

1.3 מספרים בדילוגים



לפניכם סכום של שלושה מספרים בדילוגים של 2.

$$8 + 10 + 12 = 30$$

רשמו ארבעה סכומים נוספים של שלשות של מספרים שלמים בדילוגים של 2.

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

נחקור סדרות בדילוגים.

סכום שלשות של מספרים שלמים בדילוגים שווים

1. א. מצאו תכונות המאפיינות את הסכום של כל **שלשה** שרשמתם, וקשרים בין הסכום למספר האמצעי בכל סדרה.
ב. האם, לדעתכם, התכונות והקשרים שמצאתם מתקיימים בכל שלשה של מספרים שלמים בדילוגים של 2?
אם כן, הוכיחו באמצאות ביטויים אלגבריים. אם לא, רשמו דוגמה נגדית.
ג. דן אמר כי אם **שלשה** בדילוגים של 2 מתחילה במספר זוגי, אז סכומה מתחלק ב-6.
האם הוא צודק?
אם כן, הוכיחו. אם לא, רשמו דוגמה נגדית.
2. האם התכונות והקשרים שמצאתם מתקיימים גם ב**שלשות** של מספרים שלמים בדילוגים אחרים? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית לשלשות בדילוגים של 5.
3. הוכיחו כי בכל שלשה של מספרים שלמים בדילוגים שווים (של d) מתקיימות התכונות והקשרים הבאים:
א. סכום שלושת המספרים מתחלק ב-3.
ב. סכום שלושת המספרים הוא 3 פעמים המספר האמצעי.
ג. המספר האמצעי הוא ממוצע חשבוני של שלושת המספרים.
ד. המספר האמצעי הוא ממוצע חשבוני של שני המספרים הסמוכים לו.



4. אילו מן התכונות הרשומות בתרגיל הקודם נכונות גם לגבי
א. שלשות של מספרים עוקבים?
ב. שלשות של מספרים לא שלמים בדילוגים שווים?
הסבירו כיצד מצאתם.

סכום חמישיות של מספרים שלמים בדילוגים שווים

5. א. רשמו ארבעה סכומים של **חמישיות** של מספרים שלמים בדילוגים של 2.

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$$

ב. מצאו תכונות המאפיינות את הסכומים של כל **חמישיות** המספרים שרשמתם, וקשרים בין כל סכום למספר האמצעי באותה חמישייה.

ג. האם התכונות והקשרים שמצאתם מתקיימים בכל **חמישיית** מספרים בדילוגים של 2? אם כן, הוכיחו. אם לא, רשמו דוגמה נגדית.

ד. האם, לדעתכם, התכונות והקשרים שמצאתם מתקיימים גם ב**חמישיות** מספרים בדילוגים אחרים? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.

6. א. רשמו את 50 כסכום של **חמישיית** מספרים שלמים בדילוגים שווים.

ב. רשמו את 50 כסכום של **חמישייה** אחרת של מספרים בדילוגים שווים.

ג. נתונים המספרים 2145, 73

אם הדבר אפשרי, רשמו כל מספר כשני סכומים של **חמישיות** מספרים שלמים בדילוגים שווים.

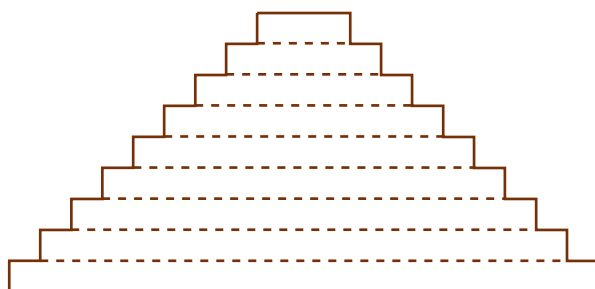
7. **יוני** אמר: בדקתי הרבה סדרות בדילוגים שווים שיש בהן מספר אי-זוגי של מספרים, ומצאתי ארבע תכונות משותפות.

- הסכום של כל המספרים שווה למכפלת המספר האמצעי במספר המספרים.
- המספר האמצעי הוא ממוצע חשבוני של כל המספרים.
- המספר האמצעי הוא ממוצע חשבוני של המספר הראשון והאחרון.
- במקום לחבר את כל המספרים אפשר גם לכפול את הממוצע החשבוני של המספר הראשון והאחרון במספר המספרים.

