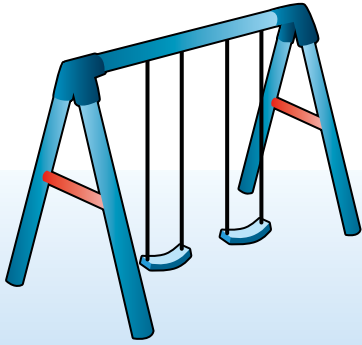


# יחידה 33: קטע אמצעים

## שיעור 1. קטע אמצעים במשולש



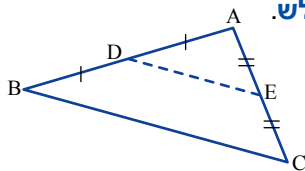
**מוטי** בונה נדנדת גן.

הוא מציב בכל צד מוט אופקי לתמיכה במסגרת כמו בתמונה. המוטות, הצבועים ב**אדום**, מחברים את אמצעי העמודים. כיצד יחשב **מוטי** את אורך המוט ה**אדום**?

ניכר תכונות של קטע המחבר אמצעי צלעות של משולש.

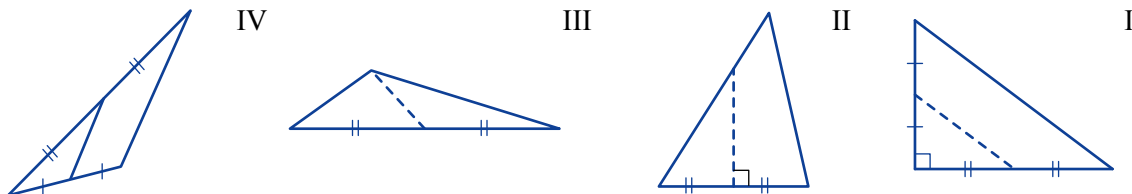


**הגדרה:** קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש, נקרא **קטע אמצעים במשולש**.



**מלמלה:** במשולש ABC בשרטוט, DE הוא קטע אמצעים.

**1. א.** באיזה משולש הקטע המקווקו הוא קטע אמצעים?

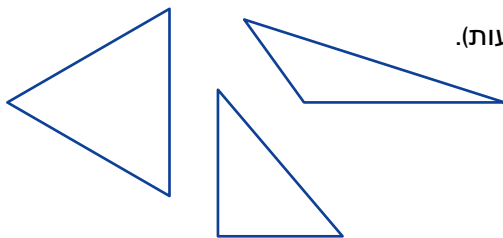


ב. אילו קטעים משורטטים במשולשים האחרים?

**2. א.** שרטטו משולשים שונים (ישר-זווית, קהה-זווית, שווה-צלעות).

בכל משולש שרטטו את כל קטעי האמצעים.

ב. כמה קטעי אמצעים קיימים בכל משולש?

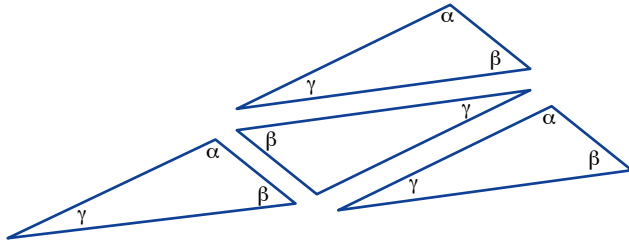


ג. היכן בערך נמצאים קטעי האמצעים ב"משולשי האטבים" שבתמונות?





3. א. גזרו 4 משולשים חופפים (תוכלו לקפל נייר פעמיים ולגזור משולש).  
במשולשים שגזרתם, סמנו זוויות שוות בגודלן ב-  $\alpha$ ,  $\beta$  ו-  $\gamma$  לפי המשולשים המדגימים.



בנו מארבעת המשולשים הקטנים שגזרתם משולש אחד גדול.

ב. הוכיחו שאכן בניתם משולש:

הראו שהזוויות המוצמדות זו לזו יוצרות קו ישר (צלע של המשולש הגדול).

ג. נמקו מדוע כל צלע של משולש קטן היא קטע אמצעים במשולש הגדול.

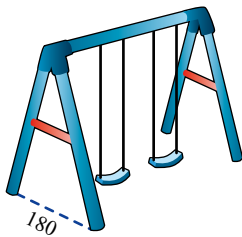
ד. נמקו מדוע קטע אמצעים במשולש שווה באורכו למחצית אורך הצלע השלישית.

ה. נמקו מדוע קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית.



במשימה 3 הוכחנו:

קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה באורכו למחצית אורך הצלע השלישית. **טענה**



4. נחזור למשימת הפתיחה (השרטוט הוא להדגמה).

בנדנדת הגן שבנה **מוטי** המרחק בין רגלי העמודים הוא 180 ס"מ.

שני המוטות הצבועים **אדום** מחברים את אמצעי העמודים.

מה אורך כל אחד מהמוטות ה**אדומים** התומכים בעמודים? הסבירו.



5. נוכיח בדרך נוספת כי קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה באורכו למחצית האורך של הצלע השלישית.

א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. **בניית עזר:** האריכו את קטע DE כאורכו עד לנקודה P ( $DE = EP$ ),

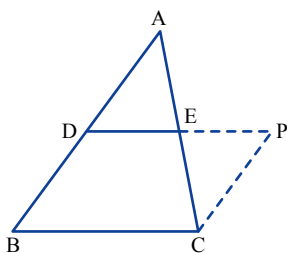
והברו את הנקודות P ו-C.

**הוכיחו:**  $\triangle ADE \cong \triangle CPE$

ג. מהו סוג המרובע BCPD? **הוכיחו.**

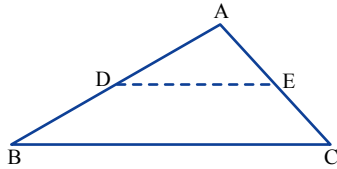
ד. **הוכיחו:**  $DE \parallel BC$

$$DE = \frac{1}{2} BC$$

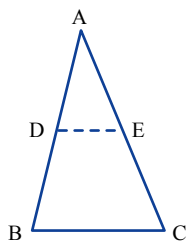




### קטע אמצעים במשולש



- לפי ההגדרה הוא חוצה שתי צלעות של המשולש  
 $AD = DB$   
 $AE = EC$
- הוכחנו כי קטע אמצעים:  
 $DE \parallel BC$
- שווה באורכו למחצית אורך הצלע השלישית  
 $DE = \frac{1}{2}BC$



6.  $DE$  קטע אמצעים במשולש  $ABC$  /נ/ן

- הוכיחו:  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
- מהו יחס הדמיון?
- מהו היחס בין שטחי המשולשים הדומים?



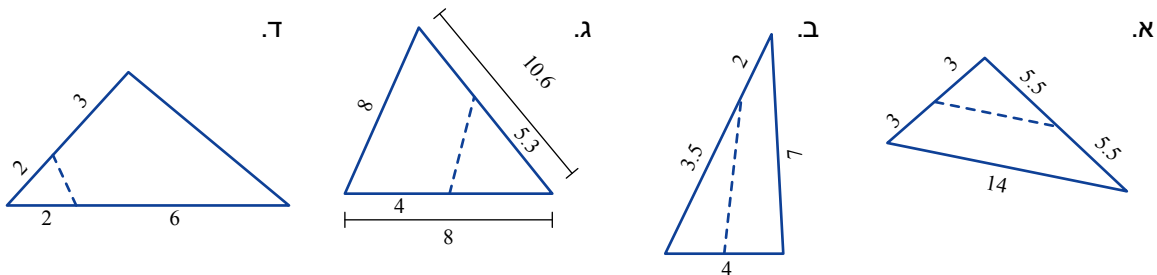
### אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות מחשב" תמצאו משימה חלופית למשימה 5 שבאוסף זה. המשימה מסומנת ב-\*, מתחתיה רשום שם המשימה החלופית באתר.

