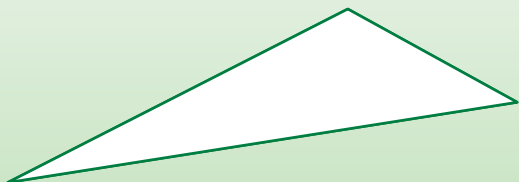


יחידה 7: תיכון, גובה וחוצה זווית במשולש

שיעור 1. תיכון במשולש



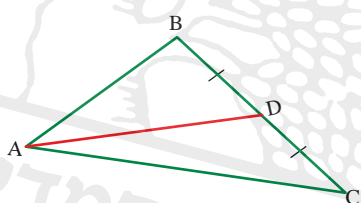
בשרטוט משולש שונה-צלעות. הציעו דרך לחלק את המשולש לשני משולשים ששטחם שווה.



נכיר תיכון במשולש.



קטע המחבר קדקוד של משולש עם אמצע הצלע שמולו, נקרא **תיכון** במשולש.

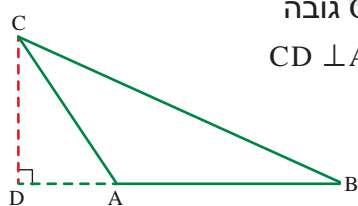


במשולש $\triangle ABC$,
AD הוא **תיכון** לצלע BC.
הנקודה D מחלקת את הצלע BC
לשני קטעים שווים $BD = DC$.

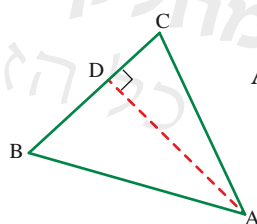
תזכורת

אנך מקדקוד משולש לצלע שממול (או להמשכה) נקרא **גובה** במשולש.

במשולש:

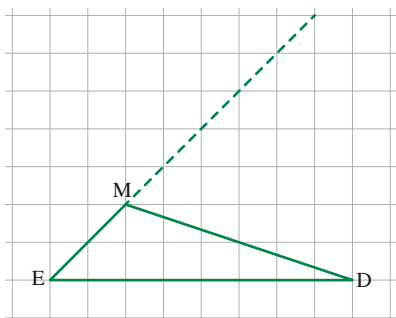


CD גובה
 $CD \perp AB$

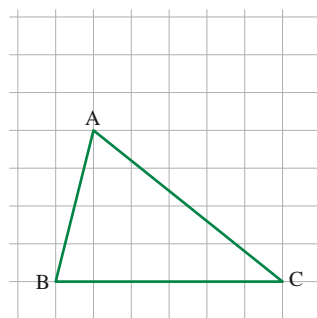


AD גובה:
 $AD \perp BC$

ב. שרטטו גובה לצלע EM ותיכון לצלע EM.



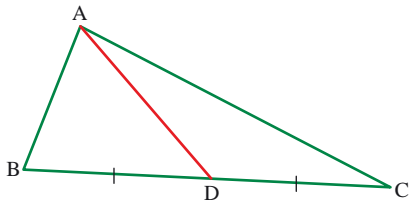
1. א. שרטטו גובה לצלע BC ותיכון לצלע BC.





2. נתון: AD תיכון לצלע BC במשולש ΔABC .

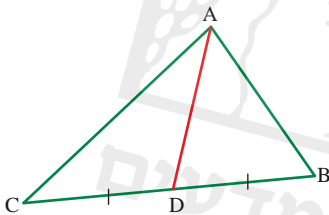
- א. האם משולש ΔABD חופף למשולש ΔACD ? הסבירו.
- ב. שרטטו גובה מהקדקוד A לצלע BC.
- מדוע שטח ΔABD שווה לשטח ΔACD ?
- ג. בדקו את הצעתכם במשימת הפתיחה.



ראינו כי תיכון במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווים-שטח.

3. AD תיכון לצלע BC במשולש ΔABC .

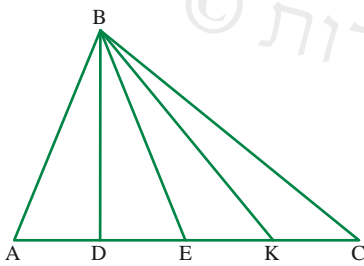
- שטח משולש ΔACD הוא 6 סמ"ר.
- מהו שטח משולש ΔABC ?



4. נתון: $AD = DE = EK = KC$

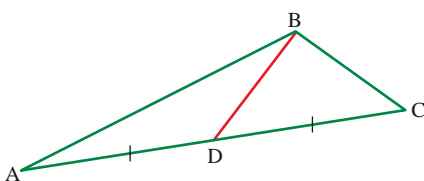
- א. באילו משולשים BE הוא תיכון?
- ב. באיזה משולש BK הוא תיכון?
- ג. שטח ΔABC הוא 24 סמ"ר.

מצאו את השטח של כל אחד מהמשולשים הבאים:
 ΔDBC ΔEBK ΔEBC



5. הקטע BD הוא תיכון במשולש ΔABC .

