

3.2 רכבות בהודו



מטרות

- שימוש באלגברה ככלי להכללה?
- ביסוס וישום תרגום למשוואה
- פתרון משוואות
- התאמת מודל מתמטי לשאלה מציאותית
- זיהוי חוקיות בסיטואציה מתמטית
- אוריינות במספרים ומיצוי אפשרויות
- קישור בין ייצוגים שונים מילולי, מספרי, ואלגברי
- שימוש בכלים טכנולוגיים לחקירה ולבדיקה



אמצעי עזר

גיליון אלקטרוני (Excel)



פתיחה

מספרים על הרכבות בהודו. אפשר לקרוא ביחד את המדור "הידעתם?"



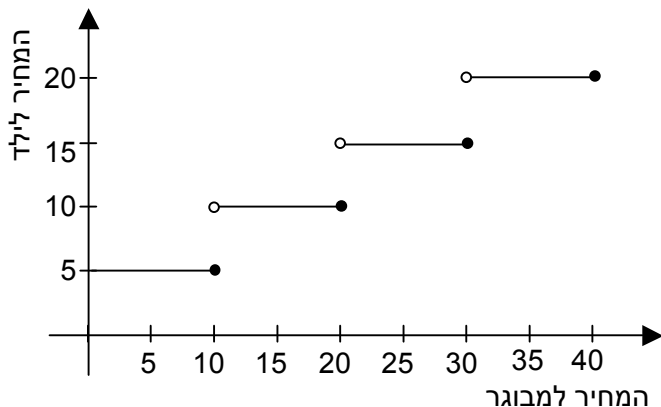
פתרונות והערות

זוהי טבלה המדגימה את המחיר לילד כאשר ידוע המחיר למבוגר ברופיות שלמות.

מחיר לילד ב Rs	מחיר למבוגר ב Rs
5	1 – 10
10	11 – 20
15	21 – 30
20	31 – 40

כאשר קוראים את השלט, החוקיות אינה גלויה לעין. במבט ראשון נדמה שמחיר למבוגר בשתי המחציות של העשרת קובע מחיר שונה לילד, כי העיגול הוא לכפולה הקרובה של 5 רופיות. אם רושמים זאת בטבלה, החוקיות ברורה יותר. לכל מחיר למבוגר בעשרת מסוימת, מתאים מחיר לילד שהוא מחצית העשרת השלמה (הקצה העליון).

המעבר ממחיר למבוגר למחיר לילד הוא חד ערכי, לעומת זאת המעבר ממחיר לילד למחיר למבוגר הוא רב ערכי. התלמידים יענו על חלק מהשאלות בניסוי וטעיה. ניתן לתאר את החוקיות גם בדרך אחרת: המחיר לילד הוא מחצית העיגול של המחיר למבוגר כלפי מעלה לכפולה הקרובה של 10. תאור הסיטואציה בגרף.



1.

מחיר לילד	מחיר למבוגר
Rs 10	Rs 20
Rs 15	Rs 24
Rs 10	Rs 15
Rs 125	Rs 242

2. א. מחירים אפשריים לכרטיס לאב: Rs 100, Rs 98, Rs 92.

ב. המחיר הגבוה ביותר האפשרי לכרטיס האב: Rs 100.

ג. המחיר הנמוך ביותר האפשרי (ברופיות שלמות) לכרטיס האב: Rs 91.

3. כן, אם המחיר למבוגר נמוך מ Rs 5, המחיר לילד הוא Rs 5 כלומר גבוה מהמחיר למבוגר.

4. אם נסמן את מספר המבוגרים ב x ואת מספר הילדים ב y, נקבל:

$$80x + 40y = 320 \quad (x \text{ ו } y \text{ מספרים שלמים}).$$

אלה כל האפשרויות:

מספר הילדים y	מספר המבוגרים x
0	4
2	3
4	2
6	1
8	0

בשיקולים:

אם מחיר הכרטיס לאב הוא בין 11 ל 20 רופיות, מחיר הכרטיס לבת יהיה 10 רופיות. במקרה זה, ההפרש הגבוה ביותר הוא 10 רופיות. לכן מחיר הכרטיס לאב הוא פחות מ 11 רופיות..

