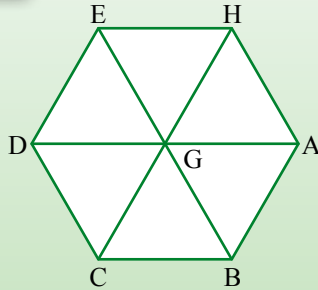


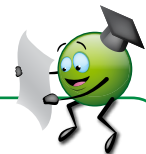
# יחידה 30: מעוין

## שיעור 1. תכונות המעוין

כל המשולשים במשושה ABCDH הם משולשים שווי-צלעות.  
כמה מעוינים בשרטוט? רשמו אותם.

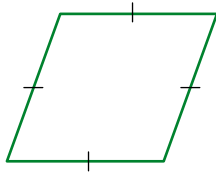


נחקר את תכונות המעוין.



תזכורת

הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות באורכן נקרא מעוין.

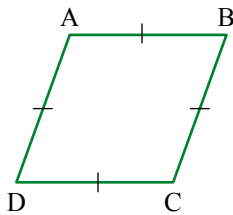


צלעות וזוויות במעוין

1. עומר אמר: המעוין הוא מקבילית.

האם עומר צודק?

לפי איזה משפט אפשר להסיק כי מעוין הוא מקבילית?



2. בטבלה מסומנות תכונות של מקבילית.

סמנו ב- ✓ תכונות של המעוין

מעוין	מקבילית	תכונה
	✓	הצלעות הנגדיות מקבילות
	✓	הצלעות הנגדיות שוות באורכן
	—	כל הצלעות שוות באורכן
	✓	הזוויות הנגדיות שוות בגודלן



### תכונות של צלעות זוויות במעוין

- כל הצלעות שוות באורכן.
- כל זוג צלעות נגדיות מקבילות.
- כל זוג זוויות נגדיות שוות בגודלן.



### אלכסונים במעוין



3. קפלו דף נייר מלבני לשניים. קפלו קיפול נוסף (ראו תמונה). גזרו משולש (כמו בתמונה).



- א. איזה משולש גזרתם?
- ב. פתחו את המשולש הגזור. איזה מרובע קיבלתם?
- ג. בדקו בעזרת קיפולים: האם האלכסונים חוצים זה את זה?  
האם האלכסונים מאונכים זה לזה?  
האם האלכסונים חוצים את הזוויות?



### תכונות האלכסונים במעוין

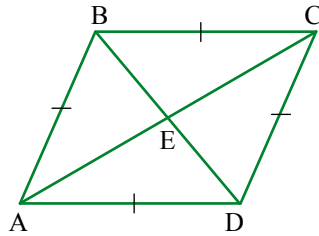
ראינו מתוך קיפולי נייר כי:

- האלכסונים חוצים זה את זה.
- האלכסונים מאונכים זה לזה.
- האלכסונים חוצים את הזוויות.

במשימה הבאה נראה כי תכונות אלה של האלכסונים מתקיימות בכל מעוין.



#### 4. נכון ABCD מעוין



- א. ראינו במשימה 1 כי המעוין הוא מקבילית.  
 מה אפשר להסיק מכך על אלכסוני המקבילית?  
 ב. הסבירו בעזרת חפיפת משולשים  
 מדוע אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה  
 וחוצים את הזוויות שלו.

#### מעוין ודלתון

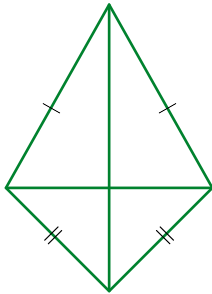


#### תזכורת

**הגדרה:** מרובע שבו שתי צלעות סמוכות שוות באורכן, וגם שתי הצלעות האחרות שוות באורכן, נקרא **דלתון**.



5. א. האם מעוין הוא דלתון? הסבירו.  
 ב. האם דלתון הוא מעוין? הסבירו.



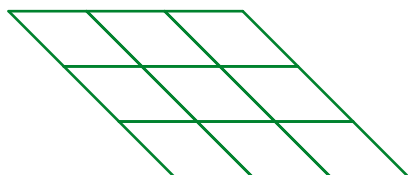
#### אוסף משימות



1. קבעו לכל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו.  
 א. כל מקבילית היא מעוין.  
 ב. כל מעוין הוא מקבילית.  
 ג. כל מעוין הוא דלתון.  
 ד. כל דלתון הוא מעוין.

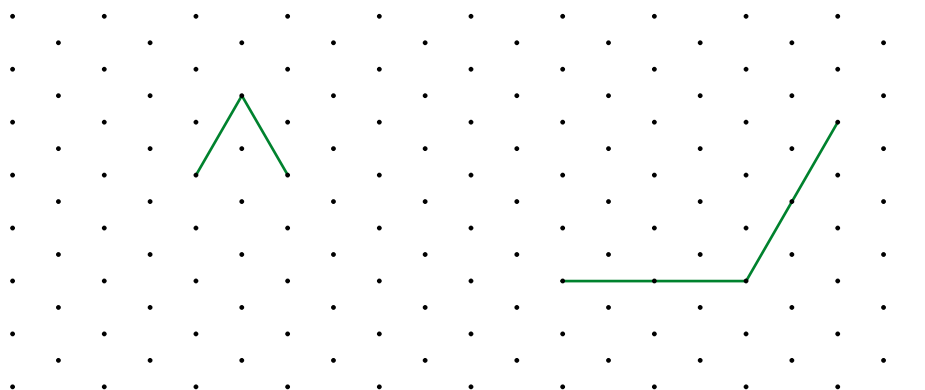


2. השרטוט מורכב מ- 9 מעוינים קטנים.  
 כמה מעוינים יש בשרטוט?

