6.2 חופפים וגוזרים

מטרות

- העמקה במושג הסימטריה
- חזרה על חפיפת צורות
- פיתוח ראייה וחשיבה מישורית ומרחבית

אמצעי עזר

דפי נייר ומספריים (לכל תלמיד)

שתי מראות קטנות מלבניות (אפשר ממתכת) המחוברות בנייר דבק זו לזו באחת הצלעות (לכל קבוצה).

קלידוסקופ (לכל קבוצה)

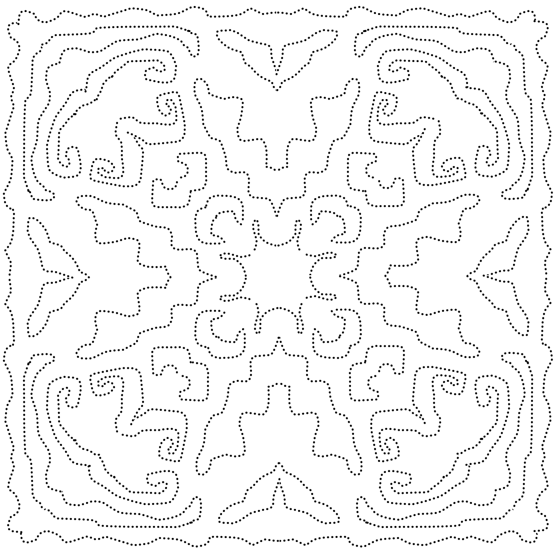
פתיחה

קוראים את הבעיה במליאה, עונים על השאלה שבמסגרת. כל תלמיד מכין מגזרת נייר לפי ההוראות שבשאלה 1.

פתרונות והערות

הפעילות עוסקת בגזירת צורות מנייר מקופל כדי ליצור בדפים לאחר פתיחת הקיפולים חורים בצורות מצולעים מבוקשים (שאלות 2-5), או כדי לקבל חלקי דפים ב צורות מבוקשות (שאלות 6-7). הפעילות דורשת את הפעלת חשיבה חזותית. תלמידים רבים מנסים (כמובן ללא הצלחה) לגזור בדף מקופל כך שיתקבל (לאחר פתיחת הדף) חור בצורת מקבילית.

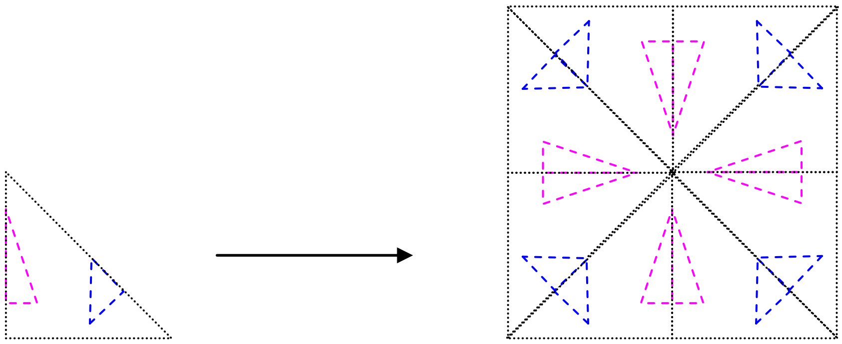
1. המגזרת אחרי שתיפתח תראה בערך כך:



2. בהכנת המגזרות מתקבלות ארבע צורות חופפות מכל סוג (פרט לצורה האמצעית שבה ארבע ה צורות התלכדו לצורה אחת). אם נעביר על הדף את ארבעת קווי הסימטריה, כל אחת מהצורות תחולק ל- 2 צורות חופפות (פרט לצורה האמצעית שתחולק ל- 8 צורות חופפות), לכן מתקבלות בעצם 8 צורות חופפות מכל סוג. יצירת 8 הצורות החופפות היא תוצאה של קיפול הדף הריבועי המקורי ל- 8 שכבות זו על גבי זו. התוצאה הסופית של ארבע הצורות החופפות מכל סוג היא תוצאה של גזירת הצורות על קווי הקיפול.

