

יחידה 4: פונקציות

4.1 הולכים לקניון



- העמקה של המושגים מהירות, זמן ודרך
- שרטוט גרף על פי טבלה
- מציאת קשר בין ייצוג מילולי לגרף
- הבנת תכונות של פונקציה
- מציאת קשר בין ביטוי אלגברי לתכונות הפונקציה.



תוכנה לשרטוט גרפים, למשל גיאוגברה



קוראים את הבעיה במליאה ועונים ביחד על השאלה שבראשית הפעילות: כמה זמן דרוש לאמא כדי להגיע מביתה לקניון?

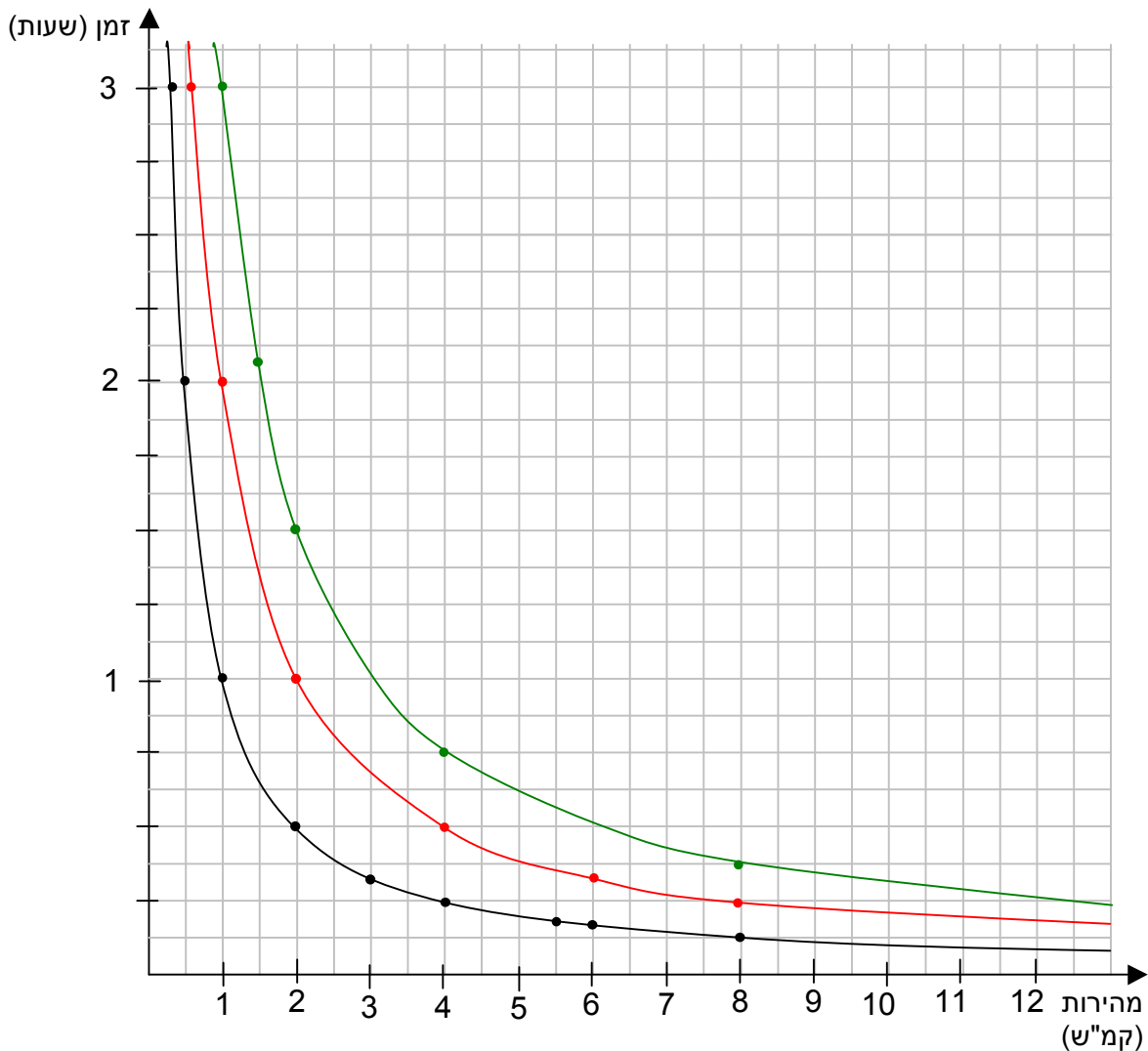


הפעילות עוסקת בקשר בין מהירות לזמן (כאשר אורך הדרך קבוע), המתואר בטבלה, בביטוי אלגברי ובגרף. בודקים כיצד משתנה הגרף עם שינוי המהירות. זהו קשר של יחס הפוך (מכפלה xy קבועה), והגרף של קשר כזה הוא היפרבולה. זוהי התנסות ראשונית בנושא. הנושא יילמד באופן פורמלי בשנת הלימודים הבאה.

