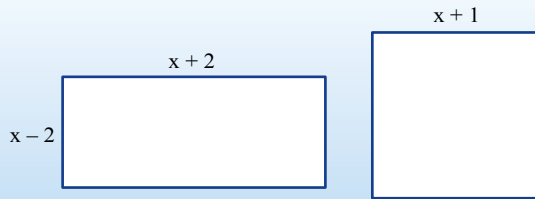


יחידה 21: משוואות ובעיות

שיעור 1. כפל מקוצר, בעיות מילוליות ומשוואות



בשרטוט מלבן וריבוע. הביטויים הרשומים ליד הצלעות מתארים את אורכן. ($x > 2$, מידות האורך נתונות בס"מ). רשמו ביטוי אלגברי לשטח של כל מרובע.

ניעזר בנוסחאות הכפל המקוצר כדי לפתור משוואות ובעיות מילוליות.



1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

לפניכם חמישה מקרים שונים:

א. שטח הריבוע 36 סמ"ר.

ב. שטח המלבן 45 סמ"ר.

ג. סכום השטחים של המלבן ושל הריבוע הוא 81 סמ"ר.

ד. שטח הריבוע גדול ב- 20 סמ"ר משטח המלבן.

ה. שטח המלבן גדול ב- 9 סמ"ר משטח הריבוע.

לכל מקרה מצאו את אורכי הצלעות של המלבן ושל הריבוע לפי השלבים הבאים:

- רשמו משוואה מתאימה.
- פתרו את המשוואה ובדקו אם הפתרונות מתאימים לתנאי הבעיה.
- כתבו תשובה מילולית.



2. אורך צלע של ריבוע x ס"מ ($x > 3$).

מאריכים צלע אחת של הריבוע ב- 3 ס"מ ומקצרים צלע סמוכה ב- 3 ס"מ. מקבלים מלבן.

א. לאיזה מרובע היקף גדול יותר? אולי ההיקפים שווים? הסבירו.

ב. לאיזה מרובע שטח גדול יותר? בכמה?

3. צלע ריבוע אחד ארוכה ב- 5 ס"מ מאורך הצלע של ריבוע שני.

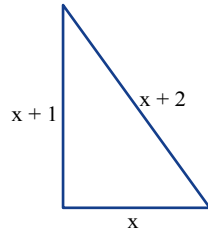
א. סמנו ב- x את אורך צלע הריבוע הקטן ($x > 0$) ורשמו ביטויים מתאימים: לאורך צלע הריבוע הגדול, ולשטחי שני הריבועים.

ב. שטח ריבוע אחד גדול ב- 225 סמ"ר משטח הריבוע האחר. קבעו: אילו מהמשוואות הבאות מתאימות לתיאור הבעיה?

I. $x + 5 = x + 225$ III. $(x + 5)^2 + 225 = x^2$

II. $(x + 5)^2 - 225 = x^2$ IV. $x^2 + 225 = (x + 5)^2$

ג. פתרו את אחת המשוואות שבחרתם ומצאו את אורכי צלעות הריבועים.



4. לפניכם משולש ישר-זווית. הביטויים הרשומים ליד הצלעות מתארים את אורכן. ($x > 1$, מידות האורך בס"מ). מצאו את אורכי הצלעות של המשולש.

שלושת המספרים הטבעיים שמייצגים את אורכי הניצבים והיתר של המשולש ישר-הזווית במשימה 4, נקראים **שְלֵשָה פִּיתְגוֹרִית**.



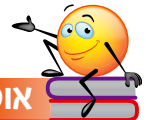
זוהי שְלֵשָה של **מספרים טבעיים** המקיימת את משפט פיתגורס $a^2 + b^2 = c^2$.

השלשה הפיתגורית הקטנה ביותר היא (3, 4, 5), והיא הייתה ידועה כבר בעת העתיקה. נראה כי במצרים הקדומה השתמשו במשולש ישר-זווית שמתקבל משלשה זו לבניית אמות מים. קיימות שלשות רבות נוספות למשל, (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17). כל **כפולה במספר שלם גדול מ-1** של שלשה פיתגורית, היא גם שלשה פיתגורית. למשל: (6, 8, 10) היא כפולה ב-2 של (3, 4, 5).

5. פתרו את המשוואות.

א. $(x - 4)^2 - x(x + 8) = 0$ ג. $(x - 4)^2 - x(8 - x) = 16$

ב. $(x + 4)^2 - x(x - 8) = 0$ ד. $(x + 4)^2 + x(8 - x) = 16$

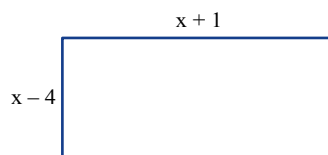
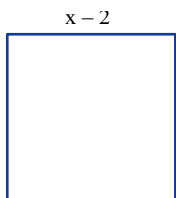


אוסף משימות

השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, והביטויים האלגבריים הרשומים ליד הצלעות מתארים את אורכן בס"מ.