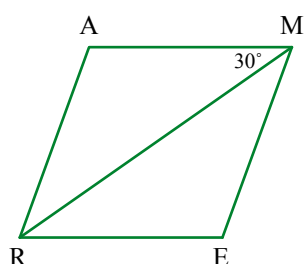
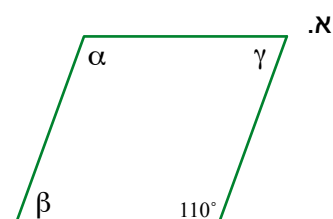
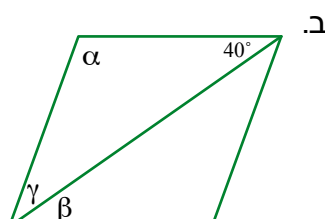
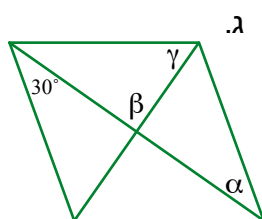




3. השלימו למעוינים. הקטעים שבשרטוט הן צלעות סמוכות של מעוין.



4. מצאו את הגדלים של הזוויות  $\alpha$ ,  $\beta$ , ו- $\gamma$  בכל אחד מהמעוינים הבאים.

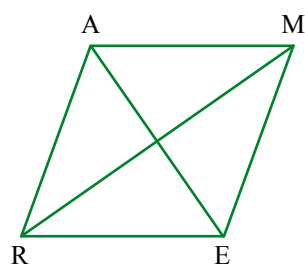


5. AMER מעוין

$\angle RMA = 30^\circ$

מצאו את הגדלים של הזוויות:

א.  $\angle A$       ב.  $\angle ARE$



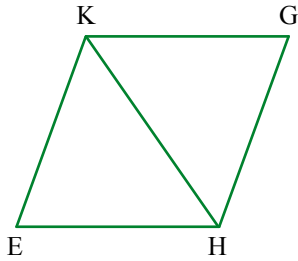
6. AMER מעוין

$\angle RME = 25^\circ$

מצאו את הגדלים של זוויות המעוין.

באילו משפטים השתמשתם?

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



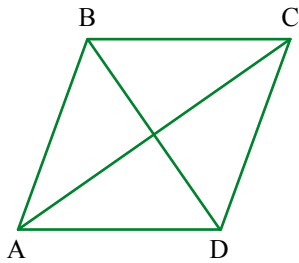
7.   נקלן מעוין KGHE

$$\angle G = 60^\circ$$

$$KH = 10 \text{ ס"מ}$$

א. חשבו את הגדלים של הזוויות:  $\angle GKH$  ו-  $\angle GHK$

ב. חשבו את היקף המעוין.



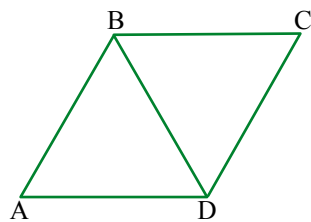
8.   נקלן מעוין ABCD

$$BD = 6 \text{ ס"מ}$$

$$AC = 8 \text{ ס"מ}$$

א. מצאו את אורך צלע המעוין. (היעזרו במשפט פיתגורס.)

ב. חשבו את היקף המעוין.

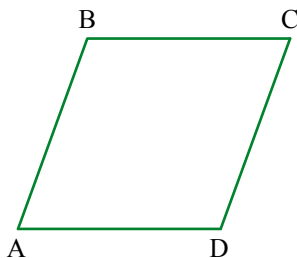


9.   נקלן מעוין ABCD

$$BC = BD$$

א. מצאו את הגדלים של זוויות המעוין.

ב. מהו סוג  $\triangle ABD$ ? נמקו.



10.   נקלן מעוין ABCD

א. שרטטו BM גובה לצלע AD.

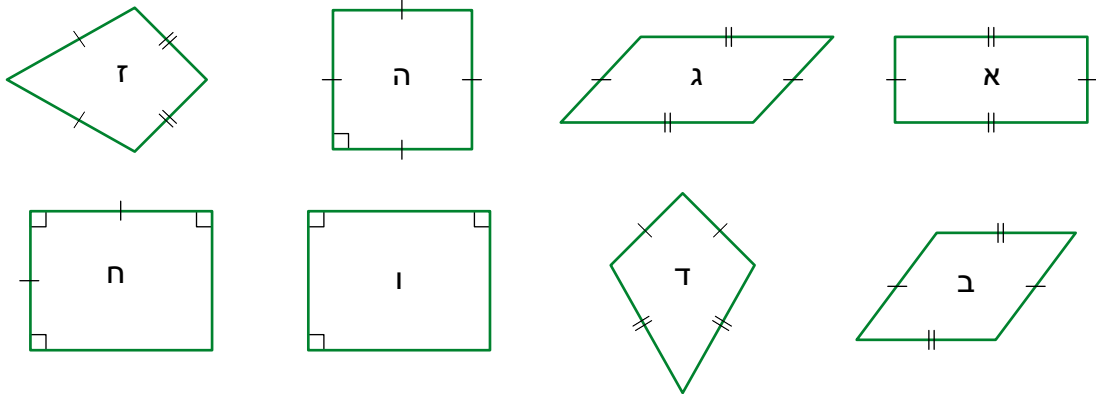
שרטטו BP גובה לצלע CD.

