

יחידה 29: מלבן

שיעור 1. תכונות של מלבן



לפניכם צילומים של חלונות במגדלי עזריאלי בתל-אביב.

מדוע צורתם של מרבית החלונות בבניינים היא מלבנית?

מצאו בסביבתכם או באינטרנט חלונות שאינם מלבניים. אילו צורות מצאתם?

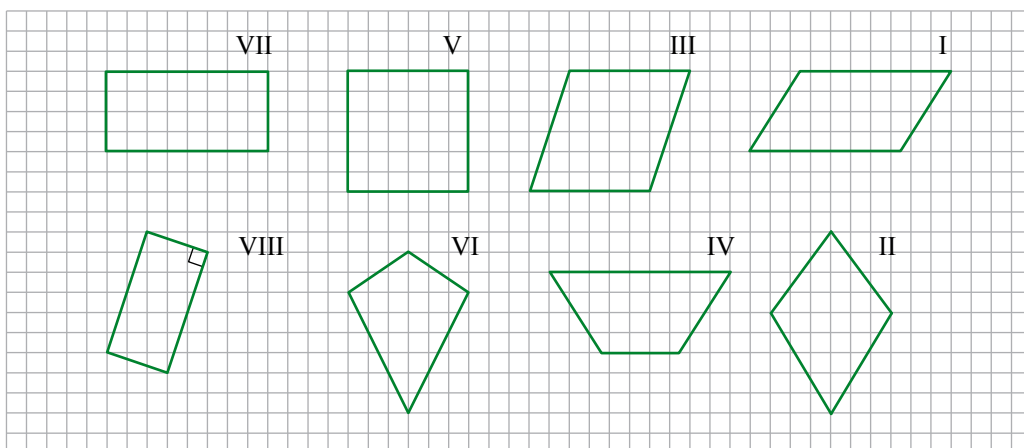
נכיר תכונות של מלבן.



בזמנים הקדומים, היו החלונות "סתם" חורים בקירות. בשלב מאוחר יותר כוסו פתחי החלונות בעורות של בעלי חיים, בבד או בעץ. בסין וביפן כוסו הפתחים בנייר. הרומאים השתמשו בזכוכית באיכות ירודה לכיסוי פתחי חלונות כבר לפני כ- 2000 שנה, אך השימוש בזכוכית התרחב והשתכלל רק לפני כ- 400 שנה.



1. א. אילו מהמרובעים הם מקביליות?



ב. אילו מהמרובעים הם מלבנים?

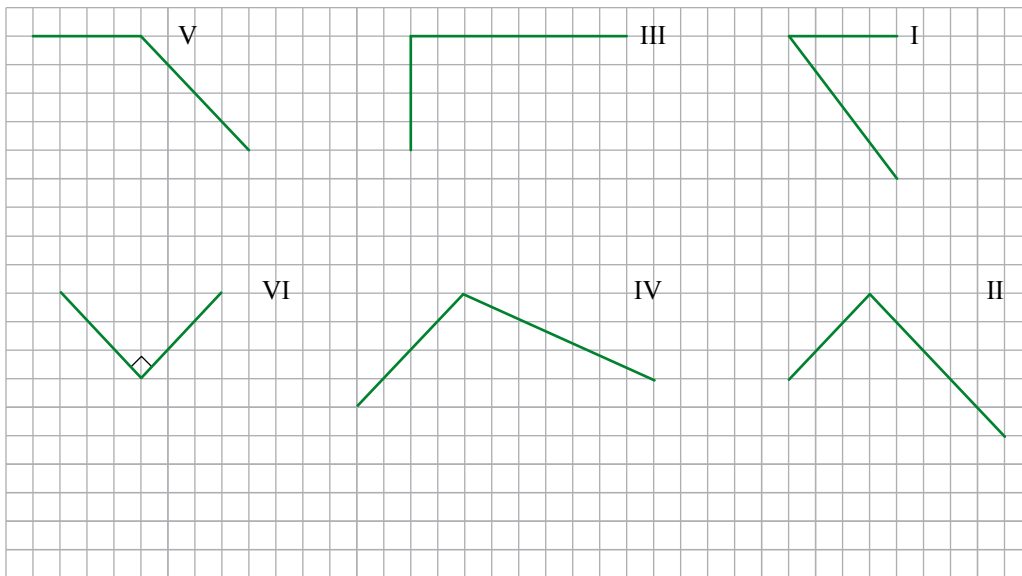
ג. אילו מהמרובעים הם גם מקביליות וגם מלבנים?



ראינו כי כל מלבן הוא מקבילית, אך לא כל מקבילית היא מלבן.



2. א. בכל שרטוט משורטטות שתי צלעות סמוכות של מקבילית. השלימו כל שרטוט למקבילית.



ב. אילו מהמקביליות הן גם מלבנים?

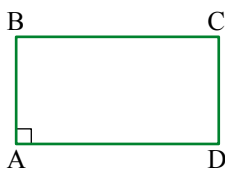


3. **נכון** ABCD מקבילית

$$\angle A = 90^\circ$$

א. על-סמך איזה משפט אפשר להסיק כי $\angle C = 90^\circ$?

ב. מה גודלן של הזוויות B ו-D? הסבירו.



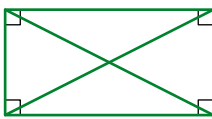
בכיתה ז ראינו כי אם **במרובע כל הזוויות ישרות**, אז המרובע הוא מלבן.

במשימות 2 ו-3 ראינו שבמקבילית די בזווית אחת ישרה, כך שהיא תהיה מלבן.



