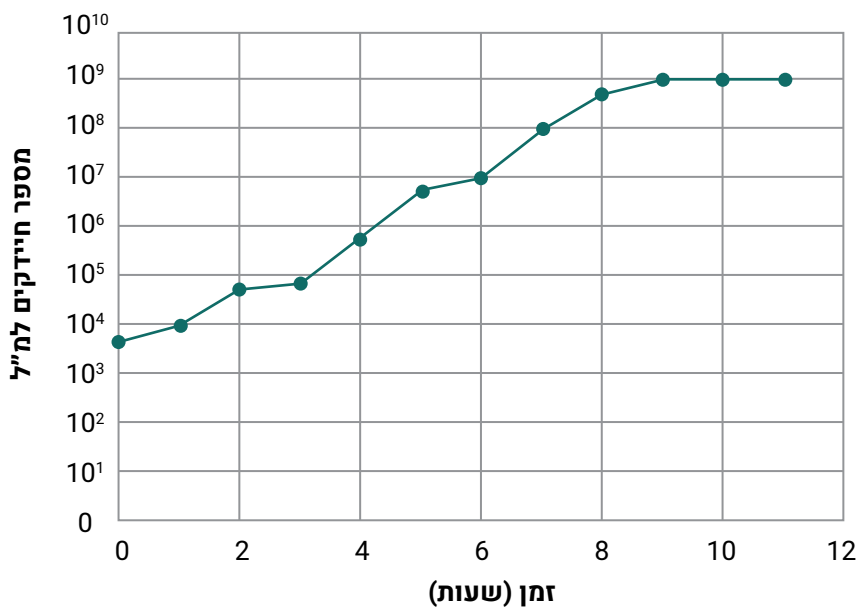
תוצאות הניסוי של דנית שבו ספרה את מספר החיידקים למ"ל במבחנה לאורך זמן מוצגות בטבלה מספר 5.

טבלה מספר 5: תוצאות ניסוי של ספירת תאי חיידקים בזמנים שונים

מספר חיידקים למ"ל שנמצא במבחנה	זמן (שעות)
5×10^3	0
1×10^4	1
5×10^4	2
8×10^4	3
5×10^5	4
5×10^6	5
1×10^7	6
1×10^8	7
5×10^8	8
1×10^9	9
1×10^9	10
1×10^9	11

10. דנית שרטטה על מערכת צירים את מספר החיידקים שקיבלה בזמנים שונים (שבטבלה מספר 5). שרטוט התוצאות מוצג בגרף מספר 1.

גרף מספר 1: תוצאות ניסוי של גידול החיידקים בתרבית במשך 11 שעות



א. הסתכלו על טבלה מספר 5 ועל גרף מספר 1 והשלימו:
 כעבור 9 שעות מספר החיידקים בתרבית היה: 1×10^9

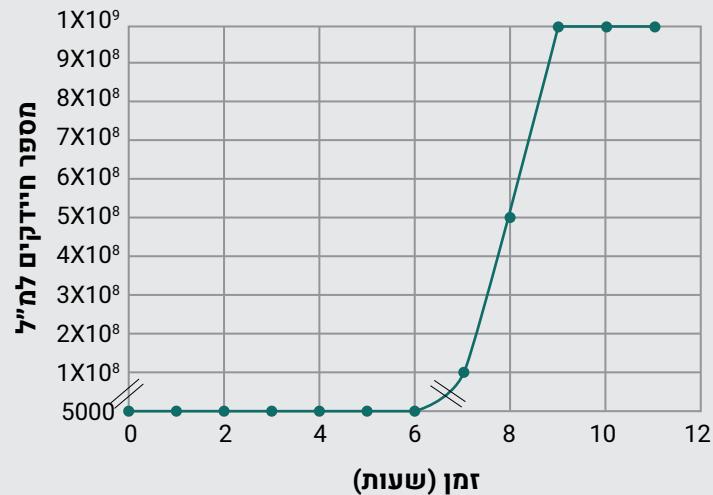
כעבור שעה נוספת מספר החיידקים נשאר ללא שינוי וכך גם במשך 2 השעות הבאות של הניסוי.

