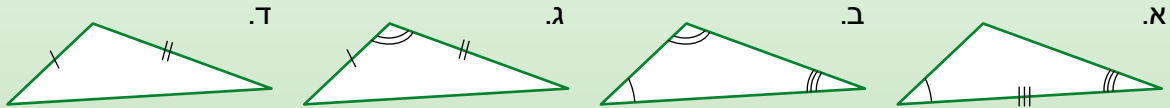
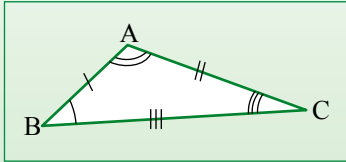


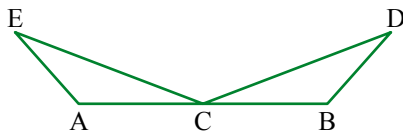
# יחידה 12: מסבירים ומוכיחים

## שיעור 1. לפי איזה משפט?

בכל סעיף קבעו אם אפשר להסיק שהמשולש חופף למשולש ABC.



נלמד להסיק מסקנות ולנמק באמצעות משפטים.



1. א.  נכון  $EA = DB$

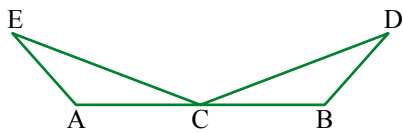
$$\sphericalangle A = \sphericalangle B$$

סמנו את הנתונים בשרטוט.

האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, על-סמך איזה משפט?

אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



ב.  נכון  $EA = DB$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B$$

C אמצע AB

סמנו את הנתונים בשרטוט.

האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, על-סמך איזה משפט?

אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

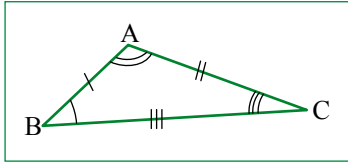


במשימה 1 בִּדְקוּנו אִם הַמְסַקְנָה נֹבַעַת מֵהַנְּתוּנִים.

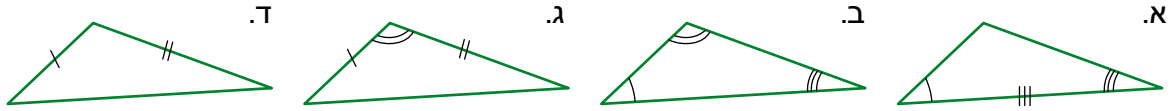
אם כן, נימקנו באמצעות משפט.

אם לא, שֶׁרְטַטְנו דֹּגְמָה נִגְדִית הַמְרָאָה שֶׁהַנְּתוּנִים אֵינָם מְסַפְּקִים לַהֲסַקַת הַמְסַקְנָה.

2. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.



בכל סעיף בִּדְקוּ אם אפשר להסיק שהמשולש חופף למשולש ABC. אם כן, על-סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

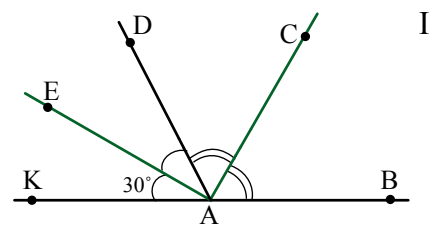
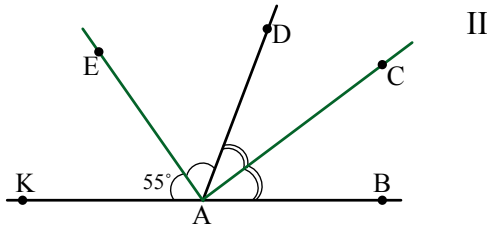


3. א. בכל שרטוט נתון: AE חוצה זווית KAD

AC חוצה זווית DAB

- חֲשְׁבוּ את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

- מִצְאוּ מה גודל הזווית (EAC) שבין שני החוצים של הזוויות.

