

3.6 נקודות במבחן



מטרות

- ביסוס וישום תרגום למשוואה או לביטוי אלגברי
- הבנת המושג פתרון של משוואה ופתרון משוואות.
- הבנה של נקודות וקווים במערכת הצירים
- הכללה זיהוי והסבר של חוקיות בסדרות של מספרים.



אמצעי עזר

אין



פתיחה

מבקשים במליאה הצעות לקבלת ציון "עובר" במבחן, ועונים על השאלות בשני הסעיפים הראשונים שבמשימה הראשונה. אחר כך מתייחסים לכך שאין קשר בין הציונים האלה לציונים שהתלמידים מכירים. למשל, יש ציון שהוא מספר שלילי, הציונים אינם מגיעים ל 100 וכדומה.



פתרונות והערות

את משימות 1-6 ניתן לפתור די בקלות באלגברה, בחישובים או במיצוי אפשרויות. בכל השאלות האלה יש נתונים על מספרי שאלות שתלמיד ענה נכון ו/או לא נכון ו/או לא ענה. באחת מהמשימות האלה ההדרכה מתייחסת לאי שוויון. אם התלמידים טרם למדו את הנושא אפשר לתת להם לנסות לפתור אותו בדרך של שיקולים, לפתור את המשימה ללא שימוש באי שוויון כמוצע בהדרכה, או לחילופין לדלג על משימה זו. ניתן להעיר כי פישוט כל אגף של אי שוויון בנפרד נותן אי שוויון שקול, אבל פעולות על אגפים היא לעיתים בעייתית. החל ממשימה 7 נעשה שימוש במערכת הצירים כדי למצוא אפשרויות מתאימות לקבלת ציון נתון.

1. א. 24 נקודות ($2 \cdot 12 =$)

ב. -12 נקודות ($-1 \cdot 12 =$)

ג. הציון של דוד היה 4 נקודות ($2 \cdot 4 - 4 =$) ולכן הוא לא עבר את המבחן.

2. א. $2x - y$ מייצג את ציונו של תלמיד.

$$0 \leq x \leq 12 \text{ מספר שלם}$$

$$0 \leq y \leq 12 \text{ מספר שלם}$$

$0 \leq x + y \leq 12$. המגבלה הזו בעצם מכילה את שתי המגבלות האחרות, אבל ייתכן שהתלמידים לא ישימו לב אליה עד שייתקלו בשאלות הדורשות להתחשב בה.

$$\text{ב. } 2x - 3 = 9$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

רוני ענה נכון על 6 שאלות.

$$\text{ג. } 16 - y = 13$$

$$y = 3$$

יהודית ענתה תשובות שגויות על 3 שאלות. על 8 שאלות היא ענתה נכון, לכן לא ענתה על שאלה אחת.

$$\text{ד. } 2x - 3 \geq 10$$

$$2x \geq 13$$

$$x \geq 6.5$$

בהתחשב במגבלות הבעיה, יש שלוש אפשרויות למספר התשובות הנכונות של שירה: {7, 8, 9} שירה שגתה ב 3 שאלות ולא ענתה על 2 שאלות, לכן מספר התשובות הנכונות שלה הוא 7, ומספר הנקודות שלה: $11 (= 2 \cdot 7 - 3)$.

ה. א. מייצג את מספר התשובות הנכונות של עירית.

$2x$ מייצג את מספר התשובות השגויות שלה.

מספר הנקודות שלה הוא $0 (= 2x - 2x)$

3. האפשרויות למספר הנקודות של רותי.

מספר תשובות נכונות	מספר תשובות שגויות	מספר נקודות
8	0	16
8	1	15
8	2	14
8	3	13
8	4	12

4. איתי יקבל את מספר הנקודות הגדול ביותר אם ענה נכון על 7 שאלות $(= 12 - 5)$. מספר הנקודות במקרה זה יהיה 9 $(= 2 \cdot 7 - 5)$. לכן לא ייתכן שאיתי עבר את המבחן.

5. האפשרויות למספר הנקודות של שאול:

מספר תשובות נכונות	מספר תשובות שגויות	מספר שאלות שלא נענו	מספר נקודות
6	0	6	12
5	1	6	9
4	2	6	6
3	3	6	3
2	4	6	0
1	5	6	-3
0	6	6	-6

6. מספר האפשרויות לנקודות של ירדנה הוא 13 מספר התשובות השגויות הוא מ 0 עד 12 ובהתאם מספר התשובות הנכונות הוא מ 12 עד 0.

דרך מספרית

מחשבים את מספר הנקודות לכל מקרה. בכל מקרה סכום מספר התשובות הנכונות ומספר התשובות השגויות הוא 12. מתחילים מ 12 תשובות נכונות, עד שמגיעים למספר נקודות קטן מ 10, וסופרים את מספר האפשרויות.