ב. לפי איזה משפט חפיפה אפשר להסיק ש-  $BP = BM$ ?



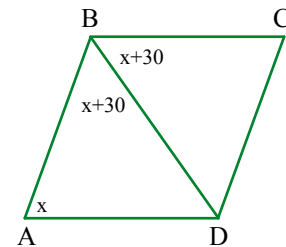
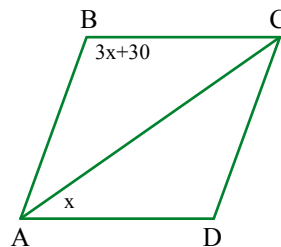
**11.** לפניכם מרובעים ובהם מסומנים נתונים.

ציינו לכל מרובע אם הוא דלתון, מקבילית, מלבן או מעוין.  
אם למרובע יש יותר משם אחד, ציינו את כל השמות המתאימים.

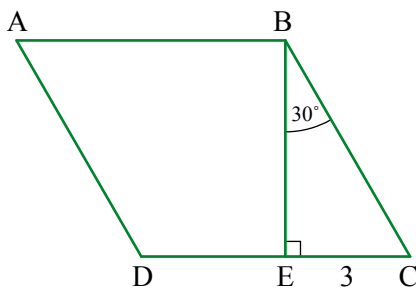


**12.** בכל סעיף משורטט מעוין.

מצאו את הגדלים של זוויות המעוין לפי הנתונים שבשרטוט.  
(גודל הזוויות בשרטוט במעלות.)



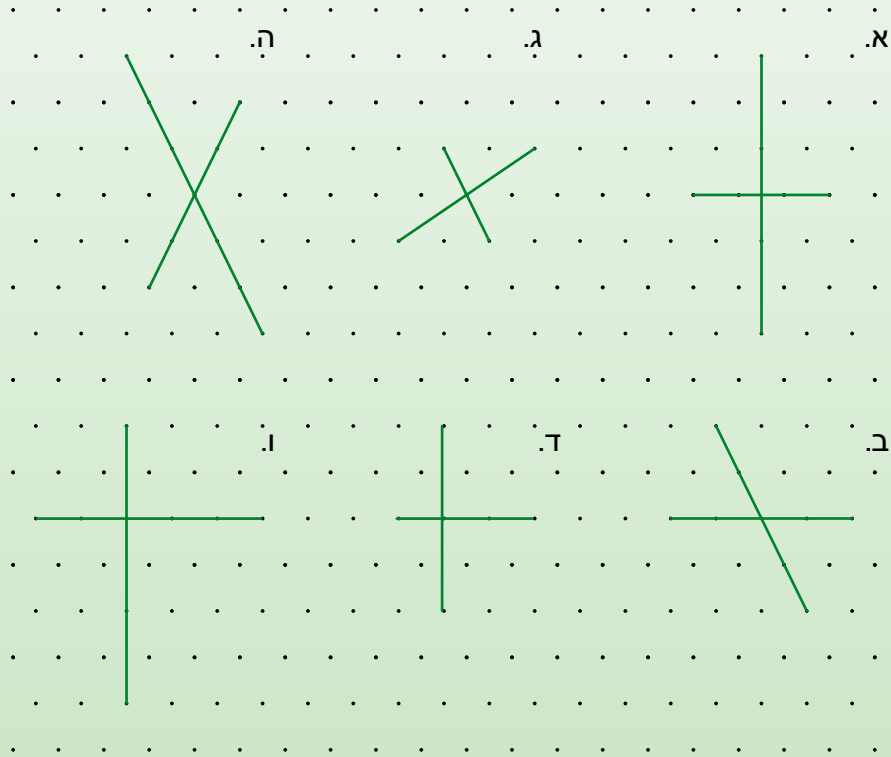
**13.** מצאו את אורכי צלעות המעוין ואת הגדלים של זוויותיו.



## שיעור 2. האם המרובע הוא מעוין?



הקטעים המשורטטים הם זוגות אלכסונים של מרובעים. שרטטו את המרובעים. קשמו ליד כל מרובע מאיזה סוג הוא.