3. כדי שהחורים יהיו משולשים יש לגזור משולשים ישרי-זווית, כך שקו הקיפול הוא אחד הניצבים שלהם, כי אז קו הקיפול יהיה ציר סימטריה. כשנפתח את הדף יתקבלו משולשים, כי הכפלת הזווית הישרה תתן זווית שטוחה, ולכן הכפלת הניצב תיתן צלע אחת ולא שתיים. המשולשים יהיו שווי-שוקיים כי יש להם ציר סימטריה. אם נגזור לאורך קו הקיפול משולשים שאינם ישרי זווית נקבל דלתונים ולא משולשים

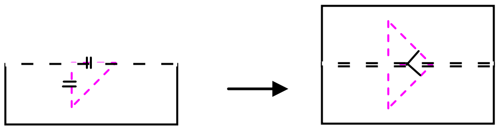
לדוגמה, נגזור את הדף המקופל כמו בצורה השמאלית ולאחר שנפתח את הקיפולים תתקבל הצורה הימנית



4. א-ב. לכל הצורות הנוצרות כחורים יש לפחות ציר סימטריה אחד – קו הקיפול.

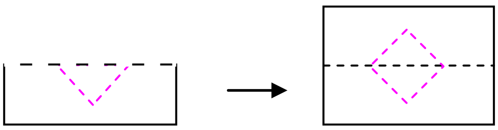
משולש ישר-זווית:

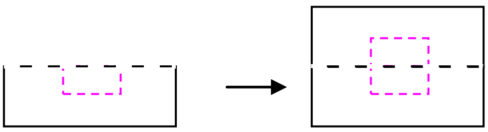
יש לגזור משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, כך שקו הקיפול הוא אחד הניצבים.



משולש שונה צלעות: אינו יכול להתקבל כי אין לו ציר סימטריה.

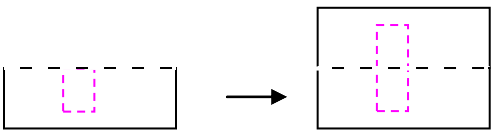
ריבוע: אפשר לקבל בשני אופנים כי יש לו שני זוגות של צירי סימטריה מסוגים שונים.
יש לגזור מלבן שאחת הצלעות כפולה באורכה מן הצלע השנייה, כך שקו הקיפול הוא הצלע הארוכה
או לגזור משולש ישר-זווית ושוו-שוקיים, כך שקו הקיפול הוא בסיס המשולש.





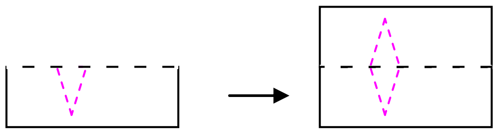
מלבן שאינו ריבוע:

יש לגזור מלבן שאחת מצלעותיו אינה כפולה באורכה מן הצלע השנייה, כך שקו הקיפול הוא אחת הצלעות.



מעוין שאינו ריבוע:

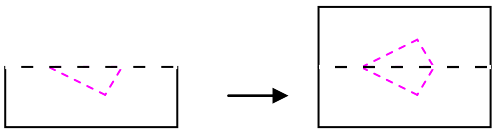
יש לגזור משולש שווה-שוקיים שאינו ישר-זווית, כך שקו הקיפול הוא בסיס המשולש.



מקבילית שאינה מעוין ואינה מלבן: אי אפשר לקבל כי אין לה ציר סימטריה.

דלתון שאינו מעוין:

יש לגזור משולש שאינו שווה-שוקיים, (אם הוא ישר-זווית, היתר, ולא הניצב, צריך להיות על קו הקיפול).

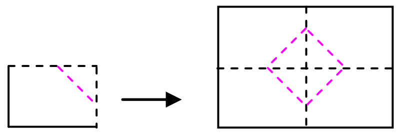


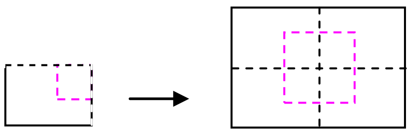
ג. אם גוזרים משולש על קו הקיפול ונוצר מרובע, אז קו הקיפול הוא אלכסון המרובע. המרובע הזה אינו יכול להיות מקבילית או מלבן שאינם מיוחדים כי האלכסון אינו ציר סימטריה של צורות אלו

5. לכל הצורות הנוצרות כחורים יש לפחות שני ציר סימטריה – קווי הקיפול.