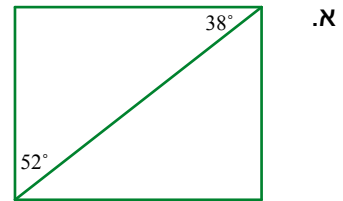
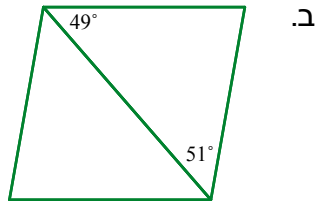


4. א. ראינו שאם במרובע כל זוג זוויות נגדיות שוות בגודלן, אז המרובע הוא מקבילית.
האם כל מלבן הוא מקבילית? הסבירו.
ב. קשמו שתי תכונות של צלעות המלבן ונמקו.
ג. קשמו תכונה שיש למלבן ואין לכל המקביליות האחרות.

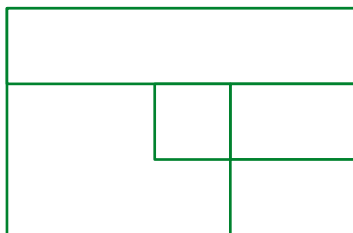


כל **מלבן** הוא מקבילית ולכן כל תכונות המקבילית מתקיימות במלבן.
במלבן מתקיימות גם תכונות נוספות, שאינן תכונות של מקבילית.
ראינו כי במלבן כל הזוויות **ישרות**.

5. בכל סעיף משורטטת מקבילית ורשומים גדלים של זוויות.
חשבו גדלים של כל הזוויות בשרטוט וקבעו אם המקבילית היא מלבן.



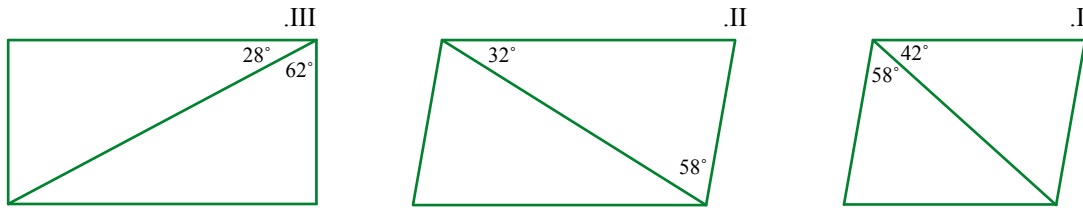
6. בכל סעיף קבעו אם המרובע הוא מלבן. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
א. מרובע בעל זווית ישרה אחת.
ב. מרובע בעל שתי זוויות ישרות.
ג. מרובע בעל שלוש זוויות ישרות.
ד. מרובע בעל שלוש זוויות שוות בגודלן.
ה. מרובע בעל ארבע זוויות שוות בגודלן.



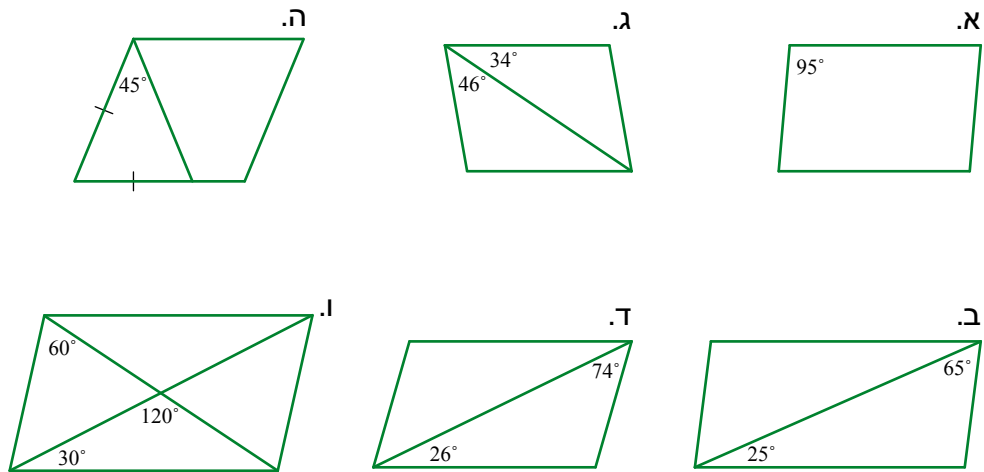
1. כל מרובע בשרטוט הוא מלבן.
כמה מלבנים בשרטוט?



2. א. המרובע בכל שרטוט הוא מקבילית. חשבו את הגדלים של כל הזוויות.
 ב. אילו מהמקביליות הן גם מלבנים? הסבירו.



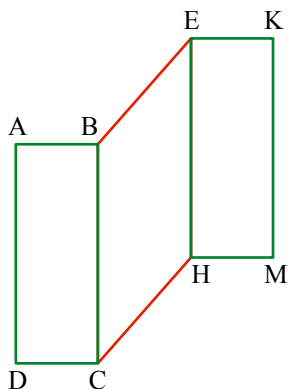
3. המרובע בכל סעיף הוא מקבילית.
 קבעו אם המקבילית היא מלבן. הסבירו.

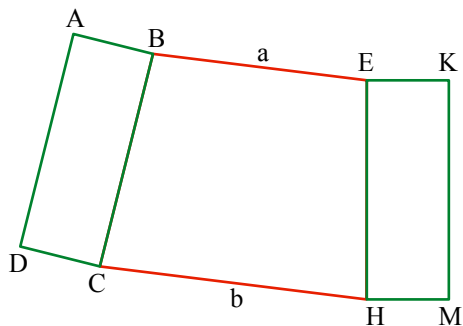


4. נתון: $ABCD$ ו- $EKMH$ הם מלבנים חופפים

$$BC \parallel EH$$

מהו סוג המרובע $BEHC$? הסבירו.

