

יחידה 2: מספרים מכוונים וחוקי פעולות חשבון

2.1 שלבים

לפניכם סדרת לחיצות במחשבון.

0.1	+	0.2	=	×	0.1	+	0.2	=	×	0.1	+	0.2	=	×	0.1	+	0.2	=
שלב 1				שלב 2				שלב 3				שלב 4						



בצעו את הפעולות במחשבון ורשמו את התוצאה של כל שלב.

נפתור תרגילים דומים בשלבים החוזרים על עצמם, ונחקור אותם.

1. א. לפניכם סדרה של ארבעה תרגילים:

$$0.1 + 0.2 =$$

$$0.3 \cdot 0.1 + 0.2 =$$

$$0.23 \cdot 0.1 + 0.2 =$$

$$0.223 \cdot 0.1 + 0.2 =$$

פתרו את התרגילים.

מה הקשר בין סדרת התרגילים לסדרת הלחיצות שבשאלת הפתיחה?

ב. מה תהיה התוצאה בשלב 10?

ג. בכמה קטנה התוצאה בשלב 6 מהתוצאה בשלב 5?



2. חברו סדרת תרגילים דומה, כך שהתוצאה בשלב 4 תהיה 0.4444.

3. לפניכם סדרת תרגילים בעלי מבנה דומה:

שלב 1 $(0.1 + 0.1) \cdot 0.1 =$

שלב 2 $(0.02 + 0.1) \cdot 0.1 =$

שלב 3 $(0.012 + 0.1) \cdot 0.1 =$

שלב 4 $(0.0112 + 0.1) \cdot 0.1 =$

א. חשבו את התוצאות של ארבעת השלבים הראשונים בעזרת סדרת לחיצות אחת במחשבון.

רשמו וחשבו גם את שלבים 5 ו- 6.

ב. מה תהיה תוצאת שלב 10?

ג. רשמו את סדרת ההפרשים של כל שתי תוצאות סמוכות.

זמנה: ההפרש הראשון בסדרה הוא $0.02 - 0.012 = 0.008$

ד. תוצאת שלב מסוים קטנה מהקודמת לה ב- 0.00000008. מהו שלב התרגיל?

4. חברו סדרת תרגילים דומה וחקרו אותה.

5. א. הפכו את השבר $\frac{5}{9}$ לשבר עשרוני בעזרת חילוק ארוך ובדקו בעזרת מחשבון. כמה ספרות, לדעתכם, יש בשבר העשרוני?

ב. כתבו סדרת תרגילים דומה לאלו שבמשימות הקודמות, כך שהתוצאות שלהם הולכות ומתקרבות ל- $\frac{5}{9}$.

מהו השלב המתקדם ביותר היכול להופיע על צג המחשבון שלכם?

ג. כתבו סדרת תרגילים דומה לאלו שבמשימות הקודמות, כך שהתוצאות שלהם הולכות ומתקרבות ל- $\frac{1}{9}$.

ד. מה הקשר בין התוצאות של שתי הסדרות שכתבתם?

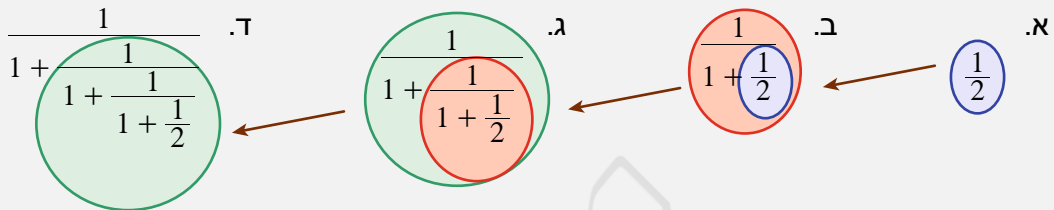




תופעה שיש לה שלבים החוזרים על עצמם, כך שבכל שלב מתבצעת אותה פעולה על תוצאת השלב הקודם, נקראת רקורסיה.

דוגמאות:

1. למשל הסדרה הבאה היא סדרה רקורסיבית.



בכל שלב נעשית פעולה דומה על השלב הקודם: הוספת 1 ומציאת ההופכי.



2. השתקפות של עצם בין שתי מראות שניצבות זו מול זו, היא תופעה רקורסיבית. בכל שלב נעשית השתקפות של השלב הקודם. נסו זאת.



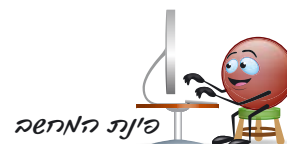
שומרים על כושר

חשבו ללא מחשבון

1. א. $\frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$ ב. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ ג. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$ ד. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

2. א. $\frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$ ב. $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ ג. $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$ ד. $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}$

3. התבוננו בתרגילים הקודמים וגלו את החוקיות בכל סדרת תוצאות. נסו לגלות את התוצאות בשני השלבים הבאים בעזרת החוקיות שמצאתם.



4. הגיליון האלקטרוני (Excel) מתאים במיוחד לחישוב פעולות שחוזרות על עצמן. בדקו את התוצאות שקיבלתם בפניה "שמרו על כושר" בעזרת גיליון אלקטרוני. **שימו לב:** כדי לקבל תוצאות בשברים פשוטים, סמנו את העמודות שתעבדו בהן ולחצו:

עיצוב תאים ← הקטגוריה: שבר ← הסוג: עד שלוש ספרות

התחילו עם $\frac{1}{2}$.

הסבירו מדוע משלב מסוים והלאה מופיעה אותה תוצאה.



הבאר של סבתא אלישבע

סבתא אלישבע החלה לצעוד מביתה אל הבאר שבחלק האחורי של הגינה שלה. לאחר שהלכה חצי המרחק ועוד 50 מטר, היא עצרה לנוח. לאחר מכן היא עברה חצי מן המרחק הנותר ועוד 50 מטר – ושוב נחה לה. לבסוף היא עברה שוב מחצית מן הדרך שנותרה ועוד 50 מטר – והגיעה אל הבאר. מהו המרחק בין ביתה של סבתא אלישבע והבאר?

