

# יחידה 23: משפחות של פונקציות

## שיעור 1. המשפחה $y = ax^2 + bx$ ( $a \neq 0$ )



נתבונן בפונקציות:  $g(x) = x^2 - 3x$        $f(x) = 2x^2 - 6x$

**רן** הציג כל אחת מהפונקציות כמכפלה:  $g(x) = x(x - 3)$        $f(x) = 2x(x - 3)$

**רן** אמר: רואים שלשתי הפונקציות אותן נקודות אפס, ולכן לשתיהן אותו ציר סימטריה ואותו קדקוד.  
האם **רן** צודק? הסבירו.

נחקור פרבולות מהמשפחה  $y = ax^2 + bx$  ( $a \neq 0$ ).

במשימות 1 - 4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

### נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס)

**1.** א. מהם שיעורי נקודות האפס של הפונקציה  $f(x) = 2x^2 - 6x$ ?

**רן** רשם:  $f(x) = 0$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x - 3) = 0$$

מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה  $f(x)$  בדרך של **רן**.

ב. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה  $g(x) = x^2 - 3x$ .



לפונקציה ריבועית מהצורה  $f(x) = ax^2 + bx$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) יש שתי נקודות אפס. אחת מהן היא  $(0, 0)$ . אפשר למצוא את שיעורי נקודות האפס בדרך אלגברית.

**דוגמה:** נתונה הפונקציה  $f(x) = -6x^2 - 3x$

$$-6x^2 - 3x = 0$$

משווים  $f(x) = 0$

$$-3x(2x + 1) = 0$$

רושמים את הביטוי כמכפלה

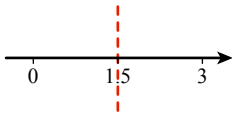
לפחות אחד מהגורמים במכפלה הוא אפס, ולכן  $-3x = 0$  או  $2x + 1 = 0$

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x = -0.5$$

לכן  $x_2 = 0$ ,  $x_1 = -0.5$

שיעורי נקודות האפס הם:  $(-0.5, 0)$  ו-  $(0, 0)$

## ציר הסימטריה ושיעורי נקודת הקדקוד



2. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה  $f(x) = 2x^2 - 6x$  ?

רן אמר: שיעורי נקודות האפס של הפונקציה הם  $(0, 0)$  ו-  $(3, 0)$ .  
נקודות האפס הן נקודות סימטריות ביחס לציר הסימטריה.

כלומר, ציר הסימטריה עובר בדיוק **באמצע הקטע** המחבר את נקודות האפס.

א. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה  $f(x)$  ?

ב. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה  $g(x) = x^2 - 3x$  ?

3. מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה  $f(x) = 2x^2 - 6x$  ?

רן אמר: נקודת הקדקוד נמצאת על ציר הסימטריה  $(x = 1.5)$ .

כדי למצוא את שיעורי נקודת הקדקוד, נציב  $x = 1.5$  בייצוג האלגברי של הפונקציה.

א. מצאו את שיעורי נקודות הקדקוד של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקדקוד של הפונקציה  $g(x) = x^2 - 3x$ .

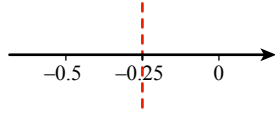
4. העתיקו והשלימו **תעודות זהות** לפונקציות.



$g(x) = x^2 - 3x$	$f(x) = 2x^2 - 6x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר $x$ (נקודות אפס, $y = 0$ )
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר $y$ ( $x = 0$ )
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ( $y > 0$ )
		התחום שבו הפונקציה שלילית ( $y < 0$ )

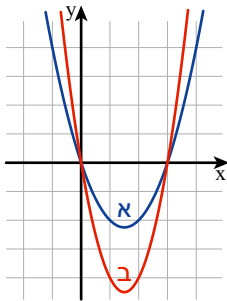


**ציר הסימטריה** של הפרבולה המתארת פונקציה ריבועית מהצורה  $f(x) = ax^2 + bx$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) עובר דרך אמצע הקטע המחבר את שתי נקודות האפס של הפונקציה. אפשר למצוא את שיעורי נקודות האפס בדרך אלגברית.



**זלזל:** נתונה הפונקציה  $f(x) = -6x^2 - 3x$   
 שיעורי נקודות האפס של הפונקציה הם  $(-0.5, 0)$  ו-  $(0, 0)$   
 ציר הסימטריה  $x = -0.25$

### פרבולות בעלות תכונות נתונות



5. א. התאימו גרף לכל פונקציה  $f(x) = 2x^2 - 6x$

$$g(x) = x^2 - 3x$$

ב. מצאו שתי פונקציות נוספות שיש להן אותן נקודות אפס. מהו ציר הסימטריה של הפונקציות שמצאתם? כמה פונקציות כאלה יש?

6. א. תנו דוגמה לפונקציה ריבועית ששיעורי נקודות האפס שלה הם:  $(0, 0)$  ו-  $(4, 0)$ . כמה פונקציות כאלו יש?

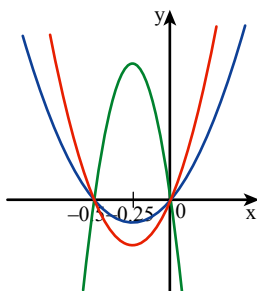
ב. תנו דוגמה לפונקציה ריבועית שציר הסימטריה שלה הוא  $x = 5$  והגרף שלה עובר בראשית הצירים. כמה פונקציות כאלו יש?

ג. שרטטו פרבולה ששיעור  $x$  של נקודת הקדקוד שלה הוא 2.5 ואחת מנקודות האפס שלה היא  $(0, 0)$ . כמה פרבולות מתאימות יש?



