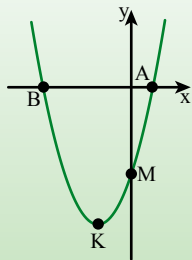


# יחידה 22: משוואות, בעיות ואי-שוויונות

## שיעור 1. משוואות וגרפים



בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 + 3x - 4$  איזה מידע אתם יכולים להסיק מתוך הייצוג האלגברי של הפונקציה? איזה מידע אתם יכולים להסיק מתוך הגרף?

נפתור משוואות ריבועיות ונמצא שיעורי נקודות על גרף הפונקציה לפי תכונות.



1. נתייחס לנתונים שבמשימת הפתיחה.

נתונה הפונקציה  $y = x^2 + 3x - 4$

א. מהם שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y (נקודה M)?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר x (נקודות האפס).

ג. מהו ציר הסימטריה?

ד. מה שיעורי נקודת הקדקוד?



### תזכורת

נתונה הפונקציה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

- שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y הם  $(0, c)$
- אפשר למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x (נקודות האפס) מפתרון המשוואה

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \quad \text{בעזרת הנוסחה} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ציר הסימטריה עובר דרך נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס.

- נקודת הקדקוד נמצאת על ציר הסימטריה.

דוגמה: נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 3x - 10$

- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y (נקודה M) הם  $(0, -10)$

- כדי למצוא את שיעורי נקודות האפס (נקודות A ו-B)

נפתור את המשוואה  $x^2 - 3x - 10 = 0$  בעזרת הנוסחה:  $x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 7}{2}$

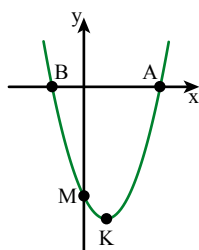
כלומר  $x = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$  או  $x = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

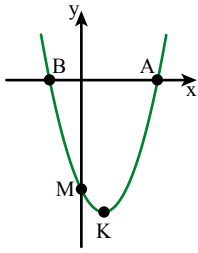
פתרונות המשוואה הם:  $x = 5$  או  $x = -2$

שיעורי הנקודה A  $(5, 0)$  שיעורי הנקודה B  $(-2, 0)$

- ציר הסימטריה הוא  $x = 1.5$

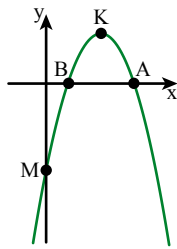
שיעורי נקודת הקדקוד (K) הם  $(1.5, -12.25)$





2. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 2x - 8$

- מצאו את שיעורי הנקודה M (נקודת החיתוך עם ציר y).
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B (נקודות האפס).
- רשמו דוגמה לערך x שבו הפונקציה חיובית.
- רשמו דוגמה לערך x שבו הפונקציה שלילית.
- מצאו את שיעורי הנקודה K (קדקוד הפרבולה).
- מה אורך הקטע AB?



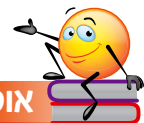
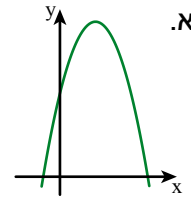
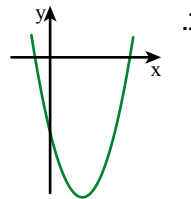
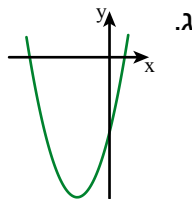
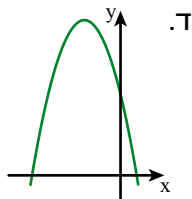
3. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 5x - 4$

- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B (נקודות האפס).
- מצאו את שיעורי הנקודה M (נקודת החיתוך עם ציר y).
- מצאו את שיעורי הנקודה K (קדקוד הפרבולה).
- באיזה תחום הפונקציה עולה? באיזה תחום הפונקציה יורדת?
- מה אורך הקטע AB?

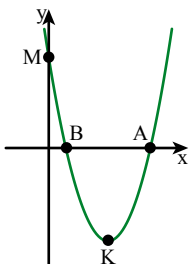


4. נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 4x + 5$

איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו בשתי דרכים שונות.

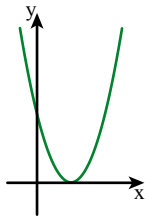


### אוסף משימות



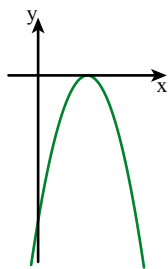
1. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 7x + 6$

- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B (נקודות האפס).
- רשמו דוגמה לערך x שבו הפונקציה שלילית.
- מצאו את שיעורי הנקודה M (נקודת החיתוך עם ציר y).
- מצאו את שיעורי הנקודה K (קדקוד הפרבולה).
- באיזה תחום הפונקציה עולה? באיזה תחום הפונקציה יורדת?
- מה אורך הקטע AB?



2. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 4$

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מהו הערך הקטן ביותר (מינימלי) של הפונקציה? באיזו נקודה מתקבל ערך זה?
- ג. באיזה תחום הפונקציה חיובית?
- ד. באיזה תחום הפונקציה עולה?
- ה. באיזה תחום הפונקציה יורדת?



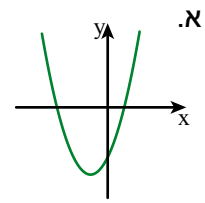
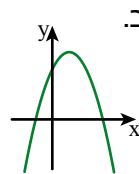
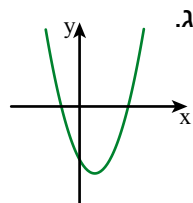
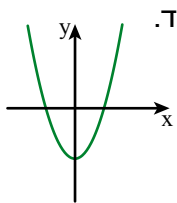
3. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = -2x^2 + 12x - 18$

- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מהו הערך הגדול ביותר (מקסימלי) של הפונקציה? באיזו נקודה מתקבל ערך זה?
- ג. באיזה תחום הפונקציה שלילית?
- ד. באיזה תחום הפונקציה עולה?
- ה. באיזה תחום הפונקציה יורדת?



