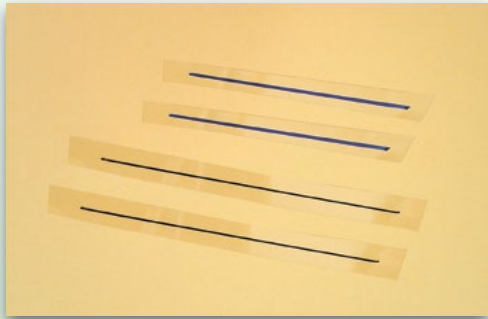


יחידה 28: מזהים מקבילית

שיעור 1. מזהים מקבילית לפי צלעות

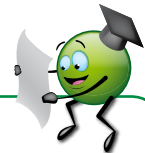


מחברים בקצוות שני זוגות של רצועות קשיחות שוות, לקבלת מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות באורכן. (תוכלו להשתמש בקשיות, ברצועות בריסטול, ברצועות שקף וכדומה.) איזה מרובע התקבל? משכו את קדקודי המרובע החוצה ופנימה. מה משתנה ומה אינו משתנה:

- גדלי הזוויות?
- ההקבלה של הצלעות?
- אורכי הצלעות?
- ההיקף?
- השטח?

נלמד לזהות מקבילית לפי תכונות של הצלעות.

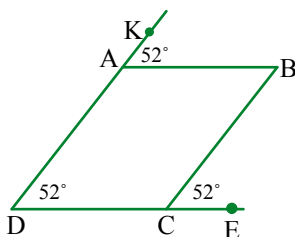
מזהים מקבילית לפי ההגדרה



תזכורת

הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות, נקרא **מקבילית**.
בעבר ראינו כי:

- אם ישר חותך שני ישרים מקבילים, אז הזוויות המתחלפות שוות בגודלן וגם הזוויות המתאימות שוות בגודלן.
- אם נתונים שני ישרים וישר החותך אותם, אם הזוויות המתחלפות שוות בגודלן או הזוויות המתאימות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים.



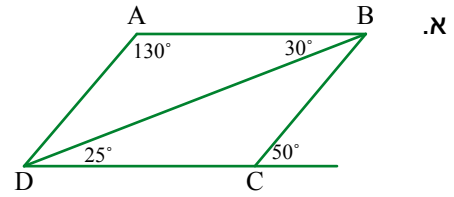
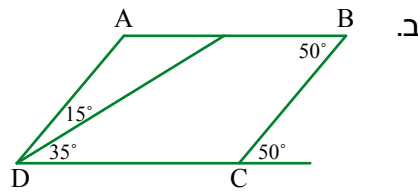
1. **נכון** ABCD מרובע

בשרטוט רשומים גדלים של זוויות

מסקנות

- א. $AB \parallel DC$, נמקו.
- ב. $AD \parallel BC$, נמקו.
- ג. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.

2. בכל סעיף חשבו את הגדלים של כל הזוויות שבשרטוט, וקבעו אם המרובע ABCD הוא מקבילית. נמקו.

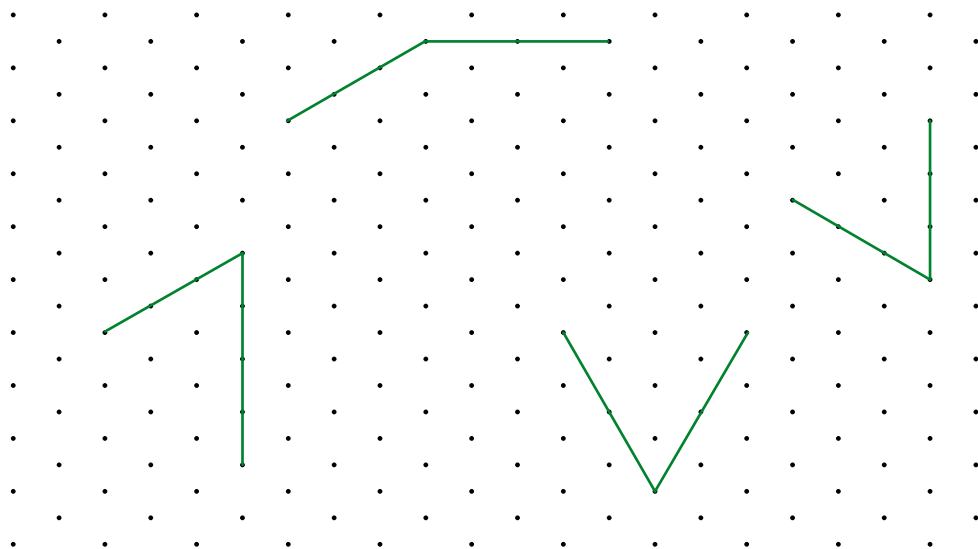


מזהים מקבילית לפי שוויון אורכי צלעות נגדיות



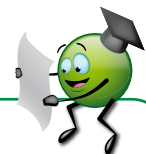
3. בכל שרטוט שתי צלעות סמוכות של מרובע.

א. השלימו למרובע שצלעותיו הנגדיות שוות באורכן.



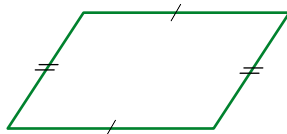
ב. האם בכל אחד מהמרובעים ששרטטתם הצלעות הנגדיות מקבילות?

ג. שערך: האם שוויון אורכי צלעות נגדיות במרובע הוא תנאי מספיק לזיהוי מקבילית?



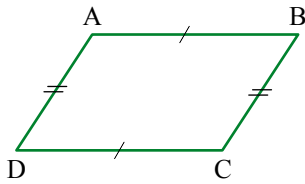
אם במרובע שני זוגות של צלעות נגדיות שוות באורכן, אז המרובע הוא מקבילית.

במשימה הבאה נוכיח את המשפט הזה.





4. א. השלימו לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.



נתיב ABCD מרובע

_____ = _____

_____ = _____

המרובע הוא מקבילית **נ"ב**

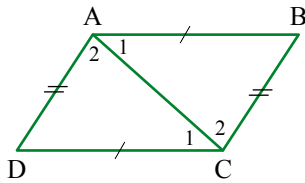
ב. **הוכחה**

- לפי איזה משפט חפיפה $\triangle ADC \cong \triangle CBA$?

