

7.5 וקטורים

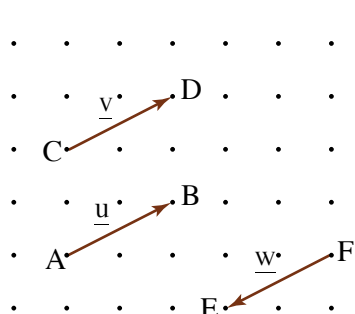
בארבע הפעילויות האחרונות למדנו מושגים בקבוצות של מספרים ולמדנו תכונות של פעולות במספרים.

נדון בפעולה בינארית מסוג אחר: פעולה בין עצמים מתמטיים שאינם מספרים.

הערה: העבודה על פעילות זו דורשת עבודה על דף נקודות או על דף משבצות גדולות.

מהו וקטור?

הגדרה:



וקטור במישור מיוצג על-ידי חץ בעל אורך וכיוון ומסומן על-ידי אותיות גדולות המציינות את שמות הנקודות שבזנב ובראש החץ ($\overrightarrow{AB}$) או על-ידי אות קטנה ($\underline{u}$).

שימו לב! בסימון $\overrightarrow{AB}$ חשוב להקפיד על סדר האותיות. האות שבזנב החץ רשומה ראשונה משמאל, והאות שבראש החץ – מימינה.

למשל, הווקטור $\underline{w}$ מסומן גם בסימון $\overrightarrow{FE}$ (ולא $\overrightarrow{EF}$).

שני וקטורים שיש להם אותו אורך ואותו כיוון, נקראים **וקטורים שווים**.

למשל, $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ הם וקטורים שווים. מסמנים: $\underline{u} = \underline{v}$.

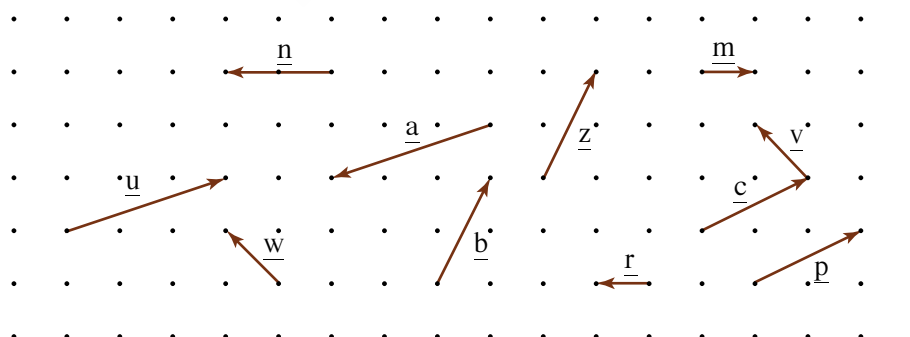
שני וקטורים שווים באורכם אך מנוגדים בכיוונם, נקראים **וקטורים נגדיים**.

למשל, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$ הם וקטורים נגדיים. מסמנים: $\underline{w} = -\underline{u}$.

וקטור המתחיל ומסתיים באותה נקודה, נקרא **וקטור האפס** ומסומן: $\underline{0}$.

1. בשרטוט הבא נתונים וקטורים.

א. מצאו זוגות של וקטורים שווים.



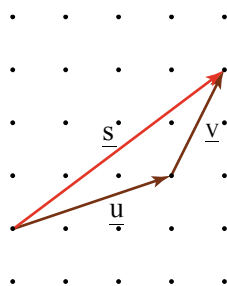
ב. מצאו זוגות של וקטורים שווים באורכם, אך לא בכיוונם.

ג. מצאו זוג וקטורים שווים בכיוונם, אבל לא באורכם.

ד. מצאו זוגות של וקטורים נגדיים.

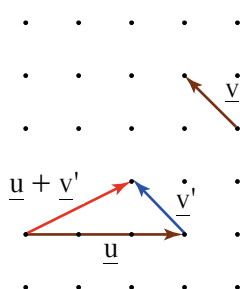
הווקטורים מתארים תנועה ישרה בכיוון מסוים ולמרחק מסוים.

הגדרה:



נגדיר את פעולת החיבור + בין וקטורים כסיכום התנועה.

כדי לחבר וקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$, כלומר כדי לקבל את הווקטור $\underline{u} + \underline{v}$, נתקדם תחילה לפי האורך והכיוון של $\underline{u}$ ולאחר מכן ננוע לפי האורך והכיוון של $\underline{v}$. תוצאת הפעולה היא וקטור $\underline{s}$ המשקף את סיכום התנועה שלנו, מנקודת ההתחלה של הווקטור הראשון לנקודת הסיום של הווקטור השני (ללא ציון נקודות ביניים ופניות שעברנו בדרך).