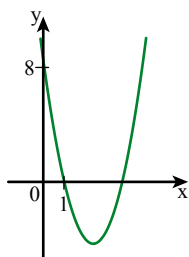
4. נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 2x - 3$

איזה מהגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו בשתי דרכים שונות.



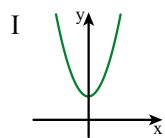
5. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = ax^2 - 10x + c$  ( $a \neq 0$ )

- א. מהו ערכו של  $c$ ? הסבירו.
- ב. מהו ערכו של  $a$ ? הסבירו.



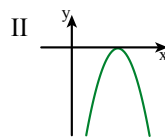


6. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מהפרבולות עם ציר x (נקודות האפס).  
חברו כל פונקציה לפרבולה המתאימה.



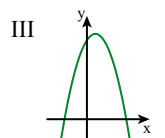
●

●  $y = -x^2 - x + 12$  א.



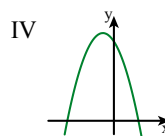
●

●  $y = x^2 + 3$  ב.



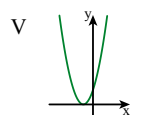
●

●  $y = -x^2 + 8x - 16$  ג.



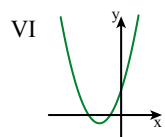
●

●  $y = x^2 + 4x + 3$  ד.



●

●  $y = -x^2 + 2x + 15$  ה.



●

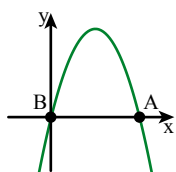
●  $y = 2x^2 + 4x + 2$  ו.



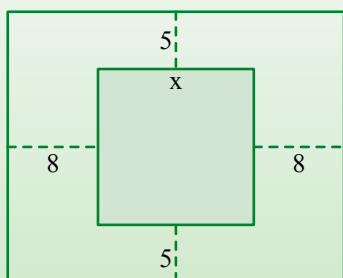
7. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 4x$

א. קשמו ייצוגים אלגבריים של שתי פונקציות ריבועיות נוספות שנקודות האפס שלהן A ו-B.

ב. כמה פונקציות כאלה תוכלו לרשום? הסבירו.



## שיעור 2. בעיות שטחים



בתוך מבנה ריבועי רוצים לאחסן מכלי דלק.

מסביב שומרים על מרחב ביטחון.

השטח כולו הוא בצורת מלבן.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות במטרים).

נסמן ב-  $x$  את אורך צלע המבנה הריבועי ( $x > 0$ ).

מהו השטח כולו אם  $x = 6$ ?

מהו השטח כולו אם  $x = 15$ ?

**נפתור בעיות מילוליות ונפתור משוואות.**



1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. קשמו ביטויים אלגבריים לאורכי צלעות המלבן (השטח כולו).

ב. קשמו ביטוי אלגברי לשטח המלבן.

ג. שטח המלבן 520 מ"ר.

מה אורך צלע המבנה הריבועי?

מה היקף המלבן?

2. בשרטוט מלבן ( $x > 0$ ).

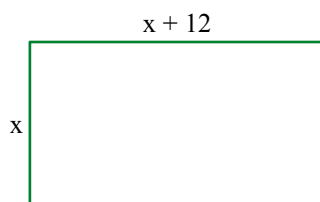
(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות במטרים).

א. קשמו ביטוי אלגברי לשטח המלבן.

ב. שטח המלבן 45 מ"ר. קשמו משוואה מתאימה ופתרו.

מה אורכי צלעות המלבן?

ג. חשבו את היקף המלבן.



בפתרון בעיה מילולית בעזרת משוואה, יש לבדוק אם פתרון המשוואה יכול להיות פתרון הבעיה.

*זוגות*

● במשימה 2

למשוואה הריבועית  $x(x + 12) = 45$  יש שני פתרונות  $x = -15$ ,  $x = 3$

כיוון ש-  $x$  מייצג אורך צלע, פתרון הבעיה יכול להיות רק  $x = 3$

● במשימה 1

למשוואה הריבועית  $(x + 16)(x + 10) = 520$  יש שני פתרונות  $x = -36$ ,  $x = 10$

כיוון ש-  $x$  מייצג אורך צלע, פתרון הבעיה יכול להיות רק  $x = 10$



3. נפילתי מספר שלם במספר העוקב לו וקיבלתי 72.

א. רשמו משוואה, פתרו ומצאו את המספר.

ב. כמה פתרונות לבעיה?

4. נפלו, רשמו כל משוואה בצורה  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), ופתרו.

נמצא: נתונה המשוואה:  $x(3x - 1) = 4(3 + x)$

נפשט:  $3x^2 - x = 12 + 4x$

נסדר את המשוואה:  $3x^2 - 5x - 12 = 0$

$a = 3, b = -5, c = -12$

נציב בנוסחה:  $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 13}{6}$

נקבל:  $x = -\frac{4}{3}$  או  $x = 3$

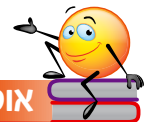
בדיקה:  $\checkmark -\frac{4}{3} \cdot (3 \cdot (-\frac{4}{3}) - 1) = 4 \cdot (3 - \frac{4}{3})$   $\checkmark 3 \cdot (3 \cdot 3 - 1) = 4 \cdot (3 + 3)$

ג.  $(x - 3)(x + 1) = 22 - 2x$

א.  $x^2 - 2x - 4 = x + 6$

ד.  $2x^2 - 2x = (x + 3)(x - 1)$

ב.  $x(x - 4) = 21$



### אוסף משימות

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בשרטוט מלבן ( $x > 0$ ).

א. רשמו ביטוי לשטח המלבן.

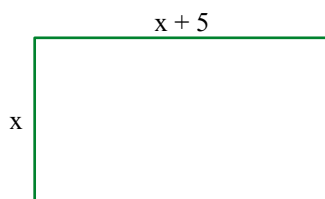
ב. שטח המלבן הוא 84 סמ"ר. רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

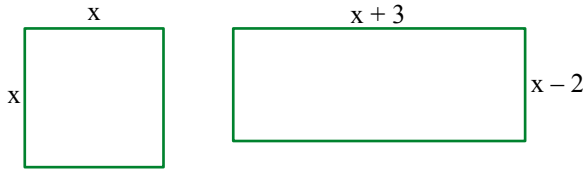
מה אורכי צלעות המלבן?