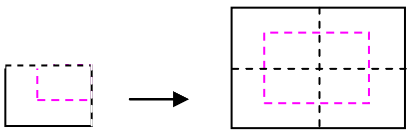
משולש: לא יתקבל כי אין לו שני צירי סימטריה.

ריבוע:

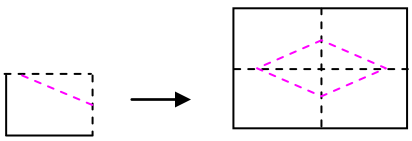




מלבן שאינו ריבוע:



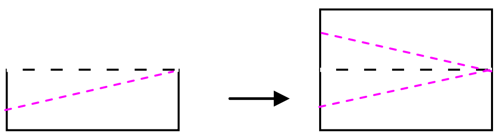
מעוין שאינו ריבוע:



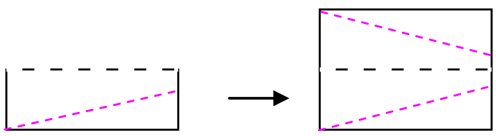
מקבילית שאינה מעוין ואינה מלבן: אי אפשר לקבל כי אין לה ציר סימטריה.

דלתון שאינו מעוין: אי-אפשר לקבל כי יש לו רק ציר סימטריה אחד.

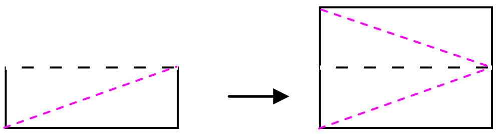
6. א. **משולש ושני טרפזים**. המשולש שווה-שוקיים.



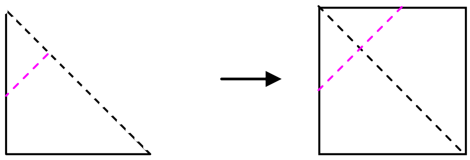
ב. **שני משולשים וטרפז**. המשולשים ישרי זווית.



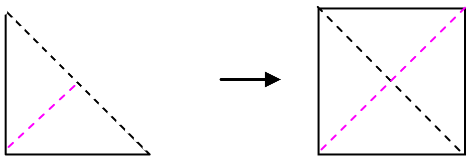
ג. **שלושה משולשים**. שני משולשים ישרי -זווית ומשולש אחד שווה-שוקיים.



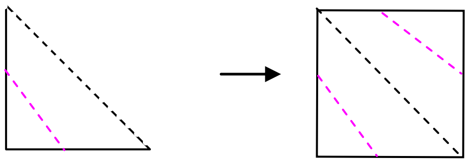
7. א. **משולש ומחומש**. המשולש הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים.

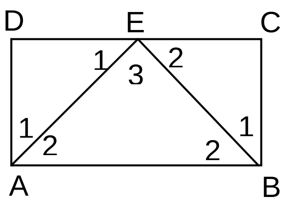


ב. **שני משולשים** ישרי-זווית ושווי-שוקיים.



ג. **שני משולשים ומשושה**. המשולשים ישרי זווית.





1. $<A_1 = <A_2 = 45^0$

$<B_1 = <B_2 = 45^0$

$<E_3 = 180^0 - <B_2 - <A_2 = 90^0$

$<E_1 = 180^0 - 90^0 - <A_1 = 45^0$

$<E_2 = 180^0 - 90^0 - <B_1 = 45^0$

א. נכון. המשולשים הצדדיים חופפים לפי צלע זווית צלע (הניצבים והזווית הישרה). שני המשולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים, והצלעות הנגדיות של המלבן שוות.

ב. לא נכון. שני המשולשים הקטנים אינם שווי-צלעות, כי יש להם זווית ישרה.