במשימה 5 ראינו, כי ניתן למצוא אינסוף פרבולות שלהן אותן נקודות אפס ואותו ציר סימטריה.

**זלזל:** לפונקציות הבאות:



$$h(x) = 2x^2 + x \quad g(x) = x^2 + 0.5x \quad f(x) = -6x^2 - 3x$$

אותן נקודות אפס  $(-0.5, 0)$  ו-  $(0, 0)$  ואותו ציר סימטריה  $(x = -0.25)$   
 אפשר להציג פונקציות אלו כמכפלה, כך:  $f(x) = ax(x + 0.5)$  ( $a \neq 0$ )



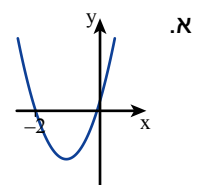
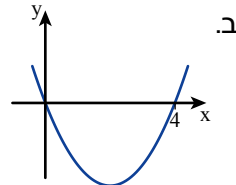
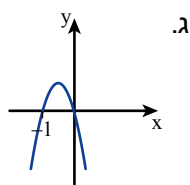
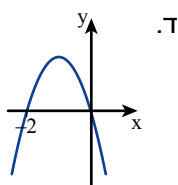
1. בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודות האפס, את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד.

א.  $y = 2x^2 - 4x$     ב.  $y = 4x^2 + 12x$     ג.  $y = -6x^2 + 12x$



2. התאימו גרף לכל פונקציה.

$s(x) = -x^2 - x$      $h(x) = x^2 - 4x$      $g(x) = -3x^2 - 6x$      $f(x) = 2x^2 + 4x$



3. חקרו את הפונקציות. העתיקו והשלימו **תעודות זהות**.



$g(x) = -12x^2 + 6x$	$f(x) = 3x^2 - 12x$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$ )
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ( $x = 0$ )
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ( $y > 0$ )
		התחום שבו הפונקציה שלילית ( $y < 0$ )



**4.** בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודות האפס, את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד, ושרטטו סקיצה לפי הנקודות שמצאתם.

א.  $y = x^2 + 8x$     ב.  $y = -2x^2 + 4x$     ג.  $y = 7x^2 - 21x$



**5.** בכל סעיף מצאו את שיעורי נקודות האפס, את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד, ושרטטו סקיצה לפי הנקודות שמצאתם.

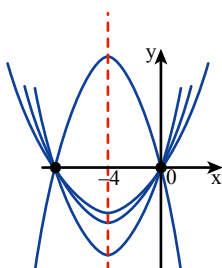
א.  $y = 2x^2 + 10x$     ב.  $y = -10x^2 - 2x$     ג.  $y = -x^2 + x$



- 6.** א. שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא  $x = 7$ . כמה פרבולות כאלו אפשר לשרטט? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלו.  
 ב. שרטטו פרבולה שנקודות האפס שלה הן  $(5, 0)$  ו- $(0, 0)$ . כמה פרבולות כאלו אפשר לשרטט? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלו.  
 ג. שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא  $x = 7$  ואחת מנקודות האפס שלה היא  $(0, 0)$ . כמה פרבולות כאלו אפשר לשרטט? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלו.



**7.** תנו דוגמה לארבע פונקציות המתאימות לסקיצה שלפניכם. מהי הצורה הכללית של הפונקציות שמצאתם?



**8.** שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא  $x = 3$  ונקודת המינימום שלה  $(3, -2)$ . כמה פרבולות כאלה יש? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלו.

## שיעור 2. אותה פונקציה בייצוגים אלגבריים שונים

לפניכם שלושה ייצוגים אלגבריים שונים של הפונקציה  $f(x)$ .

$$f(x) = 2(x - 7)(x - 1)$$

$$f(x) = 2x^2 - 16x + 14$$

$$f(x) = 2(x - 4)^2 - 18$$

התוכלו להראות כי אלו שלושה ייצוגים של אותה פונקציה? מהו לדעתכם היתרון של כל אחד מהייצוגים האלגבריים?

מזהה תכונות של הפונקציה מתוך הייצוג האלגברי.



ייצוג קדקודי  $y = a(x - p)^2 + k$  ( $a \neq 0$ )

1. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2(x - 4)^2 - 18$

- שרטטו סקיצה מתאימה לפונקציה.
- האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- האם הפרבולה ששרטטתם היא הרחבה או כיווץ של הפרבולה  $y = x^2$ ?
- מהו ציר הסימטריה של הפרבולה?
- מהם שיעורי נקודת הקדקוד?



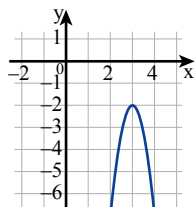
מידע על תכונות הפונקציה מתוך הייצוג הקדקודי  $y = a(x - p)^2 + k$  ( $a \neq 0$ )

האותיות  $a, p, k$  הנקראות פרמטרים.

דוגמה:

הפונקציה  $y = -5(x - 3)^2 - 2$   
 $a = -5, p = 3, k = -2$

לפרבולה נקודת מקסימום.



ציר הסימטריה  $x = 3$   
 שיעורי נקודת הקדקוד  $(3, -2)$

**פרמטר a**

- סוג הקיצון:
  - אם  $a > 0$  - לפרבולה יש נקודת מינימום.
  - אם  $a < 0$  - לפרבולה יש נקודת מקסימום.
- מידת הכיווץ או ההרחבה של זרועות הפרבולה:
  - ככל ש  $|a|$  גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר.

**פרמטר p ו-k**

- ציר הסימטריה  $x = p$
- שיעורי נקודת הקדקוד  $(p, k)$

ייצוג כמכפלה  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$  ( $a \neq 0$ )

2. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2(x - 7)(x - 1)$

- א. האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- ב. מהן נקודות האפס של הפונקציה?
- ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?