מהירות (קמ"ש)	1	2	4	6	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	x
זמן (שעות)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	2	4	6	$\frac{1}{x}$

.1

2. שלושת הגרפים שבשרטוט מתארים את הקשר בין מהירות לזמן ההליכה עבור מרחקים של 1, 2 ו 3 ק"מ בהתאמה. (ראו גם משימות 3, 4 ו 7.)



3. הליכה מהירה של אדם היא בין 5 קמ"ש ל 6 קמ"ש. הנקודה מסומנת על הגרף שלמעלה.

4. 20 דקות הן שליש שעה. החבר של דורון עובר 1 ק"מ בשליש שעה, כלומר מהירותו 3 ק"מ לשעה. הנקודה מסומנת על הגרף שלמעלה.

5. א. אם כל אחד יכפיל את מהירותו, זמן ההליכה יתקצר לחצי, כי המרחק נשאר קבוע. אפשר לראות דוגמאות בטבלה. המהירות של רונית כפולה מהמהירות של אמא, וזמן ההליכה (על גלגיליות) הוא חצי מזמן ההליכה של אמא.

ב. כדי שזמן ההליכה יתקצר לחצי הזמן, המהירות צריכה להיות כפולה.

ג. אי אפשר להגיע בהליכה מבית משפחת לוי לקניון תוך 5 דקות. 5 דקות הם $\frac{1}{12}$ של שעה. הליכה של 1 ק"מ

ב $\frac{1}{12}$ משעה משמעותה מהירות של 12 ק"מ בשעה. זוהי בערך מהירות של אופניים ולא של הליכה.

6. א. 100 מטרים הם $\frac{1}{10}$ קילומטר. אם החילזון זוחל $\frac{1}{10}$ קילומטר בשעה, הוא יזחל קילומטר אחד ב 10 שעות.
 ב. הנקודה המתאימה בגרף לקשר בין מהירות החילזון לבין זמן זחילתו היא $(10, \frac{1}{10})$.

7. א.

מהירות (קמ"ש)	זמן הליכה לפארק (שעות)
1	2
2	1
4	$\frac{1}{2}$
6	$\frac{1}{3}$
8	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	4
$\frac{1}{3}$	6
$\frac{1}{4}$	8
x	$\frac{2}{x}$

מהירות (קמ"ש)	זמן הליכה לגן חיות (שעות)
1	3
2	$1\frac{1}{2}$
4	$\frac{3}{4}$
6	$\frac{1}{2}$
8	$\frac{3}{8}$
$\frac{1}{2}$	6
$\frac{1}{3}$	9
$\frac{1}{4}$	12
x	$\frac{3}{x}$

ב. השרטוט בתשובה למשימה 2.

ג. שלושת הגרפים יורדים.

שלושת הגרפים אינם חותכים את הצירים

שלושת הגרפים אינם ישרים

ככל שערכי x גדלים, שלושת הגרפים מתקרבים לציר ה x.

ככל שערכי x מתקרבים ל 0 הגרפים מתקרבים לציר y.

8. א. הקשר בין מהירות ההליכה לזמן הדרוש להגיע מבית המשפחה לקניון מתואר על ידי הפונקציה $y = \frac{1}{x}, x \neq 0$.

הקשר בין מהירות ההליכה לזמן הדרוש להגיע מבית המשפחה לקניון מתואר על ידי הפונקציה $y = \frac{2}{x}, x \neq 0$.

הקשר בין מהירות ההליכה לזמן הדרוש להגיע מבית המשפחה לקניון מתואר על ידי הפונקציה $y = \frac{3}{x}, x \neq 0$.

ב. הגרפים יורדים אפשר לראות בכל הפונקציות כי כאשר ערכי x הולכים וגדלים, ערכי y הולכים וקטנים.

הגרפים אינם חותכים את הצירים גרף הפונקציה $y = \frac{a}{x}, a \neq 0$ אינו מכיל נקודה בעלת שיעור $x = 0$ (כי אין

משמעות לביטוי $(\frac{a}{0})$, ואינו מכיל נקודה בעלת שיעור $y = 0$ (כי אין פתרון למשוואה $y = \frac{a}{x}, a \neq 0$).

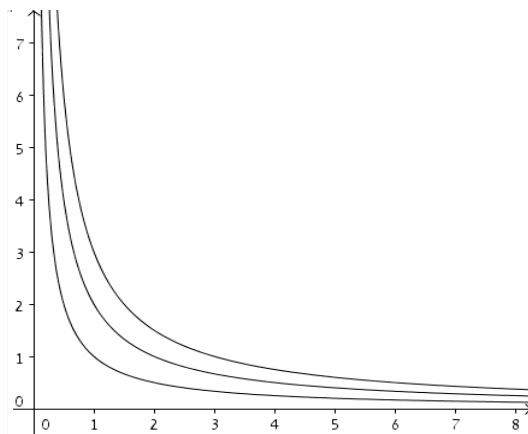
הגרפים אינם ישרים הביטויים האלגבריים המתארים את הקשר אינם מהצורה $ax + b$.

