

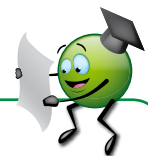
יחידה 31: ריבוע

שיעור 1. תכונות הריבוע

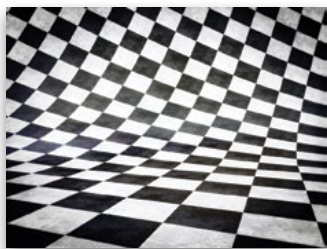
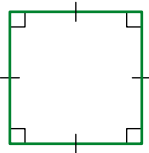


צרו ריבוע מדף מלבני על-ידי קיפול, ללא שימוש בסרגל. הסבירו מדוע המרובע שקיבלתם הוא ריבוע.

נחקר את תכונות הריבוע.

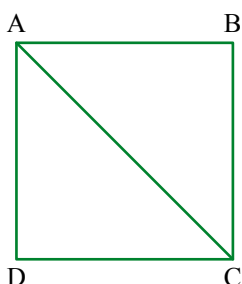


תזכורת: מצולע שבו כל הצלעות שוות באורכן וכל הזוויות שוות בגודלן, נקרא **מצולע משוכלל**.
הגדרה: מרובע בעל צלעות שוות באורכן וזוויות שוות בגודלן נקרא **ריבוע**.
 ריבוע הוא מרובע משוכלל (מצולע משוכלל בעל ארבע צלעות).

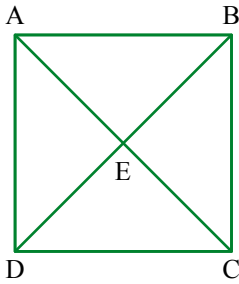


1. א. האם מקבילית היא ריבוע? נמקו.
- ב. האם ריבוע הוא מקבילית? נמקו.
- ג. האם מעוין הוא ריבוע? נמקו.
- ד. האם ריבוע הוא מעוין? נמקו.
- ה. האם מלבן הוא ריבוע? נמקו.
- ו. האם ריבוע הוא מלבן? נמקו.

תכונות הריבוע



2. א. הסבירו מדוע האלכסון בריבוע מחלק אותו לשני משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים.
- ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט, הסבירו מדוע האלכסון בריבוע חוצה את הזוויות.
- ג. הסבירו מדוע בריבוע שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.



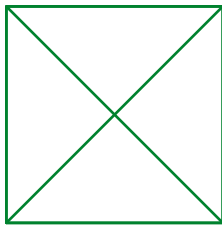
3. נכון ABCD ריבוע

- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
- ב. $\triangle ABE \cong \triangle BCE \cong \triangle CDE \cong \triangle DAE$
לפי איזה משפט חפיפה?
- ג. הסבירו את המסקנות הבאות:
 - I. האלכסונים בריבוע חוצים זה את זה.
 - II. האלכסונים בריבוע שווים באורכם.

- III. האלכסונים בריבוע מאונכים זה לזה.
- IV. האלכסונים בריבוע חוצים את הזוויות.



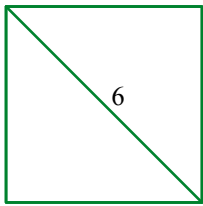
תכונות הריבוע



- כל הצלעות שוות באורכן.
- כל זוג צלעות נגדיות מקבילות.
- כל הזוויות שוות בגודלן.
- האלכסונים חוצים זה את זה.
- האלכסונים שווים באורכם.
- האלכסונים חוצים את הזוויות.
- האלכסונים מאונכים זה לזה.

4. סמנו ב- ✓ את תכונות הצלעות, הזוויות והאלכסונים של המרובעים בטבלה.

ריבוע	מעוין	מלבן	מקבילית	תכונה	
				כל זוג צלעות נגדיות מקבילות	צלעות
				כל זוג צלעות נגדיות שוות באורכן	
				כל הצלעות שוות באורכן	זוויות
				כל הזוויות שוות בגודלן	
				הזוויות הנגדיות שוות בגודלן	אלכסונים
				האלכסונים חוצים זה את זה	
				האלכסונים שווים באורכם	
				האלכסונים מאונכים זה לזה	
				האלכסונים חוצים את הזוויות	



5. אורך אלכסון הריבוע 6 ס"מ. (השרטוט הוא להדגמה).

המורה ביקשה לחשב את שטח הריבוע.

יעל חישבה את השטח לפי מחצית המכפלה של אורכי האלכסונים. הסבירו.

נעמה חישבה תחילה את אורך צלע הריבוע (באמצעות משפט פיתגורס). הסבירו.

סמדר שרטטה אלכסון נוסף וחישבה תחילה שטח של משולש קטן שנוצר. הסבירו.

בחרו בשתי דרכים, חשבו את שטח הריבוע ובדקו אם קיבלתם אותה תוצאה.