אם מחיר הכרטיס לאב הוא בין 21 ל 30 רופיות, מחיר הכרטיס לבת יהיה 15 רופיות. במקרה זה, מחיר של 26 רופיות לאב ייתן הפרש של 11 רופיות. המחיר ביחד: $15 + 26 = 41$

אם מחיר הכרטיס לאב הוא בין 31 ל 40 רופיות, מחיר הכרטיס לבת יהיה 20 רופיות. במקרה זה, מחיר של 31 רופיות לאב ייתן הפרש של 11 רופיות, ומחיר שני הכרטיסים יהיה: $20 + 31 = 51$

כל מחיר גבוה יותר ייתן הפרש גבוה מ 11 רופיות.

6. תשובה: מבוגר אחד ו 5 ילדים.

משיקולים דומים לשיקולים בשאלה 5, ההפרש בין המחירים הוא Rs 18 בשני מקרים: אם המחיר לילד Rs 20 ולמבוגר Rs 38, או אם המחיר לילד Rs 25 והמחיר למבוגר Rs 43.

אם נסמן את מספר המבוגרים ב x ואת מספר הילדים ב y , נקבל:

במקרה הראשון: $38x + 20y = 138$,

ובמקרה השני: $43x + 25y = 138$ (x ו y מספרים שלמים).

רק למשוואה הראשונה יש פתרונות שלמים: $x = 1$ $y = 5$.

בעצם יש נתון מיותר בבעיה. אפשר לפתור את השאלה גם בלי לדעת מראש את מספר בני המשפחה, כי יש פתרון אחד בלבד.

7. כדי לאמוד את המחירים, נפתור משוואה.

נניח שמחיר הכרטיס לילד הוא בערך x רופיות, לכן מחיר הכרטיס למבוגר הוא בערך פי 2.

$$x + 2x = 225$$

$$3x = 225$$

$$x = 75$$

מחיר הכרטיס לילד הוא בערך 75 רופיות, ומחיר הכרטיס למבוגר הוא בערך 150 רופיות. ואומנם, אילו מחיר הכרטיס של האב היה יקר ברופיה אחת (כלומר, 151 רופיות), הכרטיס של הבת היה 80 רופיות (כלומר, יקר ב 5 רופיות מהמחיר ששילמו).

8. נפתור באופן דומה לפתרון השאלה הקודמת.

נניח שמחיר הכרטיס לילד הוא בערך x רופיות, לכן מחיר הכרטיס למבוגר הוא בערך פי 2.

$$x + 2x = 96$$

$$x = 32$$

מחיר הכרטיס לילד הוא בערך 32 רופיות, ומחיר הכרטיס למבוגר הוא בערך 64 רופיות. המחירים המדויקים שיענו על תנאי הבעיה הם: 35 רופיות לילד ו 61 רופיות למבוגר. ואומנם, אילו מחיר הכרטיס של האב היה זול ברופיה אחת (כלומר, 60 רופיות), הכרטיס של הבן היה 30 רופיות (כלומר, זול יותר ב 5 רופיות מהמחיר ששילמו).

9. א. ב. נמלא את עמודת המחיר למבוגר (A) על ידי גרירת שני תאים, ואת עמודת המחיר לילד (B) באופן ידני עשרה מחירים שווים (אפשר בגרירת תא אחד) ואחריהם דילוג של 5. את שתי העמודות הבאות (C ו D) נמלא על ידי נוסחאות.

	A	B	C	D
1	המחיר למבוגר	המחיר לילד	ההפרש בין המחיר למבוגר למחיר לילד	המחיר שמשלמים אם ובתה בת 8
2	1	5	=A2-B2	=A2+B2

אחרי גרירת הנוסחאות כלפי מטה נקבל:

	A	B	C	D
1	המחיר למבוגר	המחיר לילד	ההפרש בין המחיר למבוגר למחיר לילד	המחיר שמשלמים אם ובתה בת 8
2	1	5	-4	6
3	2	5	-3	7
4	3	5	-2	8
5	4	5	-1	9
6	5	5	0	10
7	6	5	1	11
8	7	5	2	12
9	8	5	3	13
10	9	5	4	14
11	10	5	5	15
12	11	10	1	21
13	12	10	2	22
14	13	10	3	23
15	14	10	4	24
16	15	10	5	25
17	16	10	6	26
18	17	10	7	27
19	18	10	8	28
20	19	10	9	29
21	20	10	10	30
22	21	15	6	36
23	22	15	7	37
24	23	15	8	38
25				

ג. כאשר המחיר למבוגר הוא פחות מ 5 רופיות המחיר לילד גבוה ממנו, לכן ההפרש הוא מספר שלילי.

