الوحدة الثانية عشرة: أزواج من الزوايا

الدّرس الأوّل: زوايا متجاورة متكاملة

نتمعَّن في إشارات المرور وفي الزوايا الّتي تظهر فيها.

I II III IV

أيّ أنواع زوايا يمكن أن نرى في كلّ إشارة مرور؟ اشرحوا.

سنتعلّم عن الزوايا المتجاورة المتكاملة.

1. أمامكم رسومات إشارات المرور الّتي تظهر في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.
أشرنا، في كلّ رسمة، إلى الزاوية المنفرجة بقوس أسود.

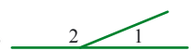
I II III IV

أ. أشيروا، في كلّ رسمة، إلى زاوية حادّة بقوس أحمر.

ب. أيّ زاوية يُنْتِج القوسان الأسود والأحمر معًا؟ اشرحوا.

الشّعاع الّذي يخرج من نقطة على المستقيم، يُنْتِج زاويتين نسمِّيهما **"زاويتين متجاورتين متكاملتين".**

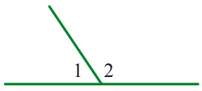
مثال:

الزّاويتان $\measuredangle 1$, $\measuredangle 2$ في الرّسمة  هما **زاويتان متجاورتان متكاملتان.**

الزّاويتان $\measuredangle 3$, $\measuredangle 4$ في الرّسمة هما زاويتان **غير متجاورتين متكاملتين.**

رأينا أنّ **الزّاويتين المتجاورتين** تُنْتِجان معًا زاوية مستقيمة؛ لذا مجموعهما $180°$

مثال: الزّاويتان $\measuredangle 1$, $\measuredangle 2$ متجاورتان متكاملتان؛ لذا يتحقّق: $\alpha + \beta = 180°$



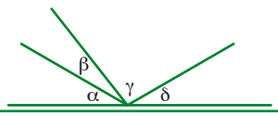
2. في أيّ رسمة من رسومات إشارات المرور هنالك أكثر من زوج واحد من الزّوايا المتجاورة المتكاملة؟

تسمية (تحديد) الزّوايا

سمَّينا، حتّى الآن، الزّوايا بمساعدة أعداد، أو حرف **رأس الزّاوية**، أو باستخدام ثلاثة حروف.

نسمِّي الزّوايا باستخدام حروف يونانيّة أيضًا، مثل:

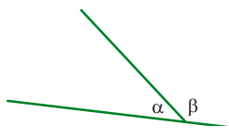
α (ألفا)، β (بيتا)، γ (جاما)، δ (دلتا).



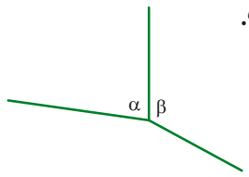
3. رمزنا، في كلّ رسمة، إلى الزاويتين α وَ β.

أمامكم رسومات، في أيّ منها α وَ β هما زاويتان متجاورتان متكاملتان؟

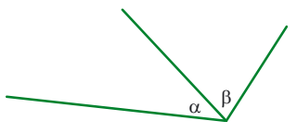
أ.



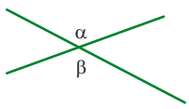
ب.



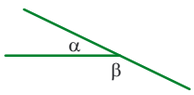
ت.



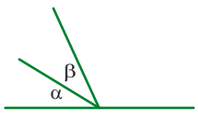
ث.



ج.



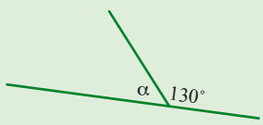
ح.



4. يوجد، في كلّ بند، زوج من الزوايا المتجاورة المتكاملة.

احسبوا مقدار الزاوية α.

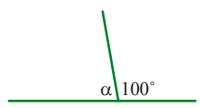
مثال:



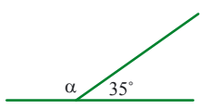
$\alpha + 130 = 180$

$\alpha = 50°$

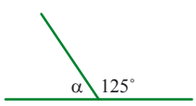
أ.



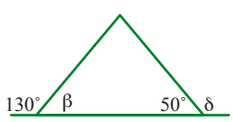
ب.



ت.



5. أ. جدوا، في الرّسمة، زوجين من الزوايا المتجاورة المتكاملة.



ب. احسبوا مقدار الزاويتين β وَ δ.

ت. قال **عماد**: مجموع الزاويتان β وَ δ هو $180°$، لذا فهما زاويتان متجاورتان متكاملتان.

هل قول **عماد** صحيح؟ اشرحوا.