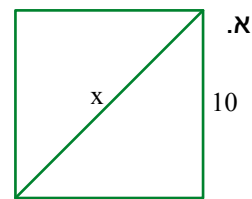
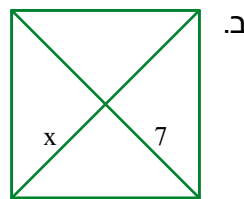
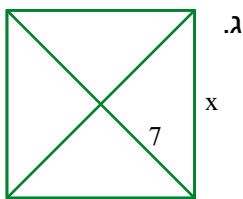


אוסף משימות

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



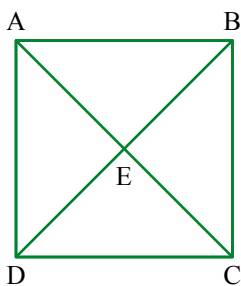
1. מצאו את אורך הקטע x בכל אחד מהריבועים הבאים.



2. המרובע ABCD הוא ריבוע.

כמה משולשים שווים-שוקיים יש בשרטוט?

קשמו את השמות של שני משולשים שווים-שוקיים שונים.



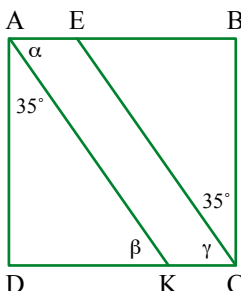
3. **נכון** המרובע ABCD ריבוע

$$\angle ECB = 35^\circ$$

$$\angle DAK = 35^\circ$$

א. חשבו את הגדלים של הזוויות α , β , γ .

ב. מהו סוג המרובע AECK? על איזה משפט הסתמכתם?

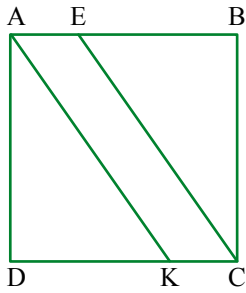




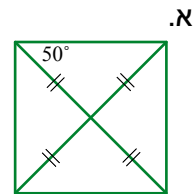
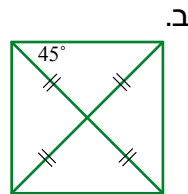
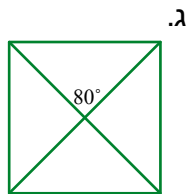
4. ABCD ריבוע

$$EB = DK$$

מהו סוג המרובע AECK? על איזה משפט הסתמכתם?



5. לפניכם ריבועים שבהם רשומים גדלים של זוויות. סמנו ריבועים שבהם הגדלים הרשומים שגויים. הסבירו.

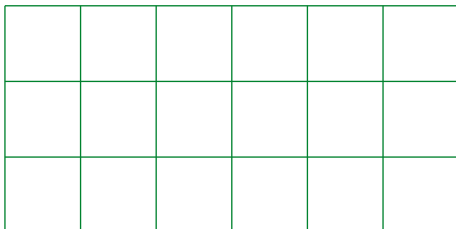


6. ברשת משבצות ריבועיות. אורך הצלע של כל ריבוע 1 ס"מ.

א. כמה ריבועים בעלי צלעות באורך 1 ס"מ יש ברשת זו?

ב. כמה ריבועים בעלי צלעות באורך 2 ס"מ יש ברשת זו?

ג. כמה ריבועים בעלי צלעות באורך 3 ס"מ יש ברשת זו?



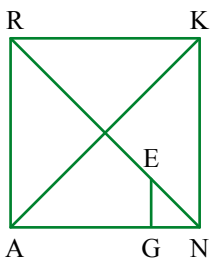
7. KNAR ריבוע

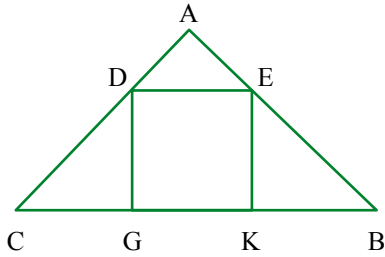
$$EG \parallel RA$$

א. האם $\triangle EGN$ הוא ישר-זווית?

ב. חשבו את הגדלים של זוויות $\triangle EGN$.

ג. האם $\triangle EGN$ הוא גם שווה-שוקיים?

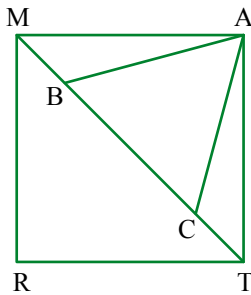




8. במשולש ABC חסום ריבוע DEKG נכון

$$CG = GK = KB$$

- א. סמנו בשרטוט קטעים שאורכם שווה לאורך הקטע GK.
- ב. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט והסבירו.
- ג. מהו סוג המשולש ADE? נמקו.
- ד. מהו סוג המשולש ABC? נמקו.