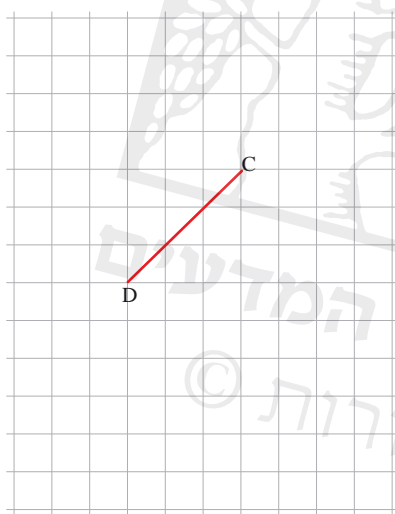
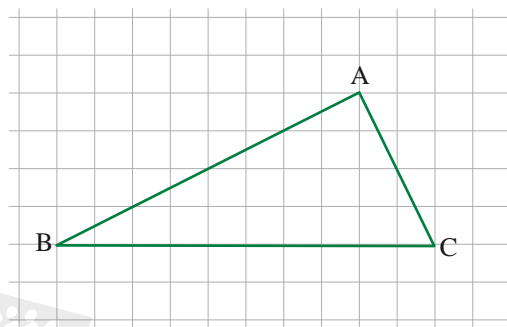
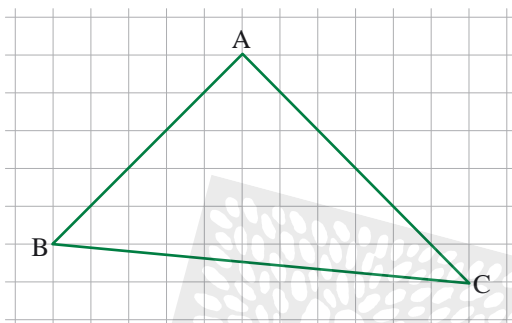
- היקף משולש ΔBCD הוא 15 ס"מ.
- היקף משולש ΔABD הוא 18 ס"מ.
- בכמה ארוכה הצלע AB מהצלע BC? הסבירו.





1. א. שרטטו תיכון לצלע AB.
 שרטטו גובה לצלע BC.

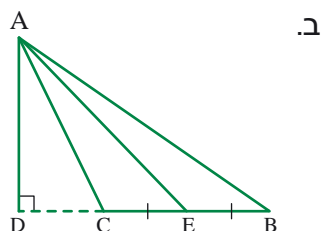
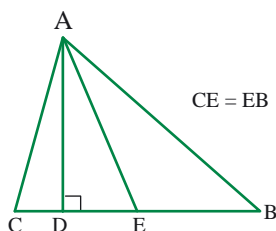
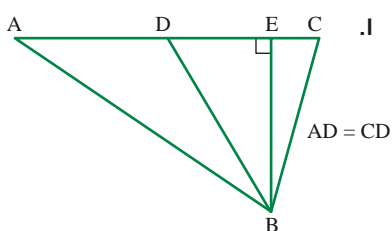
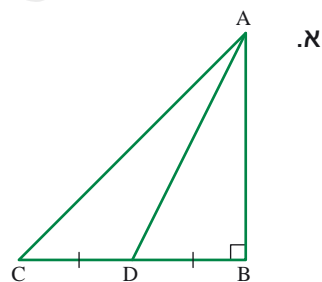
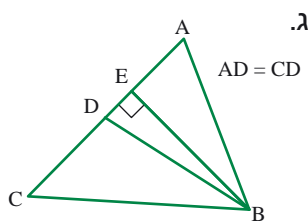
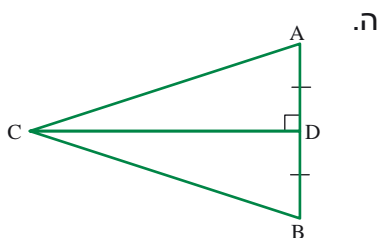
- ב. שרטטו תיכון לצלע AC.
 שרטטו את חוצה הזווית A.

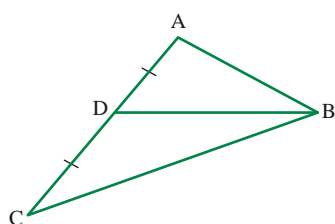


2. א. שרטטו משולש שבו C קדקוד של המשולש
 - CD תיכון במשולש.
 (קדקודי המשולש על קדקודי המשבצות).
 ב. שרטטו משולש נוסף שבו C קדקוד של המשולש
 - CD תיכון במשולש.

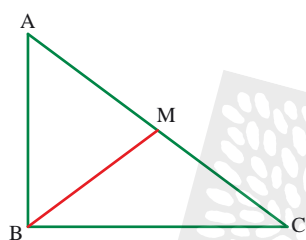


3. בכל סעיף, רשמו מיהו התיכון ומיהו הגובה.

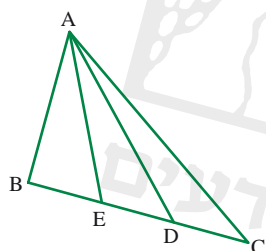




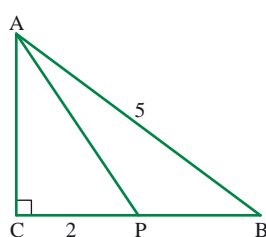
4. נתון: הקטע BD הוא תיכון במשולש $\triangle ABC$.
 היקף משולש $\triangle ABD$ הוא 16 ס"מ.
 היקף משולש $\triangle CBD$ הוא 20 ס"מ.
 אורך הצלע AB הוא 4 ס"מ.
 מצאו את אורך CB. הסבירו.



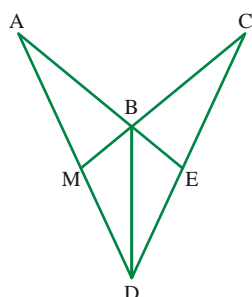
5. נתון: BM תיכון לצלע AC במשולש $\triangle ABC$.
 א. האם $\triangle ABM \cong \triangle CBM$? הסבירו.
 ב. שטח $\triangle BMC$ הוא 4 סמ"ר.
 מה שטח $\triangle AMB$? הסבירו.