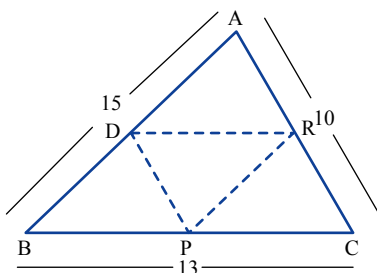
השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בכל משולש קבעו אם הקטע המקווקו הוא קטע אמצעים. אם כן, מצאו את אורך הקטע.



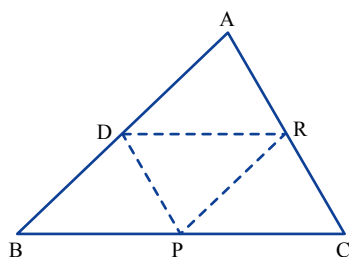
2. הנקודות  $D, P, R$  הן אמצעי הצלעות של  $\triangle ABC$ . חשבו את היקף המשולש הפנימי  $\triangle DPR$ . /נ/ן





3. הנקודות  $P, R, D$  הן אמצעי הצלעות של  $\triangle ABC$  /נתן/

- א. הוכיחו: ארבעת המשולשים שנוצרו חופפים זה לזה  
 ב. מצאו את היחס בין שטח  $\triangle PRD$  ובין שטח  $\triangle ABC$ .

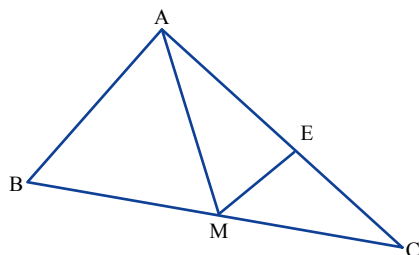


4.  $AM$  תיכון לצלע  $BC$  ב-  $\triangle ABC$  /נתן/

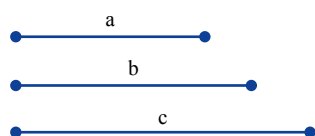
$ME$  קטע אמצעים ב-  $\triangle ABC$

שטח  $\triangle ABC$  שווה 12 ס"מ

מצאו את שטחי המשולשים  $AME, EMC$  ו-  $ABM$ . הסבירו.



5\*. בנו משולש שאורך קטעי האמצעים שלו כאורכי הקטעים  $a, b, c$ .



שם המשימה החלופית באתר: "משולש לפי קטעי אמצעים"



6. ב-  $\triangle ABC$  חיברו את אמצעי הצלעות, כך שהתקבל  $\triangle A_1B_1C_1$ .

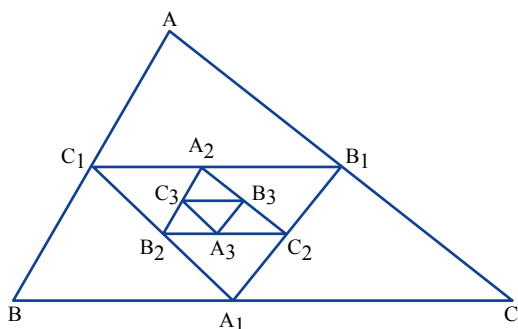
ב-  $\triangle A_1B_1C_1$  חיברו את אמצעי הצלעות, כך שהתקבל משולש  $\triangle A_2B_2C_2$ .

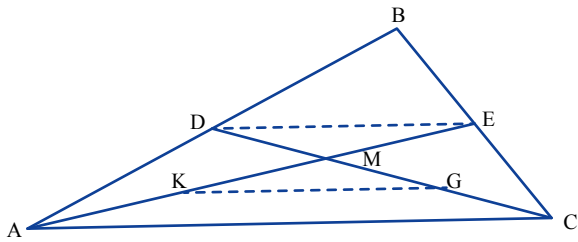
וב-  $\triangle A_2B_2C_2$  חיברו את אמצעי הצלעות, כך שהתקבל משולש  $\triangle A_3B_3C_3$ .

א. כמה משולשים מהסוג  $A_3B_3C_3$  מכסים את  $\triangle A_2B_2C_2$ ?

ב. כמה משולשים מהסוג  $A_3B_3C_3$  מכסים את  $\triangle A_1B_1C_1$ ?

ג. כמה משולשים מהסוג  $A_3B_3C_3$  מכסים את  $\triangle ABC$ ?

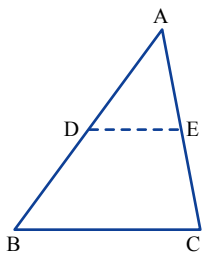




7. **נניח**  $\triangle ABC$  הם תיכונים ב-  $AE$  ו-  $CD$

התיכונים נפגשים בנקודה  $M$   
 $KG$  קטע אמצעים ב-  $\triangle MAC$

- א. **הוכיחו:**  $DEGK$  מקבילית  
 ב. **הוכיחו:** נקודת הפגישה של שני תיכונים במשולש מחלקת כל תיכון ביחס של 2:1  
 ( $AM = 2ME$  ו-  $CM = 2MD$ )



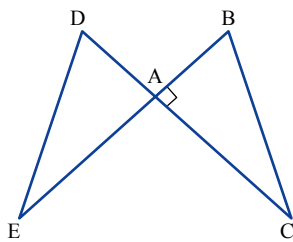
8. נוכיח שקטע אמצעים מקביל לצלע השלישית (בדרך שונה מזו שראינו בשיעור).

**נניח**  $AD = DB$

$AE = EC$

**נניח**  $BC \parallel DE$

- א.  $\triangle AED$  ו-  $\triangle BED$  הם שווי-שטח. נמקו.  
 ב.  $\triangle AED$  ו-  $\triangle CED$  הם שווי-שטח. נמקו.  
 ג.  $\triangle CED$  ו-  $\triangle BED$  הם שווי-שטח. נמקו.  
 ד. **הוכיחו:**  $DE$  מקביל לצלע  $BC$  (באמצעות סעיף ג)  
 ה.  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ . נמקו.  
 ו.  $ED = 0.5 BC$ . נמקו.



9. **נניח**  $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ ,  $BE \perp CD$

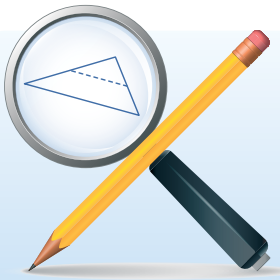
$AE = 4$  ס"מ,  $AB = 3$  ס"מ

אם נחבר בזה אחר זה את אמצעי הצלעות  $AB, AD, DE, AE, AC, BC$ , ו-  $AB$  נקבל משושה

- א. חשבו את היקף המשושה.  
 ב. חשבו את שטח המרובע  $BCED$ .  
 ג. חשבו את שטח המשושה.