- מהחפיפה נובע $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C_1 \iff AB \parallel DC$. נמקו.

- מהחפיפה נובע $\sphericalangle A_2 = \sphericalangle C_2 \iff AD \parallel BC$. נמקו.

- האם המרובע הוא מקבילית? נמקו.



תזכורת

שני משפטים נכונים שבהם התנאים והמסקנות מוחלפים אלה באלה, נקראים **משפטים הפוכים** זה לזה.

בעבר הוכחנו:

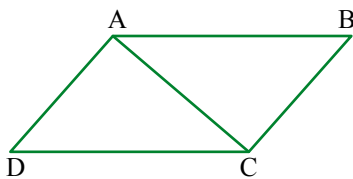
אם המרובע הוא מקבילית, **אז** הצלעות הנגדיות שלו שוות באורכן.

במשימה 4 הוכחנו:

אם במרובע שני זוגות של **צלעות נגדיות שוות באורכן**, **אז** המרובע הוא מקבילית.

שני משפטים אלה הם **משפטים הפוכים** זה לזה.

5. א. הסבירו מדוע הטענה הבאה נכונה.



אם מרובע הוא מקבילית,

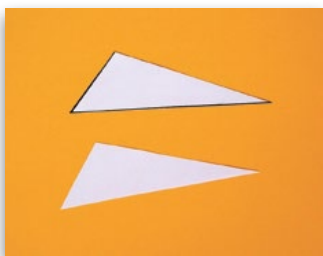
אז האלכסון מחלק אותו לשני משולשים חופפים.

ב. נסחו טענה הפוכה למשפט הזה.

ג. קפלו דף לשניים, שרטטו על הדף המקופל משולש שונה-צלעות (כמו בתמונה).

גזרו את שני המשולשים החופפים שנוצרו.

הצמידו צלע של שני המשולשים החופפים וצרו מרובע **שאיננו מקבילית**.



ד. האם הטענה ההפוכה שניסחתם בסעיף ב היא טענה נכונה? הסבירו.

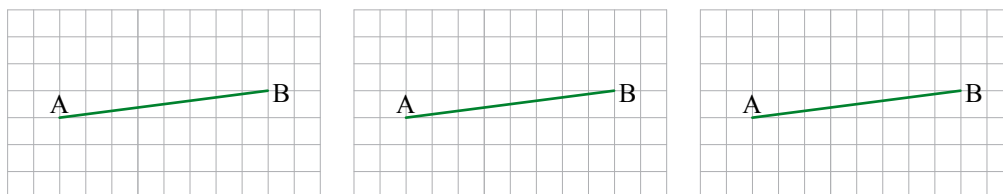
(שמרו על המשולשים הגזורים למשימה 2 באוסף המשימות, בהמשך.)



במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. א. שרטטו שלוש מקביליות שונות, כך שהקטע AB יהיה צלע של כל אחת מהן.



ב. מה משותף למקביליות ששרטטתם ובמה הן שונות זו מזו: באורכי הצלעות? בגודל הזוויות? בהיקף? בשטח? באורכי האלכסונים?



2. צרו מקביליות שונות.

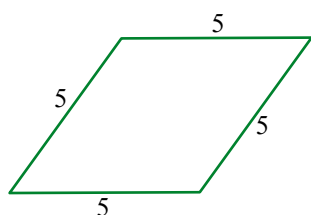
היעזרו במשולשים שגזרתם במשימה 5 בשיעור, והצמידו אותם בדרכים שונות. כמה מקביליות שונות אפשר ליצור על-ידי הצמדת צלע של שני משולשים שוני-צלעות חופפים?



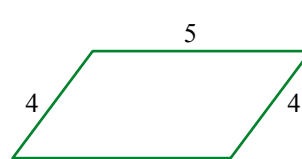
3. קבעו לפי הנתונים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית.

אם כן, הסבירו על-סמך איזה משפט.

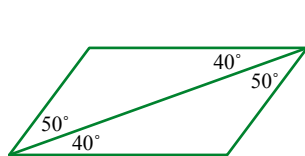
אם לא, הסבירו מדוע אי-אפשר להסיק או שרטטו דוגמה נגדית.



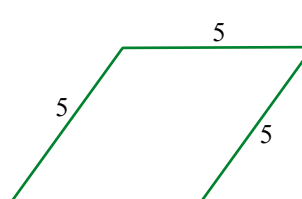
ג.



א.

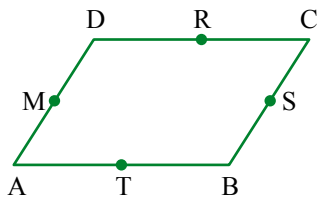
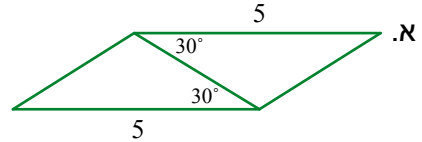
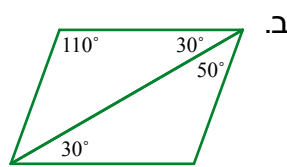
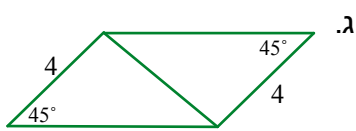


ד.



ב.

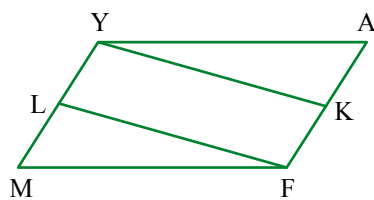
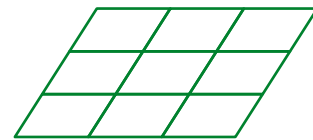
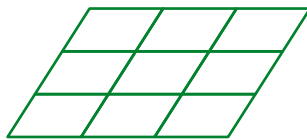
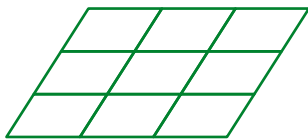
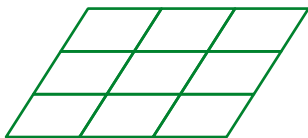
4. קבעו לפי הנתונים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הסבירו על-סמך איזה משפט. אם לא, הסבירו מדוע אי-אפשר להסיק או שרטטו דוגמה נגדית.