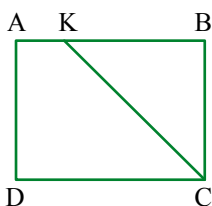




5. נזילן EKMH ו-ABCD הם מלבנים חופפים

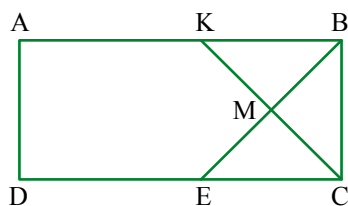
$$a \parallel b$$

מהו סוג המרובע BEHC? נמקו.



6. נזילן CK חוצה את $\sphericalangle C$ במלבן ABCD

מהו סוג המשולש BKC? חשבו גדלים של זוויות והסבירו.



7. נזילן CK חוצה את $\sphericalangle C$ במלבן ABCD

BE חוצה את $\sphericalangle B$ במלבן ABCD

חוצי הזוויות נחתכים בנקודה M

א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש CKB? הסבירו.

ג. מהו סוג המשולש CMB? הסבירו.

ד. $\triangle BKC \cong \triangle CEB$. הסבירו.



8. נזילן ABCD מלבן

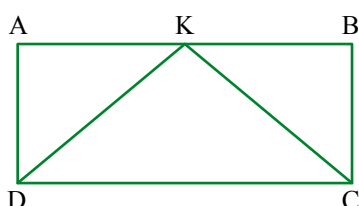
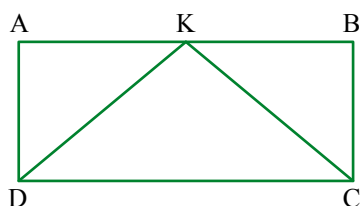
חוצי-הזוויות C ו-D נפגשים על הצלע AB

$$BC = 4 \text{ ס"מ}$$

א. חשבו גדלים של זוויות ומצאו את אורך BA.

ב. חשבו את אורך CK באמצעות משפט פיתגורס.

ג. חשבו את היקף $\triangle DKC$.

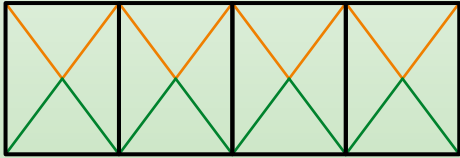


9. נזילן ABCD מלבן

חוצי-הזוויות C ו-D נפגשים על הצלע AB

$$\text{הוכיחו: } AB = 2 \cdot BC$$

שיעור 2. אלכסונים במלבן



לכבוד פורים קשטו תלמידים חלונות

בסרט **כתום** ובסרט **ירוק**.

הסרטים מונחים לאורך האלכסונים.

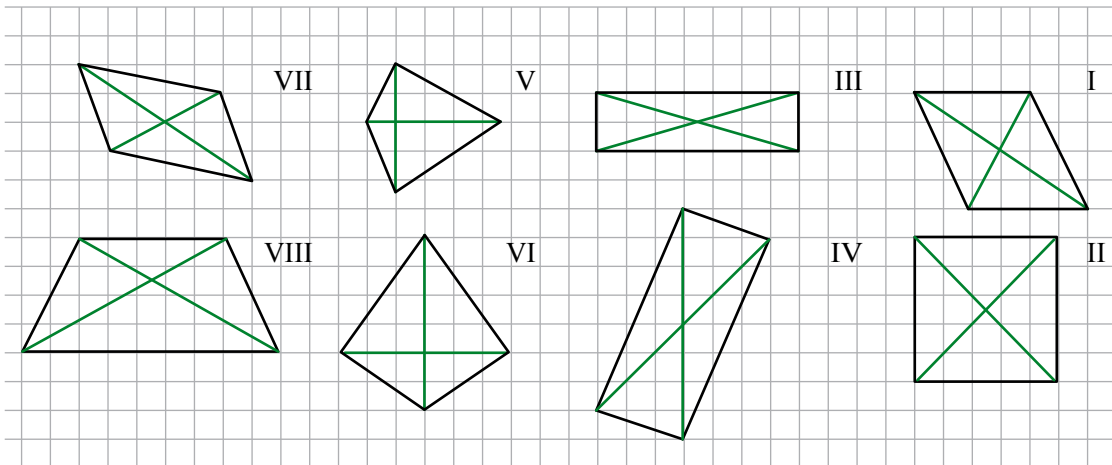
האם אורך הסרט ה**כתום** גדול, שווה או קטן מאורך

הסרט ה**ירוק**?

נלמד תכונות של אלכסונים במלבן.

השרטוטים בשיעור זה ובאוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

1. א. באילו מהמרובעים האלכסונים חוצים זה את זה?



ב. באילו מהמרובעים האלכסונים שווים באורכם?

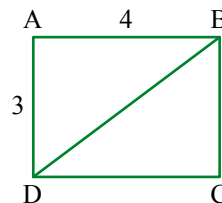
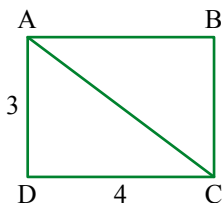
ג. באילו מהמרובעים האלכסונים חוצים זה את זה וגם שווים באורכם?



2. לפניכם שני שרטוטים של אותו מלבן. היעזרו במשפט פיתגורס וחסבו.

א. את אורך BD.

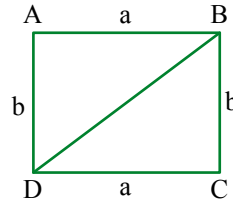
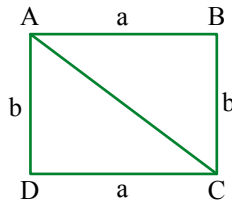
ב. את אורך AC.



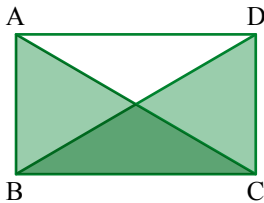
ג. שערך: האם בכל מלבן האלכסונים שווים באורכם? הסבירו.



3. לפניכם שני שרטוטים של אותו מלבן. באחד משורטט האלכסון BD ובאחר האלכסון AC. בטאו את BD ואת AC באמצעות a ו-b והראו כי $BD = AC$.



4. יעל אמרה: הוכחתי שהאלכסונים במלבן שווים באורכם באמצעות חפיפת המשולשים $\triangle ABC \cong \triangle DCB$. באיזה משפט חפיפה השתמשה יעל? הסבירו.

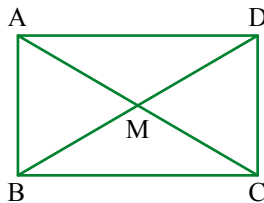


5. המרובע ABCD הוא מלבן.

א. היעזרו בתכונת אלכסוני מלבן והסבירו מדוע

$$AM = BM = CM = DM$$

ב. כמה משולשים שווי-שוקיים בשרטוט? רשמו אותם.



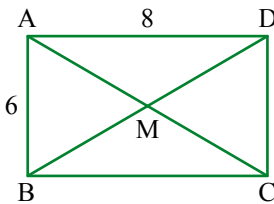
6. ABCD מלבן שאורכי צלעותיו רשומים בשרטוט.

א. חשבו את אורך האלכסון.

ב. חשבו את אורכי הקטעים AM, CM, BM, DM.

ג. האם $\triangle AMD \cong \triangle AMB$? הסבירו.

ד. חשבו את היקף המשולש AMD ואת היקף המשולש AMB.



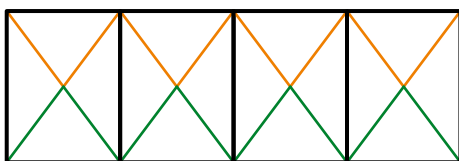
7. נחזור למשימת הפתיחה.

לכבוד פורים קשטו חלונות בסרט כתום ובסרט ירוק.

הסרטים מונחים לאורך האלכסונים.

האם אורך הסרט הכתום גדול, שווה או קטן מאורך הסרט

הירוק? הסבירו.





תכונות המלבן

תכונות של כל מקבילית

אם מרובע הוא מלבן, אז הצלעות הנגדיות מקבילות זו לזו.

אם מרובע הוא מלבן, אז הצלעות הנגדיות שוות באורכן.

אם מרובע הוא מלבן, אז האלכסונים חוצים זה את זה.

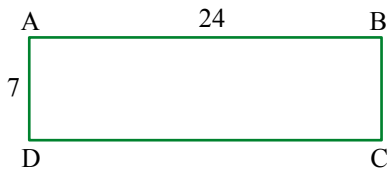
רק של תכונות מלבן

אם מרובע הוא מלבן אז, האלכסונים שווים באורכם.

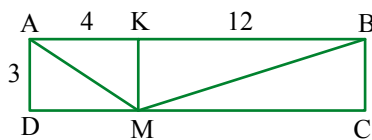
אם מרובע הוא מלבן, אז כל הזוויות ישרות.



אוסף משימות



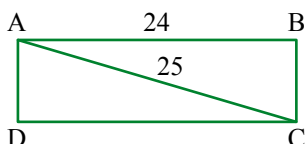
1. א. שרטטו את האלכסון AC וחשבו את אורכו.
ב. שרטטו גם את האלכסון BD וסמנו את נקודת החיתוך של האלכסונים באות M.
חשבו את ההיקפים של המשולשים AMD ו-AMB.



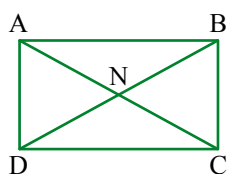
2. בשרטוט שני מלבנים שלהם צלע משותפת KM.
חשבו את סכום אורכי הקטעים AM ו- MB.



3. ABCD מלבן **נכון**



- א. מה אורך הצלע BC?
- ב. חשבו את שטח המלבן.
- ג. פי כמה גדול שטח המלבן משטח משולש ADC?



4.   **מלבן ABCD** 

$$BN = 6.5 \text{ ס"מ}$$

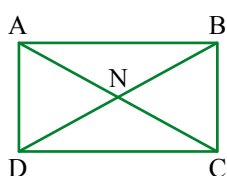
$$AD = 5 \text{ ס"מ}$$

- א. מצאו קטעים נוספים השווים באורכם לאורך BN. הסבירו.
 ב. חשבו את אורך DC.
 ג. חשבו את שטח המלבן.



5.   **מלבן ABCD** 

$$\sphericalangle ACD = 30^\circ$$



- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות.
 ב. רשמו את כל הקטעים השווים באורכם לאורך AN.

6.   **מלבן ABCD** 

$$\sphericalangle ACB = 45^\circ$$

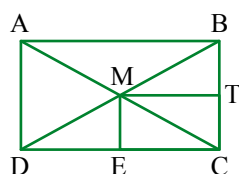
- א. שרטטו את המלבן וחשבו את הגדלים של כל הזוויות.
 ב. מהו סוג המשולש ABC? נמקו.
 ג. מהו סוג המלבן ABCD? הסבירו.



7.   **מלבן ABCD** 


$$ME \perp DC$$

$$MT \perp BC$$



הסבירו מדוע אפשר להסיק שהמרובע MTCE הוא מלבן.



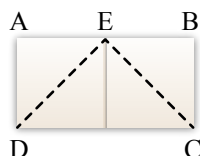
8.  **אבן דומינו היא מלבן הבנוי משני ריבועים.**

א. פי כמה גדול אורך DC מאורך BC?

ב. שרטטו משולש DEC.

מהו סוג המשולש? הסבירו.

ג. הסבירו מדוע $\triangle DEC \sim \triangle DAE$.



שיעור 3. מזהים מלבן לפי תכונות האלכסונים



הכינו שתי רצועות שוות באורכן.
(אפשר גם להשתמש בשני עפרונות או עטים שאורכם שווה).
צרו מרובעים שונים, כך ששתי הרצועות יישמשו כאלכסונים של מרובע.
שערו: אילו מרובעים אפשר לקבל?

נלמד לזהות מלבן לפי תכונות האלכסונים.

1. בכל סעיף צרו מרובע שהרצועות ממשימת הפתיחה הן האלכסונים ושרטטו את המרובע.



- טרפז. איזה טרפז יצרתם?
- מקבילית. איזו מקבילית יצרתם?
- ריבוע.
- מרובע כלשהו.

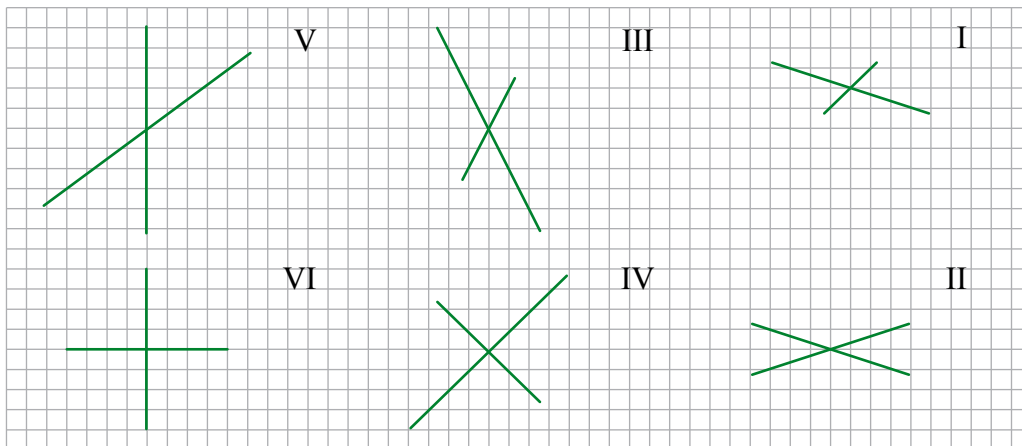


2. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "אלכסונים שווים באורכם וחוצים זה את זה". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



3. בכל שרטוט שני קטעים החוצים זה את זה.

- חברו את קצות הקטעים למרובעים, כך שהקטעים המשורטטים יהיו אלכסוני המרובע. האם כל המרובעים שקיבלתם הם מקביליות? הסבירו.



- מה סוג המרובע אם האלכסונים שלו שווים באורכם וחוצים זה את זה? (תוכלו למדוד).



במשימות הקודמות ראינו מתוך התנסות כי אם במקבילית האלכסונים שווים באורכם, אז היא מלבן. במשימה הבאה נוכיח זאת.



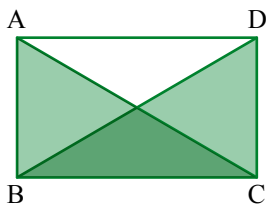
4. **נכון** ABCD מקבילית

$$AC = BD$$

א. היעזרו בתכונות המקבילית והוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

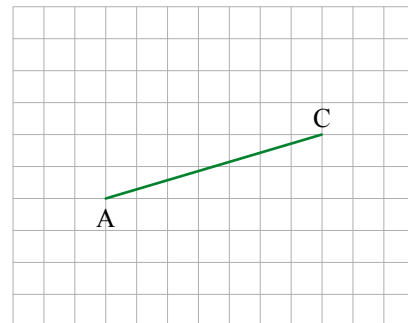
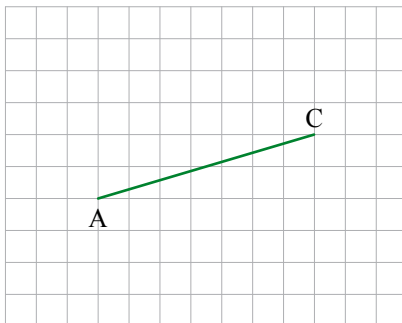
ב. הסבירו כיצד נובע כי $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB = 90^\circ$

ג. **נסקנה** ABCD מלבן. נמקו.



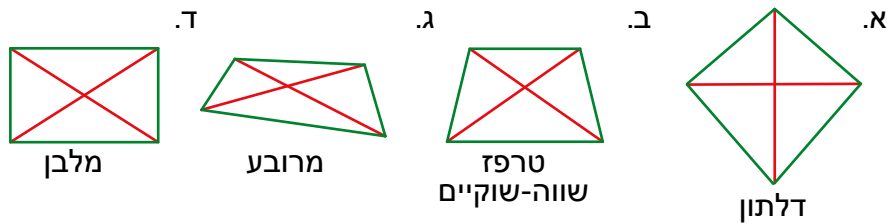
5. בכל סעיף משורטט אלכסון AC של מרובע. שרטטו אלכסון שני השווה באורכו ל-AC;

א. כך שיתקבל מלבן. ב. כך שיתקבל מרובע שאינו מלבן.



קיימים מרובעים מסוגים שונים שבהם האלכסונים שווים באורכם.

זלזלאלות:



אם המרובע הוא מקבילית שאלכסוניה שווים באורכם, אז היא מלבן.

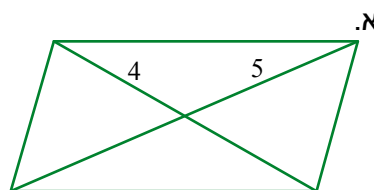
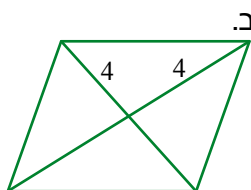
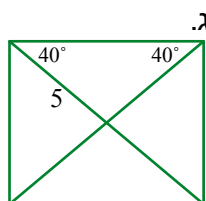


במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בכל סעיף משורטטת מקבילית.

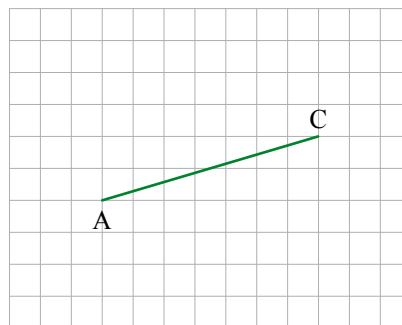
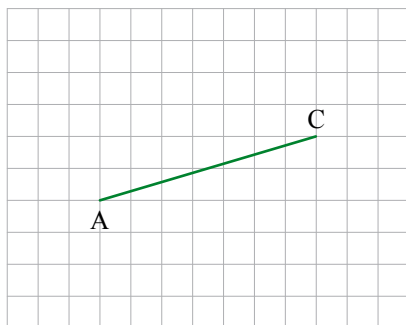
חשבו את אורכי האלכסונים וקבעו על-פי הנתונים שרשומים אם המקבילית היא מלבן. נמקו.



2. בכל סעיף נתון ש- AC הוא אלכסון של מרובע.

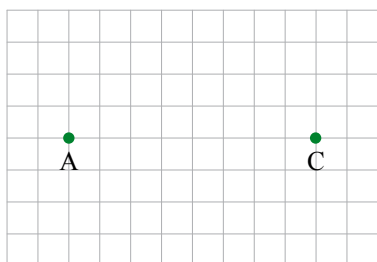
ב. שרטטו מרובע שאלכסונו חוצים זה את זה והוא מלבן.
 על מה הסתמכתם כדי למצוא את הקדקודים האחרים?

א. שרטטו מרובע שאלכסונו חוצים זה את זה ואינו מלבן.
 מהו סוג המרובע שקיבלתם? נמקו.



3. א. הנקודות A ו- C הן קדקודים נגדיים של מלבן. שרטטו את המלבן.

ב. באילו תכונות נעזרתם כדי למצוא את קדקודי המלבן?

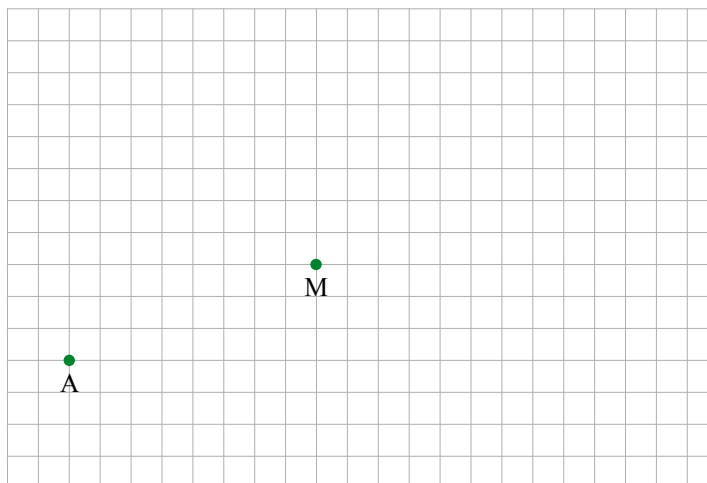




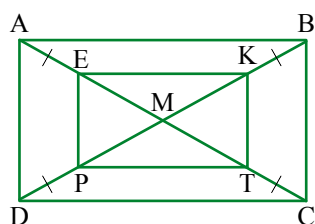
4. א. שרטטו מלבן.

הנקודה A קדקוד של המלבן.

הנקודה M נקודת המפגש של אלכסוני המלבן.



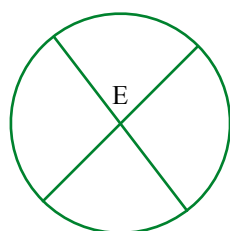
ב. באילו תכונות נעזרתם כדי למצוא את קדקודי המלבן?



5.  נכון/גוי **DCBA** מלבן

$$AE = BK = CT = DP$$

הסבירו מדוע אפשר להסיק שהמרובע PTKC הוא מלבן.



6.  בשרטוט מעגל שמרכזו E ושני קטרים.

א. חברו את קצות הקטרים.

מהו סוג המרובע שקיבלתם?

ב. האם חיבור הקצוות של שני קטרים במעגל יוצר תמיד מרובע מאותו סוג?

הסבירו.





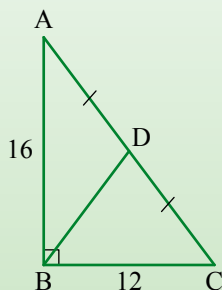
שיעור 4. ממלבן למשולש ישר-זווית

נתון משולש ישר-זווית.

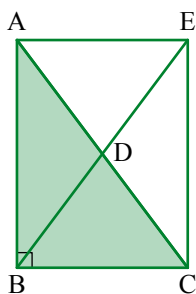
(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

BD תיכון ליתר AC במשולש.

מה אורך התיכון BD?



נעסוק בקשר בין משולשים ישרי-זווית ובין מלבנים.



1. נתון מלבן ABCE

D נקודת הפגישה של אלכסוני המלבן

א. הסבירו מדוע BD תיכון ליתר במשולש ABC.

ב. סמנו 4 קטעים השווים באורכם לקטע BD. נמקו.

ג. הסבירו מדוע BD שווה באורכו למחצית אורך AC.

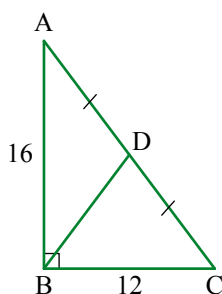


במשולש ישר-זווית התיכון ליתר שווה באורכו למחצית היתר.

בעבר הוכחנו את המשפט הזה באמצעות **בניית עזר** (בספר לכיתה ט, חלק א עמוד 257).

במשימה 1 הוכחנו את המשפט שנית באמצעות **תכונות האלכסונים במלבן**.

במשימות בשיעור ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



2. נחזור למשימת הפתיחה.

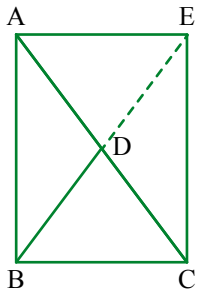
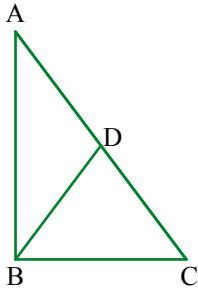
משולש ישר-זווית נתון

אורכי הניצבים 12 ס"מ ו-16 ס"מ

DB תיכון ליתר AC במשולש

א. חשבו את אורך היתר.

ב. מהו אורך התיכון DB?



3. משולש ΔABC נכון

BD תיכון לצלע AC

$$BD = \frac{AC}{2}$$

א. סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם. הסבירו.

ב. בניית עזר: המשיכו את BD כאורכו.

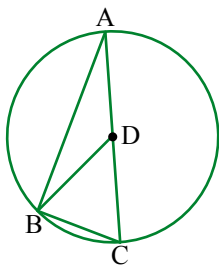
הסבירו מדוע המרובע ABCE שהתקבל הוא מלבן?

ג. מה גודלה של $\sphericalangle B$?



במשימה 3 הוכחנו את המשפט הפוך למשפט שהוכחנו במשימה 1:

אם התיכון במשולש שווה באורכו למחצית הצלע שאותה הוא חוצה, אז המשולש הוא ישר-זווית (הזווית שמול הצלע הזו היא ישרה).



4. AC קוטר של מעגל שמרכזו D נכון

B נקודה על היקף המעגל

א. סמנו קטעים שווים באורכם. הסבירו.

ב. מה גודלה של $\sphericalangle ABC$? על איזה משפט הסתמכם?

5. משולש ABC ישר-זווית נכון

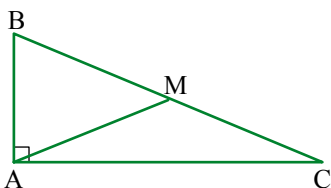
AM תיכון ליתר BC, ואורכו 6.5 ס"מ

אורך הניצב AB הוא 5 ס"מ

א. קשמו את הנתונים בשרטוט.

ב. קשבו את אורך היתר BC.

ג. קשבו את אורך הניצב AC.





6. נתון משולש ABC ישר-זווית

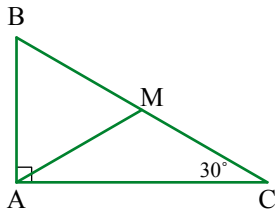
AM תיכון ליתר BC

$$\angle C = 30^\circ$$

א. חשבו את גודל $\angle B$

ב. סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם. הסבירו.

ג. **נסקרו** AB שווה באורכו למחצית BC. נמקו.

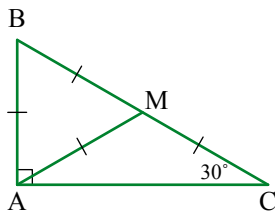


עשה במשולש ישר-זווית שבו זוויות בת 30° , הניצב שמול זווית זו שווה באורכו למחצית היתר.

בחלק א של הספר (עמוד 258) הוכחנו את משפט הזה באמצעות

בניית עזר.

במשימה 6 הוכחנו את המשפט באמצעות המשפט על התיכון ליתר.



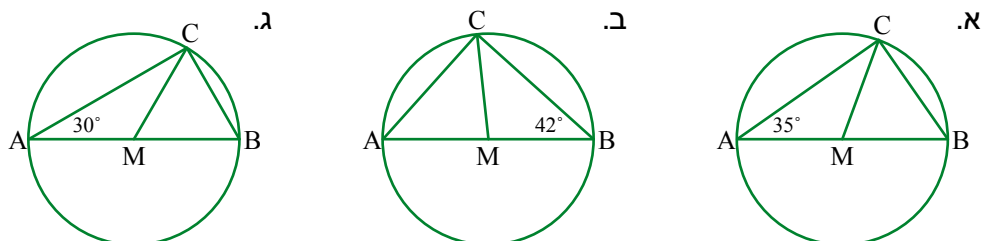
אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות מחשב" תמצאו משימה חלופית למשימה 1 שבאוסף זה. המשימה מסומנת ב-*, מתחתיה רשום שם המשימה החלופית.

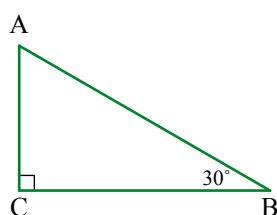


*1. בכל סעיף BA קוטר של מעגל שמרכזו C, M - נקודה על היקף המעגל.

סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם, וחשבו את גודל $\angle ACB$



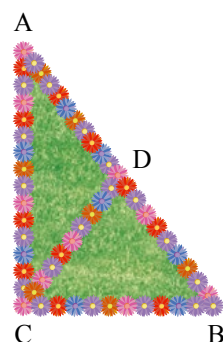
שם המשימה החלופית באתר: "תיכון שווה לחצי צלע".



2. משולש CBA ישר-זווית נתון

$$\angle B = 30^\circ \quad AB = 12 \text{ ס"מ}$$

- א. שרטטו תיכון ליתר וחשבו את אורכו.
- ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
- ג. חשבו את אורכי הצלעות של משולש ABC.



3. בתמונה גינה שצורתה משולש ישר-זווית.

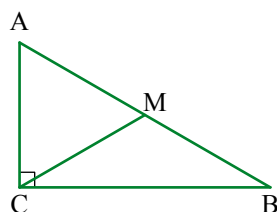
- אורך היתר 30 מטר, ואורך אחד הניצבים 18 מטר.
- הגן החליט לחלק את הגינה לשני חלקים, וחיבר את אמצע היתר עם קדקוד הזווית הישרה.
- סביב כל אחת משתי החלקות שתל הגן ערוגת פרחים.
- חשבו לפי הנתונים הרשומים בשרטוט את אורך ערוגת הפרחים.



4. משולש CBA ישר-זווית נתון

MC תיכון ליתר

$$\angle B = 30^\circ \quad AC = 5 \text{ ס"מ}$$



- א. רשמו את הנתונים בשרטוט.
- ב. חשבו את אורך AB ואת אורך BC.
- ג. חשבו את שטח משולש CBA.

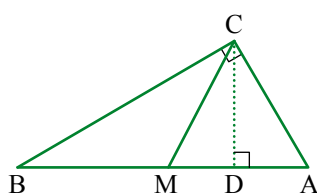


5. משולש CBA ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$) נתון

MC תיכון ליתר

$$CD \perp AB$$

שטח $\triangle CMB$ שווה 15 סמ"ר

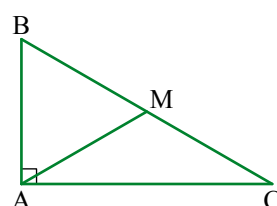


- א. הסבירו מדוע התיכון MC מחלק את משולש ABC לשני משולשים שווי-שטח.
- ב. מה שטח משולש ABC?
- ג. כמה משולשים ישרי-זווית בשרטוט? רשמו אותם.



6. משולש ABC ישר-זווית: AM תיכון ליתר נתון

$$\angle C = 30^\circ \quad AB = 3 \text{ ס"מ}$$



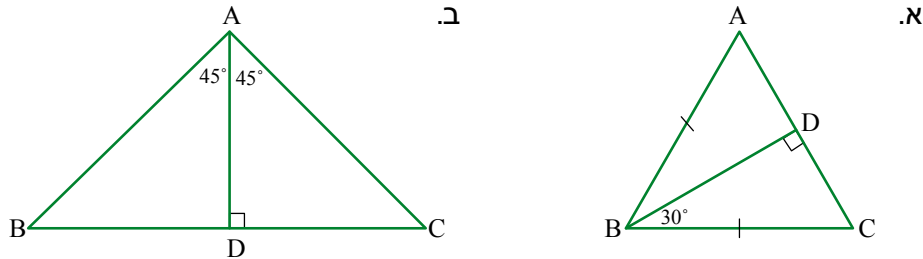
- א. רשמו את הנתונים בשרטוט.
- ב. חשבו את שטח משולש AMC. תארו את שלבי החישוב.



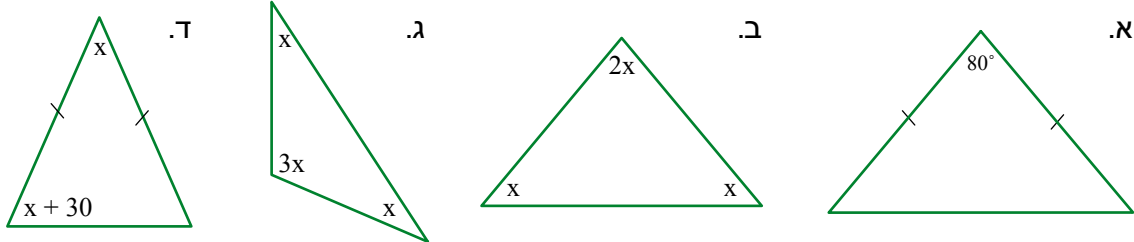
שומרים על כושר

משולש שווה-שוקיים ודלתון

1. בכל סעיף השלימו גדלים של כל הזוויות על-סמך הנתונים בשרטוט, וקבעו מהו סוג המשולש.

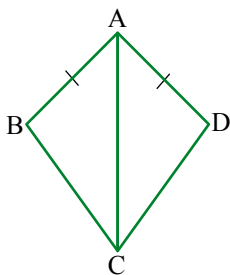


2. בכל סעיף חשבו את הגדלים של זוויות המשולש, על-סמך הנתונים בשרטוט.



3. בכל סעיף קבעו "נכון" או "לא נכון". הסבירו.

- א. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הראש היא 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ב. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הבסיס היא 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ג. אם במשולש אחת הזוויות בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ד. אם במשולש יש שתי זוויות בנות 60° כל אחת, אז המשולש שווה-צלעות.



4. ABCD הוא דלתון.

הסבירו מדוע $\triangle ABC$ חופף למשולש $\triangle ADC$.

5. בכל סעיף השלימו את השרטוט לדלתון.

