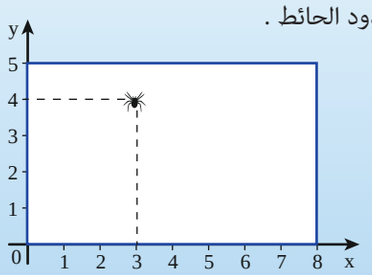
الوحدة الأولى: القانونيّة بتمثيلات مختلفة

الدّرس الأوّل: هيئة محاور

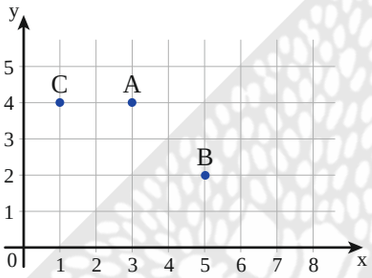
كان ريني ديكارت ريّاضيًّا وفيلسوفًا، وقد عاش في القرن السّابع عشر.
يروى أنّه عندما كان مريضًا ومستلقيًا في فراشه، رأى عنكبوتًا يتحرّك على حائط الغرفة.
أثار فيه المنظر السّؤال: كيف يستطيع أن يصف حركة العنكبوت على مستوى(سطح) حائط الغرفة؟
بسبب ذلك، خطرت في ذهنه فكرة هيئة المحاور. وهذا يعني وصف النّقطة الّتي يقع عليها العنكبوت في كلّ لحظة، اعتمادًا على أبعاد النّقطة من كِلا خطيِ حدود الحائط . (محور x ومحور y).



اِقترحوا طريقةً لتسجيل مكان العنكبوت.

سنتعلّم كيفيّة استخدام هيئة المحاور.

1. **أمامكم** هيئة المحاور.



أ. ماذا تمثّل النّقطة A ، والّتي إحداثيّاها (3, 4) في المهمّة الّتي وردت في افتتاحيّة الدّرس؟

ب. هل إحداثيّا النّقطة B هما (2, 5) ، أم (5, 2)؟

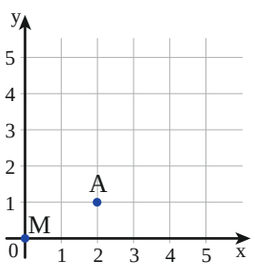
ت. ما هما إحداثيّا النّقطة C؟

ث. أيّ نقطة أقرب إلى A: أهي B أم C؟

ج. أين تقع النّقطة الّتي إحداثيّاها هما (0, 0)؟

في هيئة المحاور، المحوران **متعامدان**. المحور **الأفقيّ** x والمحور **العموديّ** y.
نقطة تقاطع المحورين نسمّيها **"نقطة الأصل"**، إحداثيّاها هما (0, 0) .
نسجّل إحداثيي كلّ نقطة في هيئة المحاور كزوج مرتّب (x, y)،
نسجّل الإحداثيّ x على اليسار، ونسجّل الإحداثيّ y على اليمين.

مثال:



أشرنا في هيئة المحاور إلى نقطتين:

- النّقطة M هي نقطة الأصل، واحداثيّاها هما: (0, 0).
- مثّلنا النّقطة A بواسطة الزّوج المرتّب (1 ,2)، نقرأ: اثنين، واحدًا.
  الإحداثيّ x للنّقطة A هو 2، والإحداثيّ y للنّقطة A هو 1.

2. أُرسموا هيئة محاور على ورقة مقسّمة إلى تربيعات. عيِّنوا 5 إشارات تقسيم على كلّ محور.

أ. عيِّنوا في هيئة المحاور ثلاث نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ x لكلّ منها 3. أُكتبوا إحداثيّات النّقاط الّتي عيَّنتموها.

ب. عيِّنوا في هيئة المحاور ثلاث نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ y لكلّ منها 4. أُكتبوا إحداثيّات النّقاط الّتي عيَّنتموها.

ت. هل توجد نقطة مناسبة للبندين "أ" وَ "ب"؟ ما هما إحداثيّاها؟

ث. عيِّنوا في هيئة المحاور ثلاث نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ x لكلّ منها 0. أين تقع هذه النّقاط؟

ج. عيِّنوا في هيئة المحاور ثلاث نقاط، بحيث يكون الإحداثيّ y لكلّ منها 0. أين تقع هذه النّقاط؟

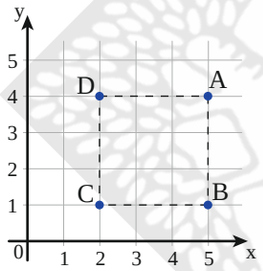
كان ريني ديكارت (Rene Descartes) فيلسوفًا ورياضيًّا فرنسيًّا، وقد عاش، قبل حوالي 400 سنة (1596 — 1650)، قضى معظمها في هولندا. إضافةً إلى عمله في مجال الفلسفة (هو صاحب المقولة المشهورة "أنا أفكر إذًا معناه أنا موجود")، كان ديكارت من مؤسّسي عدّة مجالات في الرّياضيّات:

- أسّس مجالاً جديدًا يبحث العلاقة بين الأشكال الهندسيّة وتعابير جبريّة ورسوم بيانيّة مناسبة (الهندسة التّحليليّة).
- ساهم في تطوير طرق ومصطلحات رياضيّة لتمثيل ظواهر فيزيائية، بواسطة تعابير ورسوم بيانيّة (حِساب التّفاضل والتّكامل).
- حدَّد طرق ترميز جبريّة مقبولة إلى يومنا هذا، مثلاً: التّرميز بواسطة الحروف x, y وَ z وكتابة القوى.

3. أ. رُسم المربع ABCD في هيئة المحاور.

مُعطى إحداثيّات الرّأسين A وَ C: A(5, 4) C(2, 1).

ما هي إحداثيّات الرّأسين B وَD؟



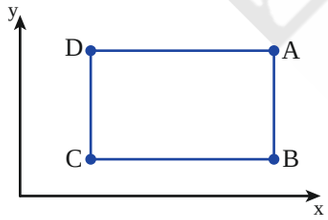
ب. رُسم مستطيل في هيئة المحاور، أضلاعه متوازية مع المحاور.

مُعطى إحداثيّات رأسين: A(7, 4) C(2, 1)

ما هي إحداثيّات الرّأسين B وَ D؟

ضعوا ورقة شفّافة على الرّسمة، ثمّ أُرسموا قطرَيِ المستطيل.

خمِّنوا إحداثيي نقطة التقاء قطرَيِ المستطيل.



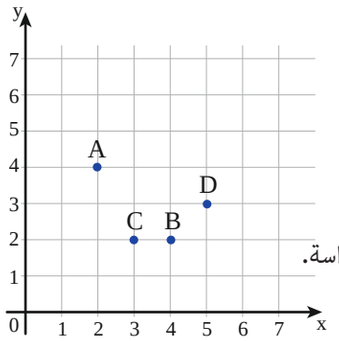
ت. في المستطيل ABCD ، الأضلاع متوازية مع المحاور.

إحداثيّا أحد الرؤوس هما:D(3, 7)، وإحداثيّا نقطة التقاء القطرين هما: M(5, 6).