ד. המספרים בעמודת ההפרש הם קבוצות של 10 מספרים עוקבים. המספר הראשון בכל קבוצה גדול ב 5 מהמספר הראשון בקבוצה שלפניה (או קטן ב 4 מהמספר האחרון בקבוצה שלפניה).

ה. המספרים בעמודה D הם קבוצות של 10 מספרים עוקבים. המספר הראשון בכל קבוצה גדול ב 6 מהמספר האחרון בקבוצה שלפניה. הדילוג של 6 נובע מתוספת של 1 Rs למחיר הכרטיס של האם, הגורר תוספת של 5 Rs למחיר הכרטיס של הבת.



א.

מחיר	משקל בקילוגרמים	המחיר לקילוגרם	הפריט
4.41	0.450	9.80	דלעת
5.90	0.500	11.80	לימון;
13.92	1.600	8.70	שזיפים
5.70	0.76	7.50	בננות
29.93	סה"כ		

ב.

מחיר	מספר יחידות	מחיר ליחידה	הפריט
20	8	2.5	יוגורט
43.96	4	10.99	סבון לתינוק
42.25	5	8.45	מפיות מעוצבות
18.60	4	4.65	מיץ תפוזים
124.81	סה"כ		



הרכבת בדרך 3 שעות והיא יוצאת ב 12:01, לכן היא תגיע לתחנה ב 15:01.
 היא תפגוש בדרך את הרכבות היוצאות בשעות: 10:00, 11:00, 12:00, 13:00, 14:00, 15:00



1. קשיש משלם מחצית ממחיר הכרטיס למבוגר בעיגול **כלפי מטה** לכפולה הקרובה של 5 רופיות. נסיעה של שלושה ילדים ושני קשישים עלתה 215 רופיות. כמה עולה כרטיס לילד?

תשובה: נניח שמחיר הכרטיס לילד הוא x רופיות, לכן מחיר הכרטיס לקשיש הוא x רופיות (אם המחיר למבוגר הוא כפולה של 10), או $x - 5$ (במקרה אחר).

במקרה הראשון, המשוואה המתאימה היא $5x = 215$ ופתרונה ($x = 43$) אינו מתאים לתנאי הבעיה.

במקרה השני, המשוואה המתאימה היא $215 = 2(x - 5) + 3x$ ופתרונה $x = 45$

מחיר הכרטיס לילד הוא 45 רופיות ושל הכרטיס לקשיש 40 רופיות.

מחיר הכרטיס למבוגר במקרה זה הוא בין 80 ל 90 רופיות לא כולל הקצוות.

2. משפחה של 3 מבוגרים ו 4 ילדים שילמה 279 רופיות. משפחה אחרת של 2 מבוגרים ו 2 ילדים שילמה עבור אותה נסיעה 166 רופיות. כמה עולה כרטיס לילד וכמה עולה כרטיס למבוגר?

תשובה: נניח שמחיר הכרטיס לילד הוא בערך x רופיות, לכן מחיר הכרטיס למבוגר הוא בערך $2x$ רופיות

$$4x + 2x = 166$$

$$x = 27.66$$

$$6x + 4x = 279$$

$$x = 27.9$$

מחיר הכרטיס לילד אינו יכול להיות 25 רופיות כי אז מחיר הכרטיס למבוגר הוא לכל היותר 50 רופיות, והמחירים לשתי המשפחות יהיו קטנים מהמחירים שבמשימה.

לכן מחיר הכרטיס לילד הוא 30 רופיות, ומחיר הכרטיס למבוגר גדול מ 50 רופיות ועד 60 רופיות.

על פי ניסוי וטעיה מתקבלים המחירים:

לילד: 30 רופיות ולמבוגר 53 רופיות.



- דנים בדרכים שבהן התלמידים פתרו את השאלות.
- מתייחסים להבדל בין מציאת מחיר לילד על פי מחיר למבוגר לבין התהליך ההפוך.
- משרטטים יחד עם התלמידים את הגרף בין מחיר למבוגר ומחיר לילד. אם דנו בכיתה בנקודה הקודמת של הסיכום, אפשר להדגים אותה על פי הגרף.