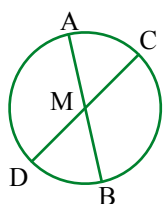
5. **נכון** מרובע ABCD הוא מקבילית
 R, S, T, M הם אמצעי צלעות המקבילית
 א. שרטטו את מרובע RSTM.
 ב. מצאו בשרטוט זוגות של משולשים חופפים ונמקו.
 ג. מהו סוג המרובע RSTM? נמקו.



6. לפניכם רשת של תשע מקביליות זהות. כמה מקביליות שונות אפשר לשרטט על הרשת הזו? (היעזרו ברשתות הבאות לשרטוט המקביליות השונות.)

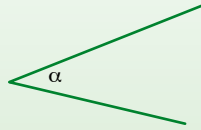


7. **נכון** המרובע YAFM מקבילית
 L ו- K הם אמצעי הצלעות AF ו- YM
 א. הראו כי $\triangle AYK \cong \triangle MFL$
 ב. המרובע YKFL הוא מקבילית. נמקו. **נסקנה**



8. **נכון** AB ו- CD הם קטרים במעגל שמרכזו M
 א. שרטטו את המרובע ACBD.
 ב. מצאו זוגות של משולשים חופפים ונמקו.
 ג. המרובע ABCD הוא מקבילית. נמקו. **נסקנה**

שיעור 2. מזהים מקבילית לפי זוויות



העתיקו על שני דפים שקופים את הזווית α .
 צרו משתי הזוויות מרובע שבו שתי הזוויות
 השוות בגודלן הן זוויות נגדיות.
 האם המרובע המתקבל הוא תמיד מקבילית?

הזיזו את הדפים השקופים כך שגם שתי הזוויות הנגדיות האחרות תהיינה שוות בגודלן.
 האם המרובע המתקבל הוא תמיד מקבילית?

שערו: מהי התכונה של זוויות מרובע שהיא תנאי מספיק לזיהוי מקבילית?
נלמד לזהות מקבילית לפי תכונה של זוויות.

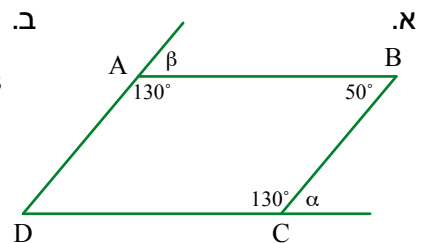
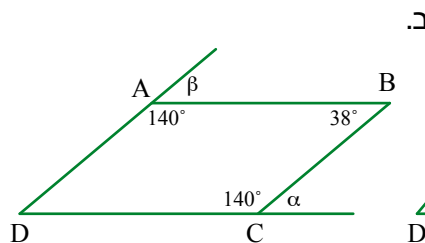
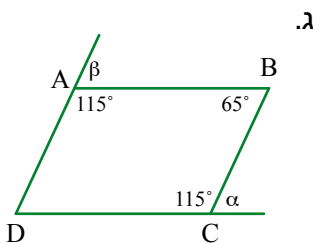
השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה.

1. בכל סעיף נתון מרובע ABCD, ונתונים גדלים של זוויות.

חשבו את גודל הזווית D.

חשבו את הגדלים של הזוויות α ו- β .

בדקו אם הצלעות הנגדיות מקבילות, וציינו אם המרובע הוא מקבילית.



2. א. באילו מהמרובעים שבמשימה 1 יש שני זוגות של זוויות נגדיות שוות בגודלן?

ב. אילו מהמרובעים האלה הם מקביליות?

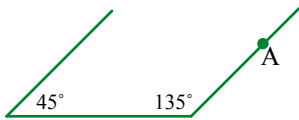
ג. שערו: האם שוויון הגדלים של זוויות נגדיות במרובע הוא תנאי מספיק לזיהוי מקבילית?



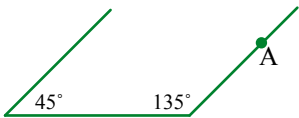
אם במרובע שני זוגות של זוויות נגדיות שוות בגודלן, אז המרובע הוא מקבילית.



3. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "מקבילית לפי זוויות". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.

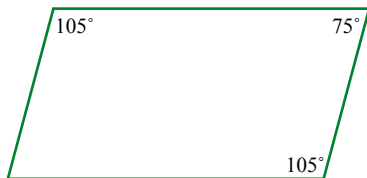


4. א. שרטטו על השוק בנקודה A המסומנת זווית שגודלה 45° . חשבו את גודל הזווית הרביעית של המרובע שהתקבל. האם התקבלה מקבילית? נמקו.

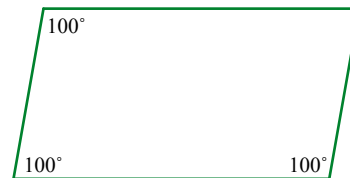


ב. שרטטו על השוק בנקודה המסומנת זווית שגודלה **שונה מ- 45°** . חשבו את גודל הזווית הרביעית של המרובע שהתקבל. האם התקבלה מקבילית? נמקו.

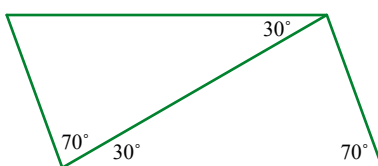
5. בכל סעיף משורטט מרובע ורשומים נתונים. קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. הסבירו.



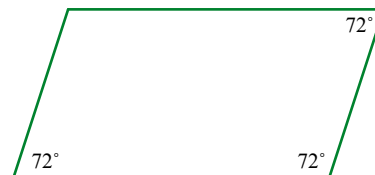
ד.



א.



ה.



ב.



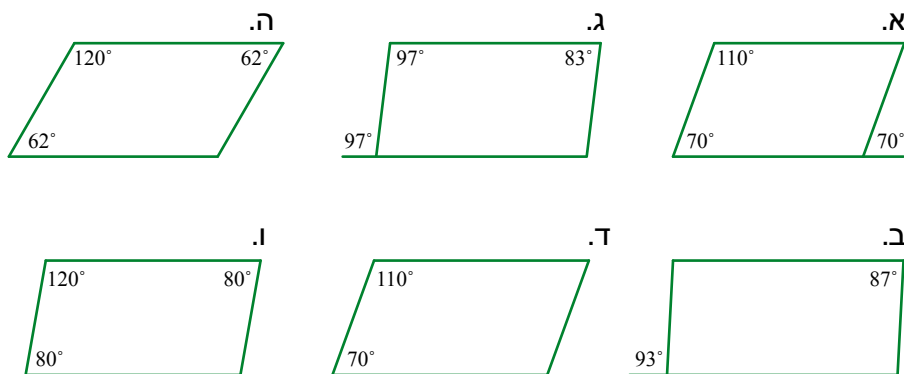
ו.