9. ATRM ריבוע נכון

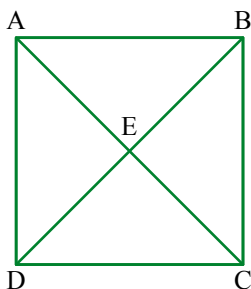
הנקודות B, C נמצאות על האלכסון MT

$$\angle CAT = 15^\circ, \angle MAB = 15^\circ$$

- א. לפי איזה משפט חפיפה $\triangle BAM \cong \triangle CAT$? הסבירו.
- ב. חשבו את הגדלים של זוויות משולש ABC.
- ג. מהו סוג המשולש ABC? נמקו.



10. א. היקף ריבוע 36 ס"מ. חשבו את שטחו.
- ב. שטח ריבוע 36 סמ"ר. חשבו את היקפו.



11. ABCD הוא ריבוע נכון

$$AB = 8 \text{ ס"מ}$$

- א. חשבו את היקף משולש ABC. (היעזרו במשפט פיתגורס).
- ב. חשבו את היקף משולש ABE.

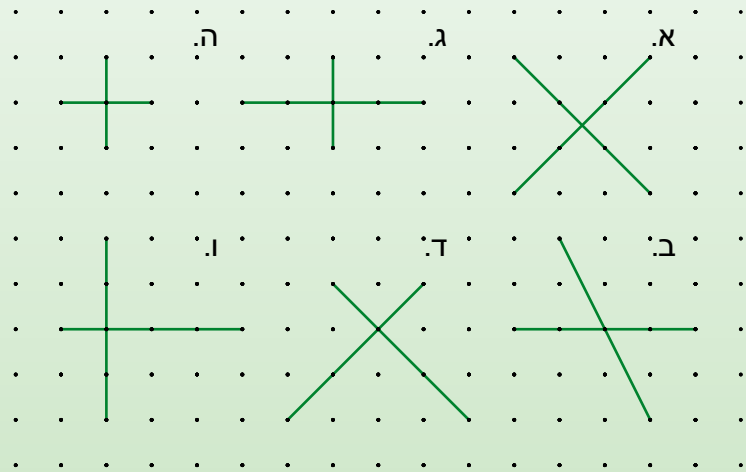
12. אורך אלכסון ריבוע 10 ס"מ.

- א. שרטטו ומצאו את שטח הריבוע.
- ב. מצאו את היקף הריבוע.

שיעור 2. האם המרובע הוא ריבוע?



הקטעים המשורטטים הם זוגות אלכסונים של מרובעים.
שרטטו את המרובעים.



רשמו מתחת לכל מרובע מאיזה סוג הוא.

נלמד לזהות ריבועים לפי תכונות.

1. אילו מהמרובעים ששרטטתם במשימת הפתיחה הם ריבועים?

2. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. אם הטענה אינה נכונה שרטטו דוגמה נגדית.

א. בריבוע האלכסונים מאונכים זה לזה ושווים באורכם.

ב. אם האלכסונים במרובע מאונכים זה לזה ושווים באורכם, אז המרובע הוא ריבוע.

ג. בריבוע האלכסונים חוצים זה את זה ושווים באורכם.

ד. אם האלכסונים במרובע חוצים זה את זה ושווים באורכם, אז המרובע הוא ריבוע.

ה. בריבוע האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה.

ו. אם האלכסונים במרובע מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, אז המרובע הוא ריבוע.

ז. בריבוע האלכסונים מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה ושווים באורכם.

ח. אם האלכסונים במרובע מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה ושווים באורכם, אז הוא ריבוע.

3. המורה ביקשה להגדיר ריבוע.

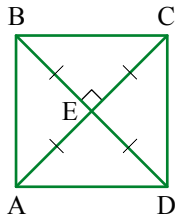
טלי אמרה: אם במרובע כל הצלעות שוות באורכן, אז המרובע הוא ריבוע.

יעל אמרה: אם במרובע כל הזוויות ישרות, אז המרובע הוא ריבוע.

האם **טלי** ו**יעל** צודקות? אם כן, הסבירו. אם לא, הראו דוגמה נגדית.



4. במרובע ABCD האלכסונים חוצים זה את זה, שווים באורכם ומאונכים זה לזה.



א. קשמו את הנתונים בכתוב מתמטי.

ב. לפי איזה משפט $\triangle AEB \cong \triangle BEC \cong \triangle CED \cong \triangle DEA$?

ג. קשבו גדלים של זוויות והסבירו מדוע מרובע ABCD הוא ריבוע.



הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות נקרא **ריבוע**.

**תנאים מספיקים
לזיהוי ריבוע**

אם במרובע האלכסונים שווים באורכם,
חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה,
אז המרובע הוא ריבוע.

הפוכים זה לזה

תכונות הריבוע

אם מרובע הוא ריבוע,
אז האלכסונים שלו שווים באורכם,
חוצים זה את זה, ומאונכים זה לזה.

אם במרובע כל הצלעות שוות
באורך וכל הזוויות שוות בגודלן,
אז המרובע הוא ריבוע.