אם הווקטור $\underline{v}$ אינו בהמשכו של הווקטור $\underline{u}$, אפשר להזיז את הווקטור $\underline{v}$ (בלי לשנות את אורכו או את כיוונו), כך שיהיה בהמשכו של הווקטור $\underline{u}$. כלומר, במקרה זה אפשר לשרטט וקטור $\underline{v'}$ השווה ל- $\underline{v}$, כך שזנבו יהיה בראש הווקטור $\underline{u}$. במקרה זה, $\underline{u} + \underline{v} = \underline{u} + \underline{v'}$.

2. נתונים חמישה וקטורים וארבעה תרגילים של חיבור וקטורים.



$$\underline{u} + \underline{z}$$

$$\underline{w} + \underline{w}$$

$$\underline{z} + \underline{b}$$

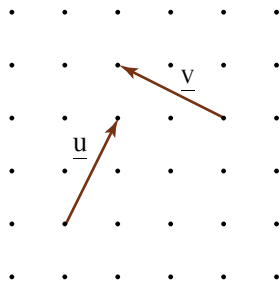
$$\underline{w} + \underline{u}$$

א. עבדו על דף נקודות או על דף משבצות.

בכל תרגיל, שרטטו את זוג הווקטורים, המחברים ואת תוצאת פעולת החיבור של כל זוג.

ב. לכל זוג וקטורים מסעיף א, מצאו בין הווקטורים הנתונים וקטור השווה לתוצאת החיבור ביניהם.

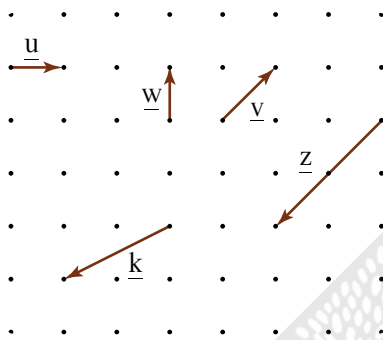
3. בצעו על דף נקודות את חיבור של הווקטורים $\underline{u} + \underline{v}$.



4. בשרטוט נתונים חמישה וקטורים.

בטאו, אם אפשר, את הסכומים הבאים בעזרת הווקטורים הנתונים או הנגדיים להם.

זמנה: $\underline{u} + \underline{w} = \underline{v}$



א. $\underline{k} + (-\underline{w}) =$

ב. $\underline{z} + (\underline{v}) =$

ג. $\underline{z} + \underline{w} =$

ד. $\underline{v} + \underline{w} =$

ה. $(\underline{z} + \underline{v}) + \underline{v} =$

ו. $(\underline{z} + \underline{w}) + \underline{u} =$

ז. $\underline{z} + (\underline{w} + \underline{u}) =$

5. שרטטו וקטור כלשהו במחברת או על דף נקודות.

שרטטו שלושה זוגות וקטורים שסכומם הוא הווקטור ששרטטתם.

6. נתון תרגיל של שתי פעולות חיבור ושלושה וקטורים.

האם לדעתכם, ניתן לשרטט ישירות את וקטור התוצאה, בלי לשרטט תחילה סכום של שניים מהם? הסבירו.

7. א. שרטטו שני וקטורים $\underline{a}$ ו- $\underline{b}$ על דף נקודות.

ב. שרטטו את הסכום $\underline{a} + \underline{b}$ ואת הסכום $\underline{b} + \underline{a}$.

מה מצאתם?

תזכורת

קבוצת איברים עם פעולה בינארית המוגדרת על איבריה היא חבורה חילופית לגבי הפעולה, אם מתקיימים התנאים הבאים:

- הקבוצה סגורה לגבי הפעולה כלומר, תוצאת הפעולה על כל שני איברים בקבוצה – גם היא איבר בקבוצה.
- הפעולה היא קיבוצית.
- בקבוצה קיים איבר ניטרלי לגבי הפעולה.
- לכל איבר בקבוצה יש איבר הופכי שגם הוא בקבוצה, כך שהפעולה בין כל איבר ובין ההופכי לו נותנת כתוצאה את האיבר הניטרלי.
- הפעולה היא חילופית.

8. האם קבוצת כל הווקטורים **במישור** עם פעולת החיבור בין וקטורים היא חבורה חילופית? הסבירו במילים או/ו בעזרת שרטוט כל שלב בבדיקה שלכם. אם יש תנאים שאינם מתקיימים, הציגו דוגמאות נגדיות.

9. נתונה קבוצת כל הווקטורים **על ציר המספרים**, ונתונה פעולת החיבור בין וקטורים. האם קבוצה זו היא חבורה חילופית? הסבירו במילים או/ו בעזרת שרטוט כל שלב בבדיקה שלכם. אם יש תנאים שאינם מתקיימים, הציגו דוגמאות נגדיות.

