

יום שיא: חיסונים

מתמטיקה



החומרים המובאים כאן נוצרו במסגרת פרויקט דיאלוגוס - מחקר משותף של אוניברסיטת תל-אביב, הטכניון, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, במימון הקרן הלאומית למדע (מס' 2699/17).

© כל הזכויות שמורות

פעילות פתיחה - מחלת העמידה

למורה:

מטרת הפעילות:

1. לדמות התפרצות של מחלה, ולראות כמה מהר מתפשטת מחלה בתוך אוכלוסייה לא מחוסנת (גדילה מעריכית).
2. בפעילות נכיר את המספר R_0 המייצג את מספר בני האדם שחולה מדביק (בממוצע) לאורך כל תקופת מחלתו, בהנחה שכל בני האדם שהוא פוגש אינם מחוסנים (R_0 מבטא למעשה את עוצמת ההדבקה של המחלה)

מתחילים את המשחק כאשר כל תלמידי הכיתה יושבים במקומם. מבקשים מאחד התלמידים להתנדב להיות מקרה המחלה הראשון. התלמיד החולה צריך לעמוד (מחלת העמידה) ו"להדביק" שני תלמידים נוספים בכיתה על ידי הצבעה עליהם. שני התלמידים הללו קמים, מכיוון שנדבקו במחלת העמידה. כעת שני התלמידים הללו מדביקים כל אחד שני תלמידים נוספים בכיתה, וכך הלאה עד שכל הכיתה עומדת על הרגליים (חולה במחלה). אפשר לשחק את המשחק פעמיים כדי לוודא שהתלמידים מבינים, ובפעם השנייה לבקש מהתלמידים הנדבקים לקום ולהגיד בקול רם את המספר של השלב (כדי לעקוב אחר מספר השלבים של ההדבקות).

דיון בקבוצות

1. כמה חולים נדבקו בשלב הראשון? כמה חולים נדבקו בשלב השני? כמה חולים נדבקו בשלב השלישי?
2. כמה חולים יידבקו בשלב השמיני? כמה חולים יידבקו בשלב העשירי?
3. מה החוקיות לפיה נדבקים החולים במחלה? כמה יידבקו בשלב ה-n?
4. כמה צעדים לקח לכל הכיתה להידבק מחולה אחד?
5. בנס ציונה יש כ-50,000 תושבים. בכמה "צעדים" יידבקו כל תושבי נס ציונה במחלת העמידה?
6. ברחובות יש כ-100,000 תושבים. בכמה "צעדים" יידבקו כל תושבי רחובות במחלת העמידה?

דיון כיתתי

1. כמה צעדים לקח לכל הכיתה להידבק מחולה אחד?
2. כמה צעדים ייקח לדעתכם להדביק במחלת העמידה את כל ביה"ס? את כל היישוב שלכם? את כל ישראל? ואת כל אוכלוסיית העולם? (לוקח כ-33 צעדים כדי להדביק את אוכלוסיית העולם כולה).
3. אם המחלה הייתה מתחילה אצל תלמיד אחר, האם תוצאותיה היו שונות?
4. מה היה קורה אם כל תלמיד חולה היה מצביע (מדביק) על 3 תלמידים במקום 2? על 4 תלמידים?
5. מה המגבלות של סימולציה כזו של התפרצות מחלה? (היא מניחה שאף אחד אינו מחוסן למחלה, ושכל אחד מדביק בדיוק 2 אנשים בתקופת המחלה שלו).

1	131,072
2	262,144
4	524,288
8	1,048,576
16	2,097,152
32	4,194,304
64	8,388,608
128	16,777,216
256	33,554,432
512	67,108,864
1,024	134,217,728
2,048	268,435,456
4,096	536,870,912
8,192	1,073,741,824
16,384	2,147,483,648
32,768	4,294,967,296
65,536	8,589,934,592



R_0 - מספר האנשים הממוצע שאדם חולה מדביק לאורך תקופת מחלתו, בהנחה שכל מי שהוא פוגש אינו מחוסן למחלה.

במחלת העמידה $R_0 = 2$.

R_0 מודד למעשה כמה מהר המחלה תתפשט. מספר זה שונה עבור מחלות שונות.