6. נתון: AD תיכון במשולש $\triangle AEC$.
 AE תיכון במשולש $\triangle ABD$.
 שטח $\triangle ABC$ שווה ל- 12 סמ"ר.
 מצאו את השטחים הבאים:
 א. שטח $\triangle ADC$ ב. שטח $\triangle ABE$ ג. שטח $\triangle AEC$



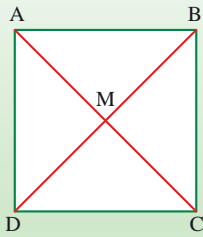
7. נתון: הקטע AP הוא תיכון במשולש ישר-הזווית $\triangle ACB$.
 שטח $\triangle ACB$ הוא 6 סמ"ר.
 אורך CP הוא 2 ס"מ.
 (השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).
 א. מה השטח של $\triangle APC$? הסבירו.
 ב. חשבו את אורך AC.
 ג. חשבו את היקף המשולש $\triangle ACB$.



8. נתון: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$.
 הנקודה M היא אמצע הצלע AD ו-E אמצע הצלע CD.
 א. מצאו ארבעה משולשים שווים בשטחם. הסבירו.
 ב. בשרטוט שני זוגות נוספים של משולשים חופפים.
 עבור כל זוג רשמו את החפיפה, ואת משפט החפיפה המתאים.



שיעור 2. תיכון במשולש שווה-שוקיים



ABCD הוא ריבוע (מרובע משוכלל).

הקטעים הצבועים באדום הם אלכסוני הריבוע.

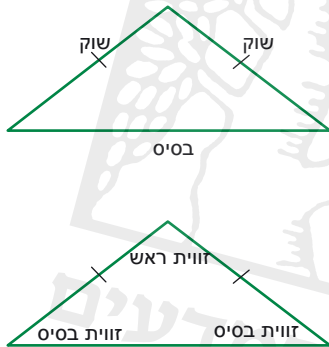
כמה משולשים שווים-שוקיים יש בשרטוט?

כמה משולשים שווים-שוקיים שונים זה מזה יש בשרטוט?

ניזכר בתכונות של משולש שווה-שוקיים, ונלמד תכונות נוספות.



תזכורת



- משולש בעל שתי צלעות שוות נקרא **משולש שווה-שוקיים**.
- הצלעות השוות נקראות **שוקיים**.
- הצלע השלישית נקראת **בסיס**.
- שתי הזוויות שליד הבסיס נקראות **זוויות-בסיס**.
- הזווית שבין השוקיים נקראת **זווית-הראש**.



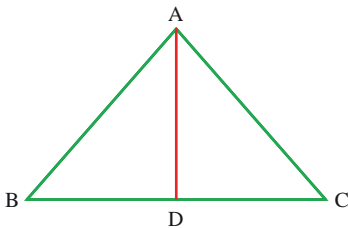
1. נתון: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים $AC = AB$.

AD חוצה זווית הראש.

א. סמנו את הנתונים בשרטוט.

ב. לפי איזה משפט חפיפה מתקיים: $\triangle BAD \cong \triangle CAD$?

ג. מדוע $\angle B = \angle C$?



הוכחנו כי:

זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו בגודלן.



2. א. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים היא זווית קהה? הסבירו.
 ב. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים היא זווית ישרה? הסבירו.
 ג. האם ייתכן שזווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים היא זווית חדה? הסבירו.

3. הסבירו את הטענות הבאות:

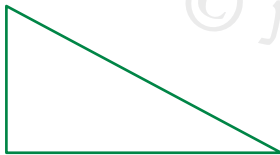
- א. אם במשולש שווה-שוקיים **זווית הראש** בת 60° , אז כל זוויות המשולש שוות בגודלן.
 ב. אם במשולש שווה-שוקיים **זווית בסיס** היא בת 60° , אז כל זוויות המשולש שוות בגודלן.



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "שיקוף של משולש". בפעילות תשקפו משולש באחת מצלעותיו, ותבדקו איזה סוג של משולש יוצר עם שיקופו משולש שווה-שוקיים. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

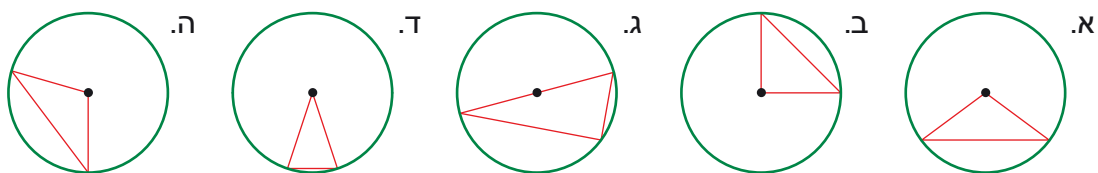


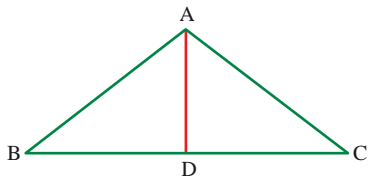
5. גזרו שני משולשים חופפים, שהם ישרי-זווית שוני צלעות. (כמו בשרטוט).
 א. הצמידו זוג צלעות של שני המשולשים כך שיתקבל משולש שווה-שוקיים.
 איזו צלע הצמדתם? שרטטו את המשולש שהתקבל.
 ב. האם ניתן להצמיד זוג אחר של צלעות ולקבל משולשים שוני-שוקיים?
 אם כן, הצמידו ושרטטו את המשולש שהתקבל. אם לא, הסבירו.
 ג. אילו מצולעים מתקבלים כשמצמידים את היתר של שני המשולשים? הצמידו ושרטטו.