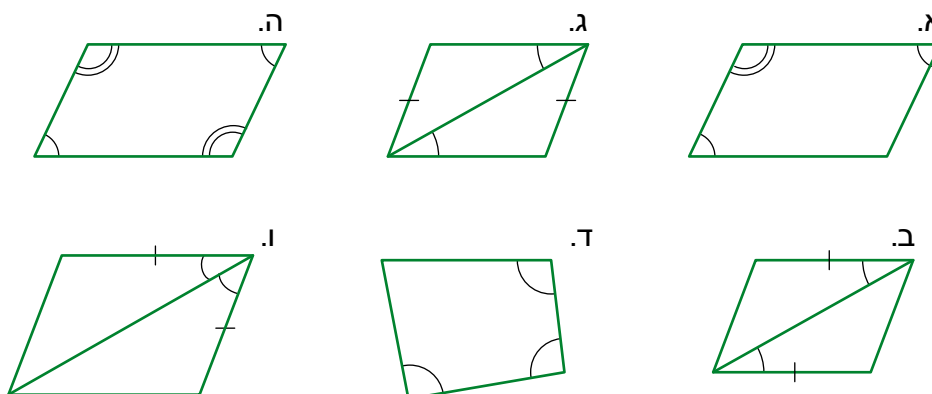
ג.



1. בכל סעיף משורטט מרובע ורשומים נתונים. קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. הסבירו.



2. בכל סעיף משורטט מרובע ומסומנים נתונים. קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, נמקו. אם לא, צרו דוגמה נגדית.



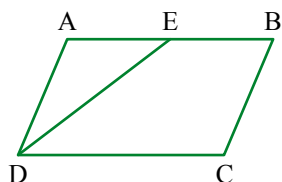
3. ABCD מרובע

$\sphericalangle B = 70^\circ$

$\sphericalangle A = 110^\circ$

$\sphericalangle EDC = 35^\circ$

DE חוצה את $\sphericalangle ADC$



- רשמו את הנתונים בשרטוט.
- חשבו את הגדלים של כל הזוויות ורשמו בשרטוט.
- הסבירו מדוע ABCD מקבילית.



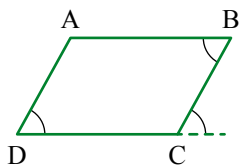
4. א. השלימו למקבילית באמצעות מד-זווית וסרגל.



ב. השלימו למקבילית שונה מהקודמת באמצעות מד-זווית וסרגל.



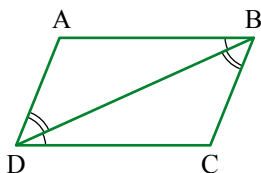
5. בשרטוט מסומנת שלוש זוויות שוות בגודלן. הסבירו מדוע המרובע ABCD הוא מקבילית.



6. בשרטוט מסומנים נתונים.

א. קשמו אותם בכתיב מתמטי.

ב. הסבירו מדוע המרובע ABCD הוא מקבילית.



7. המרובע DTCB הוא טרפז שווה-שוקיים ($DT \parallel BC$)

$$\angle TCB = \angle N = 40^\circ$$

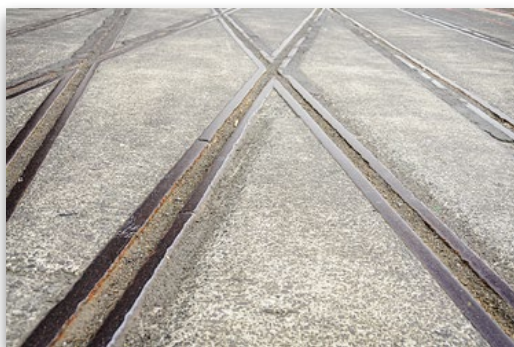
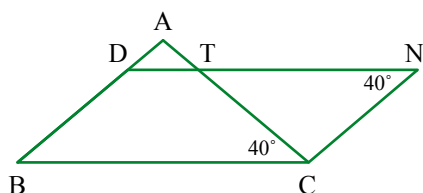
א. קשבו את הגדלים של זוויות הטרפז.

ב. קשבו את הגדלים של זוויות $\triangle TNC$.

ג. קשבו את הגדלים של זוויות המרובע DNCB.

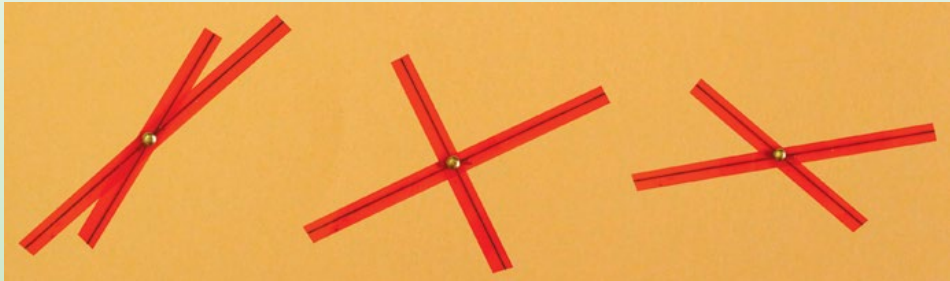
ד. הסבירו מדוע המרובע DNCB הוא מקבילית.

ה. מצאו משולשים דומים. הסבירו.



שיעור 3. מזהים מקבילית לפי אלכסונים

מחברים שתי רצועות בנקודת האמצע שלהן ומשנים את גודל הזווית בין הרצועות. אם מחברים את קצות הרצועות למרובע, מקבלים מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה. האם המרובע שמתקבל הוא תמיד מקבילית?



נלמד לזהות מקבילית לפי תכונה של אלכסונים.