ב. התבוננו בגרף מספר 1 וציינו שני הבדלים בינו לבין הגרף ששרטטתם בשאלה 9.

למורה: קיימים הבדלים מסוגים שונים בין הגרפים. אם התלמידים מעלים את ההבדל שהגרף באיור 1 אינו תלול כפי שהם שרטטו בעצמם, אפשר להסביר להם שהסיבה היא הסקאלה הלוגריתמית: בסקאלה לוגריתמית הנקודה הראשונה היא באחדות, השנייה בעשרות והשלישית במאות וכו'.

הסבר לסרגל הלוגריתמי של הגרף:

בתנאים המאפשרים התרבות חיידקים מוכפלת אוכלוסייתם בכל דור, ולכן מתקבלים שינויים גדולים מאוד במספר החיידקים באוכלוסייה. אם בציר y מציינים את מספר החיידקים באוכלוסייה כפי שהוא, נתקשה להבחין בהבדלים במספר החיידקים בשעות הראשונות. כמו שניתן לראות בגרף שלפניכם, למרות שמספר החיידקים למ"ל משתנה בשש השעות הראשונות אי אפשר לראות את ההבדלים בגלל שהערכים קטנים באופן יחסי כך שהנקודות המייצגות אותם קרובות מאוד לערך של 5000 חיידקים בציר ה- y .



כמו כן, מכיוון שמחר מאוד גדול האוכלוסייה משתנה בסדרי גודל עצומים, נתקשה להכניס את כל הנקודות לשטח הדף/העמוד ככל שהתרבות ממשיכה לגדול.

תלמידים מתקשים לעיתים להבין עד כמה המעבר לסקלה לוגריתמית נחוץ כדי לצמצם מקום. אפשר להמחיש להם את העניין בכמה דרכים:

- החזקה מספרת כמה ספרות יהיו למספר. אפשר לבקש מהתלמידים להפוך את המספרים בטבלה 5 למספרים עם כל הספרות.
- אפשר להמחיש עם שקיות וגרגירי חיטה: להתחיל עם גרגיר חיטה יחיד בשקית, ולשאול את התלמידים (ולבצע איתם בפועל): אם נכפיל את הגרגיר בכל פעם פי שניים, ונוסיף לשקית, מתי כבר לא יספיק המקום בשקית להכיל את כל הגרגירים?
- לציין להם דוגמה מעולמות מוכרים להם: הגרף מתוח לגובה ורוצים לכווץ אותו – כמו שמכווצים תמונה

הפתרון המקובל להפרשי הגדלים הללו הוא להשתמש בציר ה- y בסרגל לוגריתמי (סקאלה לוגריתמית), שלפיה השנתות מציינות את החזקות של מספרי החיידקים באוכלוסייה ולא את המספרים עצמם. כך לדוגמה, כאשר מדובר בחזקות של 10, השנת הראשונה מייצגת את המספר 10 (10^1) השנת השנייה מייצגת את המספר 100 (10^2), השלישית את המספר 1000 (10^3) וכך הלאה. בסקאלה כזאת, המרווחים בין השנתות יהיו שווים למרות שכל שנת מייצגת מספרים בסדרי גודל הולכים ועולים.

שימו לב: בגרף המובא בהסבר זה ציר Y מסומן ב-// המסמל שבירת ציר.

אפשר לדון עם התלמידים גם על חיבור נקודות בגרף לקו רציף.

יתכנו מגוון תשובות. למשל:

- מספר החיידקים הפסיק לגדול לאחר כ-8 שעות
- יש עליות מתונות יותר ומתונות פחות במספר החיידקים
- השינוי אינו רציף

ג. בחרו אחד מההבדלים שציינתם בסעיף א' והציעו לו הסבר.