נלמד לזהות מעוינים לפי תכונות נתונות.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

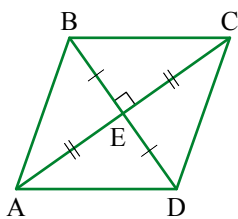
1. במשימת הפתיחה שרטטתם מרובעים. אילו מהם מעוינים?
  - א. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
  - ב. אם במרובע האלכסונים מאונכים זה לזה, מתקבל מעוין.
  - ג. במעוין האלכסונים חוצים זה את זה.
  - ד. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, מתקבל מעוין.
  - ה. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה.
  - ו. אם במרובע האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, מתקבל מעוין.
2. לפניכם 6 טענות. קבעו אם הטענה נכונה או אינה נכונה.
  - אם הטענה נכונה, הסבירו.
  - אם הטענה אינה נכונה, מצאו דוגמה נגדית בשרטוטים שבמשימת הפתיחה.



במשימות 1 ו-2 ראינו מתוך דוגמאות כי:  
 מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה וגם מאונכים זה לזה, הוא מעוין.  
 במשימה הבאה נוכיח זאת.

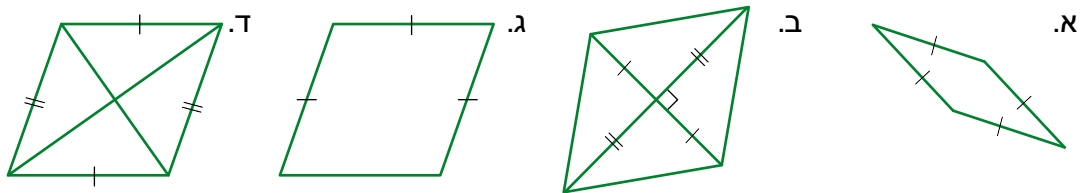


3. במרובע ABCD מסומנים נתונים (האלכסונים חוצים זה את זה וגם מאונכים זה לזה).



- א. האלכסונים מחלקים את המרובע ל-4 משולשים חופפים.  
 לפי איזה משפט הפיפה?  
 ב. הסבירו מדוע מרובע ABCD הוא מעוין.

4. בכל סעיף קבעו אם אפשר להסיק על-פי הנתונים המסומנים שהמרובע הוא מעוין. הסבירו.



### הגדרה: מרובע בעל ארבע צלעות שוות נקרא מעוין.

#### תנאים מספיקים לזיהוי מעוין

אם במרובע כל הצלעות שוות באורכן, אז המרובע הוא מעוין.

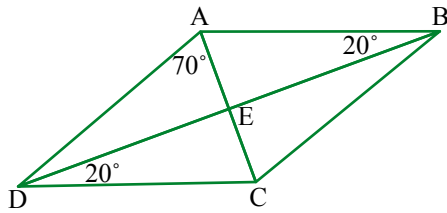
אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, אז המרובע הוא מעוין.

#### תכונות המעוין

כל תכונות המקבילית.

אם מרובע הוא מעוין, אז האלכסונים שלו חוצים את הזוויות.

אם מרובע הוא מעוין, אז האלכסונים שלו מאונכים זה לזה.



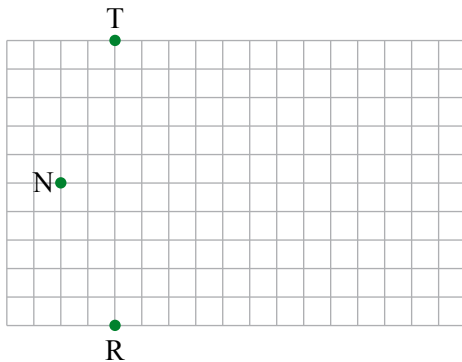
5. במרובע ABCD האלכסונים חוצים את הזוויות.  
 א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.  
 ב. האם המרובע הוא מעוין? נמקו.



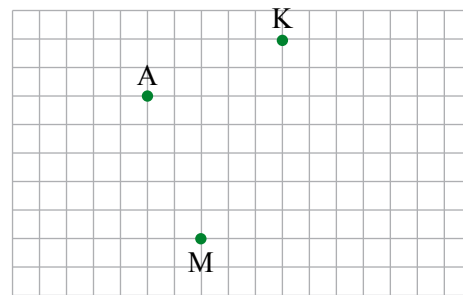
אוסף משימות



- ב. שרטטו מעוין שהנקודות T, N, R הן קדקודים שלו.



1. א. שרטטו מעוין שהנקודות K, A, M הן קדקודים שלו.

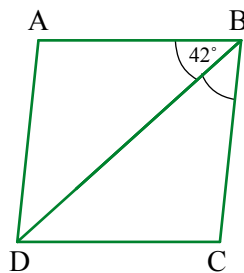


2. **נכון** ABCD מקבילית

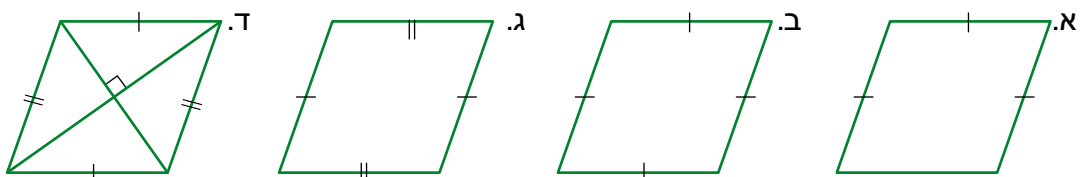
$\angle ABD = 42^\circ$

BD חוצה את זווית ABC

- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.  
 ב. האם המקבילית היא מעוין? נמקו.