א. בדקו אילו מן הטענות של יוני נכונות.

תוכלו לעשות זאת במחברת או בעזרת מחשב (ראו פינת המחשב).

ב. נסו להוכיח את הטענות הנכונות.



8. גילה בנתה פירמידה בת 9 קומות מאבני

לגו. בקומה הראשונה היו 29 אבני לגו,

ובאחרונה – 5 אבני לגו.

ההפרשים בין מספרי אבני הלגו בשורות

סמוכות הם שווים.

בכמה אבני לגו השתמשה גילה כדי לבנות

את הפירמידה?



9. פתחו גיליון אלקטרוני (Excel).

	A	B
1	סדרה בדילוגים שווים	סכומי השלשות
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

א. בנו ומלאו על-ידי גרירה את העמודות A ו-B כמתואר:

בעמודה A השלימו סדרה בדילוגים שווים (אפשר לגרור את שני המספרים הראשונים בסדרה).

בעמודה B השלימו סכומים של שלשות (החל מן השורה השלישית).

השלשות יחפפו זו את זו בחלקן. דאגו שהסכום של כל שלשה של מספרים סמוכים יהיה רשום ליד המספר האחרון שלה.

ב. מה המשותף לכל הסכומים המופיעים בעמודה B? הסבירו את התופעה.

ג. התייחסו לשלשות שונות שבסדרה ואשרו את הטענות של יוני במשימה 7.

ד. בנו זוג עמודות נוסף: בעמודה השמאלית השלימו סדרת מספרים בדילוגים שווים. בעמודה הימנית צרו סכומים של חמישיות (החל מן השורה החמישית).

ה. התייחסו לחמישיות שונות שבסדרה ואשרו את הטענות של יוני במשימה 7.



ריבוע קסם של 3×3 משבצות הוא ריבוע שמשבצים בו תשעה מספרים, כך שהסכומים בכל שורה, בכל עמודה ובכל אלכסון ראשי, שווים.

כדי לשבץ תשעה מספרים בדילוגים שווים, כך שייוצר ריבוע קסם, צריך לשבץ במשבצת האמצעית את המספר האמצעי בסדרה. מספר זה שווה כאמור לממוצע חשבוני של סכום של תשעת המספרים.

מספר זה שווה גם לממוצע חשבוני של הסכום של כל שורה, עמודה או אלכסון ראשי. התוכלו להסביר מדוע?

דוגמה לשיבוץ התשיעייה 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2 בריבוע קסם.

נסו ליצור ריבוע קסם עם תשיעיית מספרים בדילוגים אחרים.

16	2	12
6	10	14
8	18	4



10. בכמה דרכים שונות ניתן לכתוב את 60 כסכום של סדרות במספרים טבעיים בדילוגים שווים? הראו כיצד מצאתם.



שומרים על כושר

נתונות שלשות של ביטויים אלגבריים:

$2a$	$2a + 4$	א. $2a + 8$
$5d - 4$	$5d$	ב. $5d + 4$
$3b - 10$	$3b - 6$	ג. $3b - 2$
$4 + x$	$4 + 3x$	ד. $4 + 5x$
3	$3 - 4c$	ה. $3 - 8c$
$m + 5$	$2m + 10$	ו. $3m + 15$

- מה המשותף לכל השלשות?
- מצאו את הסכום של שלושת הביטויים בכל אחד מהסעיפים. מה המשותף לכל הסכומים?
- מצאו את הממוצע החשבוני של הביטויים בכל סעיף בשאלה 1. מה המשותף לכל הממוצעים החשבוניים?



חידה

המורה לחינוך גופני סימן במספרים עוקבים את כל ילדי בית הספר וסידר אותם במבנה המתואר כאן.

									שורה ראשונה
									←
									שורה שנייה
									←
									שורה שלישית
									←
									שורה רביעית
									←
									בסך הכול 21 שורות.
									כמה ילדים בבית הספר?
									כתבו חידה אחרת על הסיפור הזה. החליפו את החידה עם חברים.