## שיעור 2. תנאים מספיקים לזיהוי קטע אמצעים במשולש



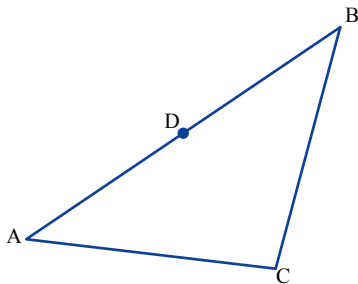
- נתון קטע החותר שתי צלעות של משולש.
- הקטע מקביל לצלע השלישית.
  - האם אפשר להסיק כי הוא קטע אמצעים?
  - אורך הקטע שווה למחצית אורך הצלע השלישית.
  - האם אפשר להסיק כי הוא קטע אמצעים?
  - אילו תכונות של הקטע מספיקות כדי להוכיח שהוא אכן קטע אמצעים?

נכיר תנאים מספיקים לקטע אמצעים.



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "תנאים מספיקים לקטע אמצעים" (יש 3 פעילויות ברצף). בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

### קטע היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת

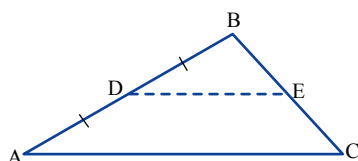


2.  $\triangle ABC$  נתון

- הנקודה D היא אמצע הצלע AB  
 שרטטו דרך D מקביל לצלע AC, וסמנו  
 את נקודת החיתוך עם הצלע BC באות E.  
 האם DE חותך את BC באמצע הצלע?  
 אם כן, נסחו משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

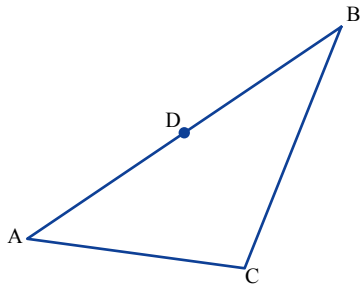


אם קטע חותר שתיים מצלעות משולש, חוצה אחת משתי הצלעות ומקביל לצלע השלישית, אז הוא קטע אמצעים במשולש.



3. א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט הרשום במסגרת.
- ב. מצאו משולשים דומים וכתבו את יחס הדמיון.
- ג. היעזרו בסעיפים הקודמים והשלימו את הוכחת המשפט.

קטע היוצא מאמצע צלע אחת ושווה באורכו למחצית אורך צלע אחרת



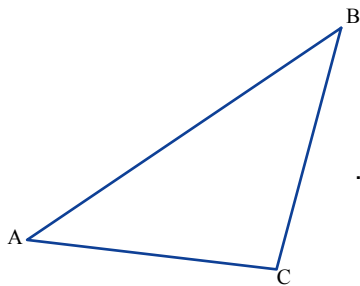
4.  $\triangle ABC$  נתון

הנקודה D היא אמצע הצלע AB  
 שרטטו מ-D באמצעות מחוגה, קטע שאורכו כאורך חצי הצלע AC.  
 האם הקטע חותך את BC באמצע הצלע?  
 אם כן, נסחו משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



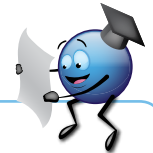
5. **טענה:** אם קטע יוצא מאמצע צלע של משולש ושווה באורכו למחצית אורך צלע אחרת, אז הוא חוצה את הצלע השלישית (כלומר הוא קטע אמצעים במשולש).  
 א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח בטענה.  
 ב. האם הטענה נכונה? הסבירו או הראו דוגמה נגדית.

קטע החותך שתי צלעות במשולש, ושווה באורכו למחצית אורך הצלע השלישית ומקביל לה

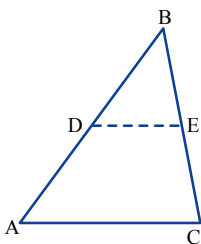


6.  $\triangle ABC$  נתון

גזרו קטע שאורכו כאורך חצי הצלע AC.  
 הזיזו את הקטע שגזרתם במקביל ל-AC,  
 עד שקצותיו יחתכו את הצלעות AB ו-BC.  
 סמנו את נקודות החיתוך של הקטע עם הצלעות המשולש בנקודות E ו-M.  
 האם EM הוא קטע אמצעים?  
 אם כן, נסחו משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



**טענה** (משפט הפוך לתכונות קטע אמצעים במשולש)  
 אם קטע חותך שתיים מצלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחצית אורך הצלע השלישית,  
 אז הוא **קטע אמצעים במשולש**.



7. א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט הרשום במסגרת.  
 ב. **הוכיחו:**  $\triangle BDE \sim \triangle BAC$   
 ג. מהו יחס הדמיון?  
 ד. הסבירו מדוע DE הוא קטע אמצעים.



**הגדרה:** קטע המחבר את אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא **קטע אמצעים במשולש**.

**תנאים מספיקים לדיהוי קטע אמצעים במשולש**

אם קטע החותך שתי צלעות של משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחצית אורך צלע השלישית, אז הוא **קטע אמצעים במשולש**.

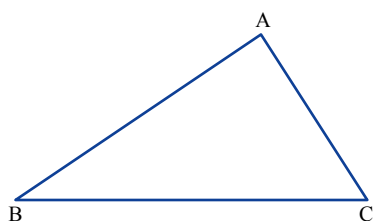
אם קטע חוצה אחת מצלעות משולש, ומקביל לצלע אחרת, אז הוא **קטע אמצעים במשולש**.

**תכונות קטע אמצעים במשולש**

אם קטע הוא קטע אמצעים במשולש, אז הוא **מקביל לצלע השלישית** ושווה למחצית אורך הצלע השלישית.

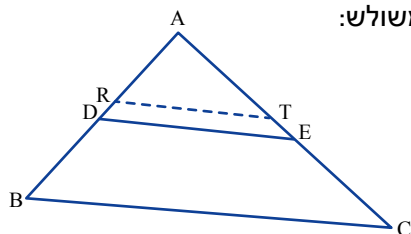
הפוכים זה לזה

**8.** במשולש ABC, סמנו נקודה K על צלע AB ונקודה L על צלע AC. בכל סעיף קבעו על-סמך הנתונים אם KL הוא קטע אמצעים במשולש.



- א.  $AK = KB$     ה.  $KL \parallel BC$      $AK = KB$
- ב. KLCB הוא טרפז    ו.  $AL = LC$      $KL = \frac{1}{2} BC$
- ג.  $KL = \frac{1}{2} BC$     ז.  $KL \parallel BC$      $KL = \frac{1}{2} BC$
- ד.  $AK = KB$      $AL = LC$     ח.  $\triangle ABC \sim \triangle AKL$

**9.** נוכיח **בדרך השלילה** את המשפט **ההפוך** לתכונות קטע אמצעים במשולש:



אם קטע חותך שתי צלעות של משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחצית אורך הצלע השלישית, אז הוא קטע אמצעים במשולש.