1. בעבר הוכחנו **טענה**

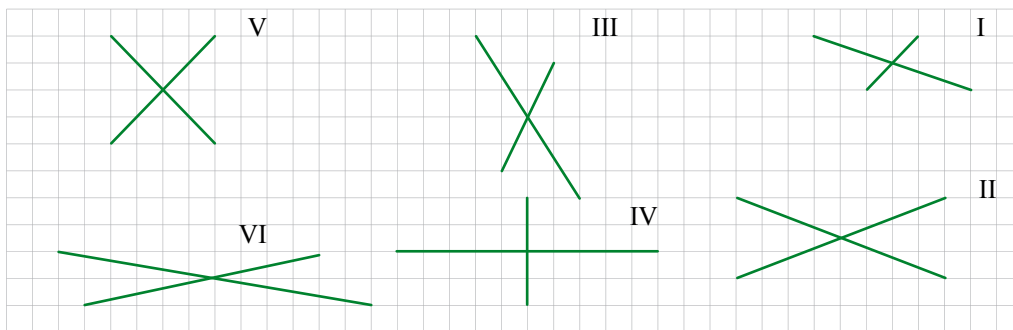
אם המרובע הוא **מקבילית**, אז האלכסונים חוצים זה את זה. נסחו טענה הפוכה למשפט הזה.



2. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "אלכסונים חוצים זה את זה". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



3. בכל שרטוט שני קטעים החותכים זה את זה בנקודת האמצע שלהם (חוצים זה את זה). א. חִבְרו את קצות הקטעים ליצירת מרובעים כך שהקטעים המשורטטים יהיו אלכסוני המרובע.



ב. האם כל המרובעים ששרטטתם הם מקביליות?
ג. שְׁערו: האם אלכסונים החוצים זה את זה במרובע הוא תנאי מספיק לזיהוי מקבילית?



Geon אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, אז המרובע הוא מקבילית.
במשימה הבאה נוכיח את המשפט הזה.



4. א. השלימו לפי הנתונים המסומנים בשרטוט.

מרובע ABCD

_____ = _____ **נניח**

_____ = _____

המרובע ABCD הוא מקבילית **נניח**

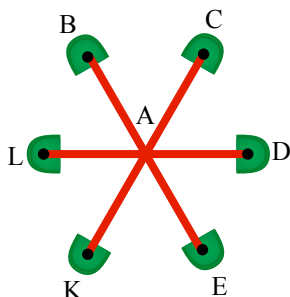
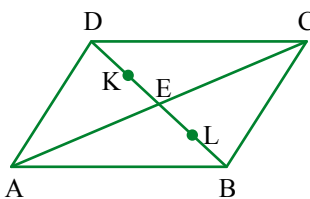
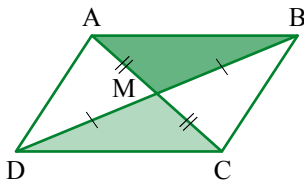
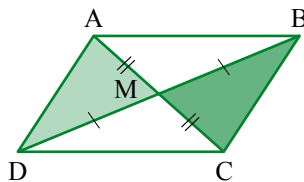
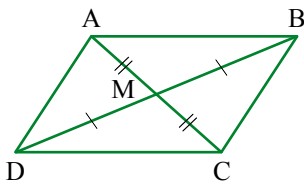
ב. רשמו את חפיפת המשולשים הצבועים.

מהחפיפה מסיקים: $BC = AD$

ג. רשמו את חפיפת המשולשים הצבועים.

מהחפיפה מסיקים: $DC = AB$

ד. על-סמך איזה משפט מסיקים שהמרובע ABCD הוא מקבילית?



5. **נניח** מרובע ABCD מקבילית

$BL = DK$

שרטטו את המרובע CKAL והסבירו מדוע גם הוא מקבילית.

6. בשרטוט מתקן קרוסלה. הנקודות בקצוות מייצגות את המושבים. הנקודה A מסמנת את האמצע של כל קורה. כמה מקבילות אפשר לשרטט, אם מחברים בכל פעם ארבע נקודות על המושבים? רשמו אותן.



קרסולה היא מתקן שעשועים המורכב מחלק ניח - ציר הקרסולה המחובר לקרקע - ומחלק נייד המחובר לציר הקרסולה ומסתובב סביבו.



הסיבובים מהנים את היושבים על מושבי הקרסולה, אבל לפעמים הם עלולים ליצור אצל היושבים חוסר איזון באיבר האחראי לשיווי המשקל שנמצא מאחורי האוזניים. חוסר שיווי המשקל עלול לגרום לסחרחורת ולבחילה.



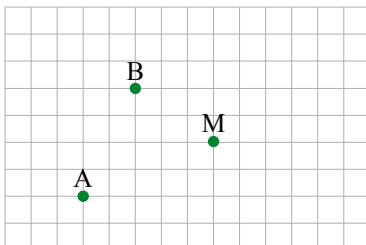
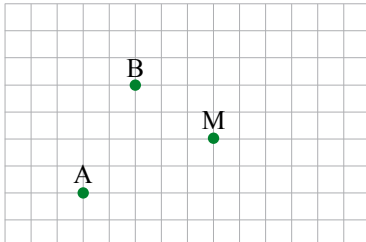
אוסף משימות



1. שרטטו שלוש מקביליות שונות, כך שהקטע המשורטט יהיה אלכסון בכל אחת מהן.



על איזה משפט הסתמכתם?



2. א. הנקודות A ו-B הן קדקודים של מקבילית. M היא נקודת הפגישה של האלכסונים. שרטטו את המקבילית.

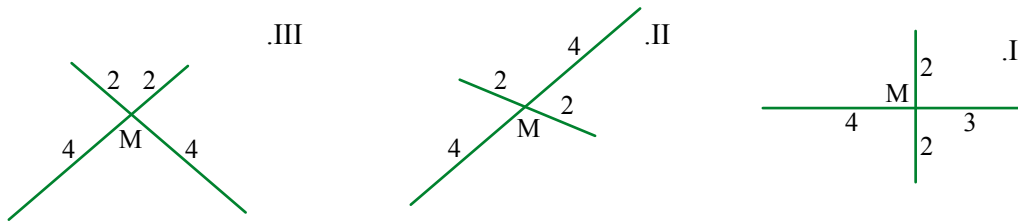
ב. הנקודות A ו-M הן קדקודים של מקבילית. B היא נקודת הפגישה של האלכסונים. שרטטו את המקבילית.