הסבר להבדל בשינוי המגמה במהלך הגרף (השינוי אינו רציף): כל הגרפים הקודמים שורטטו באופן תיאורטי על סמך ביטוי מתמטי, כך שלהשתנות יש מגמה אחידה. לעומת זאת, גרף מספר 1 מבוסס על נתוני ניסוי שבוצע בפועל. במערכות ביולוגיות יש שונות שנובעת משיטות המחקר או תנאים סביבתיים, ולכן, לא בכל החלקים ההשתנות מתאימה לביטוי המתמטי התיאורטי, ולכן אינה אחידה.

ד. בהנחה שהחיידקים מתרבים כל הזמן היה צפוי שהגרף שמתאר את תהליך התרבות החיידקים יהיה גרף של פונקציה עולה לכל אורכה. בגרף מספר 1 נראה שבשמונה השעות הראשונות אכן הפונקציה עולה, אבל החל מהשעה ה-8 נראה שהפונקציה היא קבועה (פונקציה קבועה – בעלת שיפוע 0). נסו לשער מה קרה בתרבות לאחר 9 שעות? מדוע מספר החיידקים לא המשיך לעלות?

אפשר לצפות למגוון תשובות. לדוגמה: משהו בהרכב התרבות השתנה. כלומר, צריך להיות כתוב: לדוגמה: משהו בהרכב התרבות השתנה; דנית הכניסה חומר שהפריע לחיידקים.

ה. דנית חשבה שהחיידקים הפסיקו להתרבות. כדי לבדוק את ההשערה, היא הסתכלה על התרבות במיקרוסקופ וראתה שגם אחרי 9 ו-10 שעות היו חיידקים שהתחלקו בתרבות. הציעו השערות, כיצד ייתכן שיש בתרבות חיידקים שמתרבים אך המספר הכולל של החיידקים בתרבות אינו עולה?

למורה: בסעיפים ד'ה' התלמידים מוזמנים להעלות השערות על התהליכים הביולוגיים שהובילו לצורתו השונה של הגרף. בשלב זה אנו לא מצפים מהם לדעת את התשובה. ההסבר הובא כאן לפניכם, אך רצוי לתת הסבר זה לתלמידים רק אחרי שהם מעלים השערות בעצמם.

הסבר למספר הקבוע של חיידקים בתרבות למרות שהם עדיין מתחלקים (פלאטו של הגרף):

תנאי גידול מיטביים (אידיאליים), שבהם הצפיפות לא גדולה, חומרי המזון נמצאים בשפע, והחומרים שמפרישים החיידקים נמלים בנוזל שסביבם, אוכלוסיית החיידקים מכפילה את עצמה במרווחי זמן קבועים: מחיידק אחד מתקבלים 2, מהם יתקבלו 4 חיידקים, מהם 8 וכן הלאה (מספר החיידקים לאחר n דורות יהיה 2^n).

בפועל כאשר מגדלים חיידקים במעבדה בכלי סגור יש עלייה בצפיפות החיידקים וחלה הרעה בתנאי הגידול. השינוי לרעה בתנאים יכול לנבוע מכמה סיבות:

- חומרי המזון מתמעטים והופכים לגורם שמגביל את קצב החלוקה.
 - החיידקים מפרישים חומרי פסולת שמצטברים במצע הגידול, משנים את תנאי הגידול, ופוגעים בחיידקים.
- שינויים אלו במצע הגידול גורמים לכך שקצב התרבות החיידקים יורד וקצב התמותה עולה, עד שהם משתווים. במצב זה גודל האוכלוסייה נשאר קבוע, דבר המתבטא בגרף כקו מאוזן (שיפוע 0 בקירוב).
- גם כאשר החיידקים מתרבים בסביבתם הטבעית, למשל בגוף האדם, התנאים אינם מיטביים ויש גורמים שונים המגבילים את קצב ההתרבות שלהם.

11. השערה אפשרית היא שהחיידקים הפסיקו להתרבות. בשלב זה מספר החיידקים החדשים שנוצרים בחלוקות שווה למספר של חיידקים שמתים.

הקיפו את המילה או המילים המתאימות, והשלימו את המקומות הריקים:

כעבור 9 שעות, ההפרש בין מספר החיידקים שנוצרים לבין אלו שמתים גדל / לא משתנה / קטן והוא שווה ל: 0 חיידקים.