הקטע DE חותך את הצלעות AB ו-AC

DE מקביל לצלע BC

DE שווה באורכו למחצית אורך BC

**הוכחה:**

**נניח** כי DE אינו קטע אמצעים.

אם DE אינו קטע אמצעים, אז קיים קטע RT שונה מ-DE, שהוא קטע אמצעים במשולש, והמרובע RTED הוא מקבילית. **נמקו.**

**הסבירו** מדוע לא ייתכן שהמרובע RTED הוא מקבילית.

מכאן מסיקים כי **ההנחה** אינה נכונה ו-DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

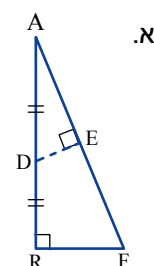
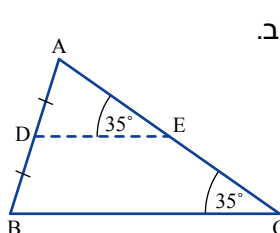
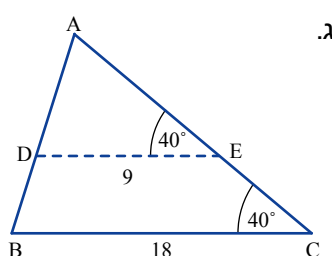


באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. המשימות מסומנות ב-\*, מתחתן רשום שם המשימה החלופית באתר.

השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בכל סעיף קבעו אם DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. הסבירו.

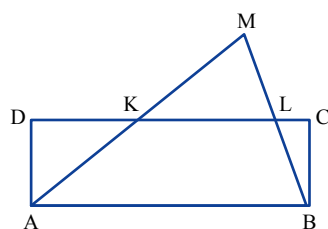


2. שרטטו משולש ABC. סמנו נקודה K על צלע AB ונקודה L על צלע AC. בכל סעיף שרטטו וקבעו אם KL הוא קטע אמצעים במשולש.

א. CK תיכון לצלע AB ו-BL תיכון לצלע AC

ב.  $\Delta ABC \sim \Delta AKL$

ג.  $KL = \frac{1}{2}BC$   $AL = \frac{1}{2}AC$

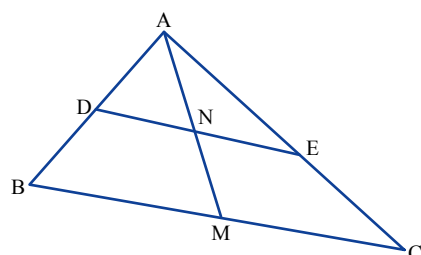


3. **נתון** ABCD מלבן

$AK = KM$

א. האם KL קטע אמצעים במשולש ABM? הסבירו.

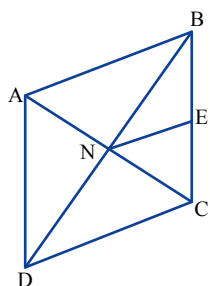
ב. **הוכיחו:**  $KL = DK + LC$



4. **נתון** DE קטע אמצעים ב- $\Delta ABC$

AM תיכון לצלע BC ב- $\Delta ABC$

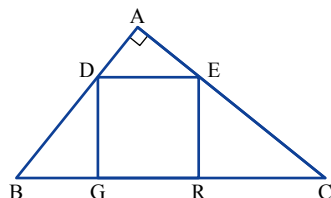
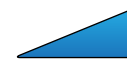
**נתון** AN תיכון לצלע DE ב- $\Delta ADE$



5. המרובע ABCD הוא מעוין נ/מ
- המרובע ABEN הוא טרפז שווה-שוקיים  
היקף המעוין ABCD הוא 32 ס"מ
- א. הוכיחו:  $EC = BE$   
 ב. חשבו את הגדלים של זוויות המעוין.  
 ג. חשבו את היקף הטרפז ABEN.



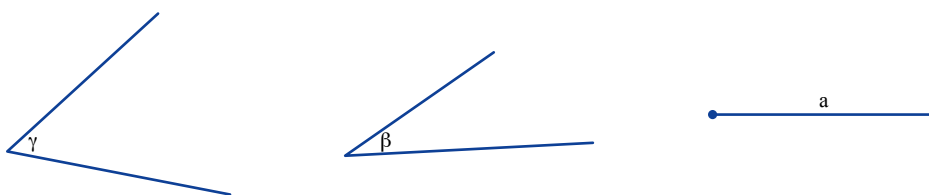
6. ישר החוצה קטע ומאונך לו נקרא **אנך אמצעי**.  
 האם ייתכן שאנך אמצעי לאחת מצלעות המשולש יהיה קטע אמצעים במשולש?  
 שרטטו שרטוט מתאים או הסבירו.



7. במשולש ישר-זווית ABC ( $\angle A = 90^\circ$ ) חסום ריבוע DERG.  
 א. מצאו את כל המשולשים הדומים בשרטוט.  
 ב. האם ייתכן ש-DE הוא קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$ ? נמקו.



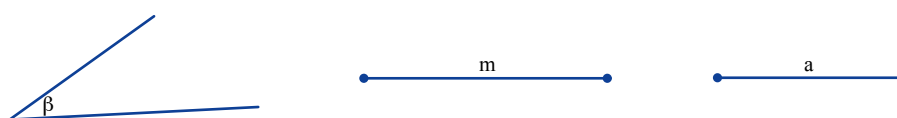
- 8\*. בנו משולש ABC, שבו אורך קטע האמצעים המקביל לצלע BC כאורך הקטע a, וגודל שתי הזוויות שיוצר הקטע הזה עם הצלעות AB ו-AC כגודל הזוויות  $\beta$  ו- $\gamma$ .  
 שרטטו תחילה שרטוט מדגים.



שם המשימה החלופית באתר: "קטע אמצעים ושתי זוויות"



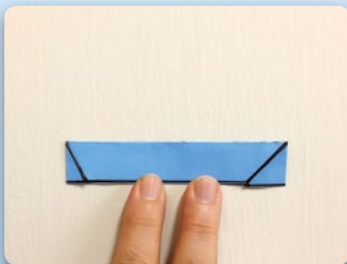
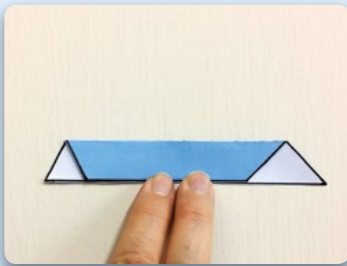
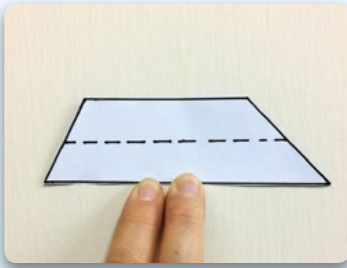
- 9\*. בנו משולש ABC, שבו אורך קטע האמצעים המקביל לצלע BC כאורך הקטע a, אורך התיכון לצלע BC כאורך הקטע m וגודל הזווית שבין התיכון לצלע BC כגודל הזווית  $\beta$ .  
 שרטטו תחילה שרטוט מדגים.



שם המשימה החלופית באתר: "קטע אמצעים, תיכון וזווית"

## שיעור 3. קטע אמצעים בטרפז

**הגדרה:** קטע המחבר את אמצעי השוקיים של טרפז, נקרא **קטע אמצעים בטרפז**.  
גזרו טרפז. שרטטו את קטע האמצעים בטרפז.



קפלו את הטרפז לאורך קטע האמצעים שלו.  
מה קיבלתם?