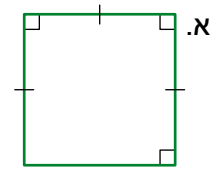
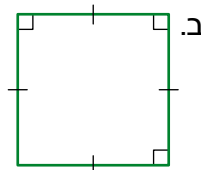
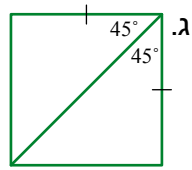


הדגם של ריבועים כהים ובהירים הוא דיוקן של דוד בן-גוריון, ראש הממשלה הראשון של מדינת ישראל.



(ככל שמרחיקים את התמונה, היא תתבהר יותר.) מסכי המחשב נוצרים לפי אותו עיקרון. המסך מחולק לריבועים קטנים מאוד (פיקסלים). המצבור של אלפי ריבועים קטנים יוצרים תמונה "רציפה", בלי שהעיניים שלנו יבחינו בריבועים המרכיבים אותה.

5. בכל סעיף קבעו לפי הנתונים המסומנים בשרטוט אם אפשר להסיק שהמרובע הוא ריבוע. אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



ריבוע 64 סמ"ר	מלבן 32 סמ"ר
מלבן	ריבוע



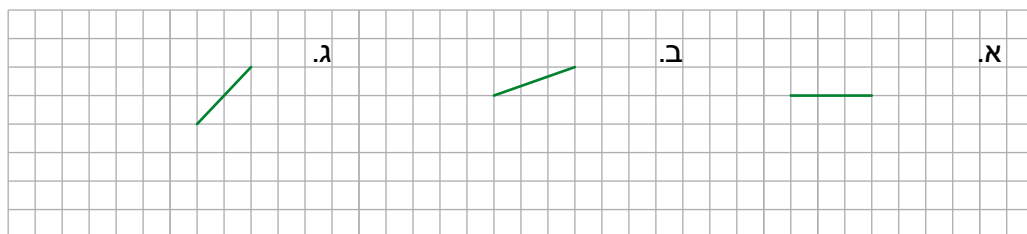
6. בשרטוט נתונים שני ריבועים ושני מלבנים. השטחים של אחד הריבועים ושל אחד המלבנים רשומים. (השרטוטים הם להדגמה).
 א. חשבו את אורכי הצלעות של הריבועים והמלבנים. הסבירו את מהלך החישוב.
 ב. האם המרובע הגדול הוא ריבוע? הסבירו.



במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



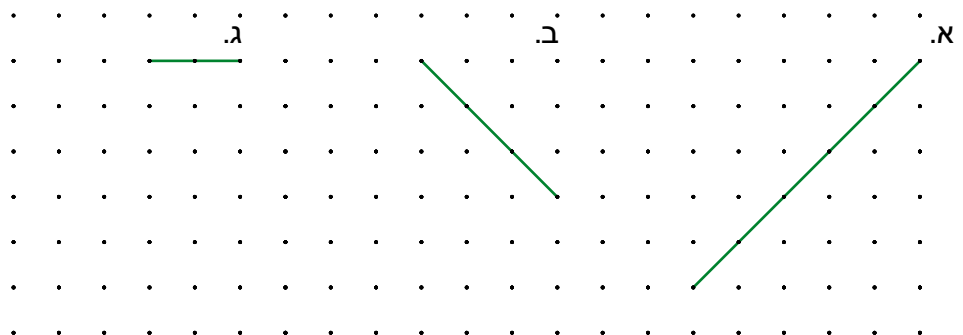
1. כל קטע הוא צלע של ריבוע. השלימו את הריבוע.



2. א. שרטטו מרובע בעל שלוש זוויות ישרות שאינו ריבוע. מהו סוג המרובע ששרטתם?
 ב. שרטטו מרובע שיש לו ארבע צלעות שוות באורך, ואינו ריבוע. מהו סוג המרובע ששרטתם?



3. כל קטע הוא אלכסון של ריבוע. השלימו את הריבוע.

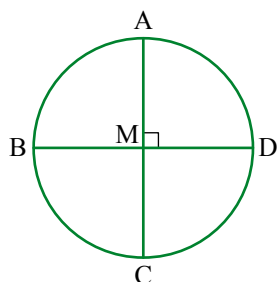


4. בכל סעיף קבעו אם הטענה נכונה. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

- א. כל מעוין הוא ריבוע.
 ב. כל ריבוע הוא מעוין.
 ג. כל ריבוע הוא מלבן.
 ד. כל מלבן הוא ריבוע.



5. AC ו-BD הם קטרים מאונכים זה לזה במעגל שמרכזו M.



א. מהו סוג המרובע ABCD? הסבירו.

ב. אורך רדיוס המעגל 3 ס"מ.

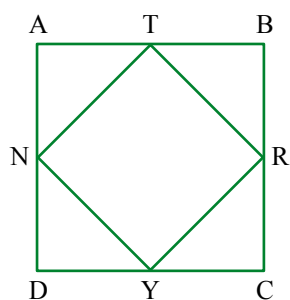
מהו שטח המרובע ABCD?