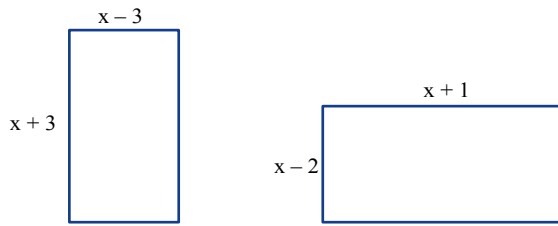
1. בשרטוט ריבוע ומלבן.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- רשמו ביטוי לשטח המלבן וביטוי לשטח הריבוע.
- שטח המלבן שווה לשטח הריבוע. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. מצאו את אורכי הצלעות של כל מרובע.



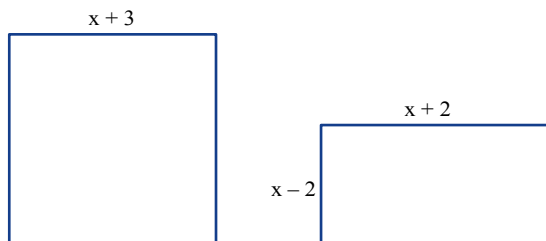
2. בשרטוט שני מלבנים.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.
- ג. שטחי המלבנים שווים. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. מצאו את אורכי הצלעות של כל מלבן.



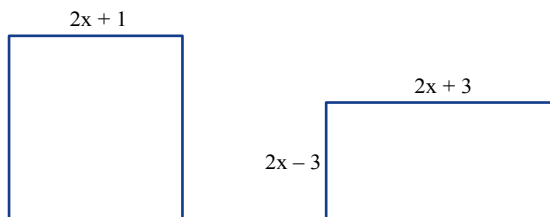
3. בשרטוט ריבוע ומלבן.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. רשמו ביטוי לשטח המלבן וביטוי לשטח הריבוע.
- ג. רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. מצאו את אורכי הצלעות של כל מרובע.



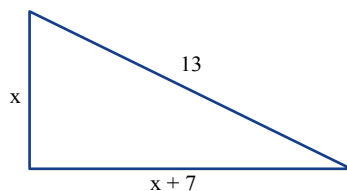
4. בשרטוט ריבוע ומלבן.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה?
- ב. לפניכם שלושה מקרים שונים:
 - שטח המלבן הוא 27 סמ"ר.
 - שטח הריבוע גדול ב- 28 סמ"ר משטח המלבן.
 - שטח הריבוע שווה לשטח המלבן.
- לכל מקרה רשמו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו את אורכי הצלעות של כל מרובע.



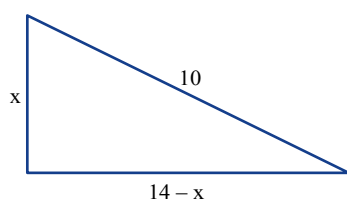
5. בשרטוט משולש ישר-זווית.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. מצאו את אורכי צלעות המשולש.
- ג. מצאו את היקף המשולש ואת שטחו.



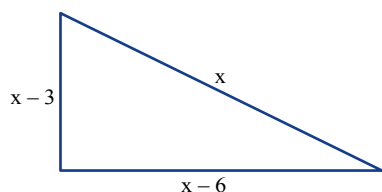
6. בשרטוט משולש ישר-זווית.



- אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. מצאו את אורכי צלעות המשולש.
- ג. מצאו את היקף המשולש ואת שטחו.



7. בשרטוט משולש ישר-זווית.



- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
 ב. מצאו את אורכי צלעות המשולש.
 ג. מצאו את היקף המשולש ואת שטחו.



8. פתרו את המשוואות.

- א. $(x + 1)^2 = x^2 + 13$
 ב. $(x + 2)^2 = x^2 + 12$
 ג. $(x + 3)^2 = x^2 + 9$
 ד. $(x + 4)^2 = x^2 + 16$
 ה. $(x + 4)^2 = (x - 2)(x + 1)$
 ו. $(x - 4)^2 = (x + 2)(x - 1)$



9. פתרו את המשוואות.

- א. $(x + 3)^2 = x^2 + 15$
 ב. $(x + 3)^2 = (x - 3)^2$
 ג. $(x + 3)^2 = 12 + (x - 3)^2$
 ד. $(x - 2)^2 = (x + 4)(x + 1)$
 ה. $(x + 2)^2 = (x + 3)(x - 3) + 15$
 ו. $(x + 4)^2 = 2x(x - 3) + 16$



10. פתרו את המשוואות.

- א. $(5x + 1)^2 - 5x(5x + 2) = x^2 - 15$
 ב. $(2x + 1)^2 = (2x - 1)^2 + 20$
 ג. $(2x + 1)^2 = (5x - 1)^2$
 ד. $(x + 2)^2 = (2x + 1)^2 + 9$
 ה. $(2x - 1)^2 - (x - 1)^2 = 0$
 ו. $x^2 + (x - 2)^2 = 2(x + 1)^2$



11. נתונה המשוואה $\sqrt{x^2 - 4} = x - 1$

- א. אילו ערכים מתאימים ל- x ? הסבירו.
 ב. האם למשוואה יש פתרון? אם כן, מהו? אם לא, הסבירו.