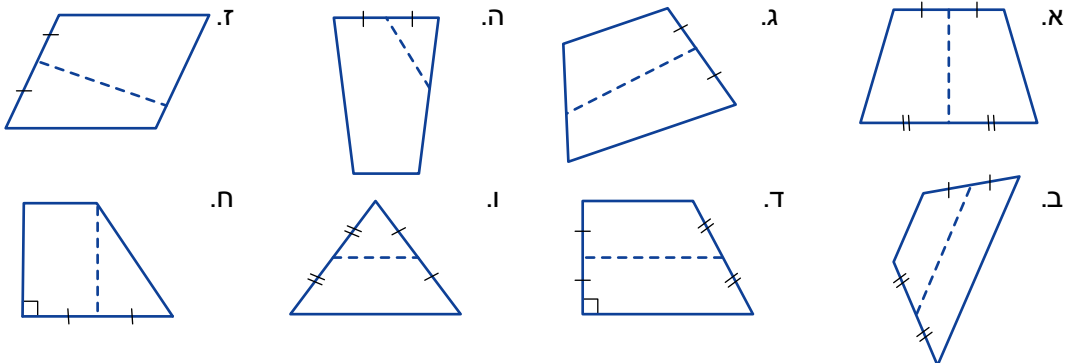
קפלו פנימה את קדקודי הטרפז כבתמונה:  
איזו צורה קיבלתם?

מהן התכונות של קטע אמצעים בטרפז?

**נכיר תכונות של קטע אמצעים בטרפז.**

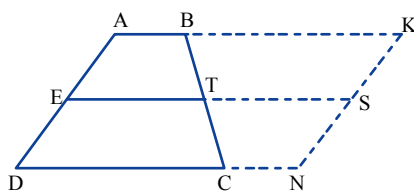
### תכונות קטע אמצעים בטרפז

**1.** באילו מהשרטוטים הקטע המקווקו הוא קטע אמצעים בטרפז?  
הסבירו מדוע בשרטוטים האחרים הקטע אינו קטע אמצעים בטרפז.





2. זהו בתמונה טרפזים ומצאו בהם קטעים אמצעיים.



3. הצמידו שני טרפזים חופפים עם קטע האמצעים שלהם כבשרטוט.

א. הוכיחו: המרובע AKND הוא מקבילית

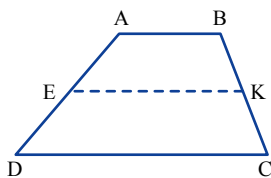
ב. הוכיחו: המרובעים AKSP ו-PSND הם מקביליות

ג. מסקנה: PT מקביל לבסיסי הטרפז. נמקו.

ד. הוכיחו:  $PT = \frac{AB+DC}{2}$



**קטע אמצעים בטרפז** מקביל לבסיסים ושווה באורכו למחצית סכום אורכי הבסיסים. טעם

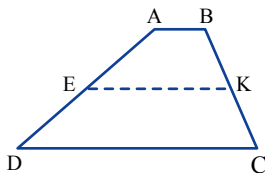


$$EK = \frac{AB+DC}{2}$$

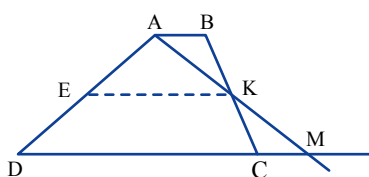
$$EK \parallel DC \parallel AB$$

4. נוכיח את המשפט של **קטע אמצעים בטרפז**, בדרך נוספת.

א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.



ב. **בניית עזר:** מחברים את AK וממשיכים אותו עד שיחתוך את המשך CD בנקודה M.



- הוכיחו:  $\triangle ABK \cong \triangle MCK$

- הקטע EK הוא קטע אמצעים ב-  $\triangle DAM$ . נמקו.

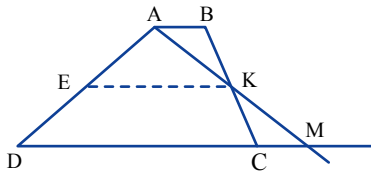
- הוכיחו: EK מקביל לבסיסי הטרפז ושווה באורכו

למחצית סכום אורכי הבסיסים.

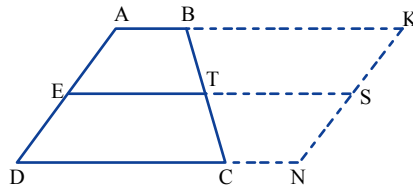


5. במהלך השיעור מצאנו תכונות של קטע אמצעים בטרפז בשלוש דרכים.

הפיכת טרפז למשולש  
(משימה 4)



הפיכת טרפז למקבילית  
(משימה 3)



הפיכת טרפז למלבן  
(משימת הפתיחה)

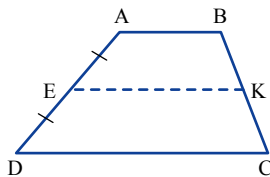


הראו כיצד אפשר להסיק באמצעות כל אחת מהדרכים האלה כי שטח הטרפז שווה למחצית מכפלת סכום אורכי הבסיסים באורך גובה הטרפז.

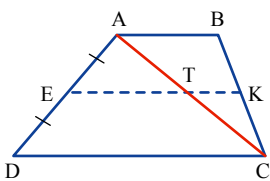
### תנאים מספיקים לזיהוי קטע אמצעים בטרפז



6. בטרפז ABCD הקטע EK חוצה את השוק AD ומקביל לבסיסים. האם EK הוא קטע אמצעים בטרפז?  
א. כתבו מה נתון ומה צריך להוכיח.



ב. היעזרו באלכסון AC ומצאו קטעי אמצעים במשולשים שנוצרו.



ג. היעזרו בסעיפים הקודמים והוכיחו כי EK הוא קטע אמצעים בטרפז.



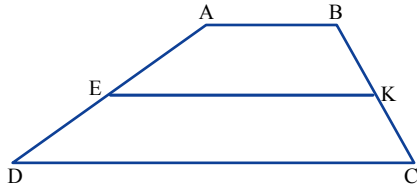
הוכחנו:

אם קטע חוצה אחת משוקי הטרפז ומקביל לבסיסים, אז הוא קטע אמצעים בטרפז.



7. לפניכם **משפט הפוך** למשפט על תכונות קטע אמצעים בטרפז.

אם קטע חותך את שתי שוקי הטרפז, מקביל לבסיסים ושווה באורכו למחצית סכום אורכי הבסיסים, אז הוא קטע אמצעים בטרפז.



$EK \parallel DC \parallel AB$  נתון

$$EK = \frac{AB + CD}{2}$$

**הוכחה:**

נוכיח את המשפט בדרך השלילה.

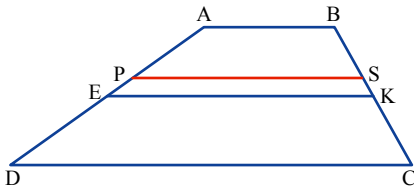
**נניח** כי  $EK$  אינו קטע אמצעים.

כלומר קיים קטע  $PS$  שונה מ- $EK$ , שהוא קטע אמצעים בטרפז, ואז המרובע  $PSKE$  הוא מקבילית. נמקו.

**הסבירו** מדוע לא ייתכן שהמרובע  $PSKE$  הוא מקבילית.

מכאן מסיקים כי **ההנחה** אינה נכונה, ולכן  $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$ .

רשמו את המסקנה בכתיב מתמטי.