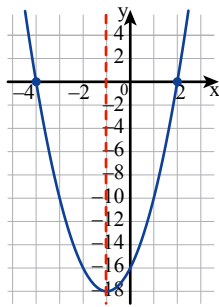


מידע על תכונות הפונקציה מתוך הייצוג כמכפלה  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$  ( $a \neq 0$ )

צ/א/ה:

הפונקציה  $g(x) = 2(x + 4)(x - 2)$

לפרבולה נקודת מינימום



שיעורי נקודות האפס:  $(-4, 0)$  ו- $(2, 0)$

$$x = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \text{ ציר הסימטריה}$$

פרמטר a

לפרמטר a אותו תפקיד כמו בייצוג הקדקודי.

נקודות האפס של הפונקציה הן:  $(x_1, 0)$  ו- $(x_2, 0)$

ציר הסימטריה

עובר באמצע הקטע המחבר את נקודות האפס

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ ציר הסימטריה}$$

ייצוג סטנדרטי  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x^2 - 16x + 14$

- א. האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?
- ב. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y?
- ג. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?



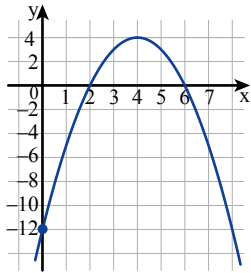
מידע על תכונות הפונקציה מתוך **הייצוג הסטנדרטי**  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

**זכור:**

הפונקציה  $h(x) = -x^2 + 8x - 12$   
לפרבולה נקודת מקסימום

**פרמטר a**

לפרמטר a אותו תפקיד כמו בייצוג הקדקודי.



שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y הם:  $(0, -12)$

**נקודת החיתוך** של הגרף עם ציר y היא  $(0, c)$

**4.** לפניכם שלושה ייצוגים של הפונקציה  $f(x)$ .

**ייצוג כמכפלה**

$$f(x) = (x + 1)(x - 5)$$

**ייצוג סטנדרטי**

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$

**ייצוג קדקודי**

$$f(x) = (x - 2)^2 - 9$$

א. הראו כי שלושת הייצוגים מתארים אותה פונקציה.

ב. היעזרו במידע הנתון בייצוגים השונים, ומצאו:

האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?

מהם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים?

מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?

מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה?

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ . סמנו על הגרף את הנקודות שמצאתם בסעיף ב.



## אוסף משימות



**1.** לפניכם ייצוגים אלגבריים שונים של פונקציה  $f(x)$ .

**ייצוג כמכפלה**

$$f(x) = 3(x + 4)(x - 2)$$

**ייצוג סטנדרטי**

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 24$$

**ייצוג קדקודי**

$$f(x) = 3(x + 1)^2 - 27$$

קבעו אילו מהתכונות הבאות אפשר להסיק בקלות מתוך כל ייצוג, כמעט ללא צורך בחישובים.

ד. שיעורי נקודת הקדקוד

א. סוג הקדקוד: מינימום או מקסימום

ה. מידת הכיווץ של זרועות הפרבולה

ב. שיעורי נקודות האפס

ו. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y

ג. ציר הסימטריה



2. לפניכם שלושה ייצוגים אלגבריים שונים של הפונקציה  $f(x)$ .

<b>ייצוג כמכפלה</b> $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$	<b>ייצוג סטנדרטי</b> $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$	<b>ייצוג קדקודי</b> $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$
---	--	--

- א. הראו כי שלושת הייצוגים מתארים אותה פונקציה.
- ב. היעזרו במידע הנתון בייצוגים השונים, ומצאו:  
האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום?  
מהם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים?  
מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?  
מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה?
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
סמנו על הגרף את הנקודות שמצאתם בסעיף ב.



3. חקרו את הפונקציות. העתיקו והשלימו **תעודות זהות**.



$h(x) = -2(x - 4)^2 + 2$	$g(x) = (x + 4)(x - 2)$	<b>ייצוג אלגברי של הפונקציה</b>
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר $x$ (נקודות אפס, $y = 0$ )
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר $y$ ( $x = 0$ )
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ( $y > 0$ )
		התחום שבו הפונקציה שלילית ( $y < 0$ )



4. בכל סעיף רשמו שתי תכונות (או יותר) של הפונקציה.

**מציאה:** הפונקציה  $f(x) = -3x^2 - 5$   
לפרבולה יש נקודת מקסימום (כי  $a = -3$ )  
נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר  $y$  היא  $(0, -5)$ .

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| א. $f(x) = -5x^2$          | ד. $f(x) = (x - 3)(x + 5)$ |
| ב. $f(x) = (x - 5)(x + 3)$ | ה. $f(x) = 3x^2 + x - 2$   |
| ג. $f(x) = 2(x - 5)^2 + 3$ | ו. $f(x) = (x - 3)^2 - 5$  |



## שיעור 3. מעבר בין הייצוגים האלגבריים

מזיזים את הפרבולה  $y = x^2$  שלוש יחידות ימינה ויחידה אחת כלפי מטה. רשמו את הייצוג האלגברי של הפונקציה שהתקבלה בדרכים שונות:

**ייצוג קדקודי**
**ייצוג סטנדרטי**
**ייצוג כמכפלה**

$$y = a(x - p)^2 + k \quad \leftarrow \quad y = ax^2 + bx + c \quad \leftarrow \quad y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

נלמד לעבור בין הייצוגים האלגבריים השונים של הפונקציה הריבועית.