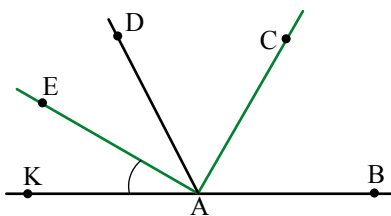


ב. בחרו גודל קטן מ-  $90^\circ$  לזווית KAE

$\angle KAE = \text{---}^\circ$

חֲשְׁבוּ את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

השלימו:  $\angle EAC = \text{---}^\circ$



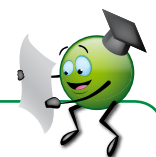
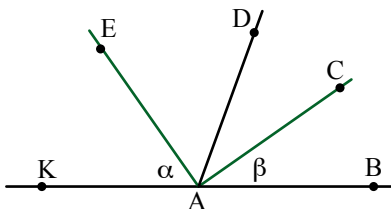
4. נתון: AE חוצה-זווית KAD

AC חוצה-זווית DAB

א. בִּטְאוּ את הזוויות EAD ו- DAC באמצעות  $\alpha$  או  $\beta$ .

ב. השלימו:  $2\alpha + 2\beta = \text{---}^\circ$  נִמְקוּ.

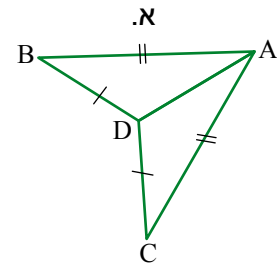
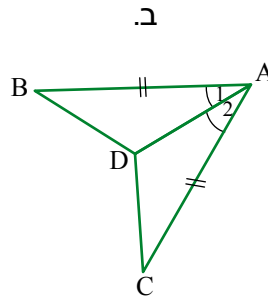
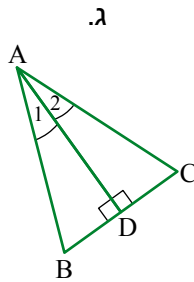
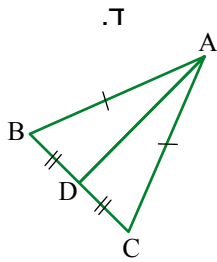
$\angle EAC = \alpha + \beta = \text{---}^\circ$  **נסקנה**



במשימות הקודמות ראינו דוגמאות והוכחנו **טענה** החוצים של-זוויות צמודות מאונכים זה לזה.



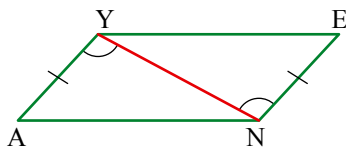
1. בכל סעיף מסומנים נתונים שמהם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים. קשמו את הנתונים והמסקנה בכתיב מתמטי. ציינו לפי איזה משפט חפיפה מבוססת המסקנה.



2. במרובע YENA מסומנים נתונים.

$\triangle YAN \cong \triangle EYN$  **נסקנה**

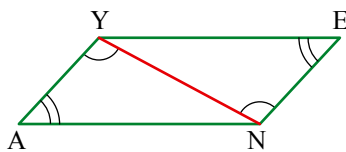
- א. קשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.  
 ב. על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?  
 ג.  $\sphericalangle YNA = \sphericalangle EYN$  נמקו.



3. במרובע YENA מסומנים נתונים.

$\triangle YAN \cong \triangle EYN$  **נסקנה**

- א. קשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.  
 ב. על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?  
 ג. YENA מקבילית. נמקו.

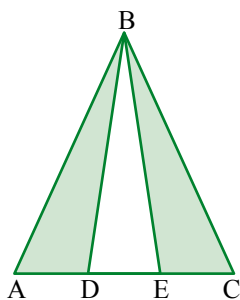


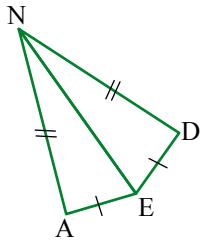
4. משולש ABC שווה-שוקיים ( $BC = AB$ )

$AD = EC$

$\triangle ABD \cong \triangle CBE$  **נסקנה**

- א. סמנו לפי הנתונים קטעים שווים באורכם וזוויות שוות בגודלן.  
 ב. לפי איזה משפט המשולשים חופפים?