**הגדרה:** קטע המחבר את אמצעי השוקיים של טרפז, נקרא **קטע אמצעים בטרפז**.

**תנאים מספיקים לזיהוי קטע אמצעים בטרפז**

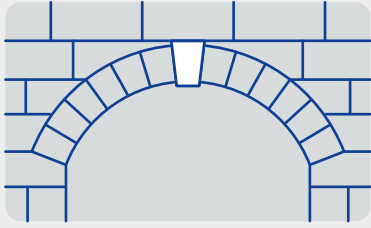
אם קטע החותך את שתי שוקי הטרפז, מקביל לבסיסים ושווה באורכו למחצית סכום אורכי הבסיסים, אז הוא **קטע אמצעים בטרפז**.

**תכונות קטע אמצעים בטרפז**

אם קטע הוא קטע אמצעים בטרפז, אז הוא **מקביל לבסיסים ושווה באורכו למחצית סכום אורכי הבסיסים**.

הפוכים זה לזה

אם קטע חוצה שוק אחת של הטרפז ומקביל לבסיסים, אז הוא **קטע אמצעים בטרפז**.



לפעמים כדי לבנות גשר, תקרה או פתח כניסה לאולם, בונים קשת מאבן. טכנולוגיית הבנייה של הקשת החלה בהודו לפני כ-5,000 שנים, אך שוכללה ופותחה לשימוש יעיל על-ידי הרומאים. הקשת הבסיסית מורכבת ממספר אי-זוגי של לבנים או של אבנים בצורת **טרפז**, שכל אחת מהן נשענת על שכנתיה.



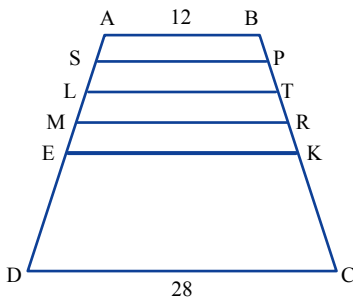
האבן העליונה מכונה "אבן ראשה", והיא סוגרת את הקשת ושומרת על יציבותה. כאשר כל הלבנים במקומן, הקשת נשארת יציבה והלבנים אינן נופלות. לאורך הקשת פועלים כוחות לחיצה בין דפנות הלבנים, ולא נוצרים מאמצי כפיפה העלולים לגרום לקריסת המבנה. בתמונה חזית **בית-הכנסת העתיק בברעם** - אחד מבתי הכנסת הרבים שנבנו בישובים היהודיים שהמשיכו להתקיים בגליל לאחר חורבן בית המקדש. שרידים של בתי-כנסת נמצאו גם בבית אלפא, בכורזים, בקצרין, בציפורי ועוד.



## אוסף משימות



השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, מידות האורך נתונות בס"מ.



1. **נכין**  $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$

$$AB = 12 \text{ ס"מ}$$

$$DC = 28 \text{ ס"מ}$$

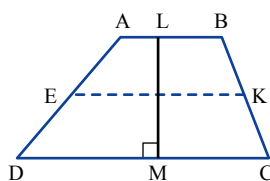
$$AS = SL = LM = ME$$

$$BP = PT = TR = RK$$

א. חשבו את אורך הקטע  $EK$  לפי הנתונים בשרטוט.

ב. חשבו את אורכי הקטעים  $SP$ ,  $LT$  ו- $MR$ .

הסבירו את דרך החישוב.



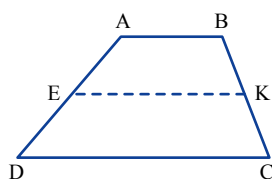
2. **נכין**  $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$

$$EK = 15 \text{ ס"מ}$$

$$ML = 10 \text{ ס"מ}$$

מהו שטח הטרפז? הסבירו את דרך החישוב.

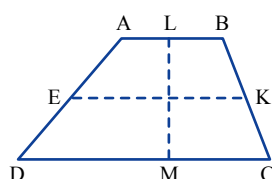
**תזכורת:** שטח הטרפז שווה למחצית המכפלה של סכום אורכי הבסיסים באורך הגובה.



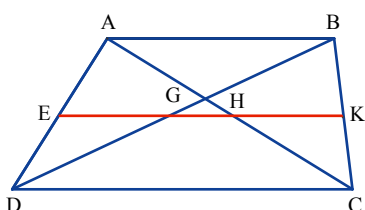
3. **נכון**  $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$  שרטטו והמשיכו את השוקיים, עד לנקודת החיתוך שלהן וסמנו אותה באת  $M$ .
- האם ייתכן ש- $EK$  הוא קטע אמצעים במשולש  $MDC$ ? הסבירו או הדגימו.
  - האם ייתכן ש- $AB$  הוא קטע אמצעים במשולש  $MDC$ ? הסבירו או הדגימו.
  - האם ייתכן ש- $AB$  הוא קטע אמצעים במשולש  $MEK$ ? הסבירו או הדגימו.



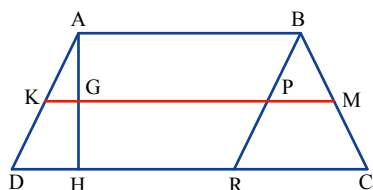
4. חברו אמצעי שתי צלעות נגדיות של מקבילית.
- האם הקטע מקביל לצלעות של המקבילית? **הוכיחו.**
  - האם אורך הקטע שווה למחצית סכום אורכי הצלעות האלה? **הוכיחו.**



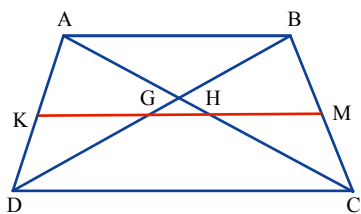
5. **נכון**  $ABCD$  טרפז
- $LM$  חותך את שני הבסיסים
- $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז
- לאילו צורות מחולק הטרפז? הסבירו.
  - האם  $EK$  חוצה את הקטע  $LM$ ? אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



6. **נכון**  $EK$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$
- $G$  ו- $H$  נקודות החיתוך של  $EK$  ואלכסוני הטרפז
- $AB = 4$  ס"מ
- $DC = 6$  ס"מ
- חשבו את אורכי הקטעים:  $EG, GK, HK, GH$



7. **נכון**  $KM$  קטע אמצעים בטרפז שווה-שוקיים  $ABCD$
- $AH \perp DC$
- $AD \parallel BR$
- $AB = 10$  ס"מ
- $DC = 16$  ס"מ
- הוכיחו:** קטע אמצעים בטרפז  $ABRH$
  - חשבו את אורכי הקטעים:  $GP, PM, KG$

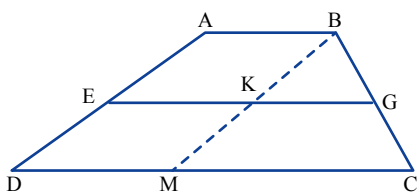


8. **נתון** טרפז שווה-שוקיים ABCD

KM הוא קטע אמצעים

G ו- H נקודות החיתוך של KM ואלכסוני הטרפז

**הוכיחו:**  $GH = \frac{DC - AB}{2}$



9. **נתון** אם קטע החותך שוקיים של טרפז,

מקביל לבסיסים ואורכו שווה למחצית אורכי הבסיסים,

אז הוא **קטע אמצעים בטרפז**.

(משפט הפוך למשפט קטע אמצעים בטרפז).

**הוכיחו** בדרך נוספת.

התבססו על **בניית עזר**: משרטטים דרך B מקביל ל- AD.