### מייצוג קדקודי לייצוגים האלגבריים האחרים

1. נתונה פונקציה בייצוג קדקודי  $f(x) = (x - 2)^2 - 16$ 
  - א. פשטו את הביטוי האלגברי ורשמו את  $f(x)$  בהצגה סטנדרטית.
  - ב. פרקו לגורמים את הביטוי שקיבלתם בסעיף א (לפי טרינום) ורשמו את  $f(x)$  כמכפלה.
  - ג. שרטטו סקיצה של  $f(x)$  וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלושת הייצוגים.



אפשר לעבור מייצוג קדקודי של פונקציה ריבועית לייצוג סטנדרטי על-ידי פישוט. אפשר לעבור מייצוג סטנדרטי לייצוג כמכפלה על-ידי פירוק לגורמים.

הצגה:

**ייצוג קדקודי**
**ייצוג סטנדרטי**
**ייצוג כמכפלה**

$$y = (x - 2)^2 - 16 \quad \leftarrow \quad y = x^2 - 4x - 12 \quad \leftarrow \quad y = (x - 6)(x + 2)$$

פישוט
פירוק לגורמים

### מייצוג כמכפלה לייצוגים האלגבריים האחרים

2. נתונה פונקציה בייצוג כמכפלה  $g(x) = (x - 2)(x + 8)$ 
  - נעמי אמרה: שיעורי נקודות האפס של הפונקציה הם:  $(-8, 0)$  ו-  $(2, 0)$ .
  - ציר הסימטריה נמצא במרחק שווה משתי נקודות האפס, לכן ציר הסימטריה  $x = -3$  מציבים  $x = -3$  בייצוג האלגברי של הפונקציה, ומקבלים  $y = -25$  כלומר, שיעורי נקודת הקדקוד של הפונקציה (נקודת מינימום):  $(-3, -25)$ 
    - א. כתבו את הייצוג הקדקודי של הפונקציה.
    - ב. פשטו את אחד הייצוגים האלגבריים של הפונקציה (הייצוג כמכפלה או הייצוג הקדקודי), וכתבו ייצוג סטנדרטי של הפונקציה  $g(x)$ .
    - ג. שרטטו סקיצה של  $g(x)$ , וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלושת הייצוגים.

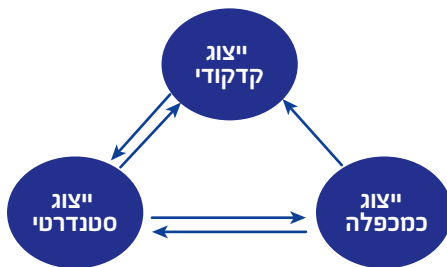


אפשר לעבור מייצוג הפונקציה כמכפלה לייצוג קדקודי על-ידי מציאת ציר הסימטריה ושיעורי נקודת הקדקוד בעזרת נקודות אפס.  
**זמנה:**

<p><b>ייצוג קדקודי</b></p> $f(x) = -(x - 2)^2 + 16$ <p>ציר הסימטריה <math>x = 2</math></p> <p>שיעורי נקודת הקדקוד: <math>(2, 16)</math> (מציבים <math>x = 2</math> בייצוג האלגברי ומקבלים <math>y = 16</math>)</p>		<p><b>ייצוג כמכפלה</b></p> $f(x) = -(x - 6)(x + 2)$ <p>שיעורי נקודות האפס הם: <math>(6, 0)</math> ו-<math>(-2, 0)</math></p>
--	--	--

### מייצוג סטנדרטי לייצוגים האלגבריים האחרים

- 3.** נתונה פונקציה בייצוגה הסטנדרטי  $h(x) = x^2 - 2x - 3$
- פרקו לגורמים (לפי טרינום), וכתבו את הפונקציה  $h(x)$  כמכפלה.
  - מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה, את ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקדקוד.
  - כתבו ייצוג קדקודי של הפונקציה  $h(x)$ .
  - שרטטו סקיצה של  $h(x)$  וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלושת הייצוגים.



### 4. העתיקו את הדיאגרמה.

כתבו על כל חץ את הדרך למעבר בין הייצוגים האלגבריים של הפונקציה הריבועית, מתוך הרשימה הבאה:

- פישוט
- בעזרת נקודות האפס
- פירוק לגורמים (טרינום)
- השלמה לריבוע



### אוסף משימות



- נתונה פונקציה בייצוג קדקודי  $f(x) = (x - 5)^2 - 1$ . פשטו את הביטוי האלגברי ורשמו את  $f(x)$  בהצגה הסטנדרטית.
  - נתונה פונקציה בייצוג סטנדרטי  $g(x) = x^2 - 10x + 24$ . פרקו לגורמים (לפי טרינום) ורשמו את  $g(x)$  כמכפלה.
  - אם עניתם נכון, מצאתם כי  $f(x) = g(x)$ . שרטטו סקיצה וסמנו בה את כל המידע שמצאתם בייצוגים השונים של הפונקציה.



2. העתיקו את הטבלה והשלימו.

ייצוג כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	ייצוג סטנדרטי $y = ax^2 + bx + c$	ייצוג קדקודי $y = a(x - p)^2 + k$
		$f(x) = (x - 2)^2 - 25$
$g(x) = -(x + 6)(x - 4)$		
	$h(x) = x^2 + 5x - 50$	



3. העתיקו את הטבלה והשלימו.

ייצוג כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	ייצוג סטנדרטי $y = ax^2 + bx + c$	ייצוג קדקודי $y = a(x - p)^2 + k$
		$f(x) = 2(x - 4)^2 - 2$
$g(x) = (x + 6)(x - 6)$		
	$h(x) = 3x^2 - 6x - 9$	



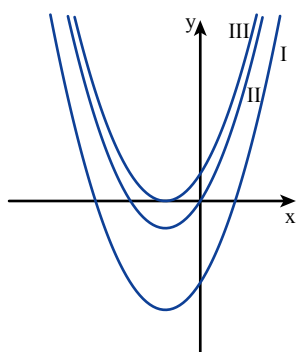
4. חקרו את הפונקציות הבאות. העתיקו והשלימו.