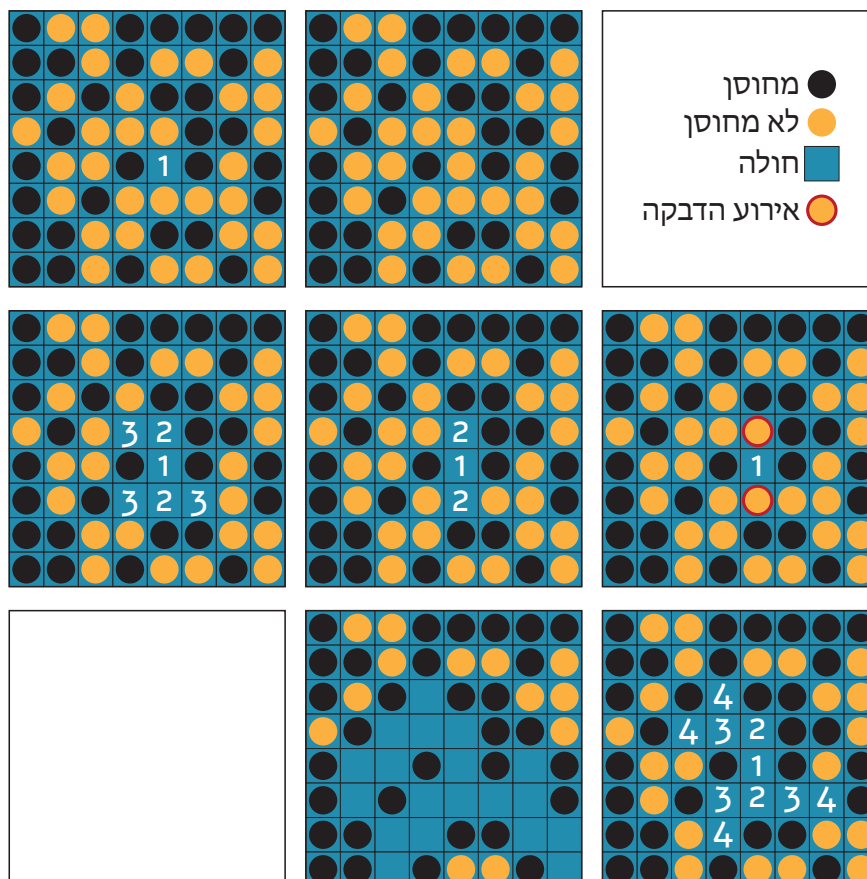
למורה:

מטרת הפעילות להביא את התלמידים לדון באסטרטגיות חיסון שונות, כמה אנשים צריכים להתחסן באוכלוסייה בהתבסס על ה- R_0 של המחלה כדי להגביל או למנוע את התפשטותה. התלמידים יבינו איך החיסון יכול לעצור התפשטות של מחלה באוכלוסייה לא מחוסנת, יבינו כיצד שינוי בסף החסינות משנה את האופן שבו המחלה מתפשטת באוכלוסייה, יבינו כיצד עובדת "חסינות העדר", יעריכו מהו סף החסינות הדרוש לשלוט על התפשטות המחלה בהתבסס על ה- R_0 שלה.

עזרים למשחק: לוח שחמט לכל קבוצה, שלושה סטים של דסקיות בשני צבעים לכל קבוצה (שנספרו מראש, בחלוקה ל- $32/32, 48/16, 56/8$).
צבע אחד (צהוב בדוגמא למטה) יתאר את האנשים שאינם מחוסנים וצבע שני (שחור בדוגמא למטה) יתאר את המחוסנים. צבע הלוח (כחול בדוגמא למטה) - חולה.

הערה: מטעמי הספק, במקום שכל קבוצה תשחק בכל הסטים של הדיסקיות, ניתן לתת לכל קבוצה סט אחד שונה של דיסקיות שבו היא תתנסה. לאחר מכן בדיון הכיתתי, כל קבוצה תספר על המקרה שלה, ויגיעו למסקנות כלליות.