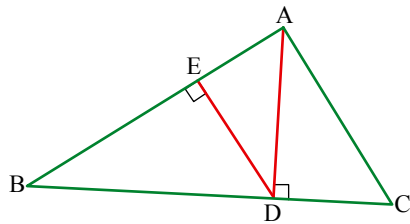




5. במרובע EDNA שני זוגות של צלעות שוות באורכן כמסומן בשרטוט.

$$\triangle EDN \cong \triangle EAN \quad \text{נסקנה}$$

- רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.
- על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?
- הסבירו מדוע NE חוצה שתי זוויות במרובע.



6. AD גובה ב-  $\triangle ABC$  נסקנה

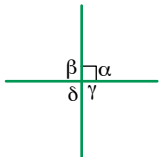
DE גובה ב-  $\triangle BDA$

$$\angle B = 35^\circ$$

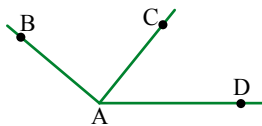
$$\angle DAC = 35^\circ$$

- חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
- כמה משולשים ישרי-זווית בשרטוט?
- האם כל המשולשים שווים בגדלים של זוויותיהם?
- האם יש בשרטוט משולשים חופפים? נמקו.
- האם יש בשרטוט משולשים דומים? נמקו.

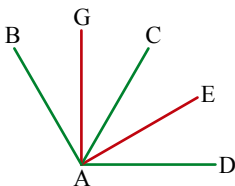
7. בכל סעיף רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי, והסבירו מדוע המשפט נכון.



- אם אחת הזוויות בין שני ישרים נחתכים היא ישרה, אז גם שלוש הזוויות האחרות ישרות.



- אם AC חוצה את הזווית הקהה  $\angle BAD$ , אז  $\angle CAD$  גדולה מ-  $45^\circ$ .



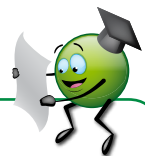
- אם AC חוצה את הזווית הקהה  $\angle BAD$ , ו- AE חוצה את  $\angle CAD$ , ו- AG חוצה את זווית  $\angle BAC$ , אז  $\angle GAE$  היא זווית חדה.

## שיעור 2. מנמקים באמצעות זוויות בין מקבילים



לפניכם תמונה של חזית בית.  
קורות העץ שהותקנו במאוזן על חזית הגג הם מקבילים.  
מה גודל הזווית  $\alpha$  המסומנת בתמונה?  
סמנו בתמונה עוד שתי זוויות שגודלן  
כגודל הזווית  $\alpha$ .  
סמנו בתמונה שתי זוויות שגודלן  $60^\circ$ .

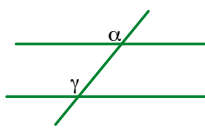
נלמד להסיק מסקנות ולנמק באמצעות משפטים.



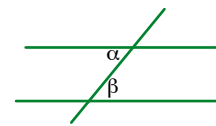
### תזכורת

נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם.  
אם שני הישרים מקבילים:  
אז הזוויות המתחלפות שוות בגודלן,

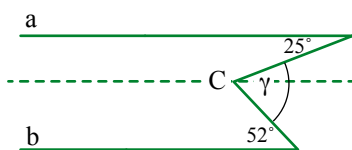
והזוויות המתאימות שוות בגודלן,



$$\alpha = \gamma$$

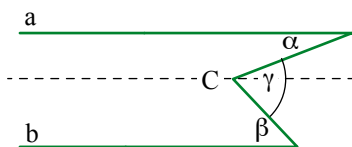


$$\alpha = \beta$$



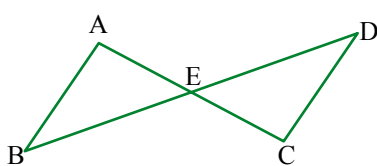
1.  $a \parallel b$  נתון

חשבו את גודל הזווית  $\gamma$ . נמקו.  
(היעזרו בישר המקווקו המקביל לישר a ולישר b.)