שלושת הגרפים מתקרבים לצירים ככל ש x גדל y קטן, אבל אינו מגיע ל 0.

9. הגרפים שלפניכם התקבלו בתוכנה גאוגברה.

Function

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $g(x) = \frac{2}{x}$
- $h(x) = \frac{3}{x}$



1. בכל סעיף יש לפתור את המשוואה המתאימה.

ג. $2 = x^2 + 3$

אין פתרון

ד. $4 = x^2 + 3$

$x = 1, -1$

א. $x = \frac{1}{2}x + 3$

$x = 6$

ב. $x^2 = 9$

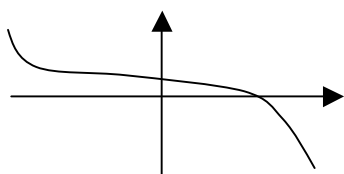
$x = 3, -3$

ה. $x + 2 = |x|$

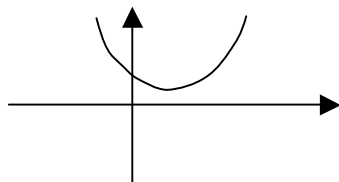
$x + 2 = -x$ או $x + 2 = x$

$x = -1$

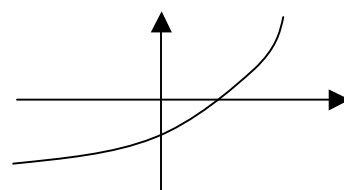
2. דוגמאות



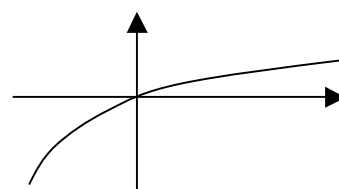
ג.



ד.



א.



ב.

3. דוגמאות

ג. $y = \frac{1}{x}$

ד. $x^2 + 6$

א. $y = 5x + 4$

ב. $y = x$



אין צורך להתייחס לכיווני הריצה של הצבי הלוך ושוב, אלא למרחק הכולל שהוא עובר במשך זמן הזחילה של הצב. הצב זוחל 5 מ' בדקה, לכן הוא יעבור חצי ק"מ (כלומר, 500 מ') ב 100 דקות. הצבי רץ במהירות של 200 מ' בדקה, ולכן הוא יעבור במשך הזמן הזה (כלומר, ב 100 דקות) 20,000 מ' (כלומר, 20 ק"מ).



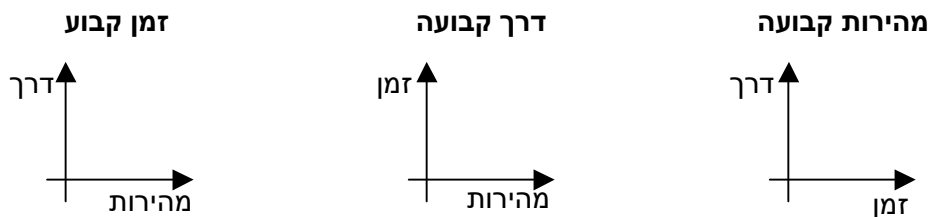
1. דוד אמר: "בגרפים ששרטטנו, אם נזיז את הגרף הנמוך ביותר אנכית כלפי מעלה, נקבל את הגרף השני ואחר כך את השלישי." האם הוא צודק? נמקו

תשובה: דוד אינו צודק. אפשר לראות כי כאשר $x = 1$ המרחק האנכי בין הפונקציות יותר גדול מן המרחק האנכי ביניהן כאשר $x = 8$.

2. לפניכם שתי סקיצות של גרפים.



לכל אחת ממערכות הצירים למטה בחרו צורת גרף מתאימה.



תשובה: למהירות קבועה גרף א
לדרך קבועה גרף ב
לזמן קבוע גרף א



- דנים בקשר בין מהירות וזמן כאשר אורך הדרך קבוע. משווים את הגרף של הקשר הזה עם גרף הקשר בין זמן ודרך כאשר המהירות קבועה.
- דנים על משמעות ההתקרבות של גרף אל הצירים כאשר הצירים הם אסימפטוטות. במקרה של התקרבות לציר x, לכל ערך של y חיובי וקטן כרצוננו, אפשר למצוא נקודה מתאימה על הגרף. במקרה של התקרבות לציר y, לכל ערך של x חיובי וגדול כרצוננו, אפשר למצוא נקודה מתאימה על הגרף.
- דנים על הסימטריה של הגרף לישר $y = x$, ובהתאם על הסימטריה של המשוואה $y = \frac{a}{x}$ $a, x, y \neq 0$ שמתבטאת בכך שניתן להחליף את x עם y והמשוואה לא תשתנה.