- נחלק את הכיתה לקבוצות קטנות. נתחיל בסט הדסקיות הראשון $32/32$ (המייצג אוכלוסייה שבה 50% מחוסנים).
- התלמידים בכל קבוצה יפזרו באופן אקראי את הדסקיות על הלוח, כך שבכל משבצת יש דסקית אחת, והצבעים מעורבבים. התלמידים יבחרו מבין הדסקיות הצהובות (הלא מחוסנות) דסקית אחת שתייצג את מקרה המחלה הראשון. יש להסיר את החולה הראשון מהלוח.
- דסקיות צהובות שכנות של הדסקית החולה (שכנים מימין ומשמאל, למטה ולמעלה אך לא באלכסון) נדבקות גם הן במחלה. יש להסיר את הדסקיות החולות מהלוח. במקרה זה $R_0 = 4$ כי הוא מדביק 4 אנשים.
- כעת ימשיכו התלמידים אל השכנים הצהובים של הדסקיות שהוסרו מהלוח. יש להמשיך עד שהתפשטות המחלה נעצרת. עם סיום המשחק יש לספור את מספר הדסקיות החולות שהוצאו מהמשחק.



5. התלמידים יחזרו על המשחק (32/32) עם פריסה התחלתית שונה של הדסקיות.
 6. התלמידים יחזרו על המשחק עם סט הדסקיות השני (48/16) ועם סט הדסקיות השלישי (56/8).

דיון בקבוצות

- מדוע חלק מהדסקיות הלא מחוסנות לא נדבקו במחלה? (חסינות העדר – לא כולם באוכלוסייה צריכים להתחסן כדי להנות מחסינות. המחוסנים הגנו על הלא מחוסנים).
- מה היה קורה אילו כל דסקית הייתה מדביקה גם את הדסקיות השכנות לה באלכסון? (זה היה מגדיל את מספר הדסקיות הלא מחוסנות שנדבקו במחלה, והיה מגדיל את R_0 ל-8).
- מדוע התפשטות המחלה השתנתה על פי האופן שבו נפרסו הדסקיות בשלב ההתחלתי? אם נשים את כל הצהובים ביחד כל הלא מחוסנים יידבקו במחלה. אם נשים שחורים מסביב לכל צהוב הם יגנו עליהם, כלומר חשוב שיהיו הרבה יותר מחוסנים מלא מחוסנים.

דיון במליאת הכיתה – חסינות העדר

- איך משפיע הערך של R_0 על מספר האנשים שצריכים להיות מחוסנים כדי לעצור את התפשטות המחלה? ככל ש- R_0 גדול יותר צריך יותר מחוסנים.

אין צורך לחסן את כל האוכלוסייה כדי לשלוט בהתפשטות המחלה. אם אחוז מסוים מהאוכלוסייה מחוסן הדבר יוביל ל"חסינות העדר", כלומר לחסינות של שאר האוכלוסייה. באוכלוסייה גדולה, שבה אנשים מחוסנים למחלה (לאחר שקיבלו חיסון), שרשראות ההדבקה יישברו, ואנשים מועדים (לא מחוסנים) מהאוכלוסייה לא יידבקו. החלק היחסי באוכלוסייה שצריך להתחסן, הידוע בשם סף החסינות, ניתן לחישוב באמצעות R_0 על ידי: $\frac{R_0 - 1}{R_0}$. לכן במחלה שבה $R_0 = 2$ יש לחסן 50% מהאוכלוסייה.

מסקנה: יודעים לפי ה- R_0 של המחלה כמה צריכים להיות מחוסנים. אצל כל השאר יש תופעת העדר, הם מוגנים על ידי המחוסנים האחרים. יש למשל אנשים שאסור להם להתחסן והם מוגנים על ידי העדר.