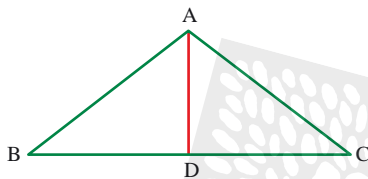
6. **תזכורת:** קטע המחבר נקודה במעגל עם מרכז המעגל נקרא **רדיוס**.

כל הרדיוסים באותו מעגל שווים באורכם זה לזה.
 זהו מעגלים שבהם המשולשים שוני-שוקיים. נמקו.

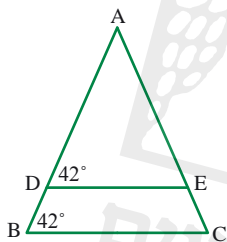




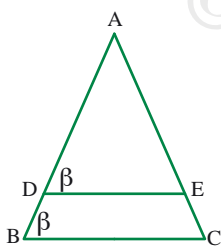
1. א. נתון: $AC = AB$.
 AD תיכון במשולש.
 סמנו את הנתונים בשרטוט.
 האם אפשר להסיק ש: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$? נמקו.



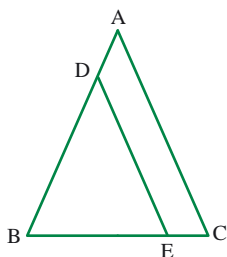
- ב. נתון: $AC = AB$.
 AD גובה במשולש.
 סמנו את הנתונים בשרטוט.
 האם אפשר להסיק ש: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$? נמקו.



2. נתון: $AD = AE$.
 א. חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle ADE$.
 ב. חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle ABC$.



3. נתון: $AB = AC$
 $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC = \beta$
 א. בטאו את זוויות $\triangle ABC$ באמצעות β .
 ב. בטאו את זוויות $\triangle ADE$ באמצעות β .



4. נתון: $AB = AC$
 $AC \parallel DE$
 $\sphericalangle A = 50^\circ$
 חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle BDE$.
 (רשמו את מהלך החישוב.)

שיעור 3. חוצה זווית במשולש שווה-שוקיים

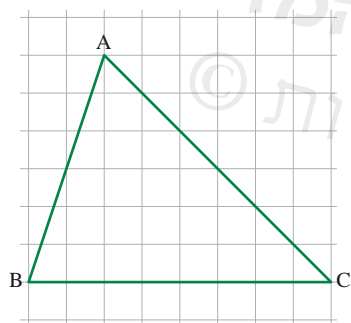


נתון משולש שווה-שוקיים $\triangle ABC$ שבו $AB = AC$.
 הנקודה D נמצאת על הבסיס BC.
 בשני המשולשים שנוצרו, יש שלושה גדלים שווים. רשמו אותם.
 האם אפשר להסיק ש: $\triangle BAD \cong \triangle CAD$? הסבירו.

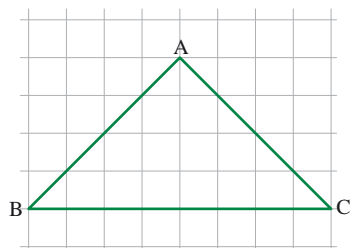
נוכיח תכונות נוספות במשולש שווה-שוקיים.



- באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "חוצה-זווית, גובה ותיכון במשולש". בפעילות תבדקו את מיקומם של הקטעים האלה במשולשים שונים. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



- א. שרטטו את הגובה לצלע BC, את חוצה הזווית A, ואת התיכון לצלע BC. (היעזרו במד-זווית). מי משלושת הקטעים הוא הקצר ביותר? הסבירו.



- משולש $\triangle ABC$ שווה-שוקיים. שרטטו: גובה לבסיס, חוצה זווית ראש, והתיכון לבסיס. כמה קטעים שונים קיבלתם?



3. א. נחזור למשימת הפתיחה.

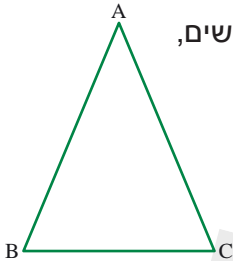
שערו: היכן צריכה להיות הנקודה D על הבסיס BC, כך שיתקיים $\triangle ABD \cong \triangle ACD$?

ב. **עמית** אמר: הנקודה D צריכה להיות באמצע BC (תיכון לבסיס BC).

סמנו את הנקודה D לפי הצעתו של **עמית**, סמנו נתונים שווים בשני המשולשים, וציינו משפט חפיפה מתאים.

ג. הסבירו מדוע AD חוצה את זווית הראש.

ד. הסבירו מדוע AD הוא גובה לבסיס BC.

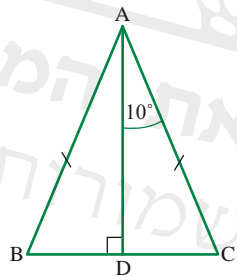


הוכחנו כי במשולש שווה-שוקיים, התיכון לבסיס, הגובה לבסיס, וחוצה-זווית הראש **מתלכדים** (הם אותו קטע).

4. בכל סעיף, היעזרו בנתונים בשרטוט.

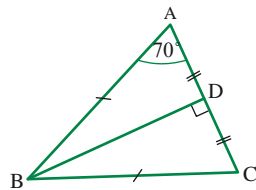
א. מה גודלה של $\angle BAD$? נמקו.

חשבו את הגדלים של זוויות $\triangle ABC$.



ב. מה גודלה של $\angle ABD$? נמקו.

חשבו את הגדלים של זוויות $\triangle ABC$.



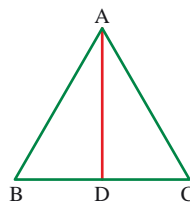
5. בכל סעיף, סמנו את הנתונים בשרטוט.