ג. נכון. גם המשולש הגדול שווה-שוקיים כי יש לו שתי זוויות שוות.

ד. נכון. שלושת המשולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים, כי כל המשולשים שווי-שוקיים ויש להם זווית בת 90^0.

ה. נכון. $AD = \frac{1}{2}CD$, כי משולשים ADE ו- BCE חופפים ושווי שוקיים.

2. א. המשולשים חופפים על-פי שלושה זוגות של צלעות שוות.

ב. אי-אפשר להסיק שהמשולשים חופפים על-סמך שני זוגות של זוויות שוות.

ג. אי-אפשר להסיק שהמשולשים חופפים על-סמך צלע אחת משותפת.

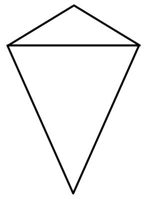
ד. אי-אפשר להסיק שהמשולשים חופפים על-סמך שני זוגות של צלעות שוות וזוג זוויות שוות שאינן בין הצלעות האלה.

ה. המשולשים חופפים על-פי זוג צלעות שוות ושני זוגות זוויות שוות הסמוכות לצלעות אלו

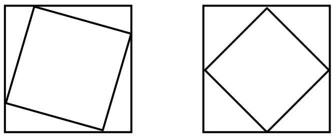
ו. אי-אפשר להסיק שהמשולשים חופפים על-סמך שני זוגות של צלעות שוות.

3. א. ניתן להוכיח. שני המשולשים שנוצרים על-ידי האלכסון AC הם חופפים לפי שלושה זוגות צלעות שוות לכן הזוויות המתאימות במשולשים חופפים שוות.

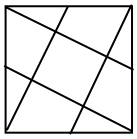
ב. לא ניתן להוכיח. דוגמה נגדית:



א.



ב.

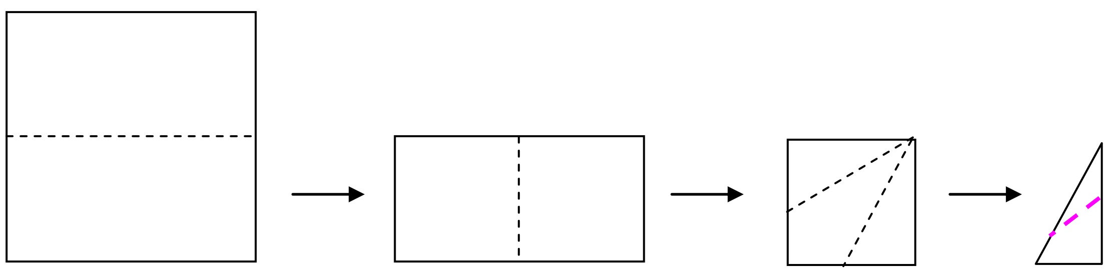


למסיימים

קפלו דף ריבועי מספר פעמים וגזרו גזירה ישרה אחת, כך שהחור הנוצר יהיה בצורת "מגן דוד".

רמז: בשלב מסוים תצטרכו לקפל את הדף לשלושה חלקים. ראו בשרטוט כיצד עושים זאת.

תשובה:



- מדגימים בכיתה את השימוש בשתי מראות קטנות מלבניות (אפשר ממתכת) המחוברות בנייר דבק זו לזו באחת הצלעות. משרטטים על דף קו ישר , ומניחים את שתי המראות במאונך למישור הדף (על הצלעות שאינן מחוברות), כך שנוצר משולש שצלעותיו הן צלעות המראות והישר המשורטט.
דנים בקשר בין צורת המצולע שנוצר (צלעותיו הן קטע מן הישר המשורטט וההשתקפויות שלו בשתי המראות) לבין זווית הפתיחה שבין המראות.
- דנים ברעיונות המשותפים למשימות הגזירה ולקלידוסקופ.
"עבודה" על שטח מוגבל ושכפול העבודה מספר פעמים (בהתאם למספר הקיפולים או בהתאם לזווית בין שתי המראות) לפי עקרונות הסימטריה.