חשבו את היקף המלבן.

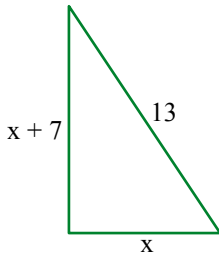
ג. נתון ריבוע שהיקפו שווה להיקף המלבן.

מה אורך צלע הריבוע?





2. בשרטוט ריבוע ומלבן ( $x > 2$ ).
- א. קשמו ביטוי לשטח הריבוע.
- ב. קשמו ביטוי לשטח המלבן.
- ג. סכום השטחים של המלבן והריבוע 204 סמ"ר. קשמו משוואה מתאימה ופתרו. מה אורכי צלעות המלבן? מה אורך צלע הריבוע?
- ד. נתון משולש שווה-צלעות שהיקפו שווה להיקף המלבן. מה אורך צלע המשולש?



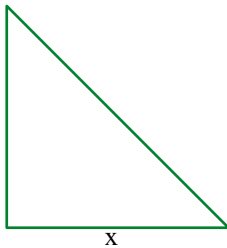
3. בשרטוט משולש ישר-זווית ( $x > 0$ ).

- א. היעזרו במשפט פיתגורס וקשמו משוואה מתאימה.
- ב. פתרו את המשוואה.
- ג. מה אורכי צלעות המשולש?
- ד. מה היקף המשולש?



4. אורכי הצלעות של משולש ישר-זווית הם שלושה מספרים שלמים עוקבים.

סמנו ב-  $x$  את אורך אחד הניצבים ( $x > 0$ , מספר שלם).



א. קשמו ביטוי לאורך הניצב השני.

ב. קשמו ביטוי לאורך היתר.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וקשמו משוואה מתאימה.

ד. פתרו את המשוואה ומצאו את אורכי צלעות המשולש.

ה. מה היקף המשולש?



5. נתונים שני מספרים שלמים עוקבים.

א. סמנו ב-  $x$  את אחד המספרים.

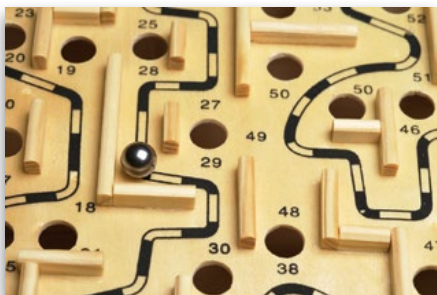
קשמו ביטוי למספר האחר.

ב. קשמו ביטוי המייצג את הריבוע של כל מספר.

ג. סכום הריבועים של המספרים הוא 61.

מהם המספרים?

ד. כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.





6. מספר אחד גדול ב- 8 ממספר אחר.

א. סמנו ב-  $x$  את המספר הקטן, ורשמו ביטוי למספר הגדול.

ב. רשמו ביטוי למכפלת שני המספרים.

ג. מכפלת שני המספרים היא 84.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

ד. מהם המספרים?

ה. כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.



7. מספר אחד גדול ב- 7 ממספר שני.

א. סמנו ב-  $x$  את אחד המספרים ורשמו ביטוי למספר השני.

ב. רשמו ביטוי המייצג את הריבוע של כל מספר.

ג. סכום הריבועים של שני המספרים הוא 85. מהם המספרים?

ד. כמה פתרונות לבעיה? הסבירו.



8. בכל סעיף פשוטו, סדרו ופתרו את המשוואה.

א.  $x(x + 5) = 2(2x + 3)$       ד.  $x(7 - x) = 6$

ב.  $(x + 4)(x + 7) = 70$       ה.  $(x + 3)(x - 2) = 2x - 4$

ג.  $x^2 + 5(8 - x) = 46$       ו.  $(x + 2)^2 = 2x^2 + 8$



9. בכל סעיף פשוטו, סדרו ופתרו את המשוואה.

א.  $x(x - 5) + 22 = 2(3x - 4)$       ד.  $(x + 3)^2 + x = 9 + 3x(x + 5)$

ב.  $3(x + 3) = 2x(x - 2)$       ה.  $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 = x + 2$

ג.  $(3x + 4)(x - 1) = 2x^2 + 2$       ו.  $(x + 4)^2 + (x - 1)^2 = 32 - x$



10. בכל סעיף פשוטו, סדרו ופתרו את המשוואה.

א.  $(2x - 1)(x + 1) = 20$       ד.  $(2x - 1)(x - 3) = x(x + 1) - 9$   
 ב.  $2x^2 + 16 = (x - 4)^2$       ה.  $(x + 4)^2 - 7 = 3x + 23$   
 ג.  $(2x + 12)(x - 1) = x^2 + 2x - 3$       ו.  $(x - 3)^2 + (x + 3)^2 = 36$

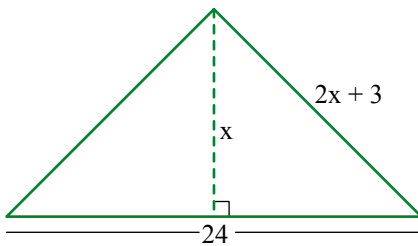


11. בכל סעיף פשוטו, סדרו ופתרו את המשוואה.

א.  $x^2 + (x - 2)(3x + 1) = 7$       ד.  $4(x - 1)^2 = (x + 5)^2$   
 ב.  $(2x - 1)(x + 1) = x(x + 1)$       ה.  $3(x - 1)^2 = 2x(x - 1)$   
 ג.  $(x - 5)^2 + (x + 3)^2 = 8(2x - 1)$       ו.  $3(x - 2)^2 + 45 = 2(x + 1)^2$



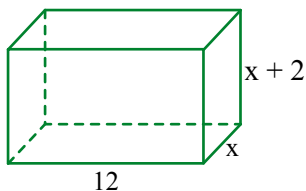
12. בשרטוט משולש שווה-שוקיים ( $x > 0$ ).



- א. מצאו את אורכי צלעות המשולש.  
 ב. מצאו את היקף המשולש.  
 ג. מצאו את שטח המשולש.