קבעו אם ניתן להסיק את המסקנה, והסבירו.

א. **נתון:** $AB = AC$

$AD \perp BC$

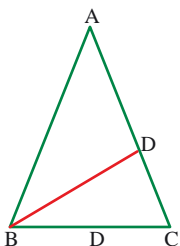
מסקנה: $BD = CD$



ב. **נתון:** $AB = AC$

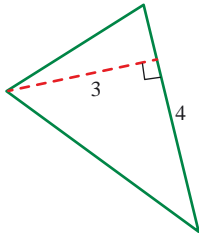
BD חוצה זווית B

מסקנה: $DC = AD$





תזכורת



שטח משולש הוא מחצית מכפלת אורך צלע באורך הגובה לצלע זאת.

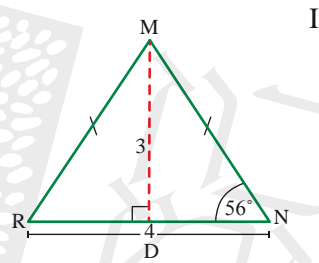
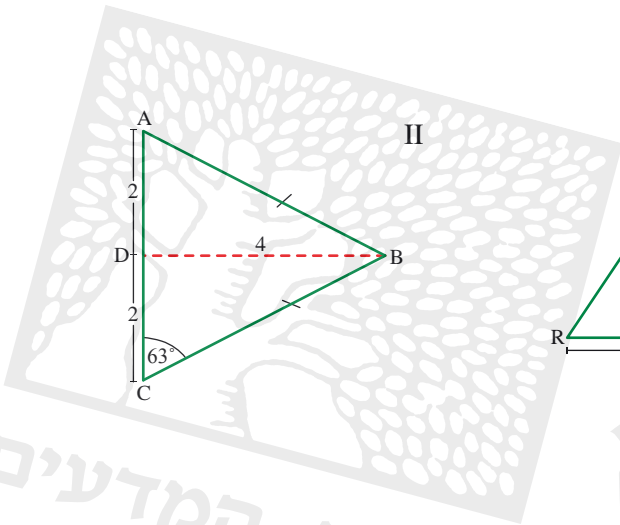
$$\frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ סמ"ר} = \text{שטח המשולש בשרטוט הוא}$$

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

6. בכל סעיף, היעזרו בנתונים בשרטוט. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. קשמו גדלים נוספים של זוויות.

ב. קשבו את שטח של כל המשולש.



אוסף משימות



1. בכל סעיף, סמנו את הנתונים בשרטוט. קבעו אם אפשר להסיק את המסקנה, והסבירו.

א. נתון: $AB = AC$

ב. נתון: $AB = AC$

ג. נתון: $AB = AC$

AD חוצה זווית A.

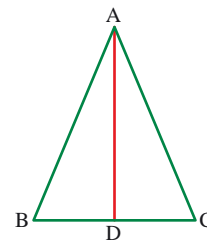
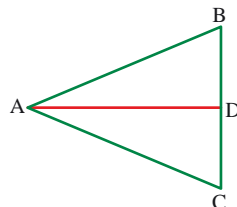
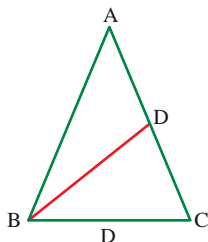
AD גובה לבסיס BC.

BD תיכון לצלע BC.

מסקנה: $BD = CD$

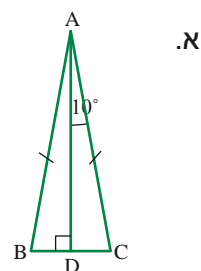
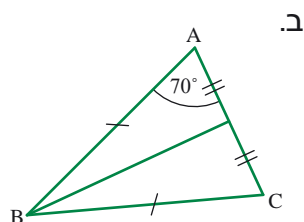
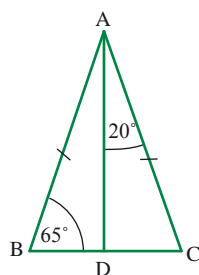
מסקנה: $BD \perp AC$

מסקנה: $BD = CD$





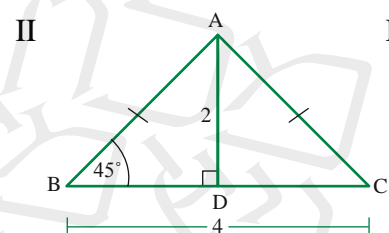
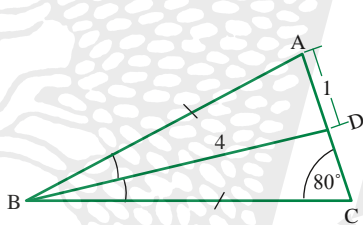
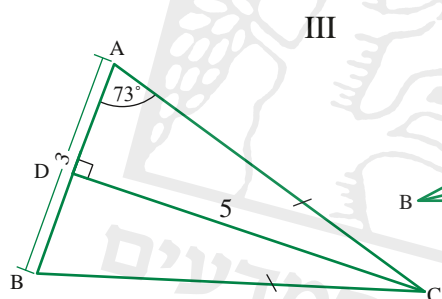
2. השלימו גדלים של זוויות בשרטוט.



3. בכל סעיף, היעזרו בנתונים בשרטוט. (השרטוטים הם להדגמה, מידות האורך נתונות בס"מ.)

