

5.2 כיף של מבחנים



המורה של מיכל חיברה סדרה של מבחנים לכיתה במתכונת הבאה:

- המבחן מכיל 50 שאלות
- תשובה נכונה מזכה בנקודה אחת
- תשובה שגויה מורידה $\frac{1}{4}$ נקודה
- שאלה ללא תשובה (שדילגו עליה) אינה מזכה בנקודות ואינה מורידה נקודות
- לא ייתכן ציון שלילי (הציון הנמוך ביותר האפשרי הוא 0 נקודות).

1. א. מהו הציון הגבוה ביותר האפשרי במבחן הבנוי לפי מתכונת זו?
- ב. מהו הניקוד של תלמידים שהשיבו נכון על 30 שאלות, שגו ב- 12 שאלות ולא השיבו על 8 שאלות?

מבחן ראשון

2. במבחן זה של מיכל היחסים בין התשובות הנכונות לתשובות השגויות ולשאלות ללא תשובות היו 5 : 8 : 12. כמה נקודות קיבלה מיכל במבחן זה?



מבחן שני

3. א. במבחן זה ציון של 30 נקודות או יותר הוא ציון עובר. כמה תשובות נכונות, כמה תשובות שגויות וכמה "דילוגים" יאפשרו למיכל לקבל 30 נקודות בדיוק?

השתמשו בגיליון אלקטרוני (למשל, Excel), על מנת למצוא את כל האפשרויות.

	A	B	C
1	מספר התשובות הנכונות	מספר התשובות השגויות	ניקוד במבחן
2			
3			
4			
5			

- הכינו את הטבלה שמשמאל.
- השלימו נוסחה מתאימה לניקוד במבחן (בעמודה C).
- רשמו מספרים שלמים חיוביים (שסכומם אינו עולה על 50) ועקבו אחר הניקוד המתקבל.
- מצאו זוגות מספרים מתאימים למספרי התשובות הנכונות והשגויות היוצרים ניקוד של 30. האם תוכלו למצוא דרך שיטתית למיצוי כל האפשרויות?
- ב. השתמשו בגיליון אלקטרוני כדי למצוא את כל האפשרויות לקבלת ניקוד של 20 בדיוק. כמה אפשרויות מצאתם?



מבחן שני

4. במבחן זה ציון של 30 נקודות או יותר הוא ציון עובר. כמה תשובות נכונות, כמה תשובות שגויות וכמה "דילוגים" יאפשרו למיכל לקבל 30 נקודות בדיוק? מצאו את כל האפשרויות. האם תוכלו למצוא דרך שיטתית למיצוי כל האפשרויות?

מבחן שלישי

5. במבחן זה המורה שינתה שוב את שיטת הניקוד הרגילה. גם מבחן זה הכיל 50 שאלות. שאלה ללא תשובה עדיין אינה מזכה בנקודות ואינה מורידה נקודות. בטבלה רשומים ההישגים של מיכל ועמית במבחן זה:

סך הנקודות	מספר תשובות שגויות	מספר תשובות נכונות	
56	20	30	מיכל
23	35	15	עמית

בכמה נקודות מזכה תשובה נכונה וכמה נקודות מורידה תשובה שגויה במבחן זה?

מבחן רביעי

6. בטבלה שלפניכם מופיעים הציונים של תלמידי הכיתה של מיכל במבחן זה.

25	30	35	40	45	50	ציון (מס' נקודות)
6	?	6	5	4	2	מס' תלמידים

הציון הממוצע של הכיתה במבחן זה היה 35 נקודות. התלמידים שמו לב שאחד המספרים בטבלה חסר. כמה תלמידים בכיתה זו?

(סמנו את המספר החסר ב- x , כתבו משוואה מתאימה, ופתרו אותה).



משוואה דיופנטית היא משוואה שפתרונותיה הם מספרים שלמים בלבד. משוואה דיופנטית נקראת על שם דיופנטוס (Diophantus) – מתמטיקאי יווני בן המאה השלישית לספירה, אשר חקר משוואות מסוג זה.