$h(x) = -2(x + 5)^2 - 7$	$g(x) = (x + 7)(x - 5)$	$f(x) = x^2 - 8x - 20$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	כל המספרים	תחום
			סקיצה
			ציר הסימטריה
			שיעורי נקודת הקדקוד
			סוג הקדקוד
			שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$ )
			שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ( $x = 0$ )
			תחום עלייה של הפונקציה
			תחום ירידה של הפונקציה
			התחום שבו הפונקציה חיובית ( $y > 0$ )
			התחום שבו הפונקציה שלילית ( $y < 0$ )



5. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות:

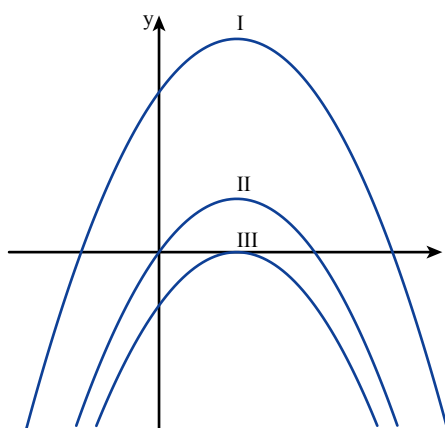


$$f(x) = 2x^2 + 4x \quad g(x) = 2x^2 + 4x - 6 \quad h(x) = 2x^2 + 4x + 2$$

- א. התאימו גרף לכל פונקציה (אפשר להיעזר ב-c).
- ב. לכל פונקציה מצאו בדרך אלגברית את התכונות הבאות:
- שיעורי נקודות האפס
  - ציר הסימטריה
  - שיעורי נקודת הקדקוד
  - שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y
- בדקו את תשובותיכם בעזרת הגרפים.
- ג. מצאו את שיעורי x כאשר:  $f(x) = 6$  ;  $g(x) = 10$ .



6. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות בייצוגן הסטנדרטי  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )



$$f(x) = -x^2 + 4x$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 4$$

$$h(x) = -x^2 + 4x + 12$$

- א. התאימו גרף לכל פונקציה (אפשר להיעזר ב-c).
- ב. לכל פונקציה, מצאו בדרך אלגברית את התכונות הבאות:
- נקודות האפס
  - ציר הסימטריה
  - שיעורי נקודת הקדקוד
  - שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y
- בדקו את תשובותיכם בעזרת הגרפים.



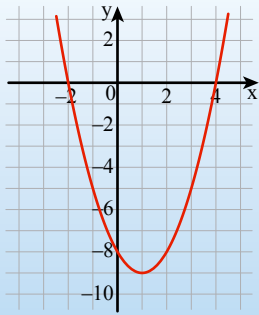
7. מצאו את ציר הסימטריה של הפונקציה.

א.  $y = 3(x - 4)(x + 2)$

ב.  $y = 3(x - 4)^2 + 1$

ג.  $y = -2(x - 1)(x + 4)$

## שיעור 4. מן התכונות אל הפונקציה



הפרבולה שלפניכם מתארת פונקציה ריבועית שבה  $a = 1$ .  
התוכלו לגלות לפי השרטוט את הייצוג האלגברי של הפונקציה?

נמצא את הייצוג האלגברי של הפונקציה לפי תכונותיה.



1. נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

**נעמי** אמרה: לפי השרטוט, שיעורי נקודות האפס הם  $(-2, 0)$  ו-  $(4, 0)$ .

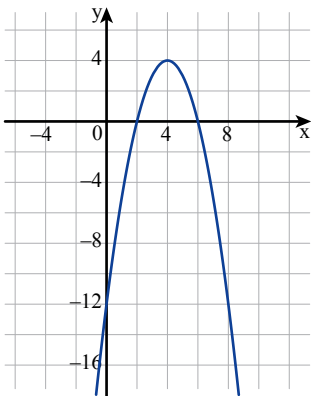
לכן, הפונקציה היא  $f(x) = (x + 2)(x - 4)$ .

**יפעת** אמרה: לפי השרטוט, שיעורי נקודת הקדקוד  $(1, -9)$ .

לכן, הפונקציה היא  $f(x) = (x - 1)^2 - 9$ .

א. מי צודקת? הסבירו.

ב. כתבו את הייצוג הסטנדרטי של הפונקציה.



2. הפרבולה שלפניכם מתארת פונקציה ריבועית שבה  $a = -1$ .

מהו הייצוג האלגברי של הפונקציה?

כתבו ייצוגים אלגבריים שונים:

- ייצוג קדקודי

- ייצוג סטנדרטי

- ייצוג כמכפלה

3. בכל סעיף מצאו דוגמה לפונקציה מתאימה, קבעו כמה פונקציות מתאימות יש והסבירו:

א. שיעורי נקודות האפס  $(-1, 0)$  ו-  $(3, 0)$

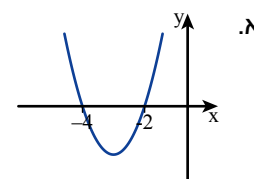
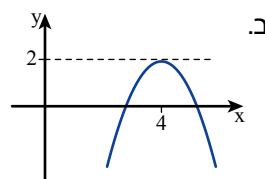
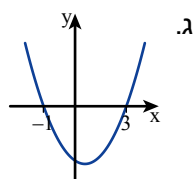
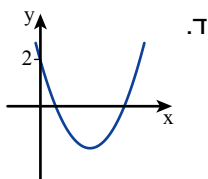
ב. שיעורי נקודת הקדקוד  $(-9, 5)$

ג. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר  $y$  הם  $(0, 2)$

ד. ציר הסימטריה  $x = 4$

ה. לפרבולה יש נקודת מקסימום, ומידת הכיווץ או הרחבה של זרועות הפרבולה היא  $|a| = 0.5$

4. מצאו ייצוג אלגברי שלפונקציה לכל סקיצה.