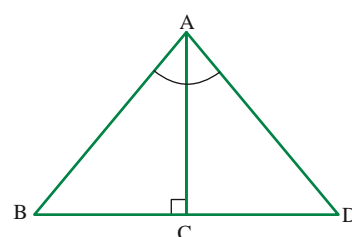
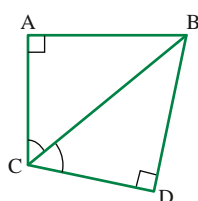
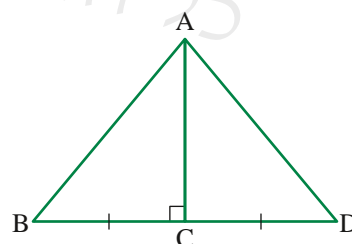
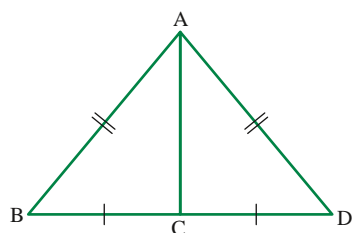
א. רשמו בשרטוט, גדלים של זוויות נוספות.

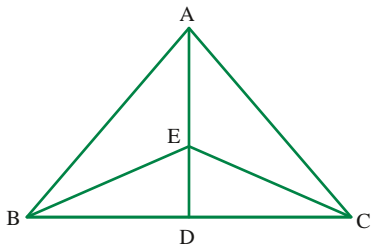
ב. חשבו את שטח המשולש.



4. בכל סעיף, מצאו זוג משולשים חופפים.

רשמו את החפיפה לפי התאמת קדקודים, ונמקו באמצעות משפט חפיפה.

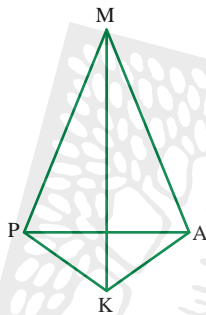




5. נתון: $AC = AB$

AD חוצה את BAC

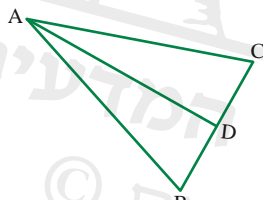
- סמנו את הנתונים בשרטוט.
- על-סמך איזה משפט $\triangle ABE \cong \triangle ACE$?
- מדוע $\triangle BEC$ הוא משולש שווה-שוקיים?



6. נתון: משולש PMA הוא משולש שווה-שוקיים ($MP = MA$).

MK חוצה את PMA

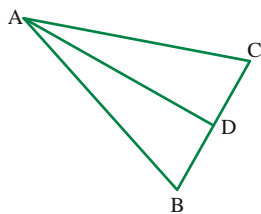
- סמנו את הנתונים בשרטוט.
- על-סמך איזה משפט $\triangle PMK \cong \triangle AMK$?
- מדוע $\triangle PKA$ הוא משולש שווה-שוקיים?



7. נתון: $AD \perp BC$

AD חוצה את A

- סמנו את הנתונים בשרטוט.
- על-סמך איזה משפט $\triangle BAD \cong \triangle CAD$?
- האם משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים? נמקו.



8. נתון: $AD \perp BC$

AD תיכון לצלע BC .

- סמנו את הנתונים בשרטוט.
- על-סמך איזה משפט $\triangle BAD \cong \triangle CAD$?
- האם משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים? נמקו.

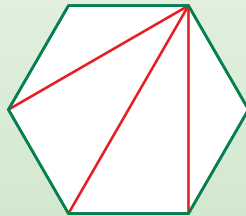


שיעור 4. משולש שווה-צלעות

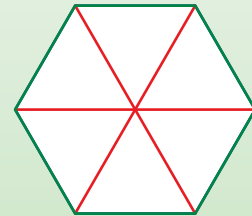


גודל כל זווית במשושה המשוכלל 120° .

בכל אחד משני המשושים המשוכללים שורטטו שלושה אלכסונים.
חשבו את הגדלים של הזוויות במשולשים שנוצרו.



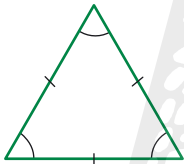
ב.



א.

נקיר תכונות של משולש שווה-צלעות.

1. בשיעורים קודמים ראינו כי במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות בגודלן.
מדוע במשולש שבו כל הצלעות שוות, גם כל הזוויות שוות בגודלן?

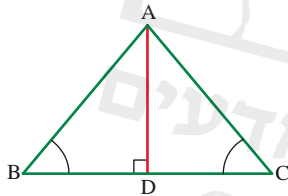


2. א. קשמו את הנתונים המסומנים בשרטוט בכתיב מתמטי.

ב. סמנו בשרטוט זוגות נוספים של זוויות שוות, ונמקו.

ג. כיצד אפשר להסיק ש: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$? נמקו.

ד. כיצד אפשר להסיק שמשולש $\triangle ABC$ הוא שווה-שוקיים?

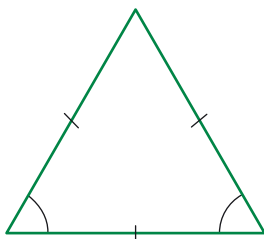


תזכורת

משולש שכל צלעותיו שוות באורכן נקרא **משולש שווה-צלעות**.

3. א. מדוע משולש שכל זוויותיו שוות בגודלן, הוא משולש שווה-צלעות?

ב. חזרו למשימת הפתיחה, ובדקו בכל שרטוט אילו סוגי משולשים נוצרו.



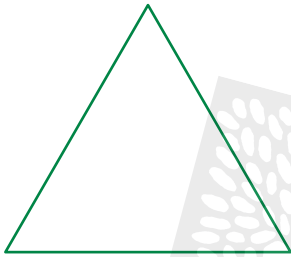
4. בדקו אם הטענות הבאות נכונות, והסבירו.