שיעור 2. פותרים משוואות ובעיות בעזרת פירוק טרינום



לפניכם שתי דרכים לפתור את המשוואה $x^2 + 2x + 1 = 16$

דרך ב

$$x^2 + 2x + 1 = 16 / -16$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

דרך א

$$x^2 + 2x + 1 = 16$$

$$(x + 1)^2 = 16$$

המשיכו את הפתרון לפי כל דרך.

נפתור משוואות ובעיות ריבועיות בעזרת פירוק טרינום.

תזכורת

- **טרינום** הוא תלת-איבר: ביטוי אלגברי בעל שלושה מחוברים.
- מכפלה מהצורה $(x + a)(x + b)$ אפשר לכתוב כסכום בעזרת חוק הפילוג המורחב כך:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$
- לכן, טרינום מהצורה $x^2 + (a + b)x + a \cdot b$ אפשר לכתוב כמכפלה בעזרת פירוק לגורמים כך:

$$x^2 + (a + b)x + a \cdot b = (x + \underline{a})(x + \underline{b})$$

1. פתרו את המשוואות הבאות בדרך א או בדרך ב.

א. $x^2 - 12x + 36 = 25$ ג. $x^2 - 14x + 49 = 81$

ב. $x^2 - 12x + 36 = 36$ ד. $x^2 - 14x + 49 = 0$

2. פתרו את המשוואות בעזרת פירוק טרינום.

מציאה: $x^2 + 4x - 12 = 0$

מחפשים שני מספרים שמכפלתם (-12) וסכומם 4; המספרים הם 6 ו-(-2).

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

לכן: $x - 2 = 0$ או $x + 6 = 0$

$x = 2$ או $x = -6$

א. $x^2 + 8x + 12 = 0$ ג. $x^2 - 4x + 3 = 0$

ב. $x^2 - 8x - 9 = 0$ ד. $x^2 - 4x - 21 = 0$

3. פתרו את המשוואות בדרך הנוחה לכם.

א. $x^2 - 12x + 36 = 0$ ג. $x^2 - 14x + 49 = 100$ ה. $x^2 + 5x + 2 = 38$

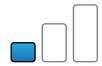
ב. $x^2 - 8x + 12 = 0$ ד. $x^2 - 6x + 3 = 30$ ו. $x^2 - 6x + 2 = 9$

בעיות מילוליות

4. בחרתי מספר שלם. כפלתי את המספר שבחרתי במספר העוקב לו וקיבלתי 42. מהו המספר שבחרתי? כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.
5. **הדר** בחרה מספר שלילי, כפלה אותו במספר הגדול ממנו ב-5 וקיבלה 36. **רוני** בחרה מספר חיובי. גם היא כפלה אותו במספר הגדול ממנו ב-5 וקיבלה 36. איזה מספר בחרה **הדר**? איזה מספר בחרה **רוני**?
6. נתונים חמישה מספרים שלמים עוקבים. סכום הריבועים של שלושת המספרים הראשונים שווה לסכום הריבועים של שני המספרים האחרונים. מהם המספרים? הסבירו.
7. א. מצאו שני מספרים זוגיים עוקבים שסכום ריבועיהם 100.
ב. מצאו שני מספרים אי-זוגיים עוקבים שסכום ריבועיהם 130.



אוסף משימות



1. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 8x + 15 = 0$	ג. $x^2 + 2x - 15 = 0$	ה. $x^2 - 5x + 1 = 7$
ב. $x^2 - 8x + 15 = 0$	ד. $x^2 - 2x - 15 = 0$	ו. $x^2 + 5x = 6$



2. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 8x - 9 = 0$	ג. $x^2 + 3x - 6 = 4$	ה. $2x^2 - 6x + 6 = x^2 + 1$
ב. $x^2 - 8x - 9 = 0$	ד. $x^2 - 3x - 6 = 4$	ו. $x^2 - 6x + 15 = 3(x - 1)$



3. פתרו את המשוואות.

א. $x^2 + 10x + 25 = 144$	ג. $(x - 2)^2 = 2(x + 2)$	ה. $(x + 3)(x - 4) = x + 12$
ב. $x^2 - 8x + 16 = 0$	ד. $(x + 1)^2 = x + 21$	ו. $2(x - 3)^2 = x^2 - 2(x - 1)$



4. בחרים שני מספרים שלמים עוקבים.

- א. סמנו את אחד המספרים ב- x , ורשמו ביטוי אלגברי למספר האחר.
ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?
ג. סכום הריבועים של שני המספרים העוקבים שנבחרו הוא 145. מהם המספרים?



5. בחרים שלושה מספרים שלמים עוקבים.
סכום הריבועים של שני המספרים הראשונים גדול ב- 21 מריבוע המספר השלישי.
א. סמנו את אחד המספרים ב- x , ורשמו ביטויים אלגבריים למספרים האחרים.
ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?
ג. כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו את המספרים.



6. בחרים שני מספרים שלמים עוקבים.
סכום הריבועים של שני המספרים העוקבים גדול ב- 50 מסכום המספרים.
א. סמנו את אחד המספרים ב- x , ורשמו ביטוי אלגברי למספר האחר.
ב. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי נתוני הבעיה?
ג. כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו את המספרים.