למורה:

הסבר מתמטי לסף החסינות:

נניח שבאוכלוסייה אחוז המחוסנים למחלה הוא p . במקרה זה כל אדם חולה לא ידביק R_0 אנשים במחלה, אלא אם נניח שמתוך האנשים שהוא פוגש במוצא p מחוסנים, הוא ידביק רק $(1-p)R_0$. אם מספר זה קטן מ-1 המחלה לא תתפשט.

$$(1-p)R_0 < 1$$

$$R_0 - pR_0 < 1$$

$$pR_0 > R_0 - 1$$

$$p > \frac{R_0 - 1}{R_0}$$

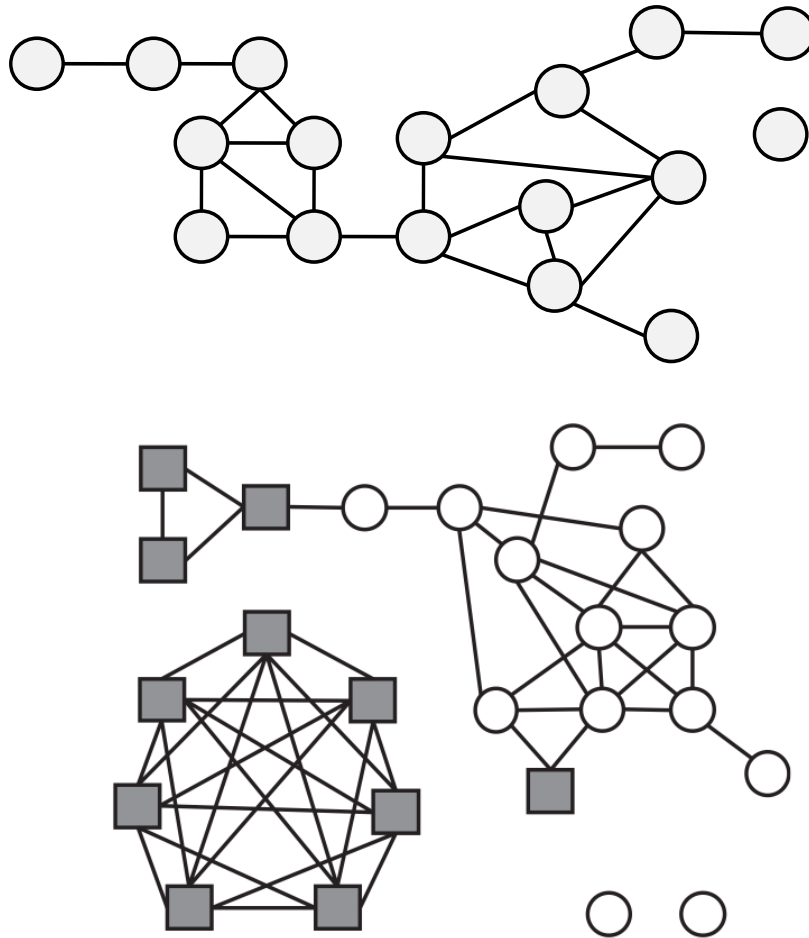
- בסט הדסקיות השני שבו 48/16 יש 75% דסקיות מחוסנות. עבור $R_0 = 4$ סף החסינות הוא $\frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$.

האם באמת במשחק זה המחלה נעצרה?

- אילו בעיות עלולות לצוץ כאשר מדיניות הבריאות מבוססת על "חסינות העדר"? (כולם יכולים להניח ששאר האנשים מחוסנים, ולכן לא להתחסן בעצמם).

לפניכם שתי רשתות חברתיות.

כל עיגול או מרובע מתאר אדם השייך לרשת החברתית, והקווים המחברים בין העיגולים מתארים את הקשרים בין האנשים.



דיון בקבוצה

את מי לדעתכם כדאי לחסן בכל רשת חברתית?

דיון כיתתי

אם היו לכם רק 2 או 3 מנות של חיסון לרשת החברתית הזו, את מי הייתם בוחרים לחסן ומדוע?
האם אתם מחסנים את האנשים שיש להם את מספר הקשרים הגדול ביותר? האם הייתם שוברים את הרשת במקומות מסוימים?

סיכום

אילו טיעונים הנסמכים על מה שלמדתם במבנית המתמטיקה תוכלו לטעון בשאלה – האם המדינה יכולה לחייב הורים לחסן את ילדיהם?
התלמידים יכתבו את הטענות שהם מעלים על כרטיסיות.

להעשרה:

מאמר מעניין על [חסינות העדר](#) מתוך "מדע גדול, בקטנה"