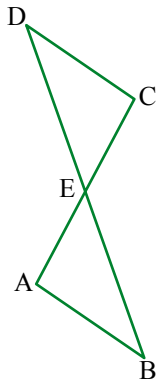
2.  $a \parallel b$  נתון

בטאו את גודל הזווית  $\gamma$  בעזרת  $\alpha$  ו- $\beta$ . נמקו.  
(היעזרו בישר המקווקו המקביל לישר a ולישר b.)



3.  $AB \parallel CD$  נתון

א. סמנו זוויות שוות בגודלן בשני המשולשים.  
ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
אם כן, על-סמך איזה משפט?  
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



4.  $AB \parallel CD$  נתון

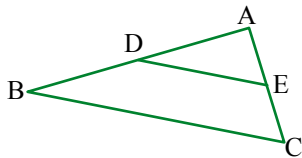
$AB = CD$

- א. סמנו זוויות שוות בגודלן בשני המשולשים.  
 ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
 אם כן, על-סמך איזה משפט?  
 אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



5. משולש ABC הוא משולש שונה-צלעות.

מאמצע הצלע AB של המשולש שרטטו קטע DE מקביל לצלע BC.



- א. סמנו זוויות שוות בגודלן.  
 ב.  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  נסקנה נמקו.  
 ג. מהו יחס הדמיון  $(\frac{AB}{AD})$ ?  
 ד. מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?



1.  $a \parallel b$  נתון

חשבו ונמקו.

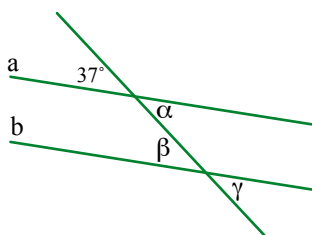
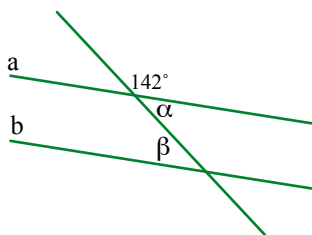
א.  $\alpha = \text{_____}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\beta = \text{_____}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

ב.  $\alpha = \text{_____}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\beta = \text{_____}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\gamma = \text{_____}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

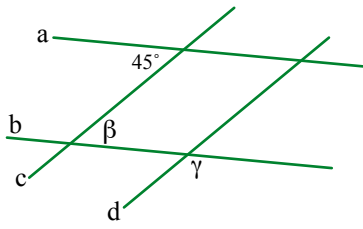




2. א.  $a \parallel b$  נתון

$c \parallel d$

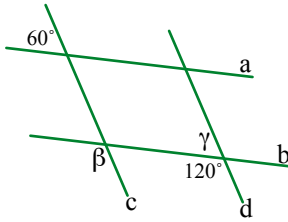
חשבו את הגדלים של הזוויות  $\beta$  ו- $\gamma$  ונמקו.



ב.  $a \parallel b$  נתון

$c \parallel d$

חשבו את הגדלים של הזוויות  $\beta$  ו- $\gamma$  ונמקו.



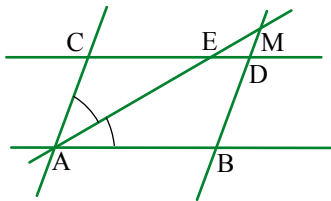
3.  $AB \parallel CD$  נתון

$AC \parallel BD$

AE חוצה את זווית CAB

$\angle EAB = \alpha$

רשמו בשרטוט 3 זוויות נוספות השוות בגודלן ל- $\alpha$ . ונמקו.

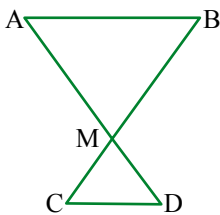


4.  $AD$  ו- $BC$  הם ישרים נחתכים. נתון

$AB \parallel CD$

א. רשמו במשולש  $ABM$  ובמשולש  $DCM$  שלושה זוגות של זוויות שוות בגודלן.