أُرسموا المستطيل في هيئة المحاور (على ورقة مقسّمة إلى تربيعات). ومن ثمّ أُكتبوا إحداثيّات جميع الرّؤوس.

جِدُوا أطوال أضلاع المستطيل (عُدّوا تربيعات).

4. طلبت وحدة الحراسة في معسكر كشّافة مساعدة من وحدة الإسعاف الأوّليّ.
وقد ذَكر الحرّاس أنّهم موجودون في النّقطة (2, 4)، اُنظرُوا الرّسمة.



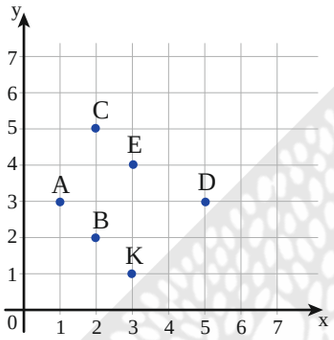
أ. في أيّ نقطة: (A, B, C أم D) تقع وحدة الحراسة؟

ب. يستطيع المسؤُول عن وحدة الإسعاف أنْ يرسل مساعدة من النقطتين
(3, 2) وَ (3, 5). جِدُوا الحرفين المناسبين لهاتين النّقطتين.

ت. أراد المسؤُول عن وحدة الإسعاف أنْ يرسل مساعدة من أقرب نقطة إلى وحدة الحراسة.
من أيّ نقطة عليه أن يرسل المساعدة؟

مجموعة مهامّ

1. أ. سجِّلُوا إحداثيّات النّقاط المعطاة في هيئة المحاور.

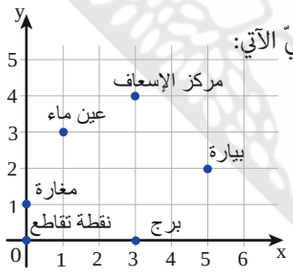


مثال: A(1, 3)

ب. أيّ نقاط يوجد لها نفس الإحداثيّ x؟ أيّ نقاط يوجد لها نفس الإحداثيّ y؟

ت. تمعَّنُوا في الرّسمة، هل يوجد نقطة فيها الإحداثيّ x هو 0؟
هل يوجد نقطة فيها الإحداثيّ y هو 0؟

2. تجوّل أحد المرشدين في معسكر الكشّافة، وقد سجّل الأماكن الّتي وجدها في الرّسم التّخطيطيّ الآتي:



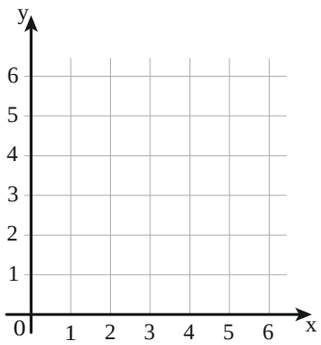
أ. اُكتُبوا أزواجًا مرتّبة للأماكن المشار إليها.

ب. ما هما إحداثيّا المكان الأقرب إلى نقطة التّقاطع؟

ت. ما هما إحداثيّا المكان الأبعد عن نقطة التّقاطع؟

3. أ. أمامكم هيئة محاور، انسخوها وعيِّنُوا فيها النّقاط الآتية:

A(4, 3) B(3, 4) C(5, 2) D(1, 3)



ب. اُرسموا قطعة بين النّقطتين B وَ C. أيّ نقطة تقع على القطعة BC؟

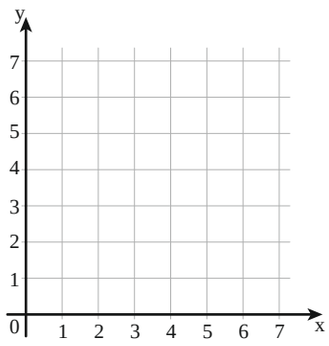
4. أ. أمامكم هيئة محاور، انسخوها وعيِّنوا فيها النّقاط الآتية:

A(2, 1) B(7, 1) C(7, 7) D(2, 7)

ب. صِلُوا بين A وَ B، بين B وَ C، بين C وَ D، بين D وَ A.
ما هو الشّكل الرّباعيّ الّذي حصلتم عليه؟

ت. ما هو محيط الشّكل الرّباعيّ؟

ث. ما هي مساحة الشّكل الرّباعيّ؟



5. أمامكم مستطيل في هيئة محاور.

أ. اُكتبوا إحداثيّات رؤُوس المستطيل.

ب. أمامكم إحداثيّات نقاط:

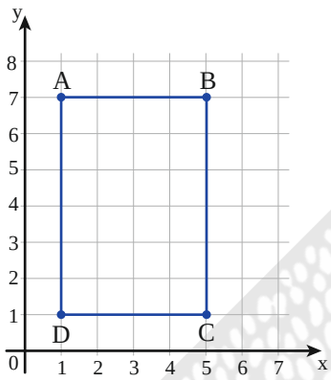
K(1, 8) P(3, 6) T(2, 6) E(4, 4)

M(6, 1) G(7, 3) F(3, 7) R(1, 4)

حدِّدُوا لكلّ نقطة ما إذا كانت داخل المستطيل، أم خارجه، أم على أضلاع المستطيل.

ت. ما هي مساحة المستطيل؟ ما هو محيطه؟

ث. جِدُوا نقطة التقاء القطرين. اِشرحُوا، كيف وجدتم نقطة الالتقاء؟



6. أ. أُرسُموا هيئة محاور وعيِّنُوا فيها النّقطتين A وَ B، بحيث يكون الإحداثيّ y لكلّ منها 5.

ب. عيِّنُوا في هيئة المحاور النّقطة K، بحيث يكون الإحداثيّ x فيها مساويًا للإحداثيّ x للنّقطة A.

ت. أُرسُموا قطعة بين A وَ B، بين A وَ K.
عيِّنُوا نقطة P ، بحيث يكون ABPK مستطيلاً. ما هما إحداثيّا النّقطة P؟

ث. جِدُوا محيط ومساحة المستطيل ABPK.

ج. جِدُوا نقطة التقاء القطرين.
جِدُوا علاقة بين إحداثيّات رؤُوس المستطيل ونقطة التقاء القطرين.

7. رُسم في هيئة المحاور مستطيل، أضلاعه متوازية مع المحاور.
أحد الرّؤُوس هو النّقطة (5, 6). يلتقي القطرين في النّقطة (13, 20).