7. בחרתי מספר, הוספתי לו 2, כפלתי את הסכום במספר שבחרתי.
א. אם קיבלתי 63, איזה מספר בחרתי?
ב. אם קיבלתי 255, איזה מספר בחרתי?
ג. אם קיבלתי 168, איזה מספר בחרתי אם ידוע שהוא מספר חיובי?
ד. אם קיבלתי (-1) , איזה מספר בחרתי?



8. בחרתי מספר שלילי,
הוספתי למספר שבחרתי 4,
החסרתי מהמספר שבחרתי 2,
כפלתי את התוצאות שקיבלתי בשני השלבים הקודמים וקיבלתי 72.
מהו המספר שבחרתי?



9. א. כמה פתרונות למשוואה $x^4 - 32x^2 + 256 = 0$ הסבירו.
ב. כמה פתרונות למשוואה $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$ הסבירו.



10. פתרו את המשוואות.

א. $x^3 - 16x^2 = 0$ ב. $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$ ג. $x^3 - 7x^2 + 10x = 0$

שיעור 3. משלימים לריבוע ופותרים



פתרו את המשוואה $x^2 + 6x + 5 = 0$
 נכיר דרך נוספת לפתרון משוואות ריבועיות.

1. נתייחס למשוואה שבמשימת הפתיחה.

רוּן אמר: לפי שני המחברים הראשונים שבמשוואה $x^2 + 6x + 5 = 0$ הביטוי $x^2 + 6x + 9$ מזכיר את הריבוע השלם כדי לשמור על השוויון צריך להוסיף (-4) , כלומר לחסר 4. לכן, נכתוב את המשוואה הנתונה כך: $(x^2 + 6x + 9) - 4 = 0$
 $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ לכן נרשום:
 $(x + 3)^2 - 4 = 0$
 $(x + 3)^2 = 4$ ומכאן:

המשיכו את הפתרון של **רוּן**.



דרך הפתרון של **רוּן** נקראת **השלמה לריבוע**.

לפעמים אפשר למצוא את הפתרונות של משוואה ריבועית מהצורה $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ בעזרת **השלמה לריבוע** כך:

- קובעים את הריבוע השלם על-סמך שני המחברים הראשונים,
- מוסיפים את המספר המאזן את השינוי שנגרם כתוצאה מהשלמה לריבוע,
- פותרים את המשוואה הרשומה כריבוע של ביטוי.

דוגמה: נתונה המשוואה $x^2 - 10x + 16 = 0$
 הביטוי $x^2 - 10x$ מזכיר את הריבוע השלם מאזנים (מחסרים 9) ורושמים את המשוואה כך: $(x^2 - 10x + 25) - 9 = 0$
 כלומר: $(x - 5)^2 = 9$
 נוכל להסיק: $x - 5 = 3$ או $x - 5 = -3$
 ולכן: $x = 8$ או $x = 2$

2. פתרו את המשוואות בדרך של השלמה לריבוע.

דוגמה: $4x^2 - 16x + 15 = 0$
 $(4x^2 - 16x + 16) - 1 = 0$
 $(2x - 4)^2 = 1$
 $2x - 4 = -1$ או $2x - 4 = 1$
 $x = 1.5$ או $x = 2.5$

א. $x^2 + 10x + 9 = 0$ ג. $x^2 - 6x - 7 = 0$ ה. $4x^2 - 12x + 5 = 0$

ב. $x^2 - 10x + 24 = 0$ ד. $x^2 + 4x - 5 = 0$ ו. $4x^2 - 8x + 3 = 0$



3. אפשר לפתור את המשוואה $x^2 + 14x + 40 = 0$ בדרכים שונות.

השלמה לריבוע	פירוק טרינום
$x^2 + 14x + 40 = 0$	$x^2 + 14x + 40 = 0$
$(x^2 + 14x + 49) - 9 = 0$	$(x + 10)(x + 4) = 0$
$(x + 7)^2 = 9$	$x + 10 = 0$ או $x + 4 = 0$
$x + 7 = -3$ או $x + 7 = 3$	$x = -4$ או $x = -10$
$x = -10$ או $x = -4$	

איזו דרך אתם מעדיפים? מדוע?

4. פשטו ופתרו את המשוואות.

- א. $(2x - 1)(x + 1) = x^2 + 5$
- ב. $x^2 + (x - 2)(x + 6) + 6 = 0$
- ג. $(2x - 1)(x + 1) - x(x + 1) = 0$
- ד. $(x - 3)^2 + (x + 3)^2 = 36$
- ה. $(x - 5)^2 - 2(x + 1)^2 = 47$
- ו. $3(x - 2)^2 = 2(x + 1)^2 - 45$

5. סכום שלושה מספרים הוא 12.

- המספר השני גדול ב-1 מהמספר הראשון.
 בכל סעיף כתבו משוואה מתאימה, פתרו ומצאו את כל האפשרויות למספרים המתאימים.
- א. מכפלת שלושת המספרים היא 0.
- ב. סכום הריבועים של שני המספרים הראשונים שווה לריבוע המספר השלישי.
- ג. מכפלת שני המספרים הראשונים קטנה ב-11 מהמספר השלישי.