משוואה דיופנטית (ליניארית) בשני משתנים היא משוואה מהצורה: $ax + by = c$ (a, b, c מספרים שלמים) או משוואה שניתן להביאה לצורה זו.

דרך שיטתית (אלגוריתם) לפתרון משוואות מסוג זה הוצגה על-ידי המתמטיקאי ההודי ברהמהגופטה (Brahmagupta) כבר לפני כ-1400 שנה.

במאה ה-20 העמיקו מתמטיקאים את המחקר בתחום המשוואות הדיופנטיות והגיעו להישגים משמעותיים. אחד ההישגים הידועים הוא הוכחת המשפט האחרון של פרמה (Fermat), הנקרא על שם המתמטיקאי הצרפתי בן המאה ה-17. משפט זה קובע כי למשוואה הדיופנטית $x^n + y^n = z^n$ אין פתרונות שלמים עבור $n > 2$ (כאשר $x, y, z, \neq 0$). פרמה רשם את המשפט הזה לפני כ-370 שנה כהערה בשולי הספר של דיופנטוס וטען כי מצא הוכחה נפלאה למשפט זה אך שולי הספר היו צרים מלהכילה. החיפוש אחר הוכחה למשפט זה נמשך מאז, אך הוכחה מתאימה נמצאה רק לפני כ-20 שנה על-ידי המתמטיקאי הבריטי אנדרו ויילס (Andrew Wiles).

במשימות 3-4 בפעילות זו חקרנו את המשוואה הדיופנטית $x - \frac{1}{4}y = 30$, כלומר $4x - y = 120$ (x, y מספרים שלמים אי שליליים $x + y \leq 50$).

נקודה למחשבה: הסבירו מדוע למשוואה הדיופנטית $3x + 3y = 10$ אין פתרון (במספרים שלמים).



שומרים על כושר

1. נתונות 4 משוואות:

$$3x + 2y = 20$$

$$3x + 2y = 30$$

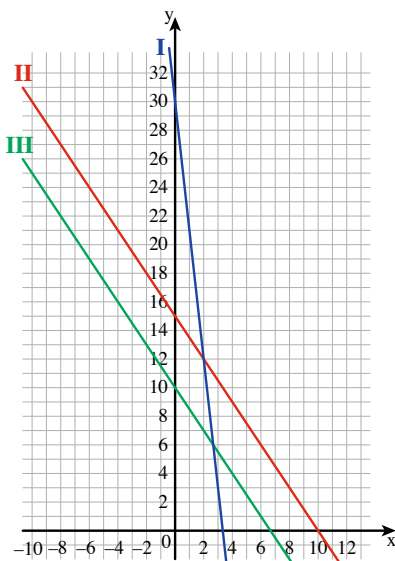
$$9x + y = 30$$

$$6x + 4y = 60$$

א. לכל משוואה, מצאו את כל זוגות המספרים השלמים והאי-שליליים שהם הפתרונות שלה.

ב. התאימו לכל משוואה את אחד הגרפים המשורטטים בצד שמאל.

ג. בחרו שלושה זוגות של משוואות, בנו מערכות משוואות ופתרו אותן.



2. בכל סעיף, חברו משוואה בשני משתנים המקיימת את הנדרש.
מצאו שתי אפשרויות בכל סעיף.
- א. $(6, 6)$ הוא פתרון של המשוואה.
- ב. $(7, 7)$ הוא פתרון של המשוואה.
- ג. $(6, 6)$, $(7, 7)$ הם פתרונות של המשוואה.



חידה מאת לואיס קרול (מחבר הספר "אליסה בארץ הפלאות"):
שישה חתולים תופסים שישה עכברים בשש דקות.
כמה חתולים נחוצים על מנת לתפוס 100 עכברים ב-50 דקות?



* מתוך "פורום חידות סקובידו", מדור "המעגל המתמטי" באתר דוידסון און-ליין.

<http://davidson.weizmann.ac.il/online/mathcircle/puzzles>