סך-כל מספר החיידקים החיים בתרבות, גדל / לא משתנה / קטן והוא שווה ל: 10^{10} חיידקים.

המנה (היחס), בין מספר החיידקים שנוצרים ובין המתים גדלה / לא משתנה / קטנה והיא שווה ל: 1.

12. לאור מה שלמדתם על גידול חיידקים במעבדה נסו לשער איך תוכל דנית להגיע למספר של 10^{10} חיידקים למ"ל שהיא צריכה כדי לאפיין בוודאות את מין החיידקים שיש לא.ר.

התלמידים יכולים להציע למשל:

- **לגדל כמה תרבויות (כלים) במקביל**
- **אפשר להוסיף לתרבות עוד נוזל מצע גידול ללא חיידקים**
- **כל כמה זמן אפשר להוציא כמות מסוימת של חיידקים מהתרבות (כדי להוריד את הצפיפות)**

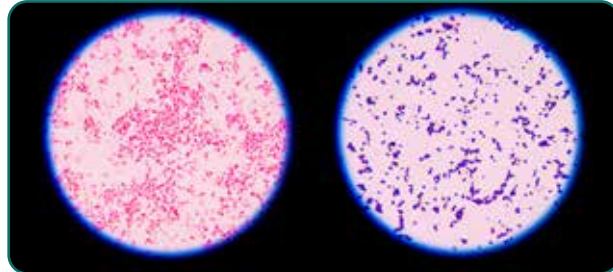
למורה: ההצעה להוציא מידי פעם חיידקים מהתרבות אפשרית, אבל היא פחות יעילה כי אם מוציאים כל הזמן חיידקים לא מגיעים למספר החיידקים הנחוץ.

ד. זיהוי סופי של מין החיידקים שבתרבית בעזרת צביעת גראם

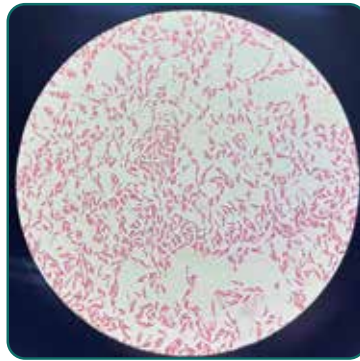
לאחר מספר ניסיונות דנית מצאה את הדרך להגיע למספר החיידקים שרצתה לצורך בדיקות נוספות. זמן הדור של חיידקי *Escherichia coli* קרוב לזמן הדור של חיידקי *Staphylococcus aureus* (ראו טבלה מספר 5). כדי להיות בטוחה שבתרבית של א.ר. יש חיידקי *Escherichia coli* ולא *Staphylococcus aureus* דנית ביצעה צביעה מיוחדת שנקראת צביעת גראם (ראו דוגמה לצביעת גראם באיור 3). ידוע שחיידקי *Escherichia coli* בצביעה זו נצבעים בצבע ורוד ואילו חיידקי *Staphylococcus aureus* נצבעים בצבע סגול.

איור מספר 3: חיידקים במיקרוסקופ לאחר צביעת גראם.

חיידקי גראם חיוביים צבועים בסגול (מצד ימין) וחיידקי גראם שליליים נצבעים בורוד (בצד שמאל).



לפניכם התמונה שראתה דנית כשהסתכלה במיקרוסקופ על החיידקים שגידלה מהתרבית של א.ר. לאחר שצבעה אותם בצביעת גראם.



13. האם התוצאות של צביעת החיידקים איששו את ההשערה של דנית שבתרבית של א.ר. יש זיהום שנובע מחיידקי

Escherichia coli? הסבירו. **כן, התוצאות מאששות את ההשערות משום שניתן לראות שהחיידקים נצבעו בצבע ורוד כמו שנצבעים חיידקי גראם שליליים שביניהם חיידקי ה-*Escherichia coli***

נקודות לסיכום היחידה ורפלקציה

בתחילת הפעילות, בנייתם מודל מתמטי פשוט שבעזרתו ניתן היה לחזות את **קצב ההתרבות של החיידקים** וכך לחשב כמה חיידקים צפויים לאחרא חלוקות. אחר כך בעזרת המודל מצאתם גם את זמן הדור של החיידקים.