3. א. שרטטו על דף משובץ מקבילית שאורכי אלכסוניה 6 ס"מ ו-4 ס"מ.
 ב. שרטטו מקבילית אחרת שאורכי אלכסוניה 6 ס"מ ו-4 ס"מ.
 ג. כמה מקביליות כאלה אפשר לשרטט? במה הן דומות ובמה הן שונות זו מזו?



4. בכל סעיף משורטטים אלכסונים של מרובע החותכים זה את זה בנקודה M.
א. קבעו, ללא שרטוט, אם המרובע הוא מקבילית ונמקו.




ב. שרטטו ובדקו איזה סוג מרובע מתקבל בכל סעיף.

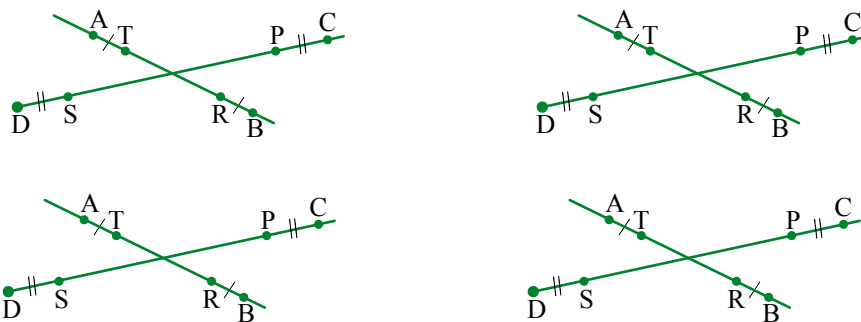


5. שרטטו מרובע מתאים בכל סעיף וקבעו אם קיבלתם מקבילית. הסבירו.
א. האלכסונים חוצים זה את זה.
ב. רק אחד מהאלכסונים חוצה את האחר.
ג. אף אחד מהאלכסונים אינו חוצה את האחר.

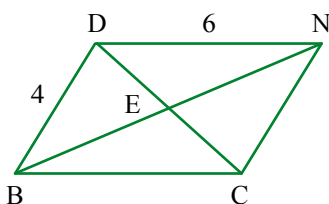


6.  AB ו-CD חוצים זה את זה
 $AT = BR$ $CP = DS$

שרטטו ארבע מקביליות שונות שקדקודיהן בנקודות המסומנות, ורשמו אותן.



7. אורכי צלעות המקבילית BCND רשומים בשרטוט.
היקף משולש DBC הוא 15 ס"מ.
היקף משולש BDN הוא 18 ס"מ.
מצאו את ההיקפים של המשולשים DEB ו-DEN.



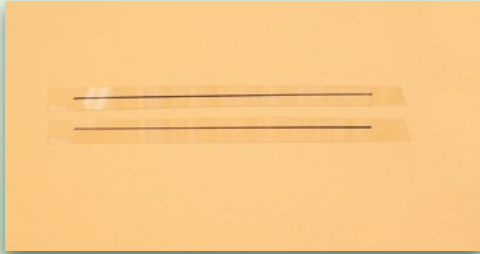
שיעור 4. מזהים מקבילית לפי זוג אחד של צלעות

הניחו שתי רצועות שוות באורכן, כך שהן תהיינה מקבילות זו לזו. (תוכלו להשתמש בקשיות, ברצועות בריסטול, במקלות דוק וכדומה).

חברו את קצותיהן, כך שתקבלו מרובע.

איזה מרובע קיבלתם?

האם אפשר לקבל גם סוג אחר של מרובע?



נלמד לזהות מקבילית לפי תכונות של זוג צלעות.

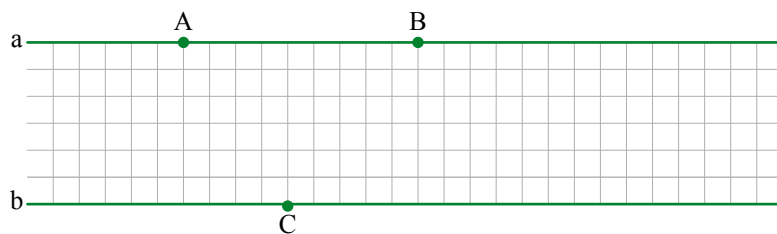


1. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "עוד תנאי מספיק". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



2. $a \parallel b$ נכון

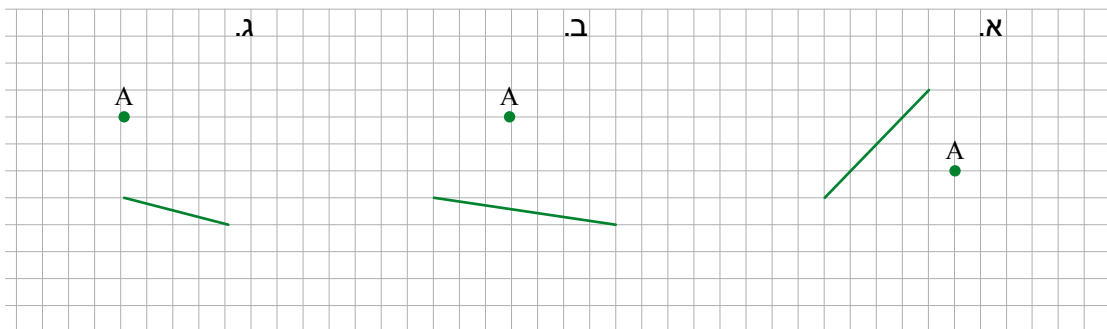
שרטטו מקבילית ששלושה מקדקודיה הם A, B ו-C ושהקדקוד הרביעי שלה D נמצא על הישר b.



כמה מקביליות כאלה אפשר לשרטט? האם הצלעות AB ו-CD שוות באורכן?

3. בכל סעיף שרטטו דרך הנקודה A קטע המקביל לקטע המשורטט והשווה לו באורכו.

א. חברו את קצות שני הקטעים לקבלת מרובע.



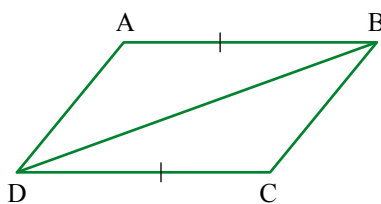
ב. האם בכל סעיף התקבלה מקבילית?

ג. שערו: האם מרובע שבו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות ושוות באורכן, הוא מקבילית?