6. הנקודות T, R, Y, N הן אמצעי הצלעות של ריבוע ABCD.

שטח הריבוע NTRY הוא 25 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע ABCD? הסבירו כיצד מצאתם.

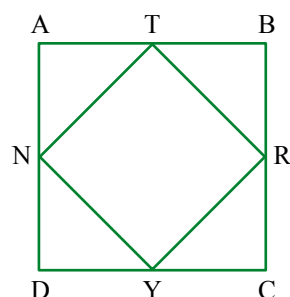


7. הנקודות T, R, Y, N הן אמצעי הצלעות של ריבוע ABCD.

א. לפי איזה משפט $\triangle NAT \cong \triangle RBT \cong \triangle YCR \cong \triangle NDY$?

ב. הראו שזוויות המרובע NTRY ישרות.

ג. הסבירו מדוע המרובע NTRY הוא ריבוע.



שיעור 3. סימטריה במרובעים



קפלו דף לאורכו וגזרו חלונות בקו הקיפול, כך שעם פתיחת הדף יתקבל המרובע המבוקש. אם אי-אפשר לקבל את המרובע, ציינו זאת.

- א. דלתון שאינו מעוין.
- ב. מלבן שאינו ריבוע.
- ג. מעוין שאינו ריבוע.
- ד. טרפז שווה-שוקיים.
- ה. מקבילית שאינה מעוין או מלבן.
- ו. ריבוע.

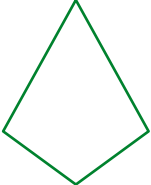



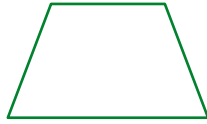
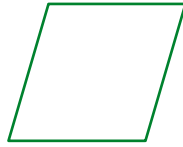
נמצא באילו מרובעים יש סימטריה.



אם אפשר לקפל צורה לשניים, כך שחלק אחד מכסה בדיוק את החלק השני, אז לצורה יש ציר סימטריה. קו הקיפול הוא ציר הסימטריה של הצורה. בכל המרובעים שגזרתם, קו הקיפול הוא ציר סימטריה.

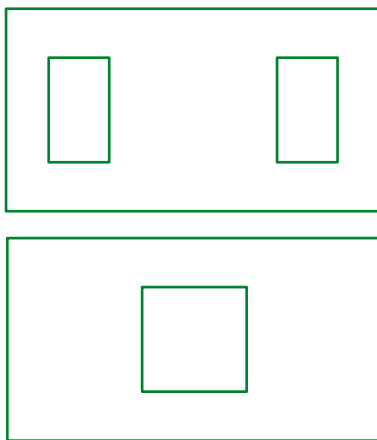
1. בכל מרובע קבעו אם יש לו ציר סימטריה.

אם לא, הסבירו או הדגימו. אם כן, שרטטו את כל צירי הסימטריה שלו.

	ה.		ג.		א.
דלתון		ריבוע		מלבן	
	ו.		ד.		ב.
מקבילית		טרפז שווה-שוקיים		מעוין	

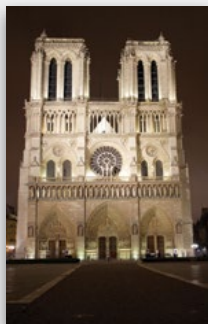


2. א. **עומר** אמר: האלכסון במלבן הוא ציר סימטריה כי הוא מחלק את המלבן לשני משולשים חופפים.
האם **עומר** צודק?
ב. מצאו מרובע נוסף שבו האלכסון מחלק את המרובע לשני משולשים חופפים והוא **אינו** ציר סימטריה.



3. א. קפלו דף לארבע.
גזרו חלון, כך שלאחר פתיחת הדף יתקבלו שני מלבנים חופפים (כמו שבשרטוט).
ב. קפלו דף לארבע.
גזרו חלון כך שלאחר פתיחת הדף יתקבל ריבוע אחד (כמו בשרטוט).

סימטריה נחשבת כדוגמה ליופי ואסתטיקה. בניינים וגנים לרוב מעוצבים על-ידי אדריכלים בצורה סימטרית. בעת העתיקה ובימי הביניים הייתה שאיפה לבנות מבנים סימטריים, כאשר הסימטריה העיקרית הייתה סימטריית שיקוף ימין-שמאל. יש חוקרים הטוענים שהסימטריה בכנסיות בימי הביניים הייתה רק מקורבת ובכוונה נשתלו בה פגמים קטנים, כדי להעביר מסר שרק אלוהים הוא מושלם. יש הטוענים שאידאל היופי האנושי בתפיסת בני האדם, הוא השאיפה אל סימטריה מושלמת, בעוד שכל סטייה מכך (אי-סימטריה) תפחית מאידאל היופי. חפשו באינטרנט סימטריה בארכיטקטורה ובטבע.