• באילו שלבים ביחידה נעזרתם **בכלים מתמטיים**?

(למשל: דיאגרמות וגרפים, טבלה, ביטויים אלגבריים, חישובים מספריים, מדדים סטטיסטיים)

• האם הכלים המתמטיים עזרו לצפות את מספר החיידקים שיהיו בכל נקודות הזמן?

• לאיזה שלב בהתרבות חיידקים במעבדה התאים המודל המתמטי שלכם?

• אילו פערים מצאתם בין המודל שלכם לבין התוצאות שהתקבלו במעבדה?

• מה למדתם מהיחידה על תהליך החקר המדעי ושלבים של פיתוח תגליות מדעיות.

המודל המתמטי שבניתם עזר לכם לנבא את קצב ההתרבות הצפוי של החיידקים בתנאים מסוימים, אבל ראינו שכשהתנאים השתנו המודל כבר לא חזה באופן מדויק את מספר החיידקים. הסיבה לכך היא שבמודל הראשוני לא התייחסנו לכל התהליכים שמתרחשים בתרבית של החיידקים.

כדי שיהיה מודל שיתאר נכון את קצב ההתרבות של החיידקים גם לאחר זמן ממושך בתרבית, יש צורך לבנות מודל אחר שיתבסס גם על התהליכים הנוספים שמתרחשים בתרבית החיידקים שבמעבדה.

ביחידה הבאה תנסו למצוא את הטיפול המתאים שיעזור לא.ר.

כלל נסיגה

דרך לחישוב איברים בסדרה כך שכל איבר מתקבל על ידי ביצוע פעולה חשבונית על האיבר הקודם לו. למשל בסדרה: 10, 20, 30 ...

n (המיקום בסדרה)	1	2	3	...	n
	10	20	30	...	

למשל בסדרה כדי למצוא את האיבר, יש להוסיף 10 לאיבר הקודם לו (שלפניו). הביטוי המתאים הוא: $(n-1)+10$

כלומר, כדי למצוא את האיבר שנמצא במקום הרביעי בסדרה, מחושב: $10 + 30 = 40$

בשמה הלועזי הסדרה מכונה סדרה רקורסיבית, והיא נובעת מהמילה "recursive" שמשמעה דבר שחוזר על עצמו, מופיע שוב.

נוסחה על פי מקום בסדרה

דרך לחישוב איברים בסדרה בעזרת המיקום שלהם בסדרה. למשל בסדרה: 10, 20, 30 ...

n (המיקום בסדרה)	1	2	3	...	n
	10	20	30	...	

הביטוי המתאים הוא $n \cdot 10$ כלומר, כדי למצוא את ערך האיבר שנמצא במקום ה-12, בסדרה:

יש לכפול את ערך המקום (n) ב 10 כלומר, לחשב: $12 \cdot 10 = 120$

$$2^0=1$$

אפשר להתייחס ל 2^0 כאל 2^{3-3} , 2^{7-7} , ובאופן כללי כאל 2^{n-n}

לפי חוקי חזקות: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, $a \neq 0$, לכן: $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$, $a \neq 0$,

לפי חוקי החשבון, כל מספר שמחולק בעצמו שווה ל 1. לכן: $\frac{a^n}{a^n} = 1$, $a \neq 0$,

ונקבל: $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$, $a \neq 0$,

פונקציה יורדת, פונקציה עולה.

מתוך מתמטיקה משולבת לכיתה ז' חלק ג', יחידה 13, עמוד 24:

קובעים אם פונקציה עולה או יורדת לפי שינוי של שיעורי y .