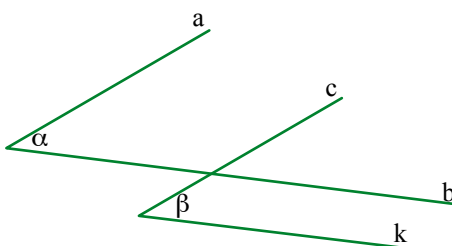
ב. האם  $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ ?

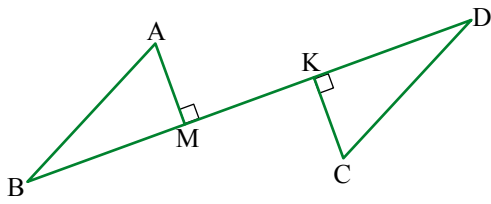


5.  $c \parallel a$  נתון

$b \parallel k$

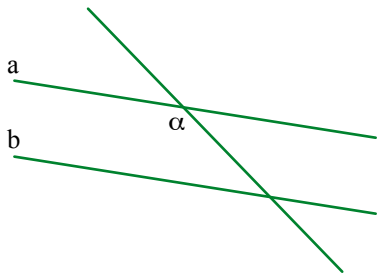
הסבירו מדוע  $\alpha = \beta$ .





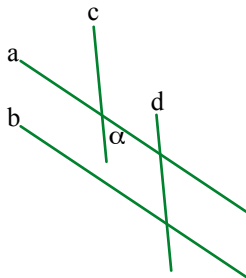
6. נתון
- AB = CD
  - AB || CD
  - CK ⊥ BD
  - AM ⊥ BD

- א. סמנו בשני המשולשים זוג נוסף של זוויות שוות בגודלן.  
 ב.  $\triangle ABM \cong \triangle CDK$  נמקו. **נסקנה**  
 ג. CK = AM נמקו. **נסקנה**  
 ד. שרטטו את הקטעים AD ו-CB, והסבירו מדוע שטח  $\triangle ABD$  שווה לשטח  $\triangle DCB$ .



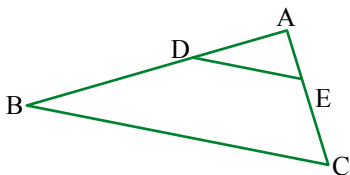
7. א.  $a \parallel b$  **נתון**

- סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .  
 סמנו בשרטוט זווית  $\gamma$  מתאימה ל-  $\alpha$ .



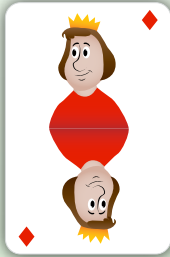
- ב.  $c \parallel d$  **נתון**

- סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .  
 סמנו בשרטוט זווית  $\gamma$  מתאימה ל-  $\alpha$ .



8. משולש ABC הוא משולש שונה-צלעות.  
 חילקו את הצלע AB של  $\triangle ABC$  כך ש:  $AD = \frac{1}{3}AB$ ,  
 ושרטטו קטע DE מקביל לצלע BC.  
 א. סמנו זוויות שוות בגודלן.  
 ב.  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  נמקו. **נסקנה**  
 ג. מהו יחס הדמיון  $\left(\frac{AB}{AD}\right)$ ?  
 ד. מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?

## שיעור 3. מחליפים נתונים ומסקנות אלה באלה



בספר "עליזה בארץ הפלאות" מסופר על שיחה שהתקיימה במסיבת התה של הכובען המטורף:

א. "אם כן, צריכה את לומר מה את חושבת", אמר ארנב האביב לעליזה. "הרי אני אומרת זאת", נחפזה עליזה לענות, "בכל אופן חושבת אני מה שאני אומרת, וזה הרי אותו דבר".

ב. "כלל לא אותו דבר", אמר הכובען, "אם כך תוכלי לומר גם שעיניי רואות מה שאני אוכלת זה כמו אני אוכלת מה שעיניי רואות!"

ג. "אם כן הרי תוכלי לומר גם", הוסיף הארנב, "אני רוצה מה שנותנים לי זה כמו נותנים לי מה שאני רוצה".