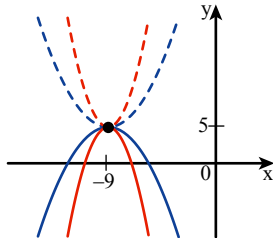


האם בכל הייצוגים האלגבריים שרשמתם  $a = 1$  או  $a = -1$ ?  
אם כן, הציעו לפחות ייצוג אלגברי אחד עבור  $a \neq 1$  או  $a \neq -1$ .



ראינו כי אפשר לקבל מידע אודות הייצוג האלגברי של הפונקציה לפי תכונותיה.

**צילמאולת:** במשימה 3

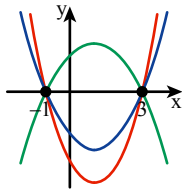


אם שיעורי נקודת הקדקוד:  $(-9, 5)$ ,  
אז הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = a(x + 9)^2 + 5$$

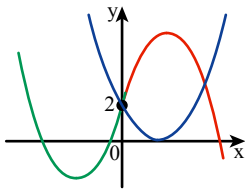
אם שיעורי נקודות האפס  $(-1, 0)$  ו-  $(3, 0)$ ,  
אז הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = a(x + 1)(x - 3)$$

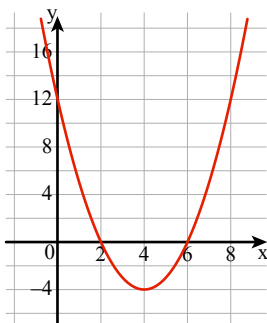


אם שיעורי נקודת החיתוך עם ציר  $y$ :  $(0, 2)$ ,  
אז הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = ax^2 + bx + 2$$



## אוסף משימות



1. לפניכם גרף של פונקציה ריבועית שבה  $a = 1$ .  
מהו הייצוג האלגברי של הפונקציה?  
רשמו את הפונקציה בשלושת הייצוגים:  
קדקודי, סטנדרטי וכמכפלה.



2. בכל סעיף תנו דוגמה לפונקציה מתאימה.
  - א. שיעורי נקודות האפס  $(5, 0)$  ו-  $(-1, 0)$
  - ב. שיעורי נקודת הקדקוד  $(3, 5)$
  - ג. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר  $y$   $(0, 5)$



3. בכל סעיף תנו דוגמה לפונקציה מתאימה.

- א. לפרבולה נקודת מינימום, וציר הסימטריה  $x = -2$ .
- ב. לפרבולה נקודת מקסימום, ציר הסימטריה  $x = -2$ , והיא עוברת בראשית הצירים.
- ג. ציר הסימטריה של הפרבולה  $x = -2$ , ושיעורי נקודת המינימום שלה  $(-2, 5)$ .



4. התאימו פונקציה לכל תכונה.

#### פונקציות

$$f(x) = -2(x + 1)^2 + 3$$

$$g(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$h(x) = (x - 3)(x + 1)$$

#### תכונות

א. שיעורי נקודות האפס  $(3, 0)$  ו- $(-1, 0)$

ב. שיעורי נקודת הקדקוד  $(-1, 3)$

ג. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר  $y$   $(0, 1)$



5. התאימו תכונה אחת לכל פונקציה.

#### פונקציות

$$f(x) = -3x^2 - 5$$

$$g(x) = 3x^2 + x - 2$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 5$$

$$r(x) = 2(x - 5)^2 + 3$$

$$s(x) = (x - 3)(x + 5)$$

$$e(x) = 5x^2$$

#### תכונות

א. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר  $y$   $(0, -2)$

ב. שיעורי נקודת המקסימום  $(0, -5)$

ג. שיעורי נקודות האפס  $(3, 0)$  ו- $(-5, 0)$

ד. שיעורי נקודת המינימום  $(3, -5)$

ה. ציר סימטריה  $x = 0$

ו. שיעורי נקודת המינימום  $(5, 3)$



6. שיעורי נקודות האפס של פונקציה ריבועית הם  $(2, 0)$  ו- $(4, 0)$ .

מצאו פונקציה מתאימה מבין הפונקציות הבאות.

א.  $y = (x + 2)(x + 4)$       ג.  $y = (x - 2)(x - 8)$       ה.  $y = -(x - 2)(x - 4)$

ב.  $y = 3(x - 2)(x + 11)$       ד.  $y = (x - 5)^2 + 7$       ו.  $y = -(x - 5)^2 + 1$



7. ציר הסימטריה של פונקציה ריבועית  $x = 5$ .

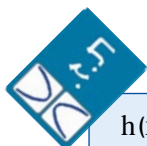
בדקו באילו סעיפים רשומה פונקציה מתאימה.

א.  $y = (x + 2)(x + 4)$       ג.  $y = (x - 2)(x - 8)$       ה.  $y = -(x - 2)(x - 4)$

ב.  $y = 3(x - 2)(x + 11)$       ד.  $y = (x - 5)^2 + 7$       ו.  $y = -(x - 5)^2 + 1$



8. חקרו את הפונקציות. העתיקו והשלימו **תעודת זהות**.