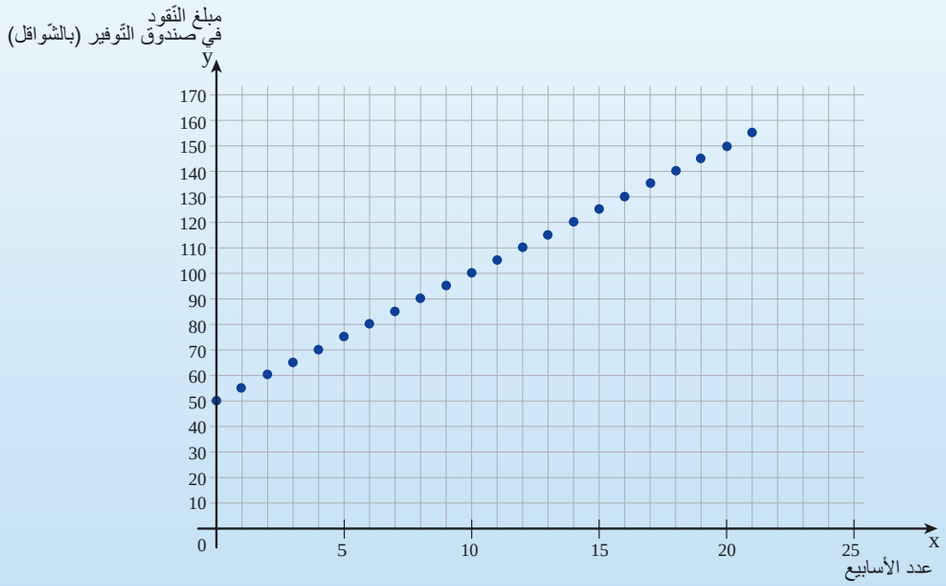
أ. جِدُوا رؤُوس المستطيل دون أنْ ترسموا بدقّة.

ب. جِدُوا محيط ومساحة المستطيل.

الدّرس الثّاني: الاِنتقال بين التّمثيلات

جداول، رسوم بيانيّة، قصص وتعابير جبريّة

في نهاية كلّ أسبوع، حصل **يوسف** على مصروف أسبوعيّ من والديه.
أمامكم هيئة محاور تصف مبلغ النّقود في صندوق توفير **يوسف**، في نهاية كلّ أسبوع.
هذا الوصف نسمِّيه **"رسمًا بيانيًّا"**.
(يستمرّ الرّسم البياني بهذا الشّكل لمدّة 52 أسبوعًا.)



صفُوا بالكلمات التّغيُّر في مبلغ النّقود في صندوق توفير يوسف.

نبحث تغيُّرات وقانونيّة في الرّسم البيانيّ، ونعرض المعطيات بتمثيلات أخرى.

1. أ. صفُوا بالكلمات مبلغ النّقود في صندوق توفير يوسف في بداية السّنة، وكيف يتغيَّر المبلغ في كلّ أسبوع؟

ب. كم شاقلاً يوجد في صندوق توفير يوسف في نهاية 3 أسابيع، وفي نهاية 22 أسبوعًا؟
كيف يمكن أنْ نعرف مبلغ النّقود في صندوق توفير يوسف في نهاية الأسبوع الـ 25؟

ت. في أيّ أسبوع كان مع يوسف 85 شاقلاً؟ في أيّ أسبوع كان مع يوسف 150 شاقلاً؟

ث. قال **أمين**: في بداية السّنة، كان مع يوسف 50 شاقلاً، وفي نهاية كلّ أسبوع، أودع يوسف5 شواقل في صندوق التّوفير.
حضِّرُوا جدولاً وعبّئوه بحسب وصف أمين.

عدد الأسابيع	0	1	2	3	10	14	20	40	52
مبلغ النّقود في الصّندوق (بالشّواقل)		55							

ج. x يمثِّل عدد الأسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح).
أُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا مناسبًا لِحساب مبلغ النقود في صندوق توفير يوسف.

2. أ. تمعَّنُوا في النّقطةالمشار إليها على محور y، في الرّسم البياني الّذي وَرَدَ في افتتاحيّة الدّرس.

- أيّ قسم من القصّة يتطرّق إلى هذه النّقطة؟
- كيف نرى هذه النّقطة في التّعبير الجبريّ 5x + 50 ؟
- هل تظهر هذه النّقطة في الجدول الّذي وَرَدَ في مهمّة 1؟ اشرحُوا.

ب. x يمثّل عدد الأسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح)، يصف التّعبير5x + 50 مبلغ النّقود في صندوق توفير يوسف.

- ما معنى العدد 5 في التّعبير الجبريّ؟
- أين "يختبئ" العدد 5 في الجدول؟
- أين "يختبئ" العدد 5 في الرّسم البيانيّ؟

ت. أمامكم معلومات من جدول يوسف.

عدد الأسابيع (x)	14
مبلغ النّقود في الصّندوق (بالشّواقل) (y)	120

- كيف يمكن أنْ نجد هذه المعلومات في الرّسم البيانيّ؟
- كيف يمكن أنْ نجد هذه المعلومات في التّعبير الجبريّ؟

3. اُذكُروا حسنات وسيّئات التّمثيلات المختلفة: رسم بيانيّ، جدول، تعبير جبريّ ووصف كلاميّ.

رأينا طرقًا مختلفة لوصف قصّة رياضيّة: بالكلمات، بجدول أعداد، برسم بيانيّ وبتعبير جبريّ.

- نرى في الجدول حالات خاصّة، بمساعدتها يمكن أنْ نكتشف القانونيّة.
- نحصل في الرّسم البيانيّ على صورة عامّة، يمكن أنْ نرى الحالات الخاصّة ويمكن أن نكتشف القانونيّة.
- يساعد التّعبير الجبريّ على إيجاد كلّ حالة خاصّة.

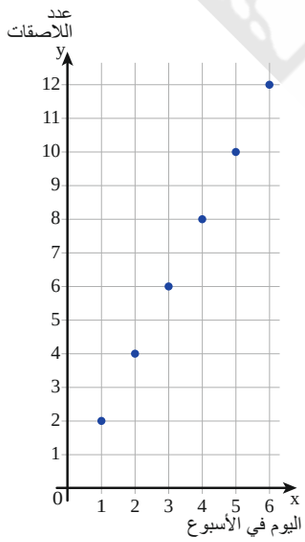
مثال: رأينا في **مصروف يوسف** علاقات بين تمثيلات مختلفة لنفس القصّة.

4. في كلّ يوم، يوزّع معلّم **ضياء** عددًا معيّنًا من اللّاصقات.
يجمع ضياء اللّاصقات ويلصقها في دفتره.
أمامكم هيئة محاور تصف عدد اللّاصقات في دفتر ضياء، في نهاية كلّ يوم.

أ. كم لاصقة أضاف ضياء إلى دفتره في كلّ يوم؟

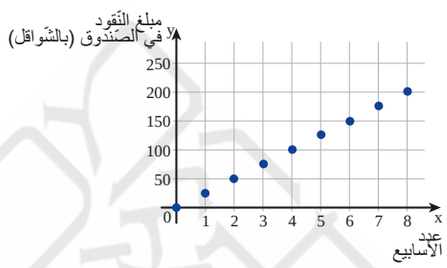
ب. حضِّروا جدولاً لعدد اللّاصقات في كلّ يوم خلال الأسبوع (ستّة أيّام تعليميّة).

ت. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا مناسبًا.

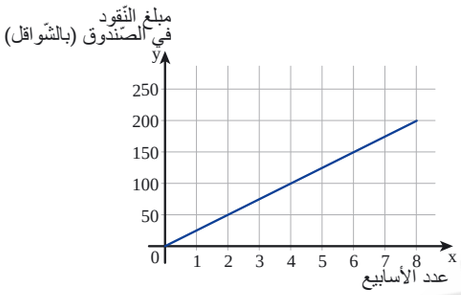


5. يحصل التّوأم **عناية وداود** على مصروف من والديهما. يحصل اثناهما (كلاهما) على نفس المبلغ في كلّ أسبوع.
رسم كلّ واحد منهما رسمًا بيانيًّا مناسبًا للمبلغ الّذي حصل عليه خلال 8 أسابيع.