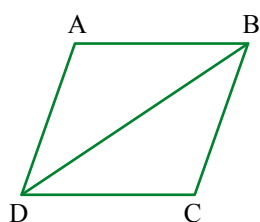


3. בכל סעיף קבעו אם אפשר להסיק מהנתונים המסומנים שהמרובע הוא מעוין. הסבירו.





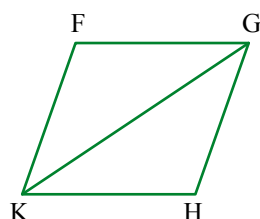
4. בכל סעיף קשמו את הנתונים בשרטוט. אם יש צורך חשבו גדלים של זוויות נוספות. קשמו אם מתקבל מעוין או מלבן. הסבירו כיצד ידעתם.



א. מקבילית ABCD נתון

$$\angle DAB = 100^\circ$$

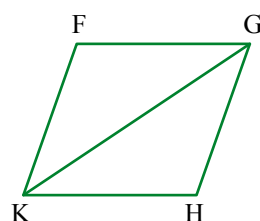
$$\angle BDC = 40^\circ$$



ב. מקבילית FGHK נתון

$$\angle FKG = 42^\circ$$

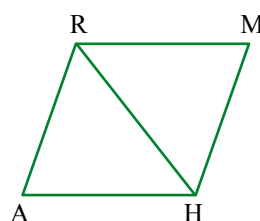
$$\angle FGK = 48^\circ$$



ג. מקבילית FGHK נתון

$$\angle FKG = 55^\circ$$

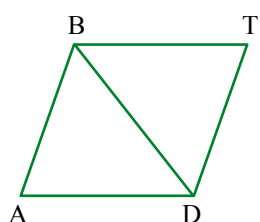
$$\angle GKH = 55^\circ$$



ד. מקבילית RMHA נתון

$$\angle RMH = 60^\circ$$

$$\angle ARH = 60^\circ$$



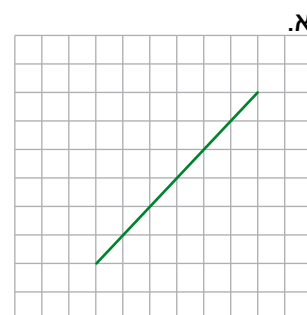
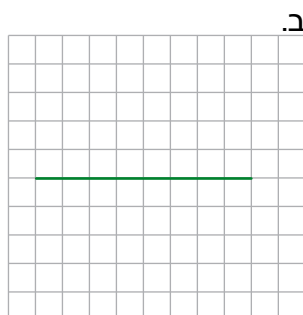
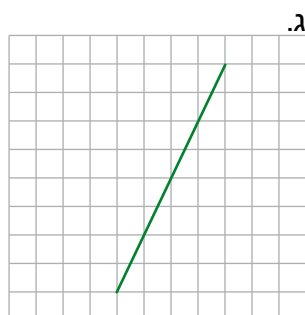
ה. מקבילית BTDA נתון

$$\angle TDB = 70^\circ$$

$$\angle ADB = 20^\circ$$

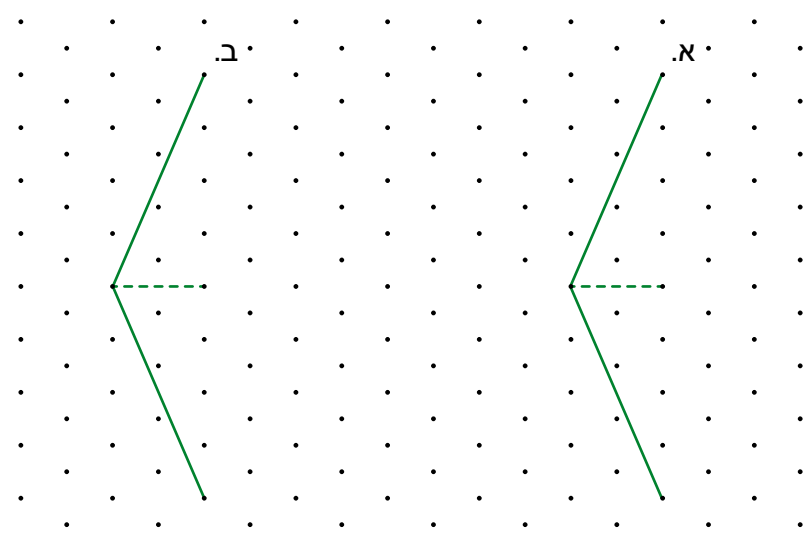


5. בכל סעיף משורטט אלכסון של מעוין. שרטטו את האלכסון השני והשלימו למעוין.





6. בכל שרטוט משורטטות שתי צלעות של מרובע והתחלה של אלכסון. האריכו את האלכסון (המקווקו) והשלימו למרובע, כך שמרובע א יהיה מעוין, ומרובע ב לא יהיה מעוין.