מה ניסו האורחים במסיבת התה להסביר לעליזה?

**נבדוק אם ההחלפה בין הנתון והמסקנה של טענה נכונה יוצרת תמיד טענה שגם היא נכונה.**

1. ננסח את זוג הטענות של הכובען בסעיף ב שבמשימת הפתיחה באמצעות "אם-אז".  
"אם אני אוכלת, אז אני רואה (את האוכל)" זה כמו "אם אני רואה (משהו), אז אני אוכלת".  
עליזה חושבת שלשתי הטענות אותה משמעות. האם היא צודקת? הסבירו.
2. לפניכם טענות נכונות.  
החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה ובדקו אם הטענה המתקבלת גם היא טענה נכונה.  
א. אם אדם גר בתל-אביב, אז הוא גר במדינת ישראל.  
ב. אם היום פורים, אז החודש הוא חודש אדר.  
ג. אם היום יום שני, אז אתמול היה יום ראשון.
3. לפניכם טענות נכונות.  
החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה ובדקו אם הטענה המתקבלת גם היא טענה נכונה.  
א. אם ספרת היחידות של מספר היא 5, אז המספר מתחלק ב-5.  
ב. אם ספרת היחידות של מספר היא 0, אז המספר מתחלק ב-10.  
ג. אם זוויות הן זוויות קדקודיות, אז הן שוות בגודלן.  
ד. אם שני משולשים חופפים זה לזה, אז הצלעות של משולש אחד שוות באורכן לצלעות של המשולש השני.  
ה. אם שני משולשים חופפים, אז הזוויות של המשולש האחד שוות בגודלן לזוויות של המשולש האחר.



כאשר מחליפים זה בזה את הנתון של המשפט במסקנה של המשפט, מתקבלת **טענה הפוכה**.  
הטענה ההפוכה אינה בהכרח נכונה.

**זלזלה:** במשימה 3 סעיף ה מופיע **טענה** אם שני משולשים חופפים, אז הזוויות של המשולש  
האחד שוות בגודלן לזוויות של המשולש האחר.

**טענה הפוכה** למשפט: אם הזוויות של משולש אחד שוות בגודלן לזוויות של משולש אחר,  
אז המשולשים חופפים.

**הטענה ההפוכה אינה נכונה.**



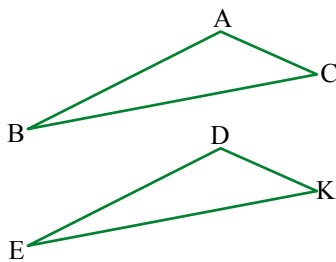
**4.** אם זוג משולשים חופפים, אז הם שווים בשטחם.

א. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט.

ב. החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה של המשפט, וקשמו את  
הטענה ההפוכה המתקבלת.

ג. האם הטענה ההפוכה נכונה?

אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



**5.** במרובע ABCD

$$AB = AD$$

$$BC = DC$$

האלכסון AC מחלק את המרובע לשני משולשים חופפים.

א. לפי איזה משפט חפיפה המשולשים חופפים?

ב. החליפו אלה באלה את הנתונים והמסקנה וקשמו טענה הפוכה.

ג. **יותם** אמר: הטענה ההפוכה היא "אם האלכסון AC מחלק את המרובע לשני משולשים חופפים,  
אז במרובע שני זוגות של צלעות סמוכות שוות באורכן", וזו טענה נכונה.

**יונתן** אמר: הטענה ההפוכה אינה נכונה.

שרטטתי מרובע ABCD שהאלכסון AC מחלק אותו לשני משולשים חופפים

ואין בו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.

מי משניהם צודק? הסבירו.