رسم بيانيّ **لعناية**



رسم بيانيّ **لداود**



أ. بماذا تختلف رسمتَيْ عناية وداود؟

ب. في أيّ رسم بيانيّ يوجد معنًى لكلّ نقطة؟

ت. في أيّ رسم بيانيّ عُيِّنَت نقاط لا يوجد لها معنًى؟ أعطُوا أمثلة.

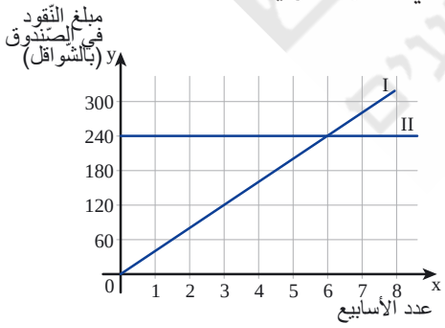
ث. ماذا يصف التّعبير 25x؟ لماذا لا يوجد معنًى لتعويض أعداد ليست أعدادًا طبيعيّة في التّعبير؟

ج. ما هي حسنات وسيّئات كلّ رسم بيانيّ؟

- أحيانًا، نرسم خطًّا يربط بين نقاط لا يوجد لجميعها معنًى على الخطّ البيانيّ.
بمساعدة خطّ بياني متواصل، من الأسهل أن نرى توجّه الخطّ البيانيّ.

مثال: في الخطّ البيانيّ التّابع لداود (في المهمّة 5)، لا يوجد معنًى للنّقطة الّتي فيها $x = 2.5$، لأنّه يحصل على المصروف في **نهاية** كلّ أسبوع. تُبرز رسمة داود توجّه ازدياد مبلغ النّقود في صندوق التّوفير.

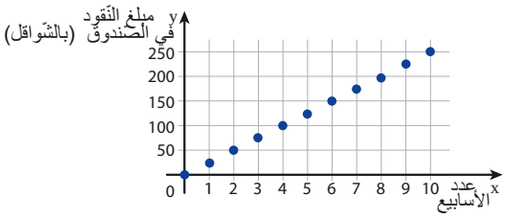
- من الأسهل، بشكل خاصّ، أنْ نربط بخطّ بين النّقاط، عندما تكون عدّة خطوط بيانيّة في نفس هيئة المحاور.



مثال: في الرّسمة، الخطّ البيانيّ I يصف مبلغ النّقود في صندوق يوسف، أمّا الخطّ البيانيّ II يصف مبلغ النّقود في صندوق سهاد.
مِنَ السّهل أنْ نرى في الرّسمة، التقاء الخطّ البيانيّ I والخطّ البيانيّ II في النّقطة (6, 240) الّتي معناها: في الأسبوع السّادس، كان مع يوسف وسهاد نفس المبلغ في الصّندوق (240 شاقلاً).

مجموعة مهامّ

1. يصف الرّسم البيانيّ التّابع **لعناية** مبلغ النّقود في صندوق توفيرها، في نهاية كلّ أسبوع.



أ. ما هو مبلغ النّقود الّذي كان مع **عناية** في نهاية الأسبوع الثّاني؟

ب. ما هو مبلغ النّقود في نهاية الأسبوع الرّابع؟

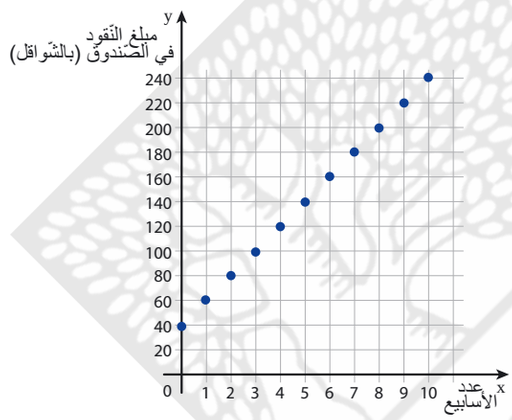
ت. ما هو مبلغ النّقود في نهاية الأسبوع الثّامن؟

ث. هل كانت نقود في صندوق توفير عناية في بداية السّنة؟
كيف عرفتم؟

ج. x يصف عدد الأسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح).
أمامكم تعابير جبريّة. أيّ تعبير يصف مبلغ النّقود في صندوق التّوفير؟

50x 25x 50+25x

2. أمامكم رسم بيانيّ يصف مبلغ النّقود في صندوق توفير **دلال** في نهاية كلّ أسبوع.



أ. قصُّوا قصّة عن مصروف دلال.
هل كان معها نقود قبل أن تحصل على المصروف؟ كم؟ ما هو المبلغ الّذي حصلت عليه في كلّ أسبوع؟

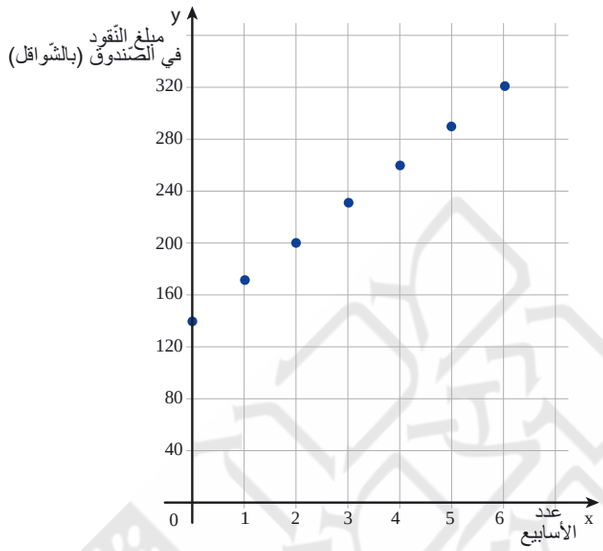
ب. ما هو مبلغ النّقود الّذي كان في صندوق دلال، بعد مرور 3 أسابيع؟
ما هو مبلغ النّقود الّذي كان في صندوق دلال، بعد مرور 8 أسابيع؟ اِشرحُوا، كيف وجدتموه؟

ت. اكتبوا تعبيراً جبريًّا لمبلغ النقود في صندوق دلال، بعد مرور x أسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح).

ث. تحصل **دعاء** - صديقة دلال - على نفس المصروف في كلّ أسبوع.
لم يكن نقود في صندوق دعاء قبل أنْ تبدأ في الحصول على المصروف.
اُكتُبوا تعبيراً جبريًّا لمبلغ النّقود في صندوق دعاء، بعد مرور x أسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح).

اِنسخُوا هيئة المحاور والخطّ البيانيّ المعطى، وارسُموا فيه الخطّ البيانيّ الّذي يصف مبلغ النّقود في صندوق دعاء.
أكانَ في أسبوع معيّن نفس مبلغ النّقود مع دعاء ودلال؟
إذا كانت الإجابة (نعم)، فما هو المبلغ، وفي أيّ أسبوع؟ إذا كانت الإجابة (كلّا)، اشرحُوا كيف عرفتم ذلك؟

3. أمامكم رسم بياني يصف مبلغ النّقود في صندوق توفير **جمال** في نهاية كلّ أسبوع.