דרך אלגברית

מספר נקודות הנמוך ביותר של ציון "עובר" הוא 10.

x מייצג את מספר התשובות הנכונות של ירדנה.

x – 12 הוא ביטוי המייצג את מספר התשובות השגויות שלה.

$$2x - (12 - x) \geq 10$$

$$3x - 12 \geq 10$$

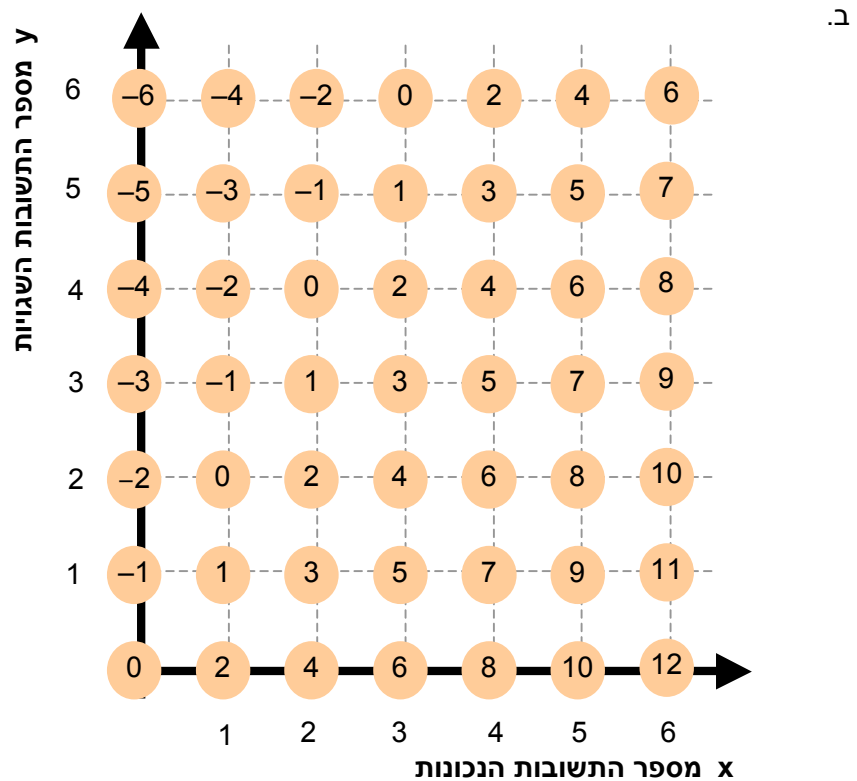
$$3x \geq 22$$

$$x \geq 7\frac{1}{3}$$

לפי מגבלות הבעיה מספר התשובות הנכונות כדי לקבל ציון "עובר" הוא בין 8 ל 12 (כולל הקצוות). מספר

האפשרויות לקבל ציון "עובר" לתלמיד שענה על כל השאלות הוא 5.

7. א. המספרים משמאל לימין הם: -3 , -2 , 2 ו 8 .
 $8 = 5 \cdot 2 - 2$, $2 = 3 \cdot 2 - 4$, $-2 = 2 \cdot 2 - 6$, $-3 = 2 \cdot 0 - 3$



8. א. התלמיד ענה 8 תשובות נכונות.
 ב. התלמיד ענה 3 תשובות שגויות.
 ג. התלמיד ענה יותר מ 7 תשובות נכונות.
 ד. מספר התשובות הנכונות של התלמיד שווה למספר התשובות השגויות.
 ה. התלמיד ענה על כל השאלות.
 ו. התלמיד ענה רק על 7 שאלות.

9. א. בכל שורה משמאל לימין יש דילוג של 2 במספרי הנקודות.
 שורה קבועה פרושה מספר קבוע של תשובות שגויות. לעומת זאת התקדמות ימינה צעד אחד בשורה, פרושה מספר תשובות נכונות שעולה ב 1, דבר שמגדיל את מספר הנקודות ב 2.
 בכל טור מלמטה למעלה יש נסיגה ב 1 במספרי הנקודות.
 טור קבוע פרושו מספר קבוע של תשובות נכונות. לעומת זאת התקדמות של צעד אחד במעלה הטרור, פרושה הגדלת מספר התשובות השגויות ב 1 דבר המקטין את מספר הנקודות ב 1.
 ב. הלוח משולש מפני שמספר השאלות מוגבל ל 12. מספרי הנקודות על היתר של משולש זה מתקבלים במקרים שהתלמיד ענה על כל 12 השאלות. נקודה מן הצד השני של היתר פרושה כביכול מספר שאלות גבוה יותר.

10. ניתן לענות על השאלה באמצעות הלוח, תוך שימוש בהבנה שנצרכה כדי לענות על משימה 8.

אפשר גם להשתמש בביטוי האלגברי או בדרך של ניסוי וטעיה.