10. א. האם קטע האמצעים בטרפז מחלק את הטרפז לשני טרפזים דומים?  
 אם כן, הוכיחו. אם לא, הראו דוגמה נגדית או הסבירו.
- ב. M היא נקודת המפגש של אלכסוני הטרפז.  
 האם ייתכן שהנקודה M נמצאת על קטע האמצעים בטרפז? הסבירו.



## שיעור 4. אמצע לאמצע נחבר



מחברים לפי הסדר את אמצעי הצלעות של המרובעים הבאים:

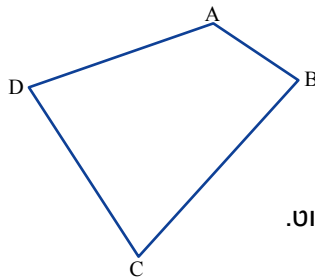


איזה מרובע מתקבל בכל מקרה?

נחקור איזה מרובע מתקבל אם מחברים אמצעי צלעות של מרובע אחר.



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "אמצע לאמצע נחבר". בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



2. א. שרטטו מרובע כלשהו. סמנו את האמצע של כל צלע. חברו את אמצעי הצלעות לפי הסדר. איזה מרובע קיבלתם? חזרו על הפעולה עם מרובע אחר. מה קיבלתם?
- ב. שרטטו אחד מאלכסוני המרובע המקורי. התבוננו במשולשים שנוצרו בשרטוט. **הוכיחו:** המרובע שנוצר מחיבור אמצעי הצלעות הוא מקבילית.
- ג. **מסקנה:** הקטעים המחברים את אמצעי הצלעות הנגדיות במרובע חוצים זה את זה. שרטטו ונמקו.



אם מחברים אמצעי צלעות של מרובע בזה אחר זה, מתקבלת מקבילית. 6000

3. א. שרטטו מרובע שאלכסוניו **מאונכים זה לזה**. חברו את אמצעי הצלעות לפי הסדר. איזה מרובע קיבלתם? הוכיחו.
- ב. שרטטו מרובע שאלכסוניו **שווים באורכם**. חברו את אמצעי הצלעות לפי הסדר. איזה מרובע קיבלתם? הוכיחו.
- ג. אילו תנאים צריכים לקיים אלכסוני מרובע, כדי שאם נחבר את אמצעי הצלעות שלו נקבל ריבוע? נמקו.

4. בכל סעיף קבעו איזה סוג מרובע יתקבל אם נחבר בזה אחר זה את אמצעי הצלעות ונמקו.

- א. מרובע כלשהו      ג. מקבילית      ה. מלבן      ז. טרפז  
 ב. דלתון      ד. מעוין      ו. ריבוע      ח. טרפז שווה-שוקיים



5. א. מחברים אמצעי צלעות של מרובע לפי הסדר ומקבלים **מלבן**.

קבעו אם הטענות הבאות נכונות, ונמקו.

- המרובע המקורי **חייב** להיות מעוין.
  - המרובע המקורי **יכול** להיות דלתון.
  - האלכסונים במרובע המקורי **חייבים** להיות מאונכים זה לזה.
- ב. מחברים את אמצעי הצלעות של מרובע לפי הסדר ומקבלים **מעוין**.
- קבעו אם הטענות הבאות נכונות, ונמקו.
- המרובע המקורי **חייב** להיות מלבן.
  - המרובע המקורי **יכול** להיות מלבן.
  - האלכסונים במרובע המקורי **חייבים** להיות שווים זה לזה באורכם.
- ג. מחברים את אמצעי הצלעות של מרובע לפי הסדר ומקבלים **ריבוע**.
- קבעו את הטענות הבאות נכונות, ונמקו.
- המרובע המקורי **חייב** להיות ריבוע.
  - המרובע המקורי **יכול** להיות ריבוע.
  - האלכסונים במרובע המקורי **חייבים** להיות מאונכים זה לזה ושווים באורכם.



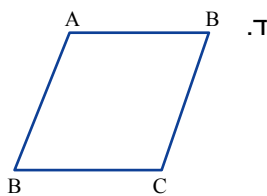
### אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. המשימות מסומנות ב-\*, מתחתן רשום שם המשימה החלופית באתר.

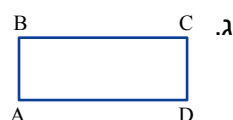
השרטוטים באוסף המשימות הם להדגמה, מידות האורך נתונות בס"מ.



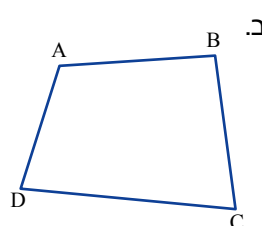
1. בכל סעיף העתיקו וחברו את אמצעי הצלעות של מרובע ABCD לפי הסדר. קבעו איזה מרובע התקבל, ונמקו.



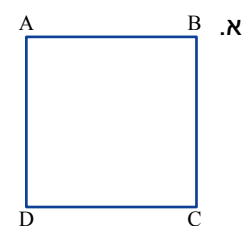
ABCD מעוין



ABCD מלבן



AC = BD



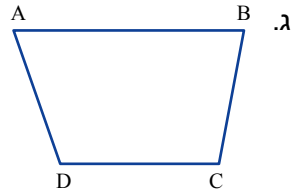
ABCD ריבוע



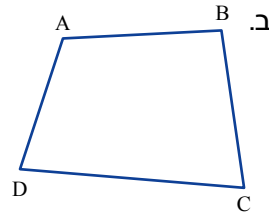
2. בכל סעיף חשבו את אורכי הצלעות של המרובע שקדקודיו אמצעי הצלעות של המרובע הנתון או הסבירו מדוע אי אפשר לחשב.



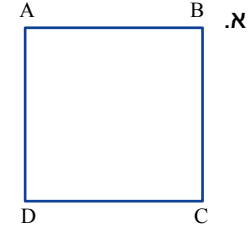
ABCD מלבן  
 $AC = 12$



ABCD טרפז  
 $AC = 6$



$AC = BD = 8$



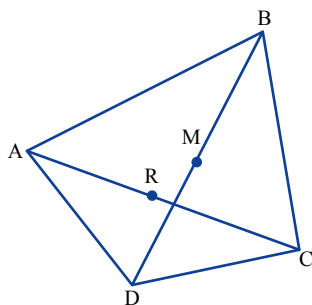
ABCD ריבוע  
 $BD = 10$




3. שרטטו טרפז שווה-שוקיים וחברו את אמצעי צלעותיו לפי הסדר. איזה מרובע יוצרים אמצעי הצלעות? הוכיחו.

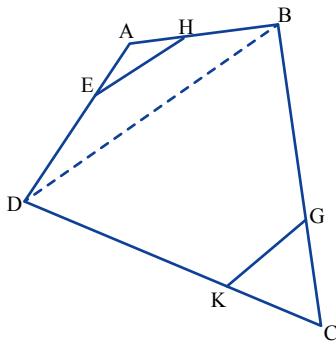


4. הוכיחו: בטרפז שווה-שוקיים קטע האמצעים והקטע המחבר את אמצעי הבסיסים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.