أ. قصُّوا قصّة عن صندوق توفير جمال.
كم كان مبلغ النّقود في صندوق التّوفير في البداية؟ كم هو المصروف الّذي يوفّره؟

ب. حضِّرُوا جدولاً للمصروف الّذي جمعه جمال خلال 10 أسابيع.

ت. اُكتبوا تعبيراً جبريًّا لمبلغ النّقود في صندوق جمال، بعد مرور x أسابيع.

ث. **ماهر** - صديق جمال- يحصل في كلّ أسبوع على مبلغ أكبر بضعفين من المبلغ الّذي يحصل عليه جمال.
لم تكن نقود في صندوق ماهر قبل أن يبدأ في الحصول على المصروف.
اُكتُبوا تعبيراً جبريًّا لمبلغ النّقود في صندوق ماهر، بعد مرور x أسابيع ($x \geq 0$,x عدد صحيح).

ج. أكانَ في أسبوع معيّن نفس مبلغ النّقود مع ماهر وجمال؟
إذا كانت الإجابة (نعم) فمتى؟ إذا كانت الإجابة (كلا) فمتى كان مبلغ النّقود في صندوق جمال أكثر ممّا هو في صندوق ماهر؟ متى كان مبلغ النّقود في صندوق ماهر أكثر ممّا هو في صندوق جمال؟

ح. اُرسُموا رسومًا بيانيّة وافحصُوا إجاباتكم في البند ج. صفُوا ما وجدتم.

4. يصف التّعبير الجبريّ $15x + 120$ مبلغ النّقود في صندوق **ليلى**.
x يمثِّل عدد الأسابيع الّتي حصلت فيها ليلى على مصروف ($x \geq 0$,x عدد صحيح).

أ. صفُوا بالكلمات قصّة مصروف ليلى.
هل كانت نقود في صندوقها قبل أن بدأت تحصل على المصروف؟ كم؟ ما هو المبلغ الّذي حصلت عليه في كلّ أسبوع؟

ب. حضِّرُوا جدولاً للمصروف الّذي جمعته ليلى خلال 10 أسابيع.

ت. اُرسُموا رسمًا بيانيًّا يصف مبلغ النّقود في صندوق توفير ليلى خلال 10 أسابيع.

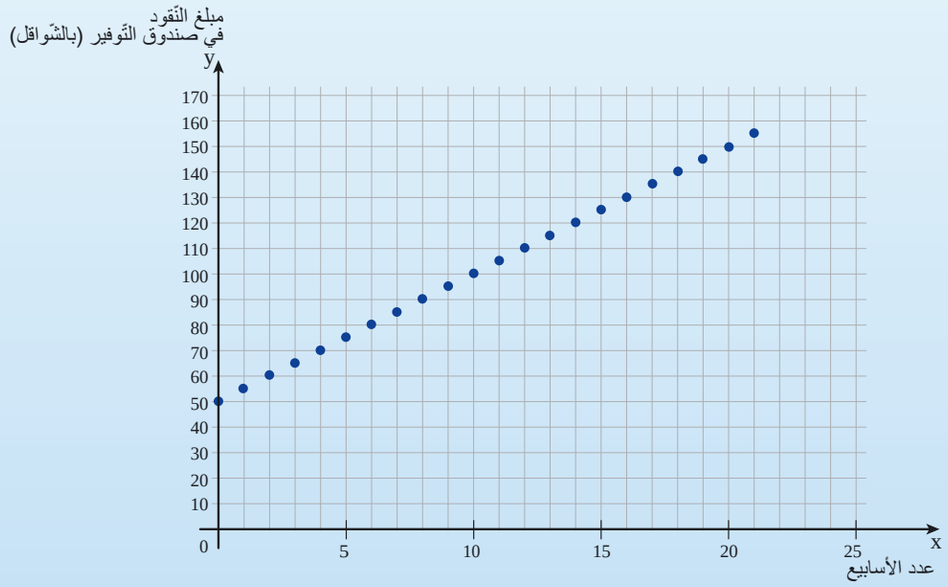
الدّرس الثّالث: نبحث العلاقات بين التمثّيلات

في السّنة الماضية، حصلت **رنا، دعاء، يوسف وسعيد** على مصروف.

- أمامكم جدول يصف مبلغ النّقود في صندوق **رنا** في نهاية كلّ أسبوع (يستمرّ الجدول بنفس الشّكل لمدّة 52 أسبوعًا)

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	.....	52
مبلغ النّقود في الصّندوق (بالشّواقل)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	.....	

- كان مبلغ النّقود في صندوق **دعاء** 200 شاقل بشكل ثابت.
- أمامكم رسم بيانيّ يصف مبلغ النّقود في صندوق **يوسف** (يستمرّ الرّسم البيانيّ بنفس الشّكل لمدّة 52 أسبوعًا).



- يصف التّعبير الجبريّ 5x – 300 مبلغ النّقود في صندوق سعيد (x يمثّل عدد الأسابيع، $x \geq 0, x$ عدد صحيح).

قارنُوا بين مبالغ النّقود في صناديق توفير رنا، دعاء، يوسف وسعيد، في أوقات مختلفة خلال السّنة.

سنتعلّم كيفيّة المقارنة بين القصص، بمساعدة رسوم بيانيّة مختلفة في نفس هيئة المحاور.

مبلغ النّقود في صندوق توفير رنا

1. أ. كم كان مبلغ النّقود في صندوق رنا في نهاية الأسبوع الثّالث، في نهاية الأسبوع الـ 11، في نهاية الأسبوع الـ 50؟

ب. في نهاية أيّ أسبوع، كان مبلغ النّقود في صندوق رنا 70 شاقلاً، 90 شاقلاً، 250 شاقلاً؟

ت. صِفُوا بالكلمات مبلغ النّقود الّذي كان في صندوق رنا في بدايةالسّنة، وكيف تغيَّر المبلغ في الصّندوق في كلّ أسبوع؟

ث. أرادت رنا أنْ تصف برسم بيانيّ مبلغ النّقود الموجود في صندوقها.
ساعدُوها في رسم الخطّ البيانيّ في هيئة المحاور، على غرار الرّسم البيانيّ الّذي يصف مبلغ النّقود في صندوق يوسف.
أُرسُموا الرّسم البيانيّ حتّى الأسبوع الـ 10.

مبلغ النّقود في صندوق توفير دعاء

2. أ. كم كان مبلغ النّقود في صندوق دعاء في نهاية الأسبوع الـ 3؟
كم كان مبلغ النّقود في صندوق دعاء في نهاية الأسبوع الـ 10؟

ب. بعد مرور عدّة شهور، أرادت دعاء أنْ تتأكّد ما إذا كان يوجد معها فعلًا مبلغ 200 شاقل.
عدَّت نقودها وفرحت عندما وجدت أنّ المبلغ كان 200 شاقل.
هل يمكن أنْ نعرف، في أيّ أسبوع حدث ذلك؟ اِشرحُوا.