קתדרלת נוטרדאם, פריז, צרפת



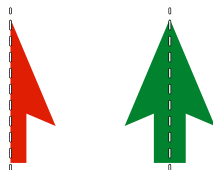
הטאג' מאהל, אגרה, הודו



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "סימטריה ושיקוף". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



דוגמה:



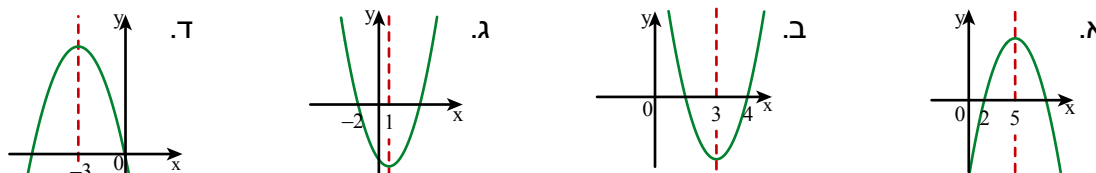
5. כשמשקפים מצולע בישר העובר דרך אחת הצלעות, מתקבלת צורה סימטרית. שקפו כל אחת מהצורות המשורטטות בישר האדום וציינו איזו צורה מתקבלת.

ה. ג. א.

ו. ד. ב.

סימטריה בפרבולות

6. בכל פרבולה נתונה נקודת חיתוך אחת עם ציר x וציר הסימטריה (הקו המקווקו הוא ציר הסימטריה). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך השנייה עם ציר x.



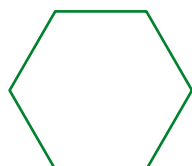
7. נתונה פונקציה $y = 2x^2 - 6x$

א. מצאו את ציר הסימטריה של הפרבולה (חשבו תחילה את שיעורי נקודות האפס).

ב. קשמו דוגמה לפונקציה ריבועית נוספת שיש לה אותו ציר סימטריה.



1. שרטטו ציר סימטריה אחד לפחות בכל מצולע.



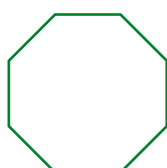
ה. משושה משוכלל



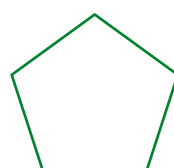
ג. מלבן



א. משולש שווה-צלעות



ו. מתומן משוכלל



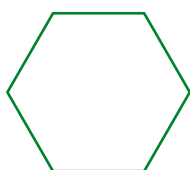
ד. מחומש משוכלל



ב. משולש שווה-שוקיים



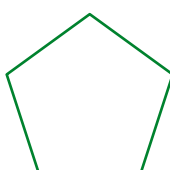
2. בשרטוט משושה משוכלל.



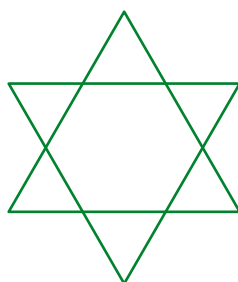
- א. שרטטו בעט אלכסון שהוא ציר סימטריה.
- ב. שרטטו בעיפרון ציר סימטריה שאינו אלכסון.
- ג. כמה צירי סימטריה למשושה משוכלל?



3. בשרטוט מחומש משוכלל.



- א. שרטטו במחומש ציר סימטריה.
- ב. האם יש אלכסון במחומש משוכלל שהוא ציר סימטריה?
- ג. כמה צירי סימטריה למחומש משוכלל? תארו אותם.



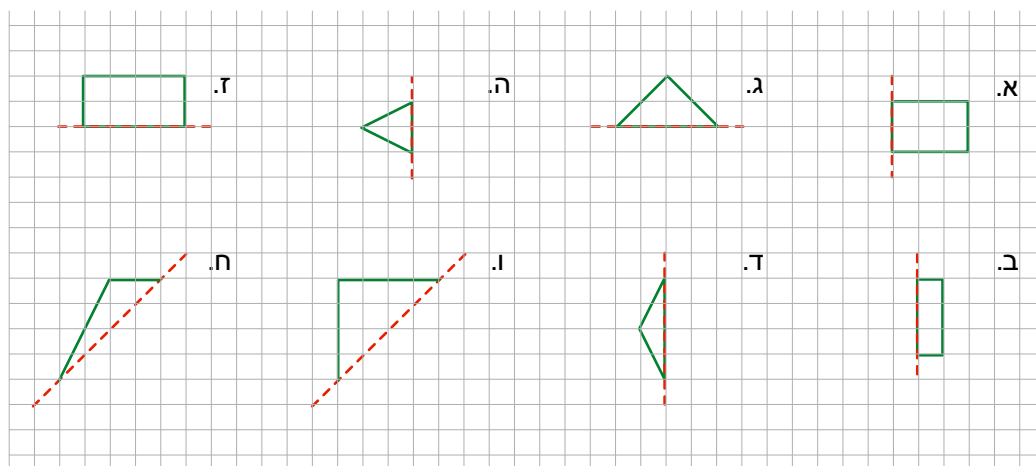
- 4. א. שרטטו בעט ציר סימטריה של המגן-דויד.
- ב. שרטטו בעיפרון ציר סימטריה מסוג שונה מהקודם.
- ג. כמה צירי סימטריה למגן דויד?