א. למשל, אפשר לקבל 6 נקודות על ידי 5 תשובות נכונות ו 4 תשובות שגויות. או, למשל 3 תשובות נכונות ואף תשובה שאינה שגויה.

ב. אם תלמיד קיבל ציון שלילי, הוא ענה נכון לכל היותר על 3 שאלות. תלמידים שעונים נכון על 4 שאלות ומעלה כל ציוניהם הם 0 ומעלה.

ג. אם תלמיד קיבל יותר מ 10 נקודות, הוא ענה נכון לפחות על 6 שאלות. תשובות נכונות על 5 שאלות מזכות לכל היותר ב 10 נקודות.

11. יש 3 אפשרויות לקבל 8 נקודות.

מספר תשובות נכונות	מספר תשובות שגויות	מספר נקודות
4	0	8
5	2	8
6	4	8



relax על כושר

$$4(x - 3\frac{3}{4}) = x \quad .\text{א.}$$

$$2x + 4 = 14 \quad .\text{א.}$$

$$2x - (-15) = 8x + (-15) \quad .\text{ב.}$$

$$7x + (-15) = 20 \quad .\text{ב.}$$

$$-2x = 3x + \blacksquare \quad .\text{ג.}$$

$$2\frac{4}{5}x - 4 = 10 \quad .\text{ג.}$$

$$7(7\frac{1}{9} - 2x) = 4 - 2(x + 7\frac{1}{9}) \quad .\text{ד.}$$

$$3x - 6 = -31 + 8x \quad .\text{ד.}$$

$$0.5(x - (-25)) = 3x \quad .\text{ה.}$$

$$2(3 - x) = -29 + 5x \quad .\text{ה.}$$



ח'צה

התוספת בשורה השנייה על פני השורה השלישית היא אופנוע. ההבדל במחירים הוא 8 ש"ח (=41 - 49) **לכן מחיר אופנוע 8 ש"ח.**

לפי שתי השורות הראשונות טרקטור עולה 14 ש"ח (=63 - 49) יותר מאופנוע.

לכן מחיר טרקטור הוא 22 ש"ח.

לפי השורה הרביעית מחיר כלבלב + מחיר מטוס + 22 שווה ל 49 ש"ח לכן מחיר כלבלב + מחיר מטוס הוא 27 ש"ח.

לפי השורה השלישית **אמבולנס עולה 14 ש"ח (=41 - 27).**

לפי השורה החמישית **מחיר כלבלב הוא 15 ש"ח (=37 - 14 - 8).**

לפי השורה הרביעית **מחיר מטוס הוא 12 ש"ח (=49 - 15 - 22).**



למסיימים

א. אילו ציונים יכולים להתקבל באופן אחד בלבד?

[תשובה: $-12, -11, -10, 17, 19, 20, 21, 22, 24$]

ב. מהו הציון שמספר האפשרויות לקבלו הוא הגדול ביותר?

[תשובה: הציון הוא 0. יש שש אפשרויות לקבלו.]

ג. האם יש מספרים שלמים בטווח שבין מספר הנקודות הקטן ביותר למספר הנקודות הגדול ביותר שאינם יכולים להתקבל כציונים? אם כן, מיהם? הסבירו.

[תשובה: אין אפשרות לקבל את הציון 23. 23 הוא מספר אי זוגי, לכן אין אפשרות לקבלו כציון על ידי תשובות נכונות בלבד. אם יש תשובה אחת שגויה, הציון הגבוה ביותר המתקבל הוא $21 (= 11 \cdot 2 - 1)$.]



לסיכום

- דנים בסיבה לכך שיש מספר אפשרויות לקבלת כל ציון – תשובה שלא ענו עליה מזכה ב 0 נקודות ולכן לא משפיעה על מספר הנקודות.
- דנים ביתרונות של השימוש במערכת הצירים (ראיית כל האפשרויות), ובדרכים לענות על השאלות ללא לוח הנקודות.
- ממינים את סוגי השאלות לשאלות "ישרות" בהן נתון מספר התשובות הנכונות והשגויות, ולשאלות "הפוכות" בהן נתון הציון.
- מתייחסים למערכת הצירים כמערכת צירים תלת ממדית. במערכת זאת, הצירים היוצרים את המישור האופקי מציינים את מספרי התשובות הנכונות והשגויות, והציר השלישי, הניצב למישור האופקי, מצוין את הציונים. מבקשים מן התלמידים לדמיין מערכת צירים כזו, ולדמיין מישור ("סדין") המונח על ראשי ה"מוטות" המציינים את הציונים. (מתקבל מישור משופע).
- במערכת צירים תלת ממדית זאת:

מה אומרים המספרים השליליים? (הנקודות במרחב הנמצאות מתחת למישור האופקי).

היכן נמצאת הנקודה הגבוהה ביותר? (מעל ציר ה x).

היכן נמצאת הנקודה הנמוכה ביותר? (מתחת לציר ה y).