6. أ. هل يمكن أن تكون زاويتان حادّتان متجاورتين متكاملتين؟ اشرحوا.

ب. هل يمكن أن تكون زاويتان منفرجتان متجاورتين متكاملتين؟ اشرحوا.

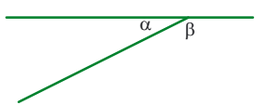
ت. هل يمكن أن تكون زاويتان متجاورتين متساويتين متكاملتين؟ اشرحوا.

.

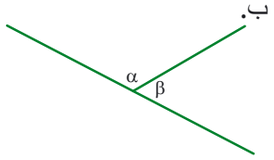
مجموعة مهامّ

1. أشرنا في كلّ رسمة إلى الزاويتين α وَ β. حدِّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزّاويتان متجاورتين متكاملتين.

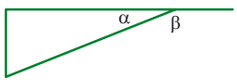
أ.



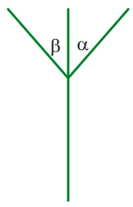
ب.



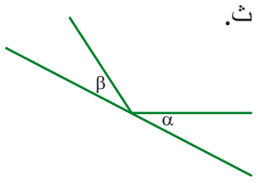
ج.



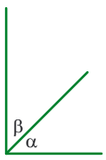
ت.



ث.

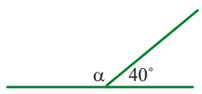


ح.

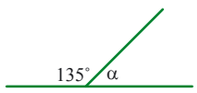


2. احسبوا، في كلّ بند، مقدار الزّاوية α.

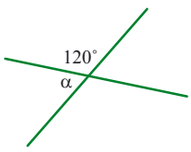
أ.



ب.

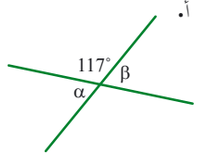


ت.

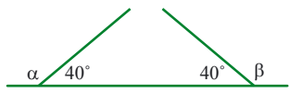


3. احسبوا، في كلّ بند، مقدار الزاويتين α وَ β.

أ.



ب.

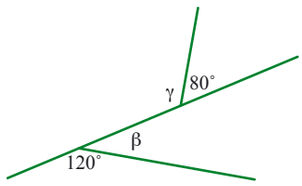


ت.

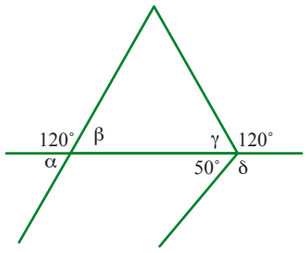
4. أكملوا:

β = _____

γ = _____



5. احسبوا مقدار الزوايا α , β , γ وَ δ.



6. α وَ β هما زاويتان متجاورتان متكاملتان.

حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كانت المقادير ممكنة واشرحوا.

أ. $\alpha = 80° , \beta = 100°$ ب. $\alpha = 150° , \beta = 50°$ ت. $\alpha = 90° , \beta = 90°$

7. α وَ β هما زاويتان متجاورتان متكاملتان.

حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا واشرحوا.

أ. إذا كانت الزاوية α حادّة فإنّ الزاوية β حادّة أيضًا.

ب. إذا كانت الزاوية α منفرجة فإنّ الزاوية β حادّة.

ت. إذا كانت الزاوية α قائمة فإن الزاوية β قائمة أيضًا.

ث. α وَ β زاويتان منفرجتان.

الدرس الثّاني: زوايا متقابلة بالرأس

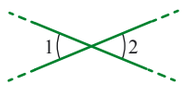
أمامكم رسومات إشارات المرور الّتي وردت في الدّرس الأوّل.

في أيّ رسومات يوجد زوايا لها رأس مشترك، لكنّها غير متجاورة؟

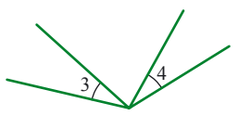
نتعلّم عن زوايا متقابلة بالرأس.

الزّوايا الّتي تَنْتُج بين مستقيمين متقاطعين ولها رأس مشترك، لكنّهما غير متجاورتين، نسمِّيهما **زاويتين متقابلتين بالرأس.**

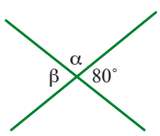
مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، الزّاويتان: $\measuredangle 1$ وَ $\measuredangle 2$ هما **زاويتان متقابلتان بالرأس.**



في الرّسمة الّتي أمامكم، الزّاويتان: $\measuredangle 3$ وَ $\measuredangle