טפס

אם במרובע יש זוג צלעות נגדיות שהן גם **מקבילות וגם שוות באורכן**, אז המרובע הוא **מקבילית**.
במשימה הבאה נוכיח את המשפט הזה.



4. א. השלימו לפי המשפט הרשום במסגרת והנתונים שבשרטוט.

_____ || _____ נתון

_____ = _____

ABCD מקבילית פ"3

ב. סמנו לפי הנתונים זוויות שוות בגודלן במשולשים ABD ו-CDB.

ג. לפי איזה משפט מסיקים $\triangle ABD \cong \triangle CDB$?

ד. כיצד מסיקים כי ABCD מקבילית?



5. א. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות **סמוכות** שוות באורכן ואינו מקבילית.

איזה מרובע התקבל?

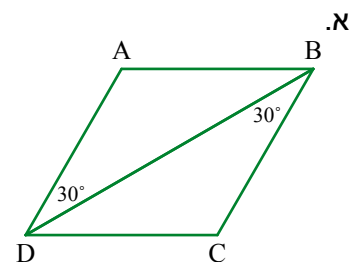
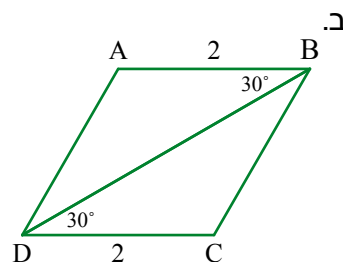
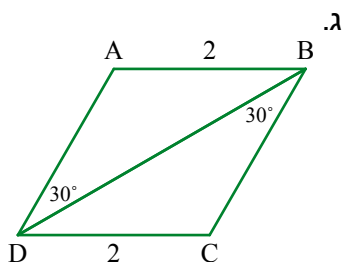
ב. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות **נגדיות** שוות באורכן ואינו מקבילית.

איזה מרובע התקבל?

6. בכל מרובע רשומים נתונים.

קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית.

אם כן, נמקו. אם לא, הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.





הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
נקרא מקבילית

תנאים מספיקים
לזיהוי מקבילית

אם במרובע שני זוגות של צלעות נגדיות שוות באורכן, אז המרובע הוא מקבילית.

הפוכים זה לזה

תכונות המקבילית

אם מרובע הוא מקבילית, אז שני זוגות של צלעות נגדיות שוות באורכן.

אם במרובע שני זוגות של זוויות נגדיות שוות בגודלן, אז המרובע הוא מקבילית.

הפוכים זה לזה

אם מרובע הוא מקבילית, אז שני זוגות של זוויות נגדיות שוות בגודלן.

אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, אז המרובע הוא מקבילית.

הפוכים זה לזה

אם מרובע הוא מקבילית, אז האלכסונים שלו חוצים זה את זה.

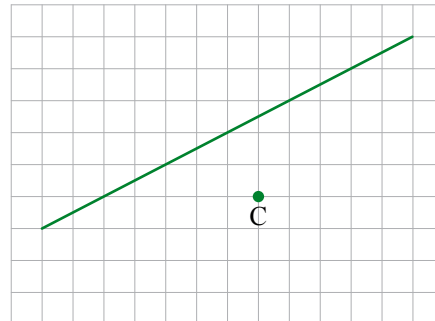
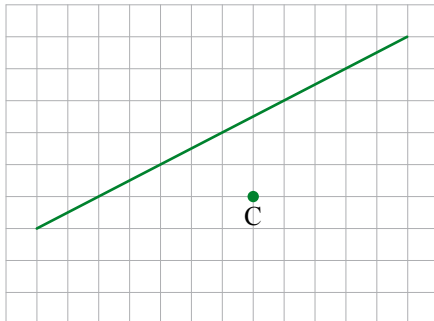
אם במרובע יש זוג צלעות שהן גם מקבילות וגם שוות באורכן, אז המרובע הוא מקבילית.

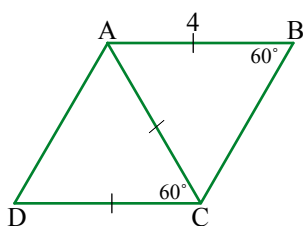


אוסף משימות



1. שרטטו שתי מקביליות שונות, כך שאחת הצלעות תהיה על הישר המשורטט והנקודה C תהיה קדקוד של המקבילית.

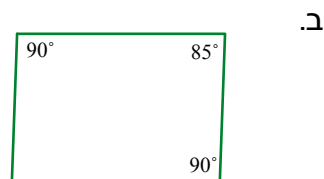
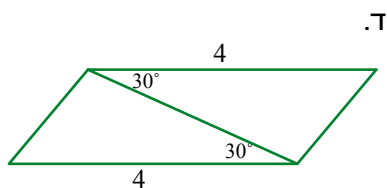
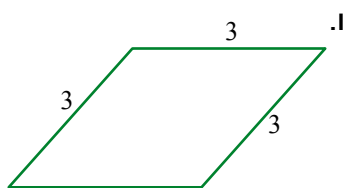
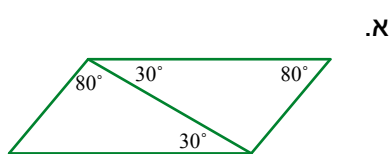
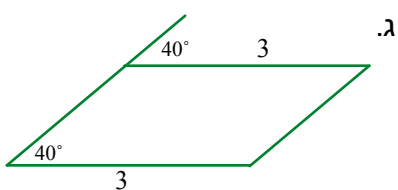
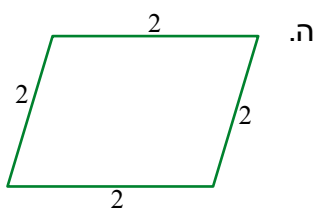




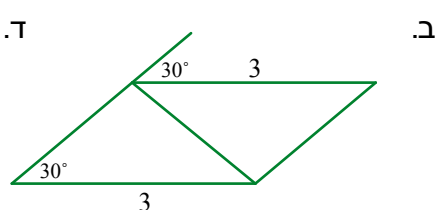
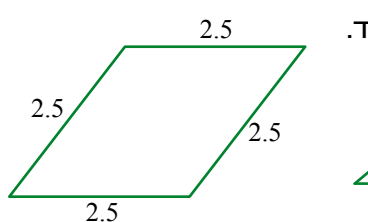
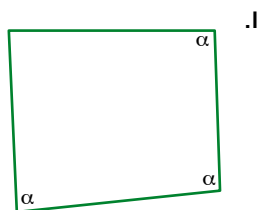
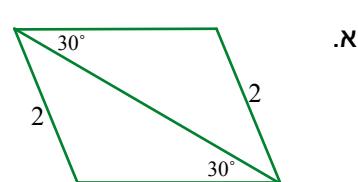
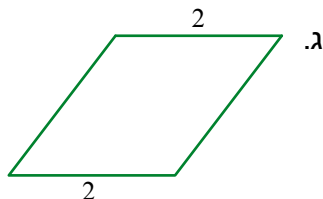
2. א. קבעו לפי הנתונים בשרטוט, אם המרובע ABCD הוא מקבילית. הסבירו.
 ב. חשבו את היקף המרובע.