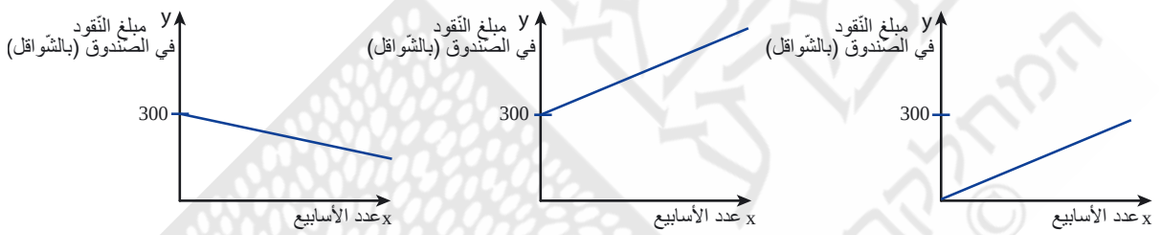
ت. أُرسُموا رسمًا بيانيًّا يصف العلاقة بين عدد الأسابيع ومبلغ النّقود في صندوق دعاء.

مبلغ النّقود في صندوق توفير سعيد

3. وُصف مبلغ النّقود في صندوق سعيد، في كلّ أسبوع كالتّالي: $5 \cdot x - 300$ (x يمثّل عدد الأسابيع، $x \geq 0$, x عدد صحيح).

أ. كم كان مبلغ النّقود في صندوق سعيد في نهاية الأسبوع الـ 3، في نهاية الأسبوع الـ 8؟
في نهاية أيّ أسبوع، كان معَ سعيد 200 شاقل تمامًا؟

ب. أمامكم رسوم بيانيّة، أيّ منها يصف مبلغ النّقود في صندوق سعيد؟ اِشرحُوا.



نقارن بين صناديق التّوفير

4. أمامكم أربعة خطوط بيانيّة تصف مبلغ النّقود في صندوق كلّ واحد من التّلاميذ (رنا، دعاء، يوسف وسعيد) خلال السّنة.

أ. ماذا تصف نقاط التّقاطع مع محور y؟

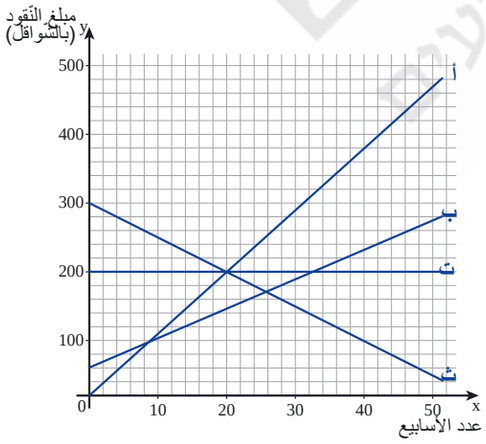
ب. لائمُوا لكلّ تلميذ أو تلميذة الخطّ البيانيّ المناسب له أو لها. ثمّ اِشرحُوا.

ت. ماذا تصف النّقطة (52, 520)؟ اِشرحُوا.

ث. ماذا تصف النّقطة (20, 200)؟ اِشرحُوا.
كيف يمكن أنْ نجد معلومات عن هذه النّقطة في الجداول؟
أي طريقة أسهل؟

ج. من منهم لم يكن معه / معها مبلغ يختلف عن 200 شاقل في الأسبوع الـ 20؟ ما هو المبلغ؟

ح. يوجد في الرّسمة نقاط تقاطع إضافيّة بين الخطوط البيانيّة.
ماذا تصف؟ اِشرحُوا.



مجموعة مهامّ

1. تطرّقُوا في كلّ بند إلى توفير التّلاميذ: **(رنا، دعاء، يوسف وسعيد)** الّذي وَرَدَ في الدّرس الـ 3. اِستعينُوا بالافتتاحيّة أو بالرّسم البيانيّ الّذي وَرَدَ في المهمّة الـ 4.

أ. كم كان مبلغ النّقود في كلّ صندوق، في نهاية الأسبوع الـ 5؟

ب. كم كان مبلغ النّقود في كلّ صندوق، في نهاية الأسبوع الـ 20؟

ت. كم كان مبلغ النّقود في كلّ صندوق بعد x أسابيع $(x \geq 0,\ x$ عدد صحيح)؟

ث. في أيّ صندوق لم يكن مبلغ 250 شاقلاً بتاتًا؟
في أيّ أسبوع كان هذا المبلغ في صناديق أخرى؟

2. عندما أصبح عُمر **عناية** 12سنة، حصلت على مبلغ نقود من جدتها.
إضافةً إلى ذلك، بدأت تحصل من أمّها على مبلغ نقود ثابت في كلّ أسبوع (كمصروف).
قرّرت عناية أنْ توفّر كلّ المبلغ الّذي تحصل عليه، لكي تشتري دراجة هوائيّة سعرها 500 شاقل.

أ. أكملُوا الجدول حتّى تصل عناية إلى المبلغ المطلوب لشراء الدّرّاجة الهوائيّة.

عدد الأسابيع	1	2	3	4	5
مبلغ النّقود (بالشّواقل)	100	120	140	160	180

ب. كم أسبوعًا يجب على عناية أنْ توفّر، لكي تشتري الدّرّاجة الهوائيّة؟

ت. قُصُّوا قصّة كاملة حول توفير عناية لشراء الدّرّاجة الهوائيّة.

3. أرادت **غزالة** أن تشتري 4 هدايا مماثلة لعيد الميلاد.
يوجد في محفظة غزالة 200 شاقل. x يمثّل سعر كلّ هديّة بالشّواقل.

أ. اِحسبُوا باقي النّقود الذي تحصل عليه إذا كان سعر الهديّة 5 شواقل، 20 شاقلاً، 34 شاقلاً.

ب. ما هو المبلغ الأكبر الّذي تستطيع غزالة أن تدفعه مقابل هديّة واحدة؟

ت. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا يصف مبلغ الدّفع مقابل الهدايا الأربع.

ث. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا يمثّل باقي النّقود الّتي تحصل عليها غزالة.

ج. اُرسُموا رسمًا بيانيًّا يصف باقي النّقود بحسب سعر الهديّة الواحدة.

ح. ماذا تصف نقطة تقاطع الخطّ البيانيّ مع محور x؟

4. أمامكم جدول يصف مبلغ النّقود في صناديق توفير **رنا، دعاء، يوسف وسعيد.**

أ. اِشرحُوا، ماذا تصف الأعداد الّتي تظهر في كلّ عمود (A, B, C, D, E)؟
لائمُوا بين أسماء التّلاميذ والأعمدة.

ب. انسخُوا وأكملُوا سطر 17.

ت. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا مناسبًا لكلّ عمود.

ث. ابنُوا الجدول المعطى بالحاسوب (بالأكسيل).
أَكملُوه حتّى الأسبوع الـ 52.
جِدُوا جميع الحالات الّتي تكون فيها مبالغ النّقود متساوية في صندوقيْ تلميذين. اُكتُبوا اسمَي التّلميذين، المبلغ والأسبوع.