אוסף משימות



1. פתרו את המשוואות.

- א. $(x + 2)(x - 1) = 4$
- ב. $3x^2 - 2 = (2x + 1)^2$
- ג. $(x - 3)^2 + 6x = 13$
- ד. $(x + 2)^2 = 2x + 3$
- ה. $(x - 4)(x - 5) = 6x - 34$
- ו. $(2x - 1)^2 + x = 3x^2 + 5$



2. פתרו את המשוואות.

א. $(x + 3)(x - 1) = 2x + 1$
ב. $(2x + 3)^2 + x = 3x(x + 5) + 12$
ג. $(2x - 3)^2 = 3x(x - 4) + 25$
ד. $(x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 1$
ה. $(x - 6)(x + 6) + (x - 4)^2 = x(x - 7)$
ו. $2x(2x - 3) + 6 = (3x - 1)(x + 1)$



3. פתרו את המשוואות.

א. $3(x - 1)^2 - 2x(x - 1) = 0$
ב. $2(x - 3)^2 - (x - 4)^2 + 2 = 0$
ג. $(x - 3)^2 - 2(x - 4)^2 = 2$
ד. $(3x - 1)(3x + 1) = 2(x - 3)(x - 1) + 8x$
ה. $(3x - 1)^2 = 4(x - 3)(x - 1) - 16$
ו. $3x^2 - (x - 5)^2 = (2x - 1)(x + 3) - 2$



4. מספר אחד גדול ב-6 ממספר שני.

- א. סמנו ב- x את אחד המספרים ורשמו ביטוי אלגברי למספר השני.
ב. לכל מקרה מצאו מספרים מתאימים.
I. מכפלת המספרים היא 0.
II. מכפלת המספרים היא 55.
III. מכפלת המספרים היא (-8).
IV. סכום הריבועים של שני המספרים הוא 50.



5. סכום שני מספרים הוא 15.

- א. סמנו ב- x את אחד המספרים ורשמו ביטוי אלגברי למספר השני.
ב. לכל מקרה מצאו מספרים מתאימים.
I. מכפלת המספרים היא 0.
II. מכפלת המספרים היא 56.
III. מכפלת המספרים היא (-100).
IV. סכום הריבועים של שני המספרים הוא 125.



6. סכום שלושה מספרים הוא (-2).

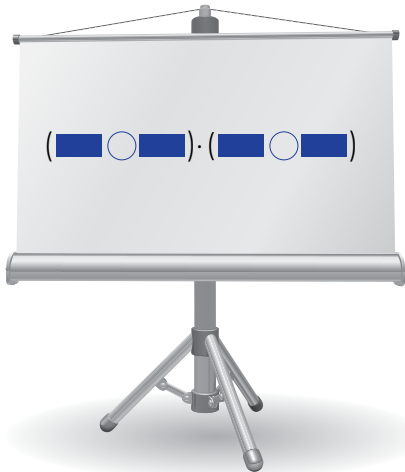
- המספר השני גדול ב-1 מהמספר הראשון.
בכל סעיף מצאו את המספרים המתאימים.
א. מכפלת שלושת המספרים היא 0.
ב. סכום הריבועים של שני המספרים הראשונים שווה לריבוע המספר השלישי.
ג. מכפלת שני המספרים הראשונים גדולה ב-13 מהמספר השלישי.

שיעור 4. כמה מחוברים למכפלה?



נתונה המכפלה $(a + b) \cdot (c + d)$
כמה מחוברים נקבל אם נכפול ונפשט את הביטוי?

נחקר מכפלות של שני בינומים.



1. נתונה המכפלה $(\square \circ \square) \cdot (\square \circ \square)$

בכל סעיף העתיקו והשלימו, כך שיתקבל התנאי הרשום.

בכל \square רשמו את אחד המשתנים a, b, c, d .

בכל \circ רשמו את אחד מסימני הפעולה $+$ או $-$

שימו לב, אפשר להשתמש באותו משתנה יותר מפעם אחת.

א. לאחר פישוט, התוצאה היא סכום של ארבעה מחוברים.

ב. לאחר פישוט, התוצאה היא סכום של שלושה מחוברים.

ג. לאחר פישוט, התוצאה היא סכום של שני מחוברים.

ד. לאחר פישוט, התוצאה היא מכפלה ללא מחוברים.

ה. לאחר פישוט, התוצאה היא אפס.

2. נתונה המכפלה $(\square + \square) \cdot (\square + \square)$

מציבים במקומות הריקים משתנים או מספרים.

א. מהו המספר הגדול ביותר של מחוברים שאפשר לקבל מפישוט המכפלה?

ב. מהו המספר הקטן ביותר של מחוברים שאפשר לקבל מפישוט המכפלה?

3. בכל סעיף קבעו בלי לפשט את מספר המחוברים שיתקבל אחרי פתיחת סוגריים ופישוט.