- א. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הראש בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ב. אם במשולש שווה-שוקיים זווית הבסיס בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ג. אם במשולש אחת הזוויות בת 60° , אז המשולש שווה-צלעות.
- ד. אם במשולש יש שתי זוויות בנות 60° , אז המשולש שווה-צלעות.



5. בשרטוט משולש שווה-צלעות.

- שרטטו את כל חוצי הזוויות, הגבהים, וכל התיכונים.
- כמה קטעים שרטטתם? הסבירו.

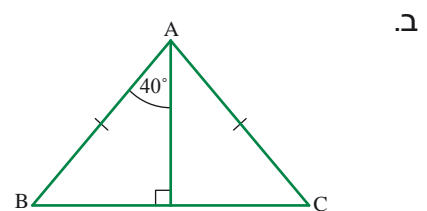
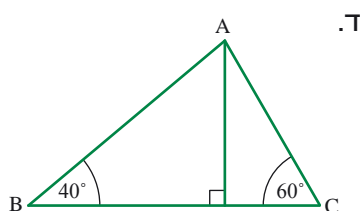
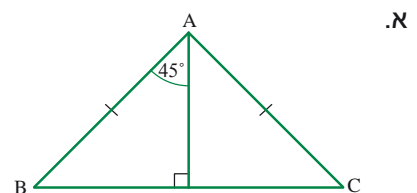
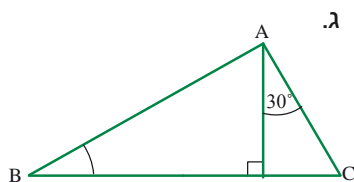


6. בדקו אם הטענות הבאות נכונות. הסבירו או שרטטו דוגמה.

- א. כל משולש שווה-צלעות הוא משולש שווה-שוקיים.
- ב. משולש שווה-שוקיים יכול להיות ישר-זווית.
- ג. משולש שווה-צלעות יכול להיות ישר-זווית.
- ד. כל משולש שווה-שוקיים הוא משולש שווה-צלעות.
- ה. כל משולש שווה-צלעות הוא משולש חד-זווית.



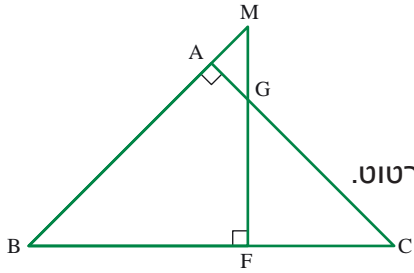
7. בכל סעיף, השלימו גדלים של זוויות נוספות על-סמך הנתונים שבשרטוט, וקבעו מהו סוג במשולש $\triangle ABC$.



8. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AB=AC$).

$\sphericalangle BAC = 90^\circ$

$\sphericalangle MFB = 90^\circ$



- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
 ב. מצאו בשרטוט שלושה משולשים שווי-שוקיים נוספים.



אוסף משימות

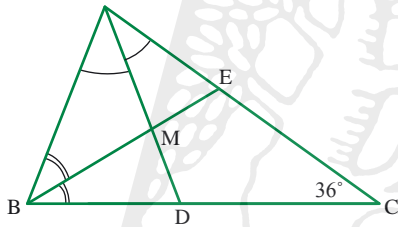


1. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים ($AC = BC$).

$\sphericalangle A$ חוצה את AD

$\sphericalangle B$ חוצה את BE

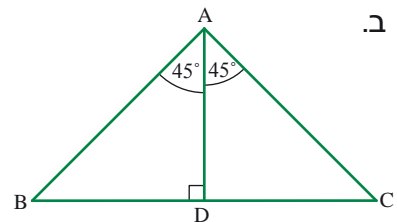
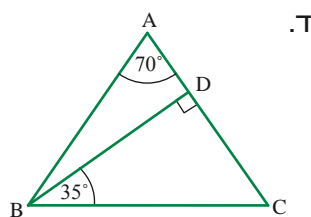
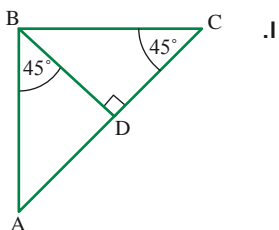
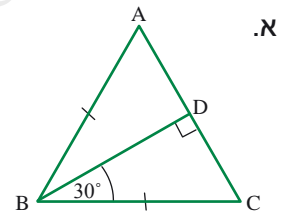
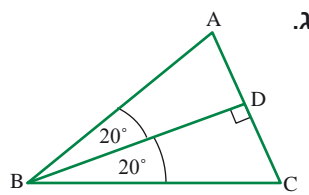
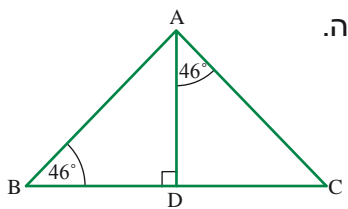
$\sphericalangle C = 36^\circ$

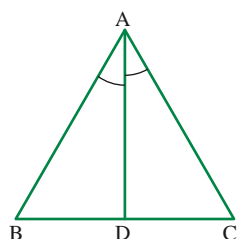


- א. חשבו את הגדלים של הזוויות בשרטוט.
 ב. כמה משולשים שווי-שוקיים נוספים יש בשרטוט? רשמו אותם.
 ג. מצאו זוגות של משולשים חופפים ורשמו אותם.



2. בכל סעיף, השלימו את הגדלים של הזוויות על-סמך הנתונים בשרטוט, וקבעו מהו סוג $\triangle ABC$.