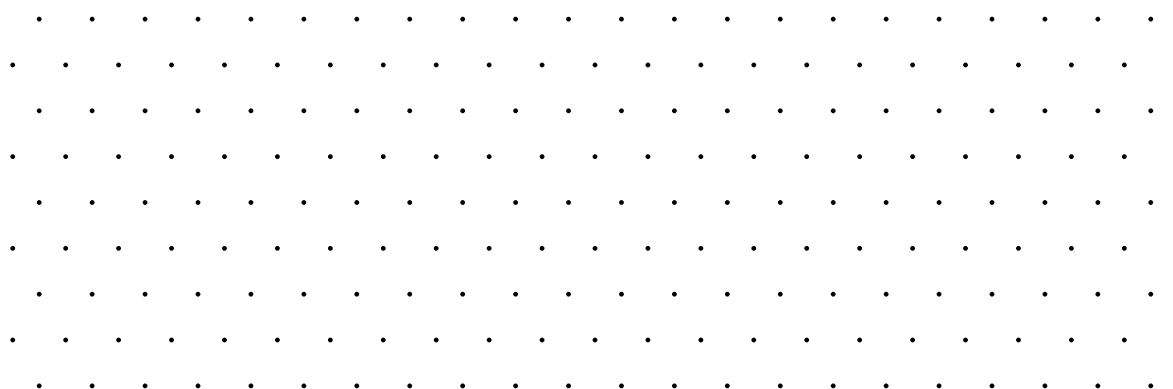
5. הישר המקווקו בכל שרטוט הוא ציר סימטריה של מרובע.

- שרטטו את החלק הסימטרי החסר.

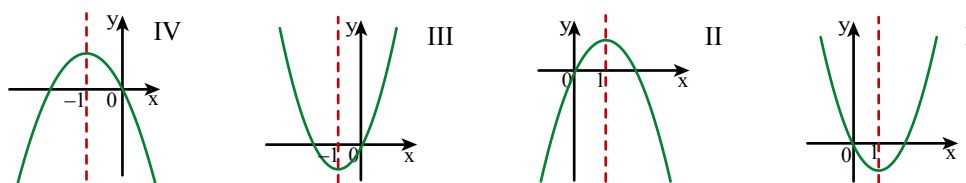
- איזה מרובע התקבל?



6. שרטטו בדף הנקודות צורות סימטריות ושרטטו בצבע את ציר הסימטריה שלהן.

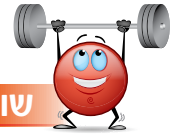


7. נתונות 4 פרבולות.



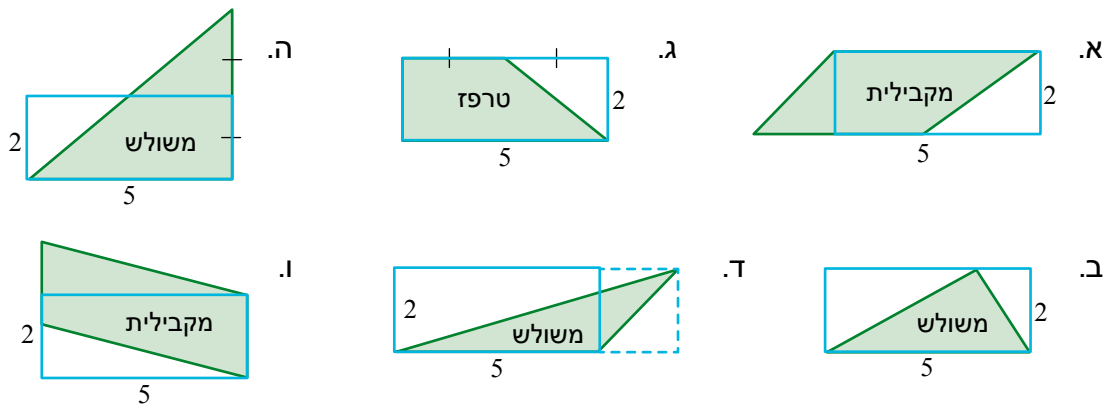
א. בכל פרבולה נתונה נקודת חיתוך אחת עם ציר x וציר הסימטריה (הקו המקווקו הוא ציר הסימטריה). מצאו את שיעורי נקודת החיתוך השנייה עם ציר x .

ב. הייצוגים האלגבריים הם: $y = -x^2 - 2x$ $y = -x^2 + 2x$ $y = x^2 - 2x$ $y = x^2 + 2x$
 התאימו ייצוג אלגברי לפרבולה.