א. $(x + 8)(x - 6)$ ד. $(x + 8)^2$ ז. $(x + y)(6 - 8)$

ב. $(x + x)(8 - 6)$ ה. $(x + 8)(x - 8)$ ח. $(x - y)(x - y)$

ג. $(x - x)(8 - 6)$ ו. $(x + 8)(y - 6)$ ט. $(x - y)(x - 5)$

4. נתונה המכפלה $(x + 5) \cdot (\square \circ \square)$

בכל סעיף העתיקו והשלימו מספרים, ביטויים ופעולות כרצונכם, כך שלאחר פישוט יתקבל מספר המחוברים הנתון.

א. ארבעה מחוברים. ג. שני מחוברים.

ב. שלושה מחוברים. ד. ביטוי ללא מחוברים.



5. נתונה המכפלה $(x + \square) \cdot (x + \square)$

כמה מחוברים יתקבלו אחרי פישוט, אם נרשום במקומות הריקים מספרים מהסוגים הבאים:

- א. מספרים נגדיים. ב. מספרים שונים שאינם נגדיים. ג. מספרים שווים.



אוסף משימות



1. בכל סעיף קבעו בלי לפשט, את מספר המחוברים שיתקבל אחרי פתיחת סוגריים ופישוט.

א. $(2x - 3)(3y - 2)$ ד. $(2x - 3)(3x - 3x)$ ז. $(2x + 3)(3 - 2)$

ב. $(2x - 3)(3x - 2)$ ה. $(2x - 3)^2$ ח. $(2x - 3y)(3 - 2)$

ג. $(2x - 3)(3 + 2x)$ ו. $(2x + 3x)(3 - 2)$ ט. $(2x - 3x)(2x + 3x)$



2. רשמו מכפלות שונות כך שאחד המחוברים בתוצאה יהיה $8x^2$.



3. פתרו את המשוואות.

א. $x(x + 5) - 6 = 0$ ג. $(x + 3)(x + 4) = 20$ ה. $(x - 6)(x - 2) + 4 = 0$

ב. $(x + 3)^2 = 25$ ד. $(x - 1)(x + 1) = 35$ ו. $x(x + 10) = 2(x - 8)$



4. פתרו את המשוואות.

א. $x(x - 5) = x - 5$ ג. $2x(x + 3) = (x + 2)^2 + 4$ ה. $(x - 5)(x + 3) + 16 = 0$

ב. $x(x - 5) = 3(x - 5)$ ד. $(x + 3)^2 = 2x^2 + 2$ ו. $x(3x + 5) = 5x + 48$



5. פתרו את המשוואות.

א. $(4x + 3)(4x - 3) = x(4x - 3)$ ד. $3(x - 1)^2 - 2x(x - 1) = 0$

ב. $x(4x - 3) = 4x - 3$ ה. $(x - 2)(3x + 1) = (2x + 1)^2 + 5$

ג. $x(4x - 3) = 3 - 4x$ ו. $(x - 5)^2 + (x + 3)^2 = x(x - 5) + 36$



שיעור 5. משימות נוספות

חוק הפילוג המורחב, פירוק לגורמים של טרינום, כפל מקוצר

חשבו את התוצאות של התרגילים הבאים.

$$11^2 - 10^2 \quad 8^2 - 7^2 \quad 5^2 - 4^2$$

שערו: מה תהיה התוצאה של התרגיל $101^2 - 100^2$?

ניעזר בחוקי הפילוג, בפירוק הטרינום ובנוסחאות הכפל המקוצר כדי לחקור חוקיות.

זוגות מספרים שלמים עוקבים

1. נתייחס לתרגילים שבמשימת הפתיחה.
 - א. בחרו שלושה זוגות של מספרים שלמים עוקבים כרצונכם וחשבו את הפרש הריבועים שלהם.
 - ב. הסיקו מסקנה וכתבו אותה במילים ובכתיב אלגברי.
 - ג. היעזרו בחוקי הכפל המקוצר והוכיחו את מסקנתכם.
2.
 - א. בחרו שלושה זוגות של מספרים שלמים עוקבים כרצונכם ובצעו את שתי הפעולות הבאות.
 - כפלו את שני המספרים שבחרתם.
 - החסירו מריבוע המספר הגדול את המספר עצמו.
 - ב. מצאו קשר בין התוצאות שקיבלתם.
 - ג. הוכיחו כי הקשר שמצאתם מתקיים לכל זוג מספרים שלמים עוקבים.

נוסחאות הכפל המקוצר

3. פתרו את המשוואה $(x - 5)^2 = (x + 5)^2$
4. בכל סעיף קבעו עבור אילו ערכים של a ושל b מתקיים השוויון. הסבירו.

$$(a - b)^2 = a^2 - b^2 \quad \text{זלזלז:}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = a^2 - b^2$$

$$2b^2 - 2ab = 0$$

$$2b(b - a) = 0$$

$$b = 0 \text{ או } b = a$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 \quad \text{ג.} \quad \text{א. } (a - b)^2 = (b - a)^2$$

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 \quad \text{ד.} \quad \text{ב. } (a - b)^2 = a^2 + b^2$$

5. קבעו "נכון" או "לא נכון". הסבירו.