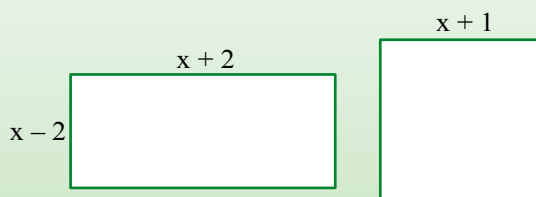


13. בשרטוט תיבה שבסיסה מלבן ( $x > 0$ ).



- נפח התיבה 960 סמ"ק.  
**תזכורת:** נפח תיבה שווה לשטח הבסיס כפול אורך הגובה.  
 א. חשבו את מידות התיבה.  
 ב. חשבו את שטח הפנים של התיבה.

## שיעור 3. בעיות מילוליות נוספות



בשרטוט מלבן וריבוע.  
(השרטוטים הם להדגמה, הביטויים הרשומים  
ליד הצלעות מתארים את אורכן בס"מ,  $x > 2$ ).  
רשמו ביטוי אלגברי לשטח המלבן.  
רשמו ביטוי אלגברי לשטח הריבוע.

ניעזר בנוסחאות הכפל המקוצר כדי לפתור משוואות ובעיות מילוליות.

במשימות 1 – 4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. שטח הריבוע 64 סמ"ר.

- רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.
- מה אורך צלע הריבוע?
- מה אורכי הצלעות של המלבן?

2. שטח המלבן 45 סמ"ר.

- רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.
- מה אורך צלע הריבוע?
- מה אורכי הצלעות של המלבן?

3. שטח הריבוע גדול ב- 15 סמ"ר משטח המלבן.

- רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.
- מה אורך צלע הריבוע?
- מה אורכי הצלעות של המלבן?



4. בכל סעיף הסבירו מדוע אין פתרון לבעיה.

- שטח המלבן שווה לשטח הריבוע.  
מה אורך צלע הריבוע?  
מה אורכי הצלעות של המלבן?
- שטח המלבן קטן ב- 9 סמ"ר משטח הריבוע.  
מה אורך צלע הריבוע?  
מה אורכי הצלעות של המלבן?



### תזכורת

בפתרון בעיה בעזרת משוואה, יש לשים לב לתנאי הבעיה.

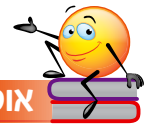
*צילמאלת*

- במשימה 4 סעיף א  
התנאי על  $x$  הוא  $x > 2$ . פתרון המשוואה  $x = -2.5$  אינו מתאים לתנאי זה.  
כלומר לבעיה אין פתרון.  
לכן שטח המלבן לא יכול להיות שווה לשטח הריבוע.
- במשימה 4 סעיף ב  
התנאי על  $x$  הוא  $x > 2$ . פתרון המשוואה  $x = 2$  אינו מתאים לתנאי זה.  
כלומר לבעיה אין פתרון.  
לכן שטח המלבן לא יכול להיות קטן ב- 9 סמ"ר משטח הריבוע.

### 5. פתרו את המשוואות.

א.  $(x + 2)^2 = x(x + 1) + 10$       ג.  $(x - 2)^2 = x(x - 2) + 16$

ב.  $(x + 2)^2 = x(x - 1) + 14$       ד.  $(x - 2)^2 = x(x - 3) - 16$



### אוסף משימות

השרטוטים במשימות הבאות הם להדגמה. המספרים והביטויים מבטאים מידות אורך בס"מ.



### 1. פתרו את המשוואות.

א.  $(x + 1)^2 = x^2 + 13$       ד.  $(x + 4)^2 = x^2 + 16$

ב.  $(x + 2)^2 = x^2 + 12$       ה.  $(x + 4)^2 = (x - 2)(x + 1)$

ג.  $(x + 3)^2 = x^2 + 9$       ו.  $(x - 4)^2 = (x + 2)(x - 1)$



### 2. פתרו את המשוואות.

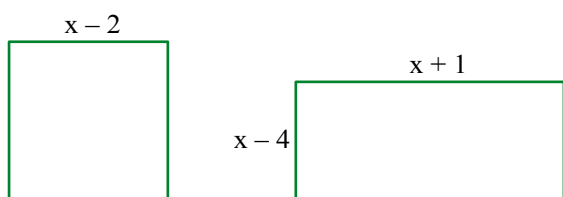
א.  $(x + 3)^2 = x^2 + 15$       ד.  $(x - 2)^2 = (x + 4)(x + 1)$

ב.  $(x + 3)^2 = (x - 3)^2$       ה.  $(x + 2)^2 = (x + 3)(x - 3) + 15$

ג.  $(x + 3)^2 = 12 + (x - 3)^2$       ו.  $(x + 4)^2 = x(x - 3) + 16$



### 3. בשרטוט ריבוע ומלבן.

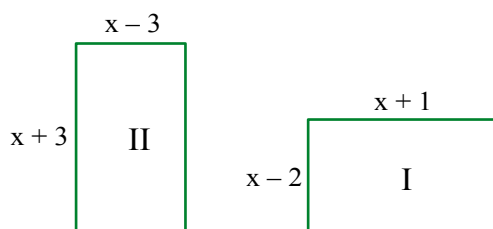


- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי תנאי הבעיה?  
 ב. קשמו ביטוי לשטח המלבן.  
 ג. קשמו ביטוי לשטח הריבוע.  
 ד. שטח המלבן שווה לשטח הריבוע.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.  
 ה. מה אורכי הצלעות של המלבן? מה אורך הצלע של הריבוע?



### 4. בשרטוט שני מלבנים.

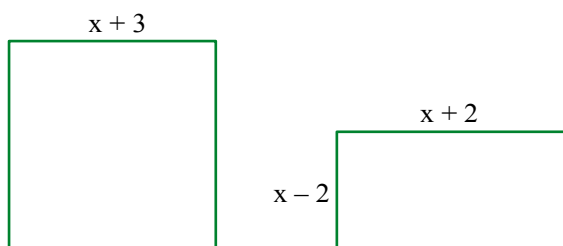


- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי תנאי הבעיה?  
 ב. קשמו ביטוי לשטח של מלבן I.  
 ג. קשמו ביטוי לשטח של מלבן II.  
 ד. שטחי המלבנים שווים.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.  
 ה. מה אורכי הצלעות של מלבן I?  
 ו. מה אורכי הצלעות של מלבן II?