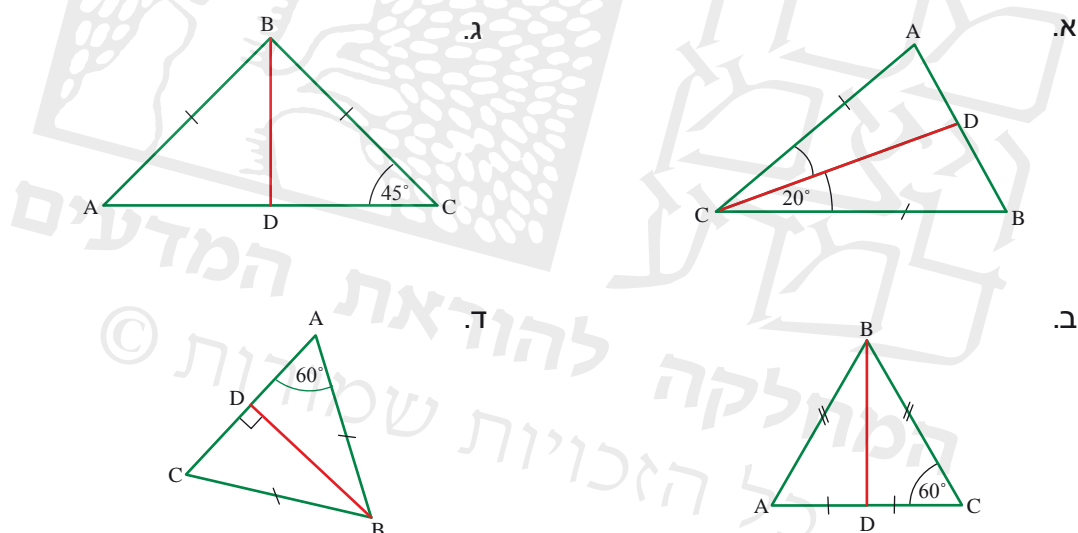
3. נתון: $\triangle ABC$ שווה-צלעות. AD חוצה את זווית BAC.
מדוע BD שווה למחצית AB?



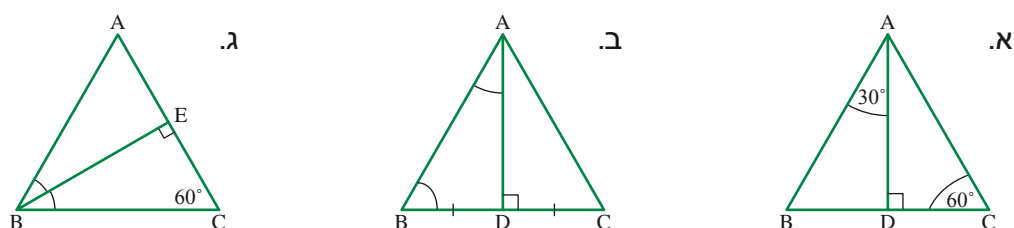
4. האם הטענות הבאות נכונות? אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
א. כל המשולשים שווי-השוקיים חופפים זה לזה.
ב. כל המשולשים שווי-הצלעות חופפים זה לזה.

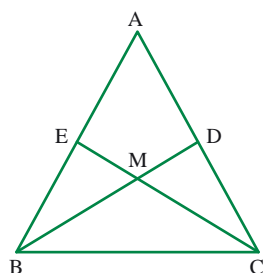


5. בכל סעיף, השלימו גדלים של זוויות נוספות על-סמך הנתונים שבשרטוט, וקבעו מהו סוג המשולש $\triangle ABC$. הסבירו.



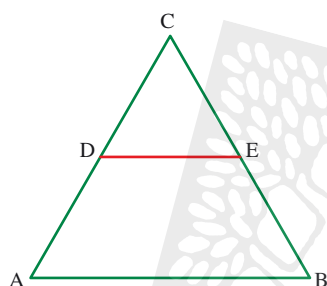
6. בכל סעיף, בדקו אם אפשר לקבוע על-סמך הנתונים, כי $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות, ואם אפשר לקבוע, על-סמך הנתונים כי $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים שאינו שווה-צלעות.





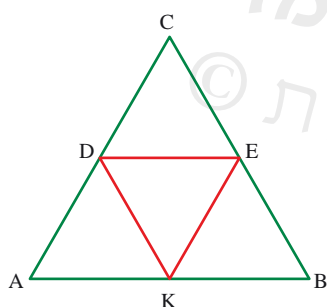
7. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות.
DB ו-EC הם חוצי-זוויות במשולש.

- מצאו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle BMC$.
- מהו סוג המשולש $\triangle BMC$? נמקו.



8. נתון: $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-צלעות.

- הנקודה D היא אמצע הצלע AC, סמנו בשרטוט.
- הנקודה E היא אמצע הצלע CB, סמנו בשרטוט.
- רשמו בשרטוט את גודלה של $\angle A$.
- הסבירו מדוע $\triangle CDE$ הוא משולש שווה-שוקיים?
- חשבו את הגדלים של הזוויות במשולש $\triangle CDE$.
- הסבירו מדוע $\triangle CDE$ שווה-צלעות?



9. משולש ABC שווה-צלעות.

- רשמו בשרטוט את הגדלים של הזוויות ב- $\triangle ABC$.
- הנקודות D, E, K הן אמצעי הצלעות של המשולש ABC.
 - חשבו את הגדלים של כל הזוויות, ורשמו אותם בשרטוט.
 - האם כל ארבעת המשולשים שנוצרו הם שווה-צלעות? הסבירו.
 - האם כל ארבעת המשולשים שנוצרו הם חופפים? הסבירו.