א. $(x - 3)^2 + (3 - x)^2 = 0$ ג. $x \neq 3 \quad \frac{(x-3)^2}{(3-x)^2} = 1$

ב. $(x - 3)^2 - (3 - x)^2 = 0$ ד. $x \neq 3 \quad \frac{(x-3)^2}{(3-x)^2} = -1$



6. נתון: $ab = 36$ $a - b = 9$

א. מצאו את ערכם של הביטויים הבאים בלי למצוא את ערכם של a ושל b .

I. $2a - 2b$ II. $2ab$ III. $a^2 - 2ab + b^2$

ב. היעזרו בתוצאות שקיבלתם בסעיף א וחשבו את ערכם של הביטויים הבאים. (שימו לב, בסעיפים III ו-IV יש שתי אפשרויות.)

I. $a^2 + b^2$ II. $(a + b)^2$ III. $a + b$ VI. $a^2 - b^2$

7. נתון: $ab = 15$ $a^2 + b^2 = 34$ $a > b$

בכל סעיף חשבו את ערכו של הביטוי האלגברי.

א. $(a + b)^2$ ב. $(a - b)^2$ ג. $a^2 - b^2$



1. בכל סעיף הראו כיצד אפשר לחשב את המכפלה באמצעות נוסחאות הכפל.

א. $34 \cdot 26$ ג. $85 \cdot 75$ ה. 41^2 ז. 35^2

ב. $41 \cdot 39$ ד. $52 \cdot 48$ ו. 29^2 ח. 62^2



2. בכל סעיף הראו כיצד אפשר לחשב את ההפרש באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר.

א. $31^2 - 29^2$ ב. $99^2 - 1$ ג. $15^2 - 5^2$ ד. $40^2 - 39^2$



3. בכל סעיף קבעו אם פתרון המשוואה הוא קבוצת כל המספרים.

אם לא, מצאו את המספרים שהם פתרון המשוואה.

א. $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ ג. $(x - 1)^2 = x^2 + 1 - 2x$ ה. $(x - 1)^2 = (1 - x)^2$

ב. $(x + 1)(x - 1) = x^2 - x$ ד. $(1 - x)(x + 1) = 1 - x^2$ ו. $(x + 3)^2 = x^2 + 9$



4. קבעו אילו שוויונות נכונים לכל זוג מספרים.

אם השוויון אינו נכון לכל זוג מספרים, תנו דוגמה נגדית.

א. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ג. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

ב. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ ד. $b \neq 0, \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$



5. בכל סעיף רשמו $>$, $<$ או $=$ כך שהאי-שוויון או המשוואה יהיו נכונים לכל מספר. נמקו תשובתכם.

א. a^2 $(a + 1)(a - 1)$ ה. $a(a + 2)$ $(a + 1)^2 - 1$

ב. $a^2 - 1$ $a^2 + 1$ ו. $(1 - a)^2$ $(a - 1)^2$

ג. $a(a - 2)$ $(a - 1)^2$ ז. $a(a + 2)$ $a^2 + 7a$

ד. $a(a + 2)$ $(a + 1)^2$ ח. $a(a - 3)$ $(a - 5)(a + 2)$



6. בכל סעיף קבעו $>$ או $<$ לכל זוגות המספרים המקיימים את התנאים הרשומים.

א. אם $a > 0$ וגם $b > 0$ אז $(a - b)^2$ $(a + b)^2$

ב. אם $a > 0$ וגם $b < 0$ אז $(a - b)^2$ $(a + b)^2$

ג. אם $a < 0$ וגם $b > 0$ אז $(a - b)^2$ $(a + b)^2$

ד. אם $a < 0$ וגם $b < 0$ אז $(a - b)^2$ $(a + b)^2$



7. נתון: $a + b = 10$ $ab = 16$

בכל סעיף חשבו את ערך הביטוי **בלי לחשב** את ערכי a ו-b.

- | | | |
|--------------------------------|-------------------|----------------------|
| א. $5(a + b)$ | ד. $3ab$ | ז. $a + b + ab$ |
| ב. $3a + 3b$ | ה. $\frac{ab}{2}$ | ח. $(a + b)^2$ |
| ג. $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ | ו. $(ab)^2$ | ט. $(a + b)^2 - 2ab$ |



8. נתון: $a + b = 10$ $ab = 24$

בכל סעיף חשבו את ערך הביטוי **בלי לחשב** את ערכי a ו-b.

- | | | |
|--------------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| א. $2a + 2b$ | ד. $\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}$ | ז. $ab \cdot (a + b)$ |
| ב. $2a \cdot 2b$ | ה. $a^2 \cdot b^2$ | ח. $(a + b)^2$ |
| ג. $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ | ו. $\frac{12a+12b}{ab}$ | ט. $(a + b)^2 - 2ab$ |



9. נתון: $a - b = 9$ $ab = 36$

בכל סעיף חשבו את ערך הביטוי **בלי לחשב** את ערכי a ו-b.