מסתכלים על ציר x משמאל לימין (כלומר שיעורי x גדלים):

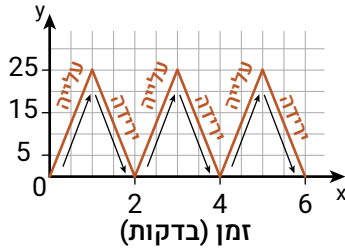
אם לכל שיעורי x בתחום שיעורי y גדלים, אומרים שהפונקציה עולה בתחום הזה.

אם לכל שיעורי x בתחום שיעורי y קטנים, אומרים שהפונקציה יורדת בתחום הזה.

דוגמה:

במשימה 1, המרחק של אורנה מנקודת המוצא כפונקציה של הזמן שחלף, מתואר על-ידי פונקציה העולה בחלקים מסויימים של התחום ויורדת בחלקים אחרים.

מרחק מנקודת המוצא (במ')



קצב קבוע, קצב משתנה.

מתוך מתמטיקה משולבת לכיתה ז' חלק ג', יחידה 14, עמוד 42:

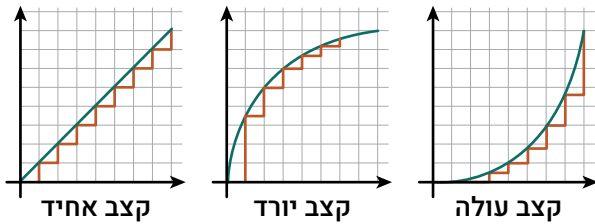
בסדרה של מדרגות צמודות שוות רוחב:

1. אם הגבהים של המדרגות הולכים וגדלים, הקצב עולה.

2. אם הגבהים של המדרגות הולכים וקטנים, הקצב יורד.

3. אם הגבהים של המדרגות אינם משתנים, הקצב אחיד.

במקרה כזה הגרף הוא ישר.



שבירת ציר

בדרך כלל כשמשרטטים גרפים יש להקפיד על רווחים שווים בין ראשית הצירים לבין השנתות ובין השנתות לבין עצמן.

כלומר ה"רווח" בין כל שְׁנַת לשנת על הציר הוא קבוע ומייצג הפרש קבוע בים המספרים שרשומים עליו.

לעיתים, כשמשרטטים גרף, הנקודות הראשונות מתחילות בערכים גבוהים ביחס לשנתות. על מנת לחסוך בַּמְקוֹם

ולהקל על קריאת הגרף, נהוג במקרים כאלה "לשבור את הציר": מסמנים שני קווים בים ראשית הצירים $(0, 0)$ בין

השנת הראשונה לשנת השנייה על מנת להבהיר שהרווח הראשון אינו הרווח הקבוע בין השנתות. ניתן "לשבור" את ציר

x , את ציר y או את שניהם לפי הצורך.

כך גם בדוגמה שבפעילות, הרווח שבין 0 ל- 10^3 על ציר y , "שבור" כך שהרווחים הקבועים הם מ- 10^3 ואילך.

אפשר לסמן שבירת ציר בשתי דרכים: // או \approx

חיבור נקודות בגרף

נציין שהקו שמחבר כל שתי נקודות שמייצגות מדידות שנעשות בפועל, אינו מבוסס על מדידות שנעשו בפועל.

הנקודות שעליו הן למעשה אינטרפולציה (קירוב של תוצאות שלא נמדדו שנמצאות בין שתי תוצאות שכן נמדדו). עם

זאת, חיבור הנקודות בקווים מקל על זיהוי המגמה של התופעה הנחקרת, ולכן לעיתים מחברים את הנקודות בכל זאת.

במדעים נהוג לעשות זאת במיוחד כשהמשתנה שעל ציר ה- x הוא רציף (לדוגמה: זמן, ריכוז), כך שיש משמעות לכל

נקודה שלא נמדדה (לדוגמה, שעה ו-15 דקות).

פונקציה קבועה – שיפוע 0.