### 5. בשרטוט ריבוע ומלבן.



- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי תנאי הבעיה?  
 ב. קשמו ביטוי לשטח המלבן.  
 ג. קשמו ביטוי לשטח הריבוע.  
 ד. שטח הריבוע גדול ב- 31 סמ"ר משטח המלבן.

קשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה. בדקו אם הפתרון מתאים לתנאי הבעיה.  
 ה. מה אורכי הצלעות של המלבן?  
 ו. מה אורך הצלע של הריבוע?



6. פתרו את המשוואות.

ג.  $(x - 3)^2 = 2x(x - 3)$

א.  $(x + 3)^2 = 6(x + 5) + 4$

ד.  $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = x(x + 11)$

ב.  $(x - 3)^2 = 6(4 - x) + 1$



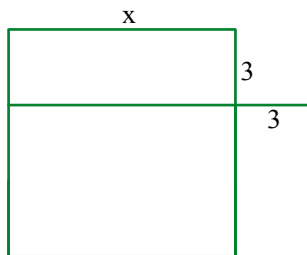
7. פתרו את המשוואות.

ג.  $(x + 4)^2 + (x - 4)^2 = x^2 + 36$

א.  $x^2 + (x + 4)^2 = x(x + 8) + 17$

ד.  $(x + 1)(x - 10) = -30$

ב.  $2x(x + 4) = (x + 4)^2 + 9$



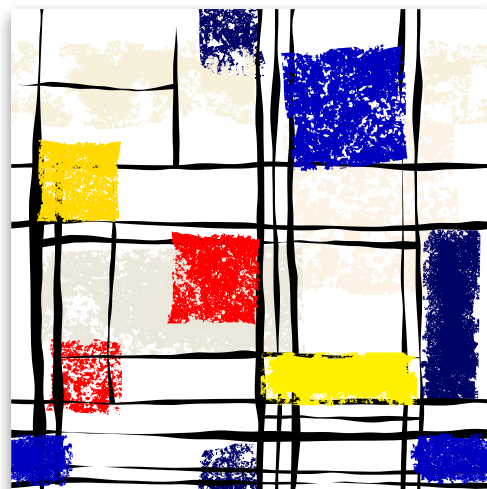
8. אורך הצלע של ריבוע  $x$  ס"מ ( $x > 3$ ).

מאריכים צלע אחת של הריבוע ב- 3 ס"מ,

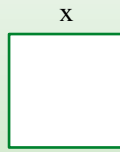
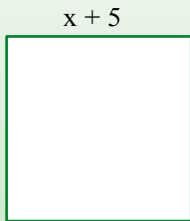
מקצרים צלע סמוכה ב- 3 ס"מ ומקבלים מלבן.

א. האם היקף הריבוע שווה להיקף המלבן? הסבירו.

ב. לאיזה מרובע שטח גדול יותר? בכמה?



## שיעור 4. בעיות מילוליות נוספות (המשך)



בשרטוט שני ריבועים.

(השרטוט הוא להדגמה. הביטויים הרשומים ליד הצלעות מתארים את אורכן בס"מ,  $x > 0$ ).  
רשמו ביטויים מתאימים לשטחי הריבועים.

**נמשיך לפתור משוואות ובעיות מילוליות.**

השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה, המספרים והביטויים האלגבריים הרשומים ליד הצלעות מתארים אורך בס"מ.



**1.** נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

א. שטח ריבוע אחד גדול ב- 225 סמ"ר משטח הריבוע האחר.

קבעו אילו מהמשוואות הבאות מתארות את הבעיה.

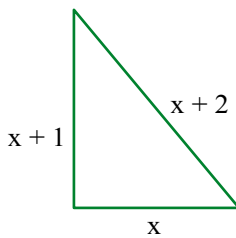
I.  $x + 5 = x + 225$       III.  $(x + 5)^2 + 225 = x^2$

II.  $(x + 5)^2 - 225 = x^2$       IV.  $x^2 + 225 = (x + 5)^2$

ב. פתרו אחת מהמשוואות שבחרתם.

ג. מצאו את אורכי צלעות הריבועים.

### משולש ישר-זווית



**2.** בשרטוט משולש ישר-זווית ( $x > 0$ ).

מצאו את אורכי הצלעות של המשולש.

(רמז: היעזרו במשפט פיתגורס.)

שְׁלֵשָׁה של מספרים טבעיים  $a$ ,  $b$  ו- $c$  שמייצגים את אורכי הניצבים ואת אורך היתר של משולש ישר-זווית, נקראים **שְׁלֵשָׁה פִּיתְגוּרִית**. זוהי שְׁלֵשָׁה המקיימת את משפט פיתגורס  $a^2 + b^2 = c^2$ .



השְׁלֵשָׁה הפיתגורית הקטנה ביותר היא (3, 4, 5), והייתה ידועה כבר בעת העתיקה. נראה כי במצרים הקדומה השתמשו במשולש ישר-זווית שמתקבל משְׁלֵשָׁה זו לבניית אמות מים. קיימות שלשות פיתגוריות רבות נוספות למשל, (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17). כל **כפולה שלמה של שְׁלֵשָׁה פיתגורית** היא גם שְׁלֵשָׁה פיתגורית. למשל: (6, 8, 10) היא כפולה ב-2 של (3, 4, 5).

3. פתרו את המשוואות.

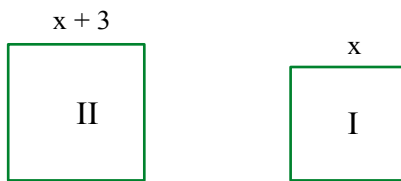
א.  $x^2 + (x - 4)^2 = (x + 3)(x - 3) + 13$       ג.  $x^2 + (x - 4)^2 = (x + 3)^2 - 33$   
 ב.  $x^2 + (x + 4)^2 = (x + 3)(x - 3) + 13$       ד.  $x^2 + (x + 4)^2 = (x - 3)^2 - 33$



אוסף משימות



1. בשרטוט שני ריבועים.



