

דף פעילות 2 – נקודות קצה

פתחו את היישומון [השתנות השטח](#) והציגו את "הבעיה".

במערכת הצירים שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -4x(x-3), \quad g(x) = 6x(4-x) \quad \text{ו-} \quad x. \quad \text{שתיהן מוגדרות לכל } x.$$

בוחרים נקודה C על ציר ה-x בתחום $0 \leq x \leq 3$. מהנקודה C מעלים אנך לציר ה-x החותך את גרף הפונקציה f בנקודה A, ואת גרף הפונקציה g בנקודה B. משרטטים את המשולש ABO שקודקודו O בראשית הצירים. $OC = x$.

1. גררו את הנקודה C וענו על השאלות הבאות (בלי להציג את "שטח המשולש" או את "גרף פונקציית השטח S").

א. באיזה מקרה מתקבל, לדעתכם, שטח גדול יותר: כאשר $x = 0.5$ או כאשר $x = 2$?

ב. מצאו ערך של x כך ששטח המשולש המתקבל גדול יותר משני השטחים שבסעיף א.

ג. מצאו ערך של x כך ששטח המשולש מתאפס.

ד. הציגו ביישומון את "שטח המשולש".

מצאו ערך של x כך ששטח המשולש המתקבל הוא מקסימלי.

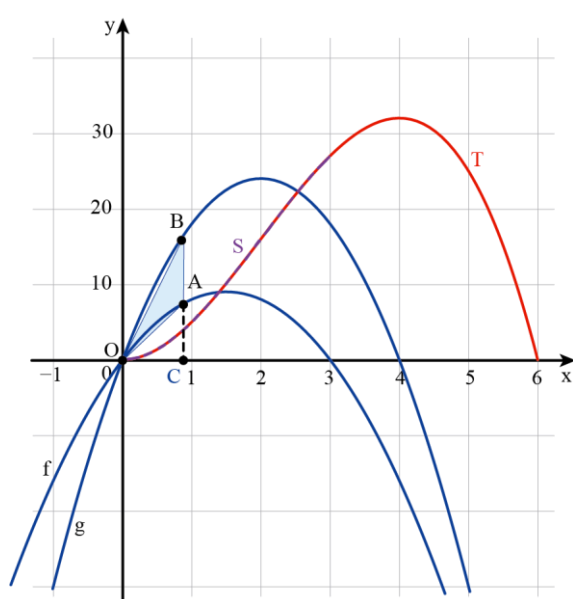
מהו השטח המקסימלי המתקבל?

הפונקציה S מתאימה ל-x (הקטע OC) את שטח המשולש המתאים בתחום $0 \leq x \leq 3$.

2. הציגו ביישומון את "גרף פונקציית השטח S" בלבד. גררו את הנקודה על הגרף והתבוננו בערכי הפונקציה S.

בדקו את תשובותיכם לבעיה 1 באמצעות גרף הפונקציה S.

3. הפונקציה $S(x) = -x^3 + 6x^2$ מתאימה ל-x את שטח המשולש המתאים בתחום $0 \leq x \leq 3$.



הפונקציה $T(x) = -x^3 + 6x^2$ מתאימה ל-x את שטח

המשולש בתחום $0 \leq x \leq 6$.

לפונקציות S ו-T יש תחום הגדרה שונה אבל אותו כלל התאמה, לכן הגרפים של שתי הפונקציות מתלכדים בתחום המשותף להן.

התבוננו בגרף הפונקציה T וענו על השאלות.

מה צריך להיות שיעור x של הנקודה C כדי ששטח המשולש ABO יהיה מקסימלי בתחומים הבאים:

א. $0 \leq x \leq 5$

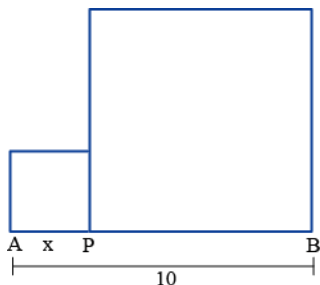
ב. $0 \leq x \leq 2$

ג. $5 \leq x \leq 6$

4. איתן רשם כתשובה לבעיה המקורית: המשולש בעל השטח המקסימלי מתקבל כאשר $x = 4$.

שירלי רשמה כתשובה לבעיה המקורית: המשולש בעל השטח המקסימלי מתקבל כאשר $x = 1.5$.

גם איתן וגם שירלי טעו. נסו לחשוב על סיבות אפשריות לטעויות שלהם.



5. על קטע AB באורך 10 ס"מ מסמנים נקודה P.

בונים ריבועים על חלקי הקטע שנוצרו (ראו ציור).

x מייצג את אורך הקטע AP. $0 \leq x \leq 10$.

מה צריך להיות ערכו של x כדי שסכום שטחי הריבועים יהיה **מקסימלי**?

שי פתר את הבעיה.

הוא מצא את פונקציית המטרה: $S(x) = x^2 + (10-x)^2$, $0 \leq x \leq 10$.

הוא פישט את הביטוי האלגברי, גזר את הפונקציה שהתקבלה ומצא נקודה חשודה עבור $x = 5$.

שי חישב ומצא כי הנקודה החשודה היא **נקודת מינימום**.

שי **חיפש נקודת מקסימום ומצא נקודת מינימום**, לכן הסיק שיש טעות בבעיה או שיש טעות בחישוביו.

א. המשיכו את שלבי הפתרון.

ב. האם שי צודק? הסבירו.