$h(x) = -3(x + 1)^2 + 12$	$f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$	ייצוג אלגברי של הפונקציה
כל המספרים	כל המספרים	תחום
		סקיצה
		ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקדקוד
		סוג הקדקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$ )
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר y ( $x = 0$ )
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום שבו הפונקציה חיובית ( $y > 0$ )
		התחום שבו הפונקציה שלילית ( $y < 0$ )



9. נתונה פונקציה  $y = (x - 1)(x - 5)$

- א. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה המתאימה?  
 ב. הזיזו את הפרבולה כך שציר הסימטריה שלה יהיה  $x = 6$ .  
 מצאו את נקודת החיתוך של הפונקציה שהתקבלה עם ציר x,  
 ורשמו את הייצוג האלגברי של הפונקציה שהתקבלה.

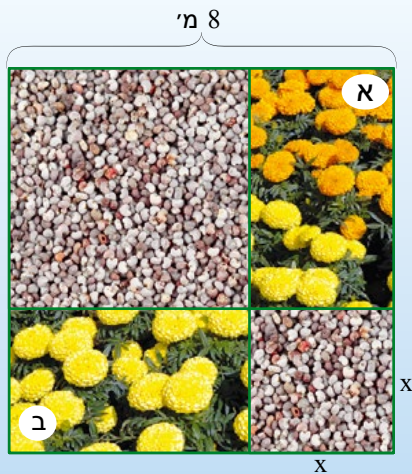


10. הזיזו את הפרבולה  $y = x^2$  כך שתתקבל הפרבולה  $f(x) = x^2 + 4x + 7$ .  
 האם לפונקציה יש נקודות אפס? אם כן, כתבו את שיעוריהן. אם לא, הסבירו.  
 הדרכה: אפשר לרשום את הפונקציה כך:  

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 + 3$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(x + 2)^2}$$

## שיעור 5. בעיות מילוליות, נקודות קיצון ופתרון משוואות



בחצר בית-הספר שטח אדמה ריבועי, שאורך צלעו 8 מטרים. ההנהלה מתכננת לשתול שתי ערוגות פרחים (כמו בתמונה), ולרצף את השטח הנותר.

קשמו ביטויים אלגבריים מתאימים למידות של הערוגות (x מבטא את אורך צלע הריבוע המרוצף הימני במטרים,  $0 \leq x \leq 8$ ).

שערו: מה השטח האפשרי הגדול ביותר לשתילת פרחים? מהו שטח הריבוע המרוצף הימני במקרה זה?

נפתור בעיות מילוליות ונמצא ערכים מקסימליים ומינימליים של ביטויים ריבועיים.

במשימות 1 - 5 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. העתיקו את הטבלה והשלימו.

השטח הכולל של ערוגות הפרחים (במ"ר)	שטח ערוגה ב (במ"ר)	שטח ערוגה א (במ"ר)	אורך צלע הריבוע הימני המרוצף (במטרים)
			1
			3
			x

פשוטו!

2. הגנן הציע לשתול פרחים בשטח כולל של 24 מ"ר.

א. גילי אמרה: הפונקציה המתארת את השטח של שתי ערוגות הפרחים היא  $y = -2x^2 + 16x$ .

$$-2x^2 + 16x = 24 \quad \text{היא כתבה:}$$

$$-2x^2 + 16x - 24 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

פתרו את המשוואה של גילי.

ב. מהן המידות של הריבוע הימני המרוצף לפי הצעת הגנן?

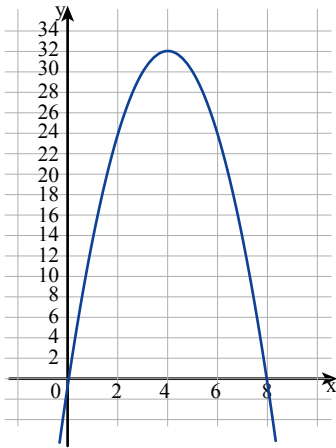
ג. שרטטו על נייר משובץ שני תרשימים של תכנון החצר המתאימים להצעתו של הגנן.

ד. מה גודלו של השטח המרוצף בכל אחד מהמקרים?

3. המנהלת מעדיפה שהשטח הכולל של הערוגות יהיה 14 מ"ר.

מהן מידות הריבוע הימני המרוצף לפי העדפת המנהלת?

האם יש אפשרויות שונות לתכנון החצר לפי העדפת המנהלת? הסבירו.



4. עדי שרטטה במחשב את גרף הפונקציה  $y = -2x^2 + 16x$

- איזה חלק של הגרף מתאים לסיפור? הסבירו.
- הסבירו כיצד ניתן לגלות מתוך הגרף את אורך צלע הריבוע הימני המרוצף בכל מקרה:
  - לפי הצעת הגנן: שטח הערוגות הכולל הוא 24 מ"ר.
  - לפי העדפת המנהלת: שטח הערוגות הכולל הוא 14 מ"ר.
- ג. מהו תחום העלייה ומהו תחום הירידה של הפונקציה? מה המשמעות של תחומי העלייה והירידה בסיפור?

5. תלמידי החוג לחקלאות רוצים ששטח הערוגות יהיה מקסימלי. מהן מידות הריבוע הימני המרוצף במקרה זה? מצאו את התשובה בדרך אלגברית ובדקו אותה בעזרת הגרף.



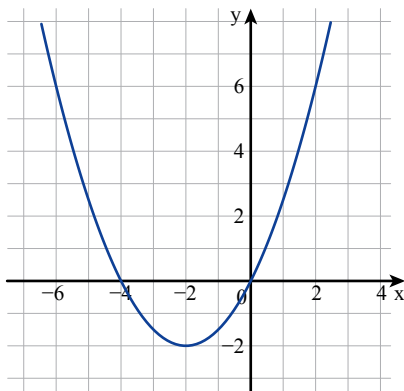
6. סכום אורכי הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 22 ס"מ.

נסמן:  $x$  - אורך אחד הניצבים בס"מ.