	A	B	C	D	E
1					
2	1	10	55	295	200
3	2	20	60	290	200
4	3	30	65	285	200
5	4	40	70	280	200
6	5	50	75	275	200
7	6	60	80	270	200
8	7	70	85	265	200
9	8	80	90	260	200
10	9	90	95	255	200
11	10	100	100	250	200
12	11	110	105	245	200
13	12	120	110	240	200
14	13	130	115	235	200
15	14	140	120	230	200
16	15	150	125	225	200
17					

5. أ. صِفُوا بالكلمات العلاقة بين العدد الأوّل والثّاني في كلّ جدول من الجداول الآتية:

جدول 1

العدد الثّاني (y)	العدد الأوّل (x)
2	1
2	2
2	3
2	4
2	5
2	6

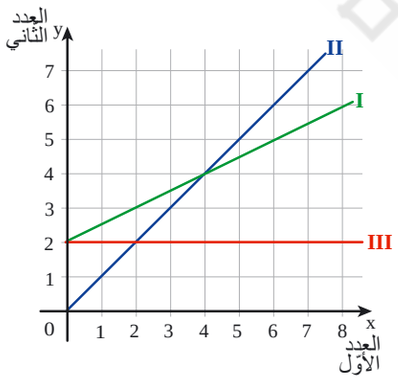
جدول 2

العدد الثّاني (y)	العدد الأوّل (x)
2.5	1
3	2
3.5	3
4	4
4.5	5
5	6

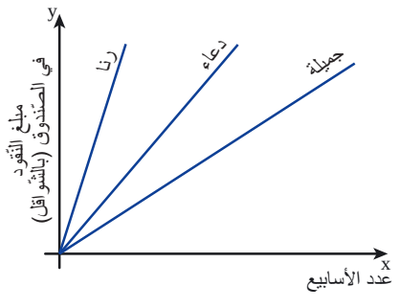
جدول 3

العدد الثّاني (y)	العدد الأوّل (x)
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

ب. لائمُوا لكلّ خطّ بيانيّ الجدول المناسب.

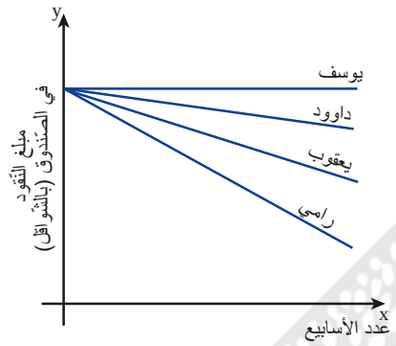


6. تحصل جميع البنات في عائلة دعاء على مصروف، مبلغ نقود ثابت في كلّ أسبوع.
توفّر جميع البنات المصروف الّذي تحصلنَ عليه.
كلّما كانت البنت أكبر، فإنّها تحصل على مصروف أكبر.
رتِّبُوا البنات بحسب أعمارهنَّ.



7. يحصل كلّ ولد من أولاد السّيّد جمال على 300 شاقل مسبقًا لكلّ السّنة.
كلّما كان الولد أكبر، فإنّه يصرف مبلغًا أكبر في كلّ أسبوع.

رتِّبُوا الأولاد بحسب أعمارهم.



8. أ. صِفُوا بالكلمات العلاقة بين العدد الأوّل والعدد الثّاني في كلّ جدول.

جدول 1

العدد الأوّل (x)	العدد الثّاني (y)
1	11
2	12
3	13
4	14
5	15

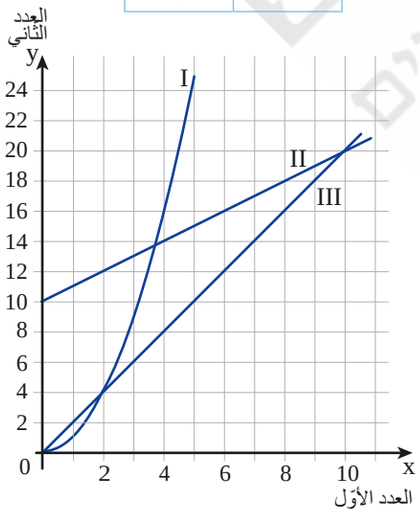
جدول 2

العدد الأوّل (x)	العدد الثّاني (y)
1	2
2.5	5
4	8
7	14
10	20

جدول 3

العدد الأوّل (x)	العدد الثّاني (y)
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

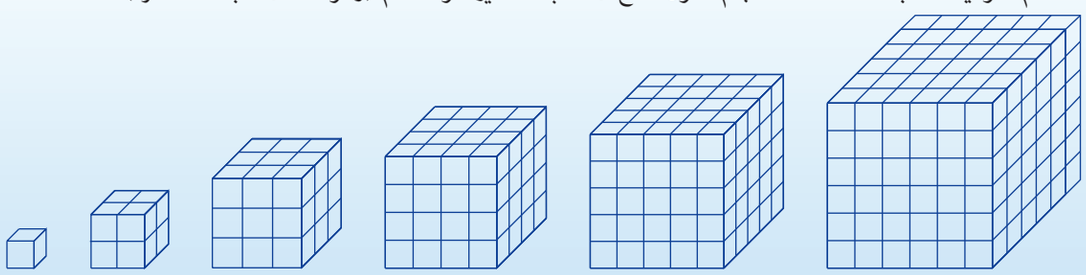
ب. لائِمُوا لكلّ خطّ بيانيّ الجدول المناسب.



الدّرس الرّابع: مكعّبات تزداد وتكبر

تغيُّر حجم المكعب نتيجةً للتّغيُّر في طول الضّلع

أمامكم متوالية مكعّبات مختلفة الأحجام. طول ضلع المكعّب الصّغير هو 1 سم (رسومات المكعّبات مصغَّرة).



كيف يتغيَّر حجم المكعّب، عندما يزداد طول ضلعه؟

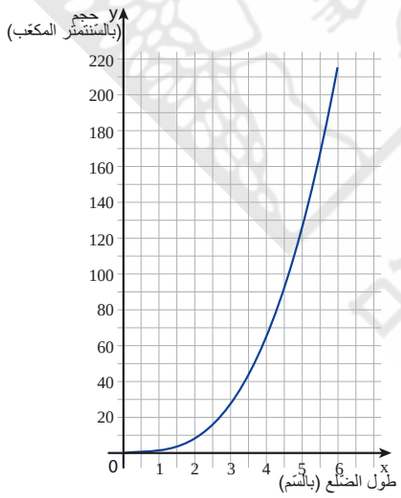
نبحث القانونيّة من خلال الحسابات، الجدول والرّسم البيانيّ.

1. أ. جِدُوا حجم كلّ مكعّب (بالسّنتمتر المكعّب). انسخُوا الجدول وأكملوه.

طول ضلع المكعّب (بالسّم)	1	2	3	4	5	6	x
حجم المكعّب (بالسّنتمتر المكعّب)							

ب. ما هو، بالتّقريب، حجم المكعّب الّذي طول ضلعه 1.5 سم؟
ما هو، بالتّقريب، حجم المكعّب الّذي طول ضلعه 3.8 سم؟

ت. ما هو حجم المكعّب الّذي طول ضلعه 11 سم؟
ما هو حجم المكعّب الّذي طول ضلعه 12 سم؟



ث. هل طول ضلع المكعّب الّذي حجمه 2,000 سنتمتر مكعّب:
أصغر من 15 سم، أكبر من 15 سم، يساوي 15 سم؟ اشرحُوا.