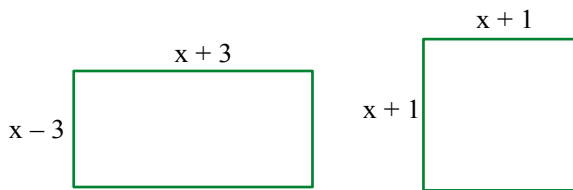
- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?  
 ב. קשמו ביטוי לשטח של ריבוע I.  
 ג. קשמו ביטוי לשטח של ריבוע II.  
 ד. השטח של ריבוע II גדול ב- 45 סמ"ר מהשטח של ריבוע I.  
 קבעו איזו מהמשוואות הבאות מתאימה לתיאור הבעיה.

(i)  $(x + 3)^2 + 45 = x^2$       (ii)  $(x + 3)^2 - 45 = x^2$       (iii)  $(x + 3)^2 + x^2 = 45$

- ה. פתרו את המשוואה המתאימה לתיאור הבעיה.  
 ו. מה אורך הצלע של ריבוע I?  
 מה אורך הצלע של ריבוע II?



2. בשרטוט מלבן וריבוע.



- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?  
 ב. קשמו ביטוי לשטח המלבן.  
 ג. קשמו ביטוי לשטח הריבוע.  
 ד. שטח הריבוע גדול ב- 20 סמ"ר משטח המלבן.  
 קבעו אילו מהמשוואות הבאות מתאימות לתיאור הבעיה.

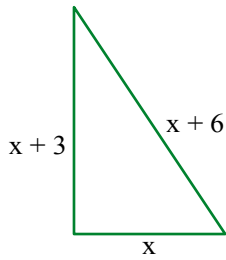
I.  $(x + 3)(x - 3) + 20 = (x + 1)^2$       III.  $(x + 3)(x - 3) = (x + 1)^2 - 20$

II.  $(x + 3)(x - 3) = (x + 1)^2 + 20$       IV.  $(x + 3)(x - 3) - 20 = (x + 1)^2$

- ה. פתרו את אחת המשוואות שבחרתם.  
 ו. מה אורכי הצלעות של המלבן?  
 מה אורך צלע הריבוע?



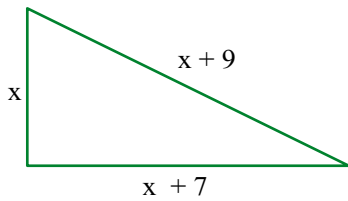
3. בשרטוט משולש ישר-זווית.



- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה?  
 ב. מצאו את אורכי צלעות המשולש.  
 ג. חשבו את היקף המשולש.  
 ד. חשבו את שטח המשולש.



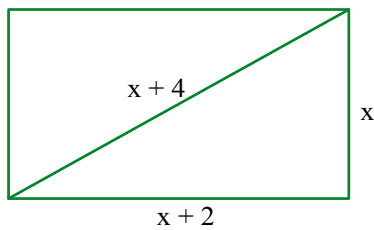
4. בשרטוט משולש ישר-זווית.



- א. אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני הבעיה? הסבירו.  
 ב. מצאו את אורכי צלעות המשולש.  
 ג. חשבו את היקף המשולש.  
 ד. חשבו את שטח המשולש.



5. בשרטוט מלבן  $(x > 0)$ .



- א. חשבו את ערכו של  $x$ .  
 ב. חשבו את היקף המלבן.  
 ג. חשבו את שטח המלבן.



6. פתרו את המשוואות.

ג.  $(x + 2)^2 = 4x + 13$

א.  $(x - 3)(x + 1) = 1 - 2x$

ד.  $(x + 1)^2 = (x - 2)(x + 4) + x^2$

ב.  $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2$



7. פתרו את המשוואות.

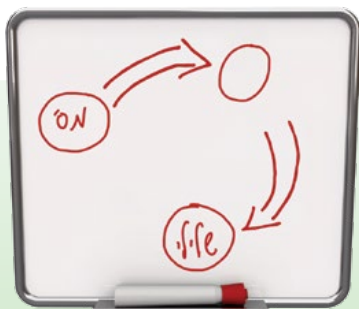
ג.  $4x^2 + (x - 3)^2 = 3(3 - 2x)$

א.  $3x(x - 4) = (x - 6)^2 - 18$

ד.  $x^2 + (x + 3)(x + 5) = (x + 4)^2$

ב.  $(x - 2)^2 + (x - 1)(x + 5) = 7$

## שיעור 5. פותרים משוואות ואי-שוויונות



בִּחְרָתִי מִסְפָּר.

כִּפְלֵתִי אֶת הַמְסָפֵר שֶׁבְּחָרְתִּי בַּמְסָפֵר קָטָן מִמֵּנוּ ב- 3,

הַחֲסֵרְתִּי מֵהַמְכֻפֵּלָה 4.

קִיבֵּלְתִּי כְּתוּצָאָה מִסְפָּר שְׁלִילִי (קָטָן מֵאִפְסוֹ).

מָה יִכּוֹל לִהְיוֹת הַמְסָפֵר שֶׁבְּחָרְתִּי?

**נִפְתּוֹר אִי-שׁוּוִיּוֹנוֹת רִיבּוּעִיִּים, נִיעֶזֶר בַּפְתּוֹרֵן מִשׁוּוֹאוֹת וּבִגְרָף.**



בְּמִשְׁמֹטוֹת 1 – 3 נִתְיַחֵס לְנִתּוּנִים בְּמִשְׁמֵטָה הַפְּתִיחָה.

1. א. בִּחְרָתִי 10. מָה קִיבֵּלְתִּי?

ב. בִּחְרָתִי 4. מָה קִיבֵּלְתִּי?

ג. בִּחְרָתִי 3. מָה קִיבֵּלְתִּי?

ד. בִּחְרָתִי 1. מָה קִיבֵּלְתִּי?

ה. בִּחְרָתִי (-5). מָה קִיבֵּלְתִּי?

ו. קִיבֵּלְתִּי 0. אִיזָה מְסָפֵר בְּחָרְתִּי? (צִיֵּנוּ שְׁתֵּי אִפְשָׁרוּיוֹת).