3. קבעו לפי הנתונים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הסבירו על-סמך איזה משפט. אם לא, הסבירו מדוע אי-אפשר להסיק או שרטטו דוגמה נגדית.



4. קבעו לפי הנתונים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הסבירו על-סמך איזה משפט. אם לא, הסבירו מדוע אי-אפשר להסיק או שרטטו דוגמה נגדית.





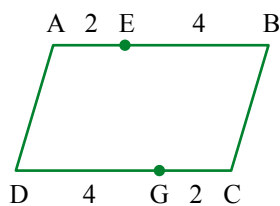
5. **נתון** ABCD מקבילית

בשרטוט רשומים גדלים של קטעים.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

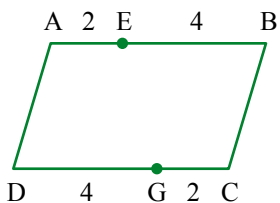
א. שרטטו את המרובע AGCE.

על-סמך איזה משפט המרובע AGCE הוא מקבילית?



ב. שרטטו את המרובע BGDE.

האם גם הוא מקבילית? הסבירו.

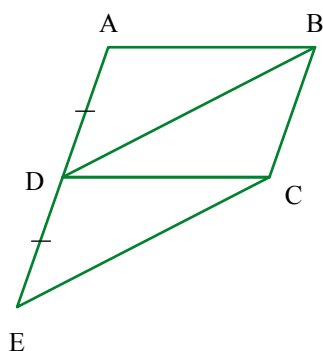


6. **נתון** ABCD מקבילית

הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD

$$DE = AD$$

הסבירו מדוע המרובע DECB הוא מקבילית.

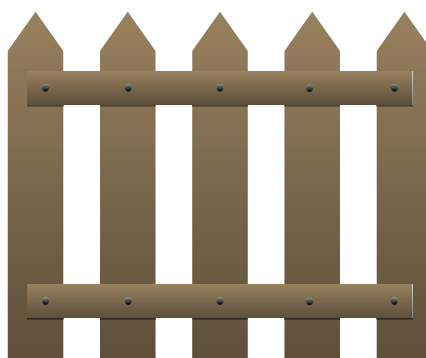
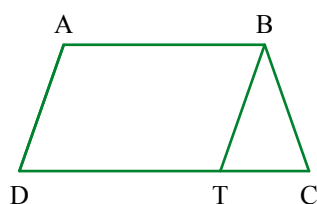


7. **נתון** ABCD טרפז שווה-שוקיים

$$BT = BC$$

א. הסבירו מדוע $BT \parallel AD$.

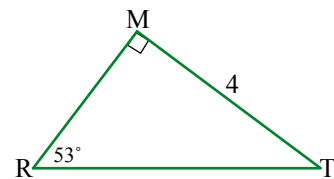
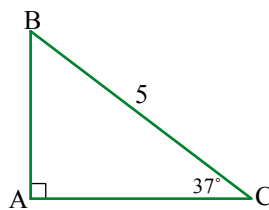
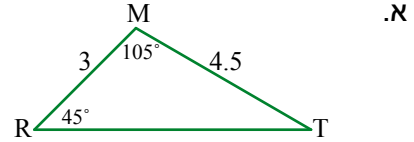
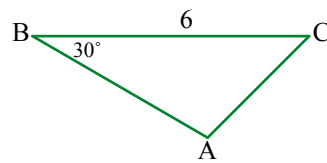
ב. הסבירו מדוע המרובע ABTD הוא מקבילית.



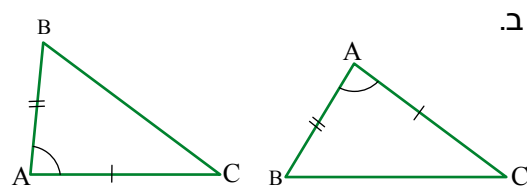
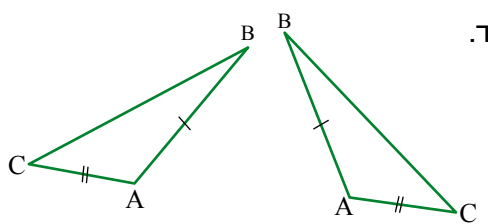
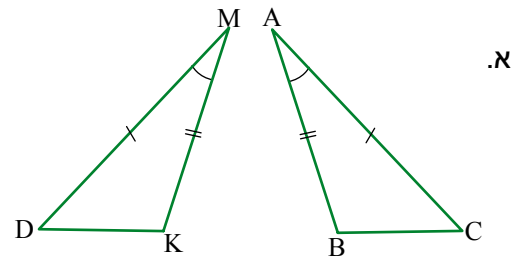
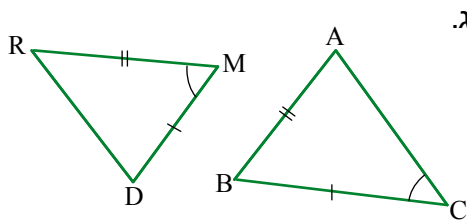


חפיפת משולשים

1. בכל סעיף זוג משולשים חופפים. השלימו גדלים חסרים בכל משולש. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)



2. בכל סעיף קבעו אם אפשר להסיק מהנתונים שהמשולשים חופפים. אם כן, רשמו את החפיפה. אם לא, הסבירו.



3. בכל סעיף קבעו: האם מתקיים $\triangle ABD \cong \triangle ACD$? הסבירו.

א. AD חוצה את זווית A

ב. AD חוצה את זווית D