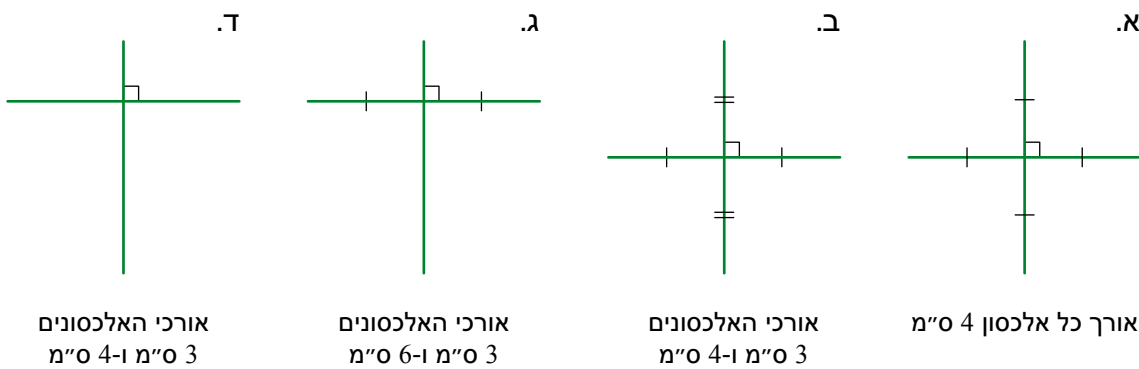


במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

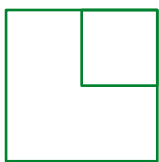
1. בכל סעיף משורטט מלבן שאורכי צלעותיו 5 ס"מ ו- 2 ס"מ. מצאו לפי הנתונים המסומנים בשרטוט את שטח הצורה הצבועה.

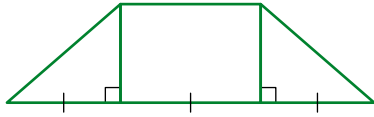


2. בכל סעיף משורטטים אלכסוני מרובע ומסומנים נתונים. שרטטו את המרובע. אם יש לו שם פרט לשם מרובע, קשמו את שמו. קשבו את השטח של כל מרובע.

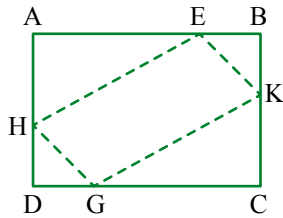


3. בשרטוט ריבוע קטן בתוך ריבוע גדול. אורך הצלע של הריבוע הגדול הוא פי שניים מאורך הצלע של הריבוע הקטן. א. פי כמה גדול היקף הריבוע הגדול מהיקף הריבוע הקטן? הסבירו. ב. פי כמה גדול שטח הריבוע הגדול משטח הריבוע הקטן? הסבירו.

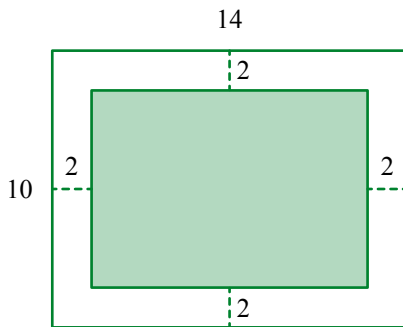




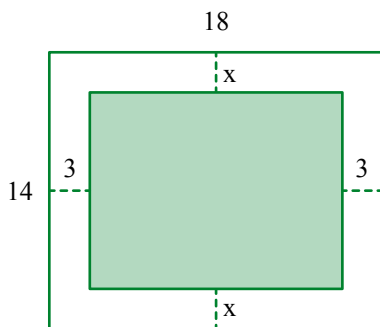
4. בשרטוט טרפז שווה-שוקיים המחולק למלבן ושני משולשים. פי כמה גדול שטח הטרפז משטח המלבן. הסבירו.



5. נכון מלבן ABCD
 $AB = 11$ ס"מ
 $BC = 7$ ס"מ
 $EB = GD = BK = DH = 3$ ס"מ
 א. חשבו את השטח של כל משולש.
 ב. חשבו את שטח המרובע EKGH.



6. בונים ברכה על מגרש מלבני. אורך צלע אחת של המגרש 10 מטר, ואורך צלע אחרת 14 מטר. מסביב לברכה שוליים של 2 מטרים מכל צד. חשבו את שטח הברכה.



7. בונים ברכה על מגרש מלבני. אורך צלע אחת של המגרש 14 מטר, אורך צלע אחרת 18 מטר. מסביב לברכה משאירים שוליים: רוחב השוליים בצדדים 3 מטרים מכל צד. רוחב השוליים בחלק העליון והתחתון בצדדים שווה. שטח הברכה הוא 72 מ"ר. חשבו את רוחב השוליים בחלק העליון והתחתון.