ז. קִיבֵּלְתִּי (-4). אִיזָה מְסָפֵר בְּחָרְתִּי? (צִיֵּנוּ שְׁתֵּי אִפְשָׁרוּיוֹת)

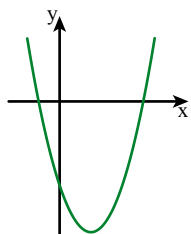
2. סָמְנוּ אֶת הַמְסָפֵר שֶׁבְּחָרְתִּי ב-  $x$ , וְאֶת הַתּוּצָאָה שֶׁקִּיבֵּלְתִּי ב-  $y$ .

א. הַשְּׁלִימוּ בִּטּוִי מֵתַאִים  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  וּפְשְׁטוּ.

ב. לְפָנִיכֶם גֵּרַף הַפּוֹנְקְצִיָּה  $y = x^2 - 3x - 4$  מְצֵאוּ אֶת שִׁיעוּרֵי נְקוּדוֹת הָאִפְסוֹ שֶׁל הַפּוֹנְקְצִיָּה,

רְשְׁמוּ אוֹתָן בְּמִקּוֹמוֹת הַמֵּתַאִיִּים עַל צִיר  $x$ .

ג. בְּאִיזָה תַּחֵם הַפּוֹנְקְצִיָּה שְׁלִילִית?



3. הַתּוּצָאָה שֶׁהַתְּקֵבֵלָה הִיא מְסָפֵר שְׁלִילִי. מָה יִכּוֹל לִהְיוֹת הַמְסָפֵר שֶׁבְּחָרְתִּי?

**שִׁירָה** אִמְרָה: כְּתַבְתִּי אֶת הָאִי-שׁוּוִיּוֹן  $x^2 - 3x - 4 < 0$  וְנִעֲזַרְתִּי בְּגֵרַף הַפּוֹנְקְצִיָּה.

א. מָה פְתּוֹרֵן הָאִי-שׁוּוִיּוֹן  $x^2 - 3x - 4 < 0$  לְפִי הַהֲצָעָה שֶׁל **שִׁירָה**?

ב. הִסְבִּירוּ כִּיצַד נִעֲזַרְהָ **שִׁירָה** בְּגֵרַף הַפּוֹנְקְצִיָּה כְּדִי לִפְתּוֹר אֶת הָאִי-שׁוּוִיּוֹן.

4. נתונים המספרים: 0, 3, 4, 6, -1, -5

א. אילו מבין המספרים יכולים להיות פתרון האי-שוויון  $x^2 - 5x + 4 < 0$ ? הקיפו אותם ב**אדום**.

ב. אילו מבין המספרים יכולים להיות פתרון האי-שוויון  $x^2 - 5x + 4 > 0$ ? הקיפו אותם ב**כחול**.

ג. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 5x + 4$

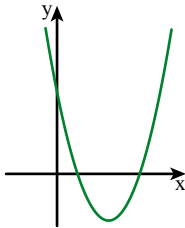
מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה ורשמו בשרטוט.

ד. באיזה תחום הפונקציה שלילית?

מה פתרון האי-שוויון:  $x^2 - 5x + 4 < 0$ ?

ה. באיזה תחום הפונקציה חיובית?

מה פתרון האי-שוויון:  $x^2 - 5x + 4 > 0$ ?



פותרים **אי-שוויון ריבועי** לפי השלבים הבאים:

- מוצאים את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה הריבועית המתאימה.

- משרטטים סקיצה של הפונקציה ומסמנים בשרטוט את נקודות האפס.

- מוצאים על-סמך השרטוט את פתרון האי-שוויון.

**דוגמה:** מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 8x + 15 < 0$ ? מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 8x + 15 > 0$ ?

- מוצאים תחילה את נקודות האפס של הפונקציה  $y = x^2 - 8x + 15$

לשם כך פותרים את המשוואה  $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

פתרונות המשוואה הם  $x = 3$  או  $x = 5$

נקודות האפס של הפונקציה הן  $(3, 0)$ ,  $(5, 0)$

הקדקוד הוא נקודת מינימום.

- משרטטים סקיצה של הפונקציה,

ומסמנים בשרטוט את נקודות האפס.

- פתרון האי-שוויון  $x^2 - 8x + 15 < 0$

הוא התחום שבו הפונקציה **שלילית**,

ולכן הפתרון הוא **המספרים בין 3 ל-5**

(אפשר לרשום  $3 < x < 5$ ).

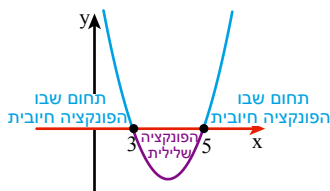
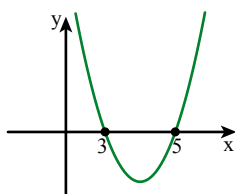
- פתרון האי-שוויון  $x^2 - 8x + 15 > 0$

הוא התחום שבו הפונקציה **חיובית**,

ולכן הפתרון הוא **מספרים שקטנים מ-3**

**או מספרים שגדולים מ-5**

(אפשר לרשום  $x < 3$  או  $x > 5$ ).



5. פתרו את האי-שוויונות.

א.  $x^2 - 2x - 3 < 0$

ב.  $x^2 - 7x + 12 < 0$

ג.  $x^2 - 5x > 0$

ד.  $-x^2 + 6x - 8 > 0$



6. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 + 9 > 0$ ?

**עמית** אמר: למשוואה  $x^2 + 9 = 0$  אין פתרון, ולכן אין פתרון גם לאי-שוויון  $x^2 + 9 > 0$ .

**אסף** אמר: הפונקציה  $y = x^2 + 9$  חיובית תמיד, לכן פתרון האי-שוויון הוא כל המספרים. מי צודק?



## אוסף משימות



1. נתון האי-שוויון  $x^2 - 4x + 3 < 0$

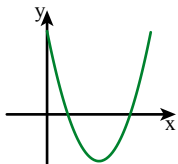
א. אילו מבין המספרים הבאים יכולים להיות פתרון האי-שוויון? סמנו אותם.

4, 3, 2, 0, -1

ב. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 3$

מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה ורשמו בשרטוט.