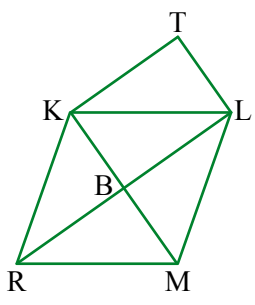


7. **נכון** KLMR מעוין

$$TL = BK$$

$$KT = BL$$

מהו סוג המרובע KTLB? הסבירו.



8.  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה-צלעות.

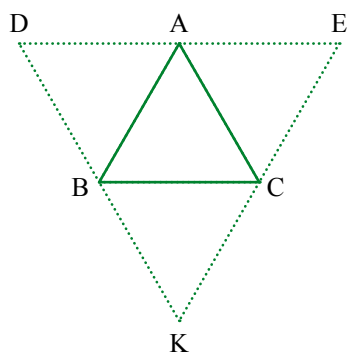
דרך קדקודי המשולש העבירו מקבילים לצלעות.

נוצר משולש DEK.

א. כמה מקביליות בשרטוט? קשמו אותן.

ב. חשבו את הגדלים של זוויות המקביליות.

ג. האם המקביליות הן מעוינים? הסבירו.



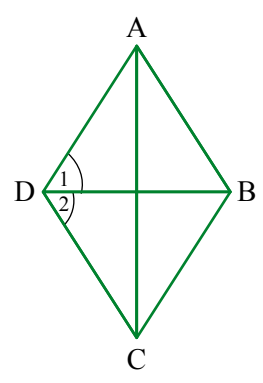
9. **נכון** ABCD דלתון

$$CB = CD$$

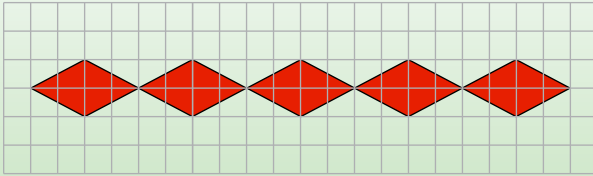
$$AB = AD$$

$$\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$$

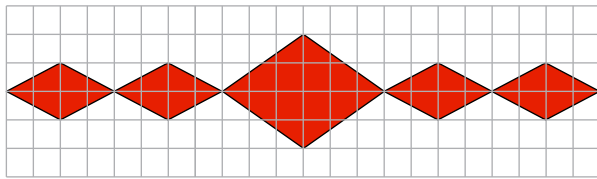
האם אפשר להסיק שהדלתון הוא מעוין? הסבירו.



## שיעור 3. שטח של מעוין

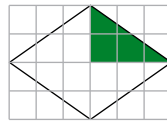
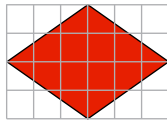


בשרטוט דגם של קישוט לסוכות.  
שערו: מהו שטח כל מעוין ביחידות  
של שטח משבצת?  
נלמד לחשב שטח של מעוין.

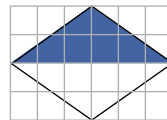


1. אריאל בחר בדוגמת הקישוט:

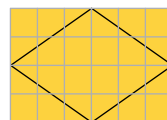
לפניכם דרכים שונות לחישוב שטח המעוין הגדול.



א. עומר חישב את שטח המשולש הירוק, וּכְפַל אותו ב- 4.  
חֲשְבו וְהַסְבִירוּ את הדרך של עומר.



ב. עידן חישב את שטח המשולש הכחול וּכְפַל אותו ב- 2.  
חֲשְבו וְהַסְבִירוּ את הדרך של עידן.



ג. אייל חישב את שטח המלבן וחילק אותו ב- 2.  
חֲשְבו וְהַסְבִירוּ את הדרך של אייל.

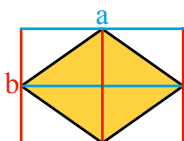


2. נתייחס למשימה 1 סעיף ג.

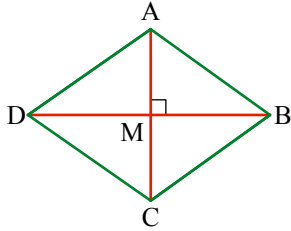
יהל אמר: לפי הדרך של אייל אפשר לחשב את שטח המעוין על-ידי מחצית  
מכפלת אורכי האלכסונים שלו.

א. היעזרו בשרטוט ובטאו את אורכי האלכסונים.

ב. הסבירו את הדרך של יהל.



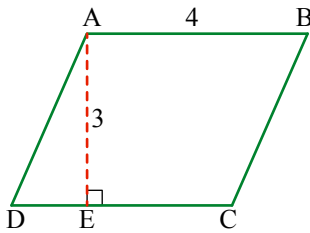
במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



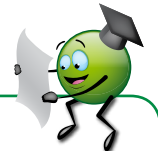
3. נתון ABCD מעוין

בכל סעיף חשבו את שטח המעוין לפי אורכי האלכסונים הנתונים. השתמשו באחת הדרכים לחישוב השטח שלמדנו במשימות 1 ו- 2.