פונקציה שבה לכל ערך של x מתקבל ערך יחיד וקבוע של y היא פונקציה קבועה. לדוגמה, $y=4$. פונקציה כזאת מתוארת על ידי קו מקביל

לציר ה- x ומתאפיינת בשיפוע השווה ל-0. שיפוע זה מצביע על כך שככל שערכי x משתנים ערכי y נותרים קבועים וללא שינוי.

מספר דרכי פתרון אפשרויות למציאת הזמן הדרוש לקבלת 10^{10} חיידקים

המשוואה המתאימה היא:

$$5000 \cdot 2^n = 10^{10}$$

למורה:

1. במהלך הפתרון ניתן לתלמידים להציע אסטרטגיות שונות למציאת התשובה.
2. מצורפות כאן מספר הצעות, אין צורך להציג את כולן, ייתכן שהתלמידים יציעו אסטרטגיות נוספות.

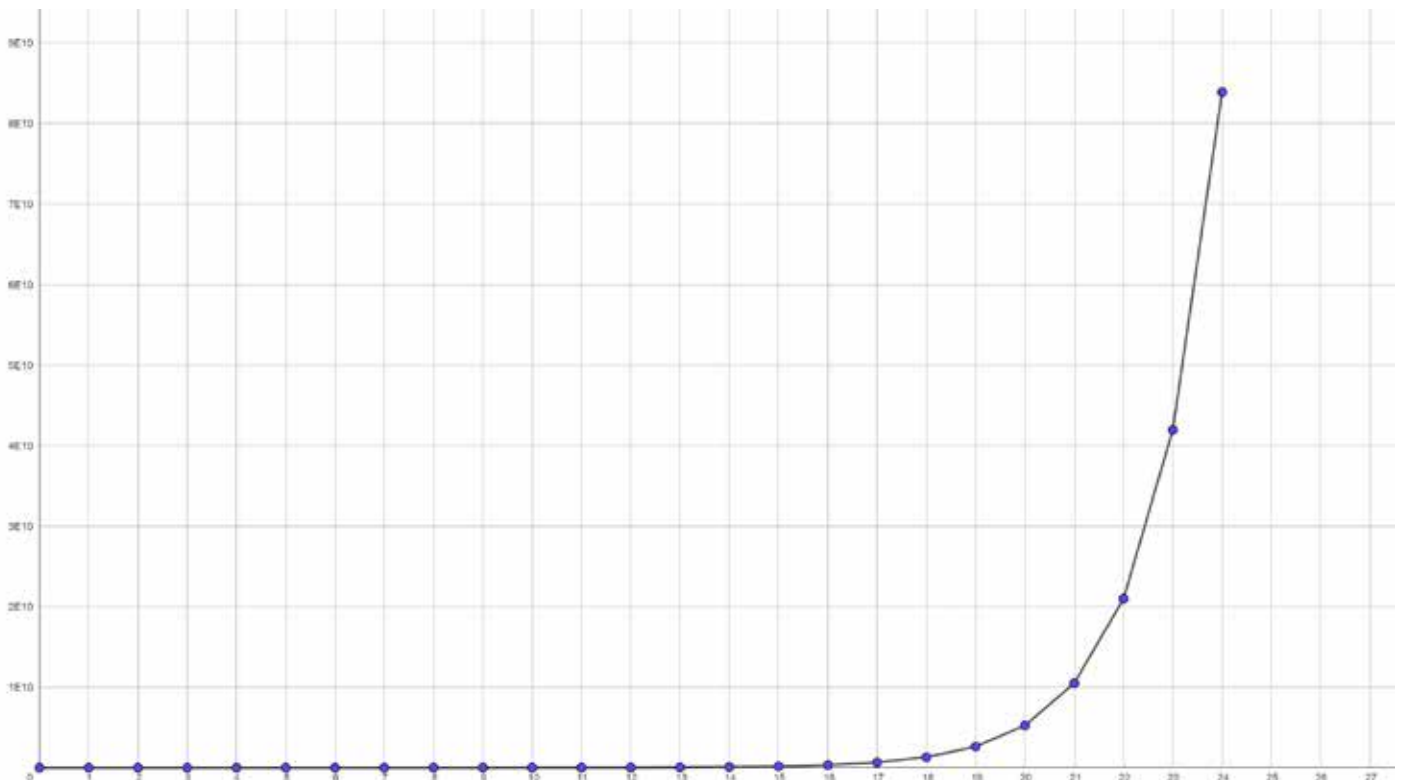
באופן כללי שלבי הפתרון הם:

- א. למצוא את מעריך החזקה, n , כלומר את מספר החלוקות הדרוש כדי להגיע ל- 10^{10} חיידקים. מקבלים: $n = 21$
- ב. יש למצוא את הזמן הנדרש לקבלת 10^{10} חיידקים: מכיוון שידוע שזמן הדור הוא 20 דקות, שהן שליש שעה, יש לחלק את המספר 21 שקיבלנו בסעיף א' ב-3 (או לכפול ב-1/3) ונקבל 7 שעות.

הצעות לאסטרטגיות לשלב א':

- **ניסוי וטעיה:** התלמידים יבדקו בעזרת מחשבון וימצאו את המעריך $n=21$.
- **גרף:** אפשר לשרטט את הגרף ולקבל אומדן, ואז לבדוק ערכים סביב האומדן. שרטוט הגרף דורש שינויים של הגדרות הצירים כך שניתן יהיה לראות את הגרף ו"למצוא" את הנקודה.

למשל:



	A	B	C
1	החזרה	קוטרו הילה	
2	0	5000	
3	1	10000	
4	2	20000	
5	3	40000	
6	4	80000	
7	5	160000	
8	6	320000	
9	7	640000	
10	8	1280000	
11	9	2560000	
12	10	5120000	
13	11	10240000	
14	12	20480000	
15	13	40960000	
16	14	81920000	
17	15	163840000	
18	16	327680000	
19	17	655360000	
20	18	1310720000	
21	19	2621440000	
22	20	5242880000	
23	21	10485760000	
24	22	20971520000	
25	23	41943040000	
26	24	83886080000	

בעמודה A:
שורה ראשונה: 0
שורה שניה: $a+1$

בעמודה B:
 $=5000 \cdot 2^a$
(כלומר: $=5000 \cdot 2^a$)

כדי להכיל את הכלל על יתר התאים:
מסמנים את תאים A2 ו-B2
וגוררים את הנקודה הימנית התחתונה
של המסגרת כלפי מטה

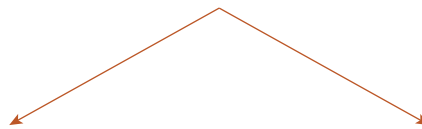
• פתרון משוואה בעזרת חוקי חשבון וחוקי חזקות:

$$5000 \cdot 2^n = 10^{10}$$

$$5 \cdot 10^3 \cdot 2^n = 10^{10} \quad /: 10^3$$

$$5 \cdot 2^n = 10^7 /: 5$$

$$2^n = 2000000$$



שימוש בלוגריתמים:
שימו לב: השימוש בלוגריתמים
אינו חלק מתכנית הלימודים
בחטיבת הביניים.
$$n = \frac{\ln 2000000}{\ln 2}$$

 $n = 21$

**ניסוי וטעיה
במחשבון**

ומכאן, שלב ב' זהה לכל האסטרטגיות, חלוקת התוצאה ב-3 (או לכפול ב-1/3)

מקורות לגרפים ולנתונים:

גרף 1 וטבלה 5:

Duffy G., Whiting R.C., Sheridan J.J., The effect of a competitive microflora, pH and temperature on the growth kinetics of Escherichia coli O157:H7 Food Microbiology, 1999, 16, 299-307

טבלה 5:

תצלום חיידיקי *Staphylococcus aureus*

Content Providers: CDC/ Janice Carr/ Deepak Mandhalapu, M.H.S., Public domain, via Wikimedia Commons

תצלום חיידיקי *Pseudomonas eruginosa*

<https://phil.cdc.gov/Details.aspx?pid=229>

Content providers: Centers for Disease Control and Prevention's Public Health Image Library (PHIL), with identification number #7820