- | | | |
|----------------------|----------------|------------------------------|
| א. $2a - 2b$ | ד. $a^2 + b^2$ | ז. $\frac{ab}{a - b}$ |
| ב. $2ab$ | ה. $(a + b)^2$ | ח. $a^2b - ab^2$ |
| ג. $a^2 - 2ab + b^2$ | ו. $a^2 - b^2$ | ט. $\sqrt{\frac{a - b}{ab}}$ |



10. בחרים שני מספרים אי-זוגיים עוקבים.

א. סמנו את אחד המספרים ב- x וְרשמו ביטוי למספר האי-זוגי העוקב.

ב. הפרש הריבועים של שני המספרים הוא 32. מצאו את המספרים.



11. לפניכם שלושה שוויונות.

א. בדקו אם הם נכונים.

$$4^2 + 4 = 5^2 - 5$$

$$7^2 + 7 = 8^2 - 8$$

$$10^2 + 10 = 11^2 - 11$$

ב. בחרו מספרים מתאימים, וכתבו שוויון דומה נוסף.

ג. הסיקו מסקנה וכתבו אותה במילים או בכתיב אלגברי.

ד. היעזרו בחוקי הפילוג ובחוקי הכפל המקוצר והוכיחו את מסקנתכם.



12. סכום שני מספרים הוא 30.

הפרש הריבועים של שני המספרים הוא 120.

א. רשמו ביטויים ומשוואות מתאימים.

ב. פתרו את המשוואות ומצאו את שני המספרים.



13. נתונים שני מספרים חיוביים a ו- b , כך ש- $a > b$.

מצאו את השגיאה בהוכחה הבאה.

$$a > b \cdot b$$

$$ab > b^2 \cdot a^2$$

$$ab - a^2 > b^2 - a^2$$

$$a(b - a) > (b - a)(b + a) \quad / : (b - a)$$

$$a > b + a \cdot a$$

$$0 > b$$

מסקנה: b מספר שלילי (בניגוד לנתון).



14. נתונה המשוואה $x^2 + 3bx + 2b^2 = 0$

ידוע כי $x = 2$ הוא אחד מפתרונות המשוואה.

א. מצאו את הערך של b (שתי אפשרויות).

ב. מצאו את הפתרון השני (שתי אפשרויות).



שומרים על כושר

חזקות

1. בטאו כחזקה.

א. $2^{12} \cdot 2^2$ ג. $7^{12} \cdot 7^5 \cdot 7^3$ ה. $8^n \cdot 8^3 \cdot 8^4$

ב. $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^2$ ד. $a^7 \cdot a$ ו. $12^n \cdot 12^k$

2. חשבו או פתבו ביטויים זהים בעזרת חוקי חזקות. **זלזלה:** $\frac{3^5}{3^7} = 3^{5-7} = 3^{-2}$ או $\frac{1}{3^2}$

א. $\frac{2^{-3}}{2^4}$ ד. $\frac{7^{30}}{7^2}$ ז. $x \neq 0, \frac{x^7}{x^6}$

ב. $a \neq 0, \frac{a^{-3}}{a^2}$ ה. $\frac{7^2}{7^{30}}$ ח. $b \neq 0, \frac{b^7}{b^{10}}$

ג. $a \neq 0, \frac{a^{-5}}{a^{-2}}$ ו. $\frac{7^{30}}{7^{30}}$ ט. $b \neq 0, \frac{b}{b^{10}}$

3. חשבו בעזרת חוקי החזקות.

א. $\frac{4^{-5} \cdot 4^{-5}}{4^{-3} \cdot 4^3}$ ג. $\frac{2^5 \cdot 2^2 \cdot 3}{3^2 \cdot 2^7}$ ה. $b \neq 0, x \neq 0, \frac{12x^4 \cdot b \cdot b^3 \cdot x}{2x^5 \cdot 6b^2}$

ב. $\frac{10^3 \cdot 10^{-4}}{10^2}$ ד. $\frac{2^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot 6}{6^{-3} \cdot 7^{-2}}$ ו. $x \neq 0, y \neq 0, \frac{9x \cdot x^2 \cdot y^3}{3y^2 \cdot x^3 \cdot y}$

4. פשטו.

א. $\frac{(3a^2)^3 \cdot b}{(3a)^4 \cdot b^3}$ ב. $\left(\frac{3b^3}{5b}\right)^4$ ג. $a \neq 0, b \neq 0, \left(\frac{a}{b^2}\right) \cdot \left(\frac{b^3}{a}\right)^2$

5. הראו כי השוויונות הבאים נכונים. היעזרו בפירוק לגורמים ובחוקי חזקות.

א. $2^{100} = 4^{50}$ ב. $12^5 = 2^{10} \cdot 3^5$

6. **נוגה ועופר** רכשו מבנה למפעל.

מחיר המבנה ביום המכירה הוא $4.8 \cdot 10^7$ שקלים.

התשלום מבוצע בשלושה תשלומים באופן הבא:

התשלום הראשון: מיד - ללא ריבית,

התשלום השני: לאחר חודשיים, בתוספת ריבית של 30%,

התשלום השלישי: לאחר 4 חודשים, בתוספת ריבית של 70%.

קבעו מהו הסכום שישלמו **נוגה ועופר** בכל אחד מהתשלומים?