ج. حجم مكعّب هو 200 سنتمتر مكعّب.
بين أيّ عددين طبيعيّين متتالين يقع طول ضلع هذا المكعّب؟

ح. أمامكم رسم بيانيّ يصف حجم المكعّب بحسب طول ضلعه (المعطيات في الجدول).
حدِّدُوا بمساعدة الرّسم البيانيّ، كيف يكبر حجم المكعّب: بسرعة، ببطء أم بنفس الوتيرة؟ واشرحُوا اختياركمْ.
في البداية ببطء وبعد ذلك بسرعة.
في البداية بسرعة وبعد ذلك ببطء.

2. أ. هل يوجد معنًى لنقاط تقع على الخطّ البيانيّ، وإحداثيّ الـ x فيها ليس عددًا صحيحًا؟ اشرحُوا.
ب. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لحجم مكعّب طول ضلعه x سم ($x > 0$).

للتّذكير:

حجم المكعّب (بالسّنتمتر المكعّب) الّذي طول ضلعه a سم هو $a \cdot a \cdot a = a^3$.

مساحة السّطح الخارجيّ (بالسّنتمتر المرّبع) للمكعّب الّذي طول ضلعه a سم هي $6a^2$.

طول **هيكل المكعّب** (بالسّم) الّذي طول ضلعه a سم هو 12a.

3. أ. قال **أسد** : إذا كبّرنا طول ضلع المكعّب بوحدة واحدة فقط، فإنّ حجمه يكبر كثيراً.
اِشرحُوا، كيف رأى أسد ذلك؟

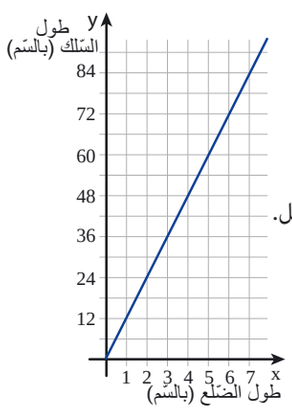
ب. كم مكعّبًا حجم كلّ منها 1 سنتمتر مكعّب، نحتاج لكي نبني مكعّبًا طول ضلعه 2 سم؟
كم مكعّبًا طول كلّ ضلع فيه 3 سم، نحتاج لكي نبني مكعّبًا طول ضلعه 6 سم؟
لماذا، بحسب رأيكم، حصلنا على نفس الإجابة؟

مجموعة مهامّ

1. أ. حجم مكعّب هو 125سنتمتراً مكعّبًا.
ما هو طول ضلع المكعّب؟ ما هي مساحة السّطح الخارجيّ للمكعّب؟

ب. كبّرنا طول ضلع المكعّب بضعفين. ما هو طول ضلع المكعّب الجديد؟ ما هو حجمه؟
وما هي مساحة السّطح الخارجيّ للمكعّب؟

2. يصف الرّسم البيانيّ العلاقة بين طول ضلع المكعّب وطول السّلك المعدنيّ المطلوب لبناء الهيكل.



أ. كم ضلعًا (حرفًا) يوجد للمكعّب؟ بكم ضعف يزيد طول الهيكل عن طول الضّلع؟

ب. اِبنُوا جدولاً وسجِّلُوا فيه أطوال الهيكل المناسبة لأطوال الأضلاع المعطاة:
1 سم، 2.5 سم، 4 سم، 6 سم، 6.5 سم.

ت. اُكتُبوا تعبيراً جبريًّا يربط بين طول ضلع المكعّب وطول الهيكل المناسب له.

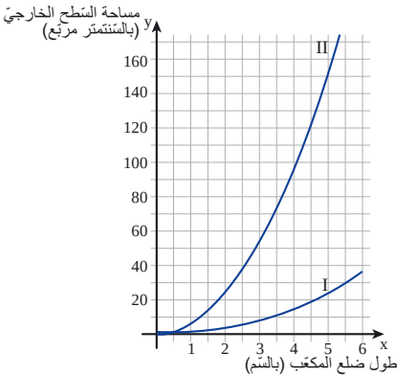
3. أمامكم هيئةمحاور فيها وصف لخطّين بيانيّين.
أحدهما يصف العلاقة بين طول ضلع المكعّب ومساحة السّطح الخارجيّ للمكعّب.
أمّا الثّاني، فيصف العلاقة بين طول ضلع المكعّب ومساحة المربّع (الوجه).

أ. حدِّدُوا، ماذا يصف كلّ خطّ بيانيّ؟ اِشرحُوا، كيف حدَّدتم ذلك؟

ب. صِفُوا بالكلمات العلاقة بين مساحة المربّع ومساحة السّطح الخارجيّ.

ت. اُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا يصف العلاقة بين طول ضلع المكعّب ومساحة الوجه، واكتُبوا تعبيرًا جبريًّا يصف العلاقة بين طول ضلع المكعَّب ومساحة السّطح الخارجيّ.

ث. حضِّرُوا جدولاً لكلّ خطّ بيانيّ.



4. تخيّلُوا مكعّبًا طول ضلعه 1 ملّم، ومكعّبًا طول ضلعه 1 متر.

أ. كم ضلعًا (من المكعّب الصغير) يجب أن نربطها ببعضها، لكي نحصل على طول ضلع المكعّب الكبير؟

ب. كم سطحًا (مربّعًا) من المكعّب الصّغير يغطّي سطحًا واحدًا من المكعّب الكبير؟

ت.كم مكعبًا صغيرًا نحتاج، لكي نملأ مكعبًا كبيرًا؟

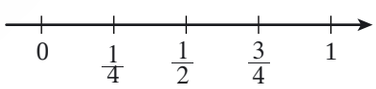
ترتيب الأعداد

1. رتِّبُوا الكسور من الأصغر إلى الأكبر: $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{5}$ اِشرحُوا، كيف حدَّدتم التّرتيب؟

2. رتِّبُوا الكسور من الأصغر إلى الأكبر: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{7}$ اِشرحُوا، كيف حدَّدتم التّرتيب؟

3. رتِّبُوا الكسور من الأصغر إلى الأكبر: $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ اِشرحُوا، كيف حدَّدتم التّرتيب؟

4. اِنسخُوا مستقيم الأعداد.

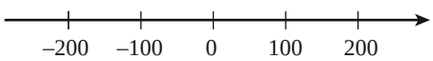


عيِّنُوا عليه، بالتّقريب، أماكن الكسور الآتية: $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{7}$

5. اُكتُبوا الأعداد بحسب التّرتيب من الأصغر إلى الأكبر: −17 −1,700 −17,000 −170 −170,000

6. اُكتُبوا الأعداد بحسب التّرتيب من الأصغر إلى الأكبر: −17 170 −1,700 17,000 −170,000

7. اِنسخُوا مستقيم الأعداد.



عيِّنُوا عليه، بالتّقريب، أماكن الأعداد الآتية: 150 −50 17 −170 35