- אילו ערכים מתאימים ל- $x$  לפי תנאי הבעיה?
- כתבו ביטויים אלגבריים לאורך הניצב השני של המשולש ולשטח המשולש.
- מהם אורכי הניצבים אם שטח המשולש 56 סמ"ר? כמה אפשרויות שונות מצאתם?
- ד. מהו השטח המקסימלי האפשרי של המשולש? הסבירו.
- ה. מהו אורך היתר של המשולש אם שטח המשולש מקסימלי? הסבירו.



## אוסף משימות



1. לפניכם שרטוט של גרף הפונקציה  $y = 0.5x^2 + 2x$  פתרו את המשוואות הבאות בעזרת הגרף.

- $0.5x^2 + 2x = 0$
- $0.5x^2 + 2x = 6$
- $0.5x^2 + 2x = -2$
- $0.5x^2 + 2x = -4$

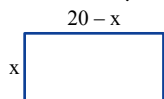


2. אורך הגדר של חלקה מלבנית הוא 40 מטרים.

א. תנו 3 דוגמאות למידות החלקה המלבנית.

ב. נסמן ב- $x$  את האורך (במטרים) של צלע אחת של החלקה המלבנית ( $0 < x < 20$ ).

נסמן ב- $(20 - x)$  את האורך (במטרים) של הצלע השנייה של החלקה (ראו שרטוט מדגים).  
מה מייצג הביטוי  $x(20 - x)$ ?

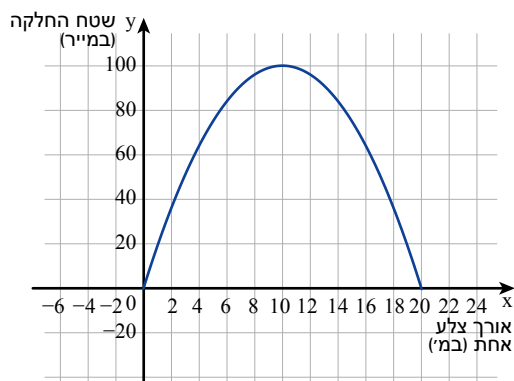


ג. לפניכם גרף הפונקציה  $y = x(20 - x)$   
ענו לפי הגרף:

מה אורכי צלעות החלקה המלבנית אם השטח הוא:

20 מ"ר? 50 מ"ר? 90 מ"ר?

מה השטח המקסימלי האפשרי של החלקה?



3. מחוט שאורכו 12 ס"מ יוצרים מלבן.

א. כתבו ביטויים אלגבריים לאורכי צלעות המלבן ולשטח המלבן.

ב. מהן מידות המלבן אם שטח המלבן הוא 8 סמ"ר? הסבירו.

ג. מהן מידות המלבן בעל השטח המקסימלי שאפשר ליצור? הסבירו.



4. מספר אחד גדול ממספר שני ב-10. כופלים את המספרים זה בזה.

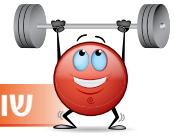
עבור אילו מספרים תהיה המכפלה מינימלית?



5. פתרו את המשוואות.

א.  $3x^2 + 6x = 9$     ב.  $2x^2 - 16x = -30$     ג.  $-2x^2 - 8x + 10 = 0$





## כפל מקוצר

1. מצאו זוגות של ביטויים אלגבריים זהים.

א.  $x^2 + 2x + 1$     ב.  $x^2 + 10x + 25$     ג.  $x^2 - 9$     ד.  $x^2 - 12x + 36$   
א.  $(x + 5)^2$     ב.  $(x - 6)^2$     c.  $(x + 1)^2$     d.  $(x + 3)(x - 3)$

2. מצאו את השגיאות ותקנו אותן.

א.  $(x + 5)^2 = x^2 + 25$     ג.  $(x - 6)^2 = x^2 + 12x + 36$   
ב.  $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 9$     ד.  $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 8$

3. פתרו.

א.  $x^2 - 2x + 1 = 0$     ד.  $x^2 - 8x + 16 = 0$   
ב.  $4x^2 - 4x + 1 = 144$     ה.  $x^2 + 6x + 9 = 0$   
ג.  $x^2 + 18x + 81 = 16$     ו.  $4x^2 - 20x + 25 = 36$

4. פתרו.

א.  $5(x - 3)^2 - 5(x - 4)(x + 4) > 75$   
ב.  $(x - \frac{1}{2})^2 - (x + \frac{1}{2})^2 > 0$   
ג.  $(x - 1)^2 - (4 - x)^2 > 3$

5. בכל סעיף קבעו אילו ערכים מתאימים ל-  $x$  לפי הנתונים ורשמו ביטוי לשטח הריבוע ( $x$  ביחידות אורך).

א. אורך צלע הריבוע  $x - 8$     ב. אורך צלע הריבוע  $x + 2$     ג. אורך צלע הריבוע  $7x - 2$

6. בכל סעיף הביטוי האלגברי מייצג שטח של ריבוע בסמ"ר ( $x$  בס"מ). קבעו אילו ערכים מתאימים ל-  $x$ , ורשמו ביטוי לאורך צלע הריבוע לפי שטחו.

א.  $(2x - 5)^2$     ב.  $x^2 + 10x + 25$

7. נתון ריבוע שאורך צלעו  $3a$  יחידות ( $a$  ביחידות אורך,  $a > 0$ ). נתון מלבן שאורך צלע אחת שלו קטן ב- 2 יחידות מאורך צלע הריבוע ואורך הצלע האחרת גדול ב- 2 יחידות מאורך צלע הריבוע.  
א. אילו ערכים מתאימים ל-  $a$  לפי תנאי הבעיה?  
ב. לאיזה מרובע שטח גדול יותר, למלבן או לריבוע? הסבירו.