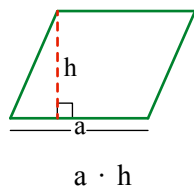
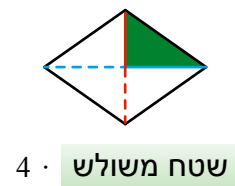
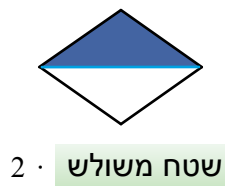
- א.  $BD = 6$  ס"מ  $AC = 4$  ס"מ  
 ב.  $BD = 8$  ס"מ  $AC = 6$  ס"מ  
 ג.  $BD = 5$  ס"מ  $AC = 2$  ס"מ



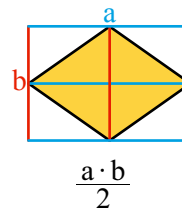
4. מיכל אמרה: אפשר לחשב שטח של מעוין באמצעות מכפלת אורך הצלע באורך הגובה. היעזרו במעוין ABCD שבשרטוט וחשבו את שטח המעוין בדרך של מיכל.



אפשר למצוא שטח מעוין בדרכים שונות.



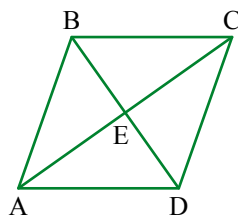
מכפלת אורך הצלע באורך הגובה



מחצית מכפלת אורכי האלכסונים

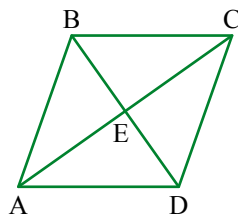


5. במשימות הקודמות הכרנו חמש דרכים שונות לחישוב שטח של מעוין. איזה דרך אתם מעדיפים? הסבירו.



6. **נתון** ABCD מעוין  
 $AC = 8$  ס"מ  
 $BD = 6$  ס"מ

- א. רשמו בשרטוט את אורכי הקטעים BE ו-CE.  
 ב. חשבו את אורך צלע המעוין.  
 ג. חשבו את היקף המעוין.  
 ד. מצאו את שטח המעוין.  
 ה. BM הוא גובה המעוין. שרטטו אותו וחשבו את אורכו. הסבירו.



7. **נתון** ABCD מעוין  
 $AC = 16$  ס"מ  
 $BD = 12$  ס"מ

- א. מצאו את שטח המעוין.  
 ב. חשבו את אורך צלע המעוין.  
 ג. חשבו את היקף המעוין.

8. בצילום מראה עם זרוע מתכווננת.

- א. מאילו צורות מורכבת הזרוע של המראה?  
 ב. קבעו מה משתנה ומה לא משתנה אם מרחיקים או מקרבים

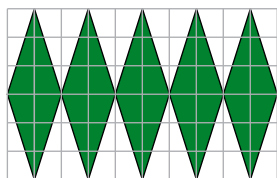


את המראה מן הקיר:

- הגדלים של הזוויות?
- אורכי הצלעות?
- האורך הכולל של הזרוע המתכווננת?
- סוג המרובעים?
- שטחי המרובעים?



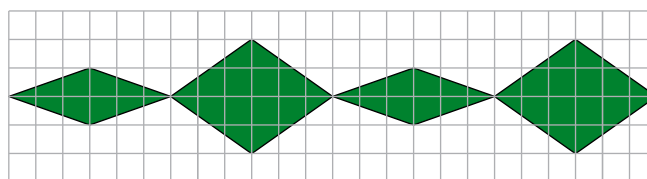
## אוסף משימות



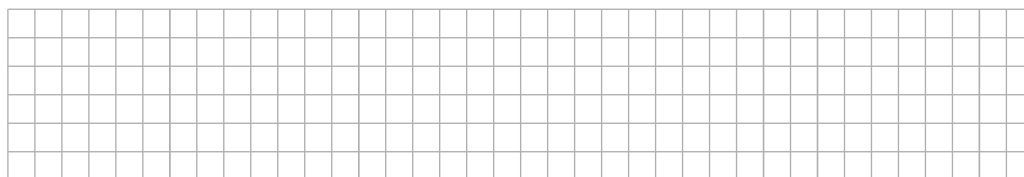
1. בשרטוט קישוט ממעוינים.  
חשבו את שטח הקישוט ביחידות של שטח משבצת.



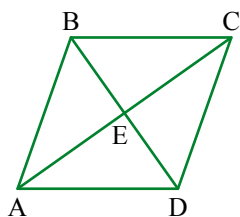
2. בשרטוט קישוט ממעוינים.  
חשבו את שטח הקישוט ביחידות של שטח משבצת.



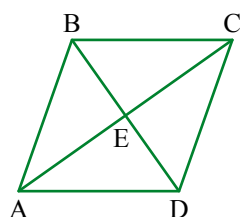
3. צרו קישוט ממעוינים וחשבו את שטחו.



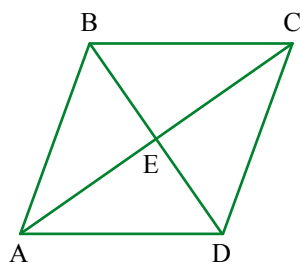
במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



4.  $ABCD$  מעוין נתון  
אורך אלכסון אחד 12 ס"מ  
אורך אלכסון שני 10 ס"מ  
חשבו את שטח המעוין.