ג. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 4x + 3 < 0$

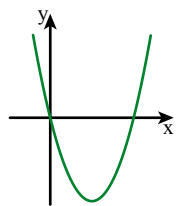


2. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x$

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה ורשמו בשרטוט.

ב. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 4x > 0$

ג. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 4x < 0$

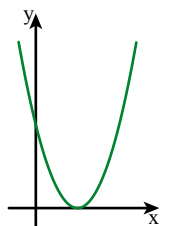


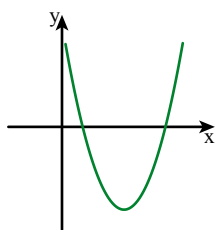
3. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 4$

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה ורשמו בשרטוט.

ב. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 4x + 4 > 0$

ג. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 4x + 4 < 0$





4. בשרטוט גרף הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 5$

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה, ורשמו בשרטוט.

ב. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 6x + 5 > 0$  ?

ג. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 6x + 5 < 0$  ?



5. בכל סעיף פתרו את האי-שוויון.

א.  $x^2 - 3x + 2 < 0$       ג.  $x^2 - 8x < 0$       ה.  $x^2 - 6x + 9 > 0$

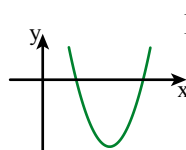
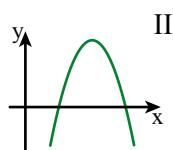
ב.  $x^2 - 8x + 12 < 0$       ד.  $x^2 - 8x > 0$       ו.  $x^2 + 4 > 0$



6. נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 10x + 21$

נקודות האפס של הפונקציה הן  $(3, 0)$  ו- $(7, 0)$

א. איזה מבין הגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.



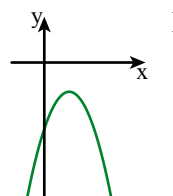
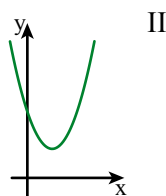
ב. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 10x + 21 < 0$  ?



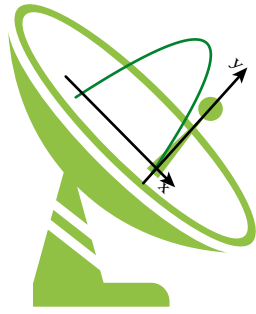
7. נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 6x + 21$

א. לפונקציה זו אין נקודות אפס. בדקו.

ב. איזה מבין הגרפים הבאים יכול להיות גרף הפונקציה? הסבירו.



ג. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 6x + 21 > 0$  ?



8. נתונות הפונקציות:

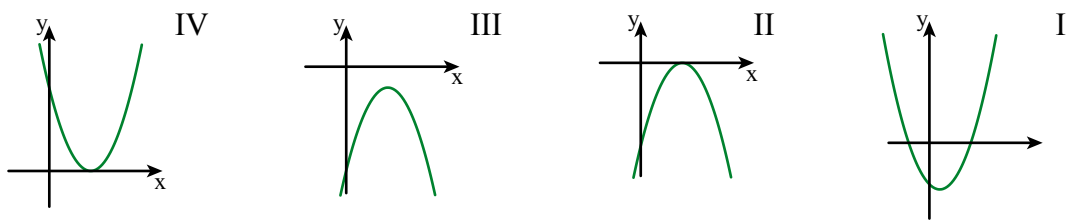
$$y = x^2 - 4x + 4$$

$$y = x^2 - x - 2$$

$$y = -x^2 + 4x - 4$$

$$y = -x^2 - 4x - 6$$

בשרטוט הגרפים של הפונקציות נתונות:



א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו בעזרת הגרפים את האי-שוויונות.

$$x^2 - 4x + 4 > 0$$

$$x^2 - 4x + 4 < 0$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$-x^2 + 4x - 4 > 0$$

$$-x^2 + 4x - 4 < 0$$

$$-x^2 - 4x - 6 > 0$$

$$-x^2 - 4x - 6 < 0$$





## מערכת משוואות

1. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} 3(x - y) = 2x - y + 6 \\ 2(x + y) = 6y - 3x \end{cases} \quad \text{ג.} & \begin{cases} x + 3y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 2(x + y) = 3x + 4 \\ 4x + 9 = 1 - 8y \end{cases} \quad \text{ד.} & \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

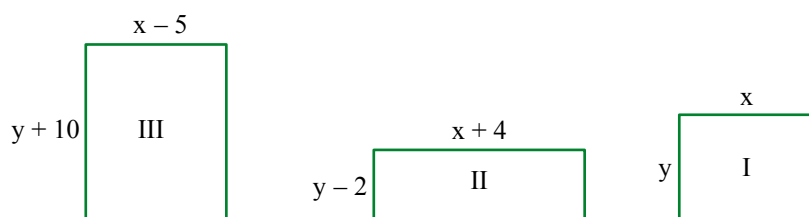
2. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} (x - 1)(y + 5) - 2x = xy \\ (x + 3)(y - 2) - y = xy \end{cases} \quad \text{ג.} & \begin{cases} (x - 2)(y + 1) = xy \\ (x + 3)(y - 1) = xy \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} (x + 1)(y + 5) = x(y + 4) \\ (x + 4)(y + 2) = y(x + 3) \end{cases} \quad \text{ד.} & \begin{cases} (x + 10)(y - 4) = xy \\ (x - 2)(y + 2) = xy \end{cases} \quad \text{ב.}$$

3. בשרטוט שלושה מלבנים.

(השרטוטים הם להדגמה, והביטויים האלגבריים מייצגים מידות אורך בס"מ.)



א. קשמו ביטוי לשטח של כל מלבן.

ב. שטח מלבן II שווה לשטח מלבן I. קשמו משוואה.

שטח מלבן III שווה לשטח מלבן I. קשמו משוואה.

ג. אילו ערכים מתאימים ל- $x$  לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

אילו ערכים מתאימים ל- $y$  לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ד. מסתכלים על שתי המשוואות שבסעיף ב כמערכת משוואות.

פתרו את מערכת המשוואות.

ה. מה אורכי הצלעות של כל מלבן?