5.  מרובע ABCD נתון

M אמצע האלכסון BD  
R אמצע האלכסון AC  
שרטטו וסמנו את נקודת החיתוך של הקטעים המחברים את אמצעי הצלעות הנגדיות AB ו-CD בנקודה P.  
הוכיחו:  $PR = PM$



6\* **נ/נ/** מרובע ABCD

הנקודה E מחלקת את הצלע AD ביחס 1:2

$EH \parallel DB$

הנקודה K מחלקת את הצלע CD ביחס 1:2

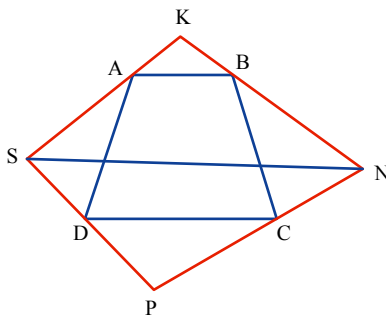
$KG \parallel DB$

א. מהו סוג המרובע EKGH? **הוכיחו.**

ב. אם ידוע שאלכסוני המרובע ABCD מאונכים זה לזה, מהו סוג המרובע EKGH? נמקו.

ג. אם ידוע שאלכסוני המרובע ABCD שווים באורכם, מהו סוג המרובע EKGH? נמקו.

שם המשימה החלופית באתר "היחס 1 ל-2"



7. **נ/נ/** טרפז ABCD חסום במרובע KNPS

$SN \parallel AB \parallel DC$

SN = 10 ס"מ

AB = 4 ס"מ

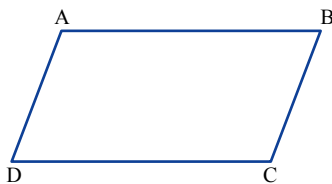
DC = 7.5 ס"מ

NB = 6 ס"מ

PC = 9 ס"מ

אם אפשר, חשבו את אורכי הקטעים: AS, CN, KB

אם אי אפשר לחשב, הסבירו.



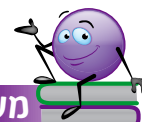
8\* נתונה מקבילית ABCD.

בנו מרובע שקדקודי המקבילית הזו הם אמצעי צלעותיו.

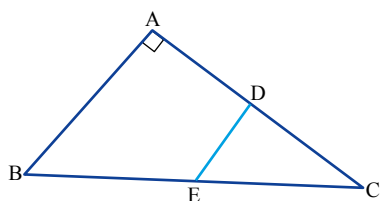
תארו את הבנייה.

**הוכיחו:** כל קדקודי המקבילית הם אמצעי צלעות המרובע שבניתם.

שם המשימה החלופית באתר: "ממקבילית למרובע של אמצעי צלעות"



## משימות נוספות



1. **נניח** DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC

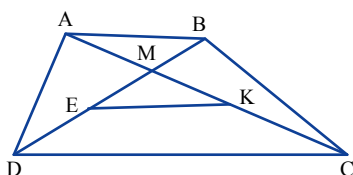
$$\sphericalangle A = 90^\circ$$

המשיכו את DE וצרו קטע EK השווה באורכו לקטע DE.  
חברו את K עם B ו-C.

**הוכיחו:**

א. המרובע KCDB הוא מקבילית.

ב. המרובע ADKB הוא מלבן.



2. **נניח** ABCD הוא טרפז

$$AB \parallel DC$$

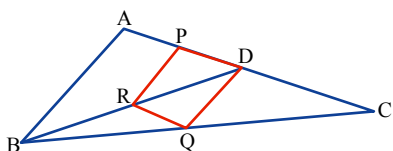
הנקודות E ו-K הן אמצעי הקטעים MD ו-MC

$$DC = 2 \cdot AB$$

א. **הוכיחו:** הנקודות M ו-E מחלקות את האלכסון BD לשלושה חלקים שווים באורכם.

ב. **נניח**  $EK = a$

בטאו באמצעות a את אורך קטע האמצעים של הטרפז.



3. **נניח** BD הוא תיכון ב- $\triangle ABC$

R אמצע התיכון

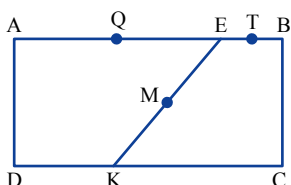
P אמצע AD

Q אמצע BC

א. **הוכיחו:** המרובע PDQR הוא מקבילית.

ב. מהו סוג המרובע PDQR אם זווית A תהיה זווית ישרה? נמקו.

ג. איזה תנאי צריך לקיים  $\triangle ABC$  כדי שמרובע PDQR יהיה מעוין? נמקו.



4. **נניח** ABCD הוא מלבן

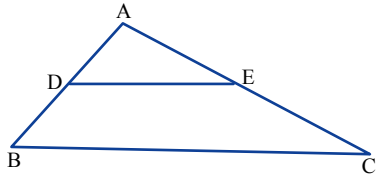
EK עובר דרך M - נקודת המפגש של אלכסוני המלבן

Q אמצע AE

T אמצע EB

צרו את משולש QMT.

מצאו פי כמה גדול שטח המלבן ABCD משטח  $\triangle QMT$ .

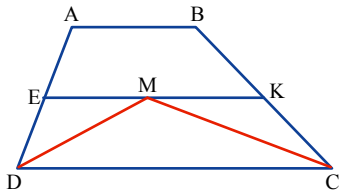


5. **נ/נ** DE קטע אמצעים במשולש ABC שטח משולש ABC שווה 24 סמ"ר  
 $BC = 6$  ס"מ

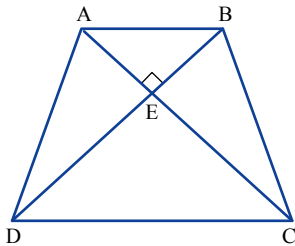
א. חשבו את שטח משולש ADE.  
 ב. האם אפשר לוותר על אחד הנתונים? אם כן, על איזה נתון? הסבירו.

6. **נ/נ** ABCD מקבילית

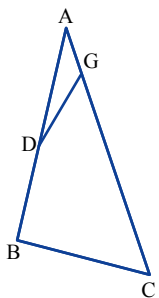
הנקודות M ו-L הם אמצעי הצלעות AD ו-BC בהתאמה.  
**הוכיחו:** הקטעים BM ו-DL מחלקים את האלכסון AC לשלושה חלקים שווים באורכם.



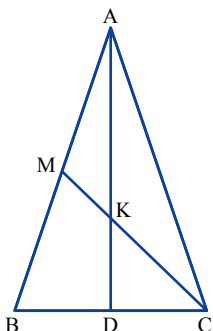
7. **נ/נ** EK הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD  
 DM ו-CM חוצים את הזוויות ליד הבסיס הגדול  
 DM ו-CM נפגשים על קטע האמצעים  
 $EK = 10$  ס"מ  
 חשבו את היקף הטרפז.



8. האלכסונים של טרפז שווה-שוקיים מאונכים זה לזה.  
 אורך קטע האמצעים שווה 8 ס"מ.  
 א. חשבו את אורך גובה הטרפז.  
 ב. חשבו את שטח הטרפז.



9. **נ/נ** הנקודה D היא אמצע AB  
 הנקודה G נמצאת על הצלע AC כך ש- $\angle C = \angle DGC$   
**הוכיחו:**  $DG = \frac{1}{2} \cdot C$



10. **נ/נ** ABC הוא משולש שווה-שוקיים ( $AB = AC$ )  
 AD הוא גובה לבסיס  
 CM הוא תיכון לשוק  
 K נקודת החיתוך של הגובה AD והתיכון CM  
**הוכיחו:**  $KD = \frac{1}{2} \cdot AD$   
**(רמז:** שרטטו אנך מ-M ל-BC.)