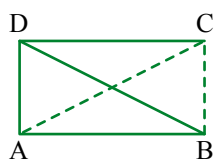
## אוסף משימות



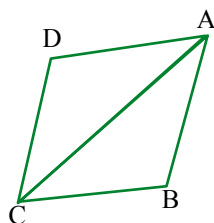
1. לפניכם מספר משפטים. נסחו לכל אחד טענה הפוכה. בדיקו אם הטענה ההפוכה למשפט הנתון היא טענה נכונה והסבירו.
  - א. אם יורד גשם, אז יש עננים בשמים.
  - ב. אם אתה גר בירושלים, אז אתה גר בעיר הבירה של ישראל.
  - ג. אם סכום הספרות של מספר הוא 3, אז המספר מתחלק ב-3.
  - ד. אם נתונה משוואה  $x + 3 = 11$ , אז הפתרון של המשוואה הוא  $x = 8$ .
  - ה. אם מספר מתחלק ב-10, אז ספרת האחדות שלו אפס.



2. לפניכם מספר משפטים. נסחו לכל אחד טענה הפוכה. בדיקו אם הטענה ההפוכה למשפט הנתון היא טענה נכונה והסבירו.
  - א. אם שני משולשים חופפים, אז הצלעות של משולש אחד שוות באורכן לצלעות של המשולש האחר.
  - ב. אם המרובע הוא ריבוע, אז כל זוויותיו ישרות.
  - ג. אם המרובע הוא מלבן, אז כל זוויותיו ישרות.
  - ד. אם שתי זוויות הן זוויות צמודות, אז סכומן  $180^\circ$ .
  - ה. אם שתי זוויות הן זוויות קדקודיות, אז הן שוות בגודלן.



3. **טעם** אם המרובע הוא מלבן, אז אלכסוניו שווים באורכם.
  - א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
  - ב. נסחו טענה הפוכה למשפט הנתון.
  - ג. הטענה ההפוכה אינה נכונה. שרטטו דוגמה נגדית. (מרובע שאלכסוניו שווים באורכם ואינו מלבן).

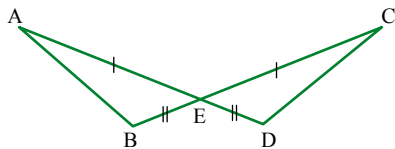


4. **טעם** אם במרובע ABCD כל הצלעות שוות באורכן, אז  $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ .
  - א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
  - ב. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח בטענה ההפוכה.
  - ג. נסחו במילים את הטענה ההפוכה.
  - ד. שרטטו דוגמה המראה שהטענה ההפוכה אינה נכונה.



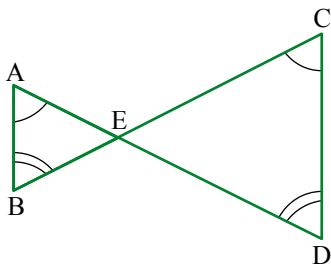
5. לפניכם משפטים.

- נסחו כל אחד מהמשפטים הבאים בעזרת "אם - אז".
  - נסחו טענה הפוכה למשפט הנתון.
  - בדקו אם הטענה ההפוכה היא טענה נכונה והסבירו.
- א. ההיקפים של משולשים חופפים שווים זה לזה.  
 ב. בריבוע כל הצלעות שוות באורכן.  
 ג. בריבוע כל הזוויות שוות בגודלן.  
 ד. במלבן כל הזוויות שוות בגודלן.



6. נכון  $AE = CE$   
 $BE = DE$   
מסקנה  $\sphericalangle A = \sphericalangle C$   
 $\sphericalangle B = \sphericalangle D$

- א. הסבירו מדוע  $\triangle CDE \cong \triangle ABE$ .  
 ב. האם המסקנה הרשומה נובעת מחפיפת המשולשים בסעיף א? הסבירו.  
 ג. רשמו טענה הפוכה: החליפו את הנתונים והמסקנות אלה באלה ורשמו אותם.  
 ד. האם הטענה ההפוכה נכונה?  
 (האם המסקנות שרשמתם בסעיף ג נובעות מהנתונים שרשמתם?)



- ה. **שי** שרטט את השרטוט שלפניכם.  
 האם השרטוט של **שי** הוא דוגמה המראה שהטענה ההפוכה לזו הרשומה בסעיף א, אינה נכונה? הסבירו.