5.  $ABCD$  מעוין נתון  
 $DE = 3$  ס"מ  
 $DC = 5$  ס"מ  
א. חשבו את אורכי האלכסונים של המעוין.  
ב. חשבו את שטח המעוין.



6. **נתון** מעוין ABCD

$$BE = 8 \text{ ס"מ}$$

$$EC = 10 \text{ ס"מ}$$

- חשבו את שטח המעוין.
- חשבו את אורך צלע המעוין.
- חשבו את היקף המעוין.



7. **נתון** שטח המעוין ABCD שווה 24 סמ"ר

$$\text{אורך האלכסון } AC \text{ שווה } 8 \text{ ס"מ}$$

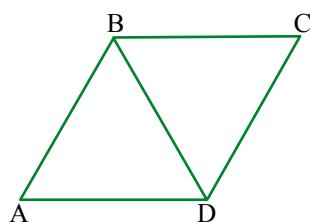
שרטטו את המעוין, וחשבו את אורך האלכסון BD.



8. **נתון** מעוין ABCD

$$BD = BC$$

- סמנו בשרטוט קטעים שווים באורכם.
- מהו סוג המשולש DBC?
- חשבו את הגדלים של זוויות המעוין.
- אורך האלכסון BD שווה 5 ס"מ. חשבו את היקף המעוין.

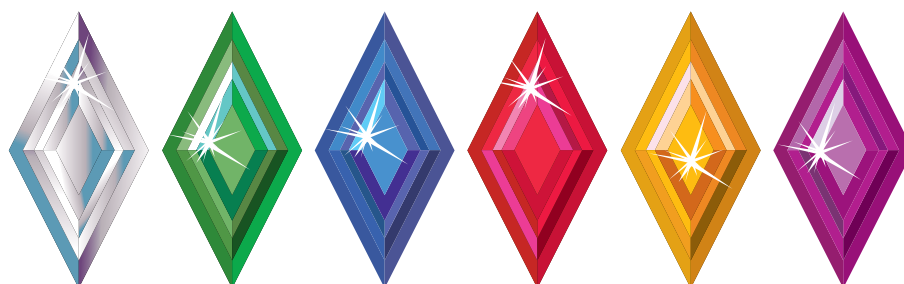


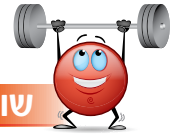
9. **נתון** מעוין ABCD

$$\text{היקף המעוין שווה } 52 \text{ ס"מ}$$

$$\text{אורך האלכסון } AC \text{ שווה } 24 \text{ ס"מ}$$

שרטטו את המעוין, וחשבו את אורך האלכסון BD ואת שטח המעוין.





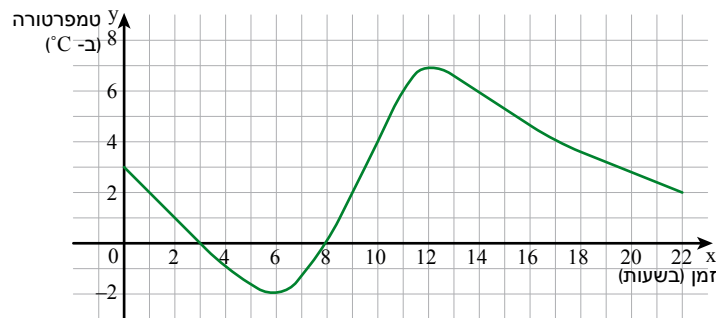
## שומרים על כושר

### ביטויים, משוואות ופונקציות

#### 1. פשטו את הביטויים.

ה. $(x + 1)(x + 2) - 2x^2 - 3x$	א. $x(x + 8) - 2(4x + 1)$
ו. $(x + 2)^2 + (x + 3)^2$	ב. $(x + 3)^2 - 6x - 9$
ז. $2x(x - 2) - 4(x - 2)$	ג. $x(x + 4) - 4x - 3x^2$
ח. $x(x - 1) + x(x + 2)$	ד. $x^2 + x(x + 3)$

#### 2. הגרף שלפניכם מתאר את השתנות הטמפרטורה במעלות צלסיוס ( $^{\circ}\text{C}$ ) שנמדדה בירושלים ביום קר, מחצות הלילה במשך יממה.



- א. מה הייתה הטמפרטורה בשעה 4? בשעה 11? בשעה 17?
- ב. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של  $2^{\circ}\text{C}$ ?
- ג. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
- ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
- ה. מה הייתה הטמפרטורה כשהתחילו למדוד?
- ו. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של  $0^{\circ}\text{C}$ ?
- ז. בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה חיובית? בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה שלילית?
- ח. הנקודה (3, 19) נמצאת על גרף הפונקציה. הסבירו את משמעותה.
- ט. בין אילו שעות עלתה הטמפרטורה? בין אילו שעות ירדה הטמפרטורה?

#### 3. פתרו את המשוואות.

ה. $(4x - 1)^2 = 0$	ג. $3x^2 + 6 = 0$	א. $(x - 6)(x + 6) = 0$
ו. $x^2 - 11x + 30 = 0$	ד. $x^2 - 6x - 7 = 0$	ב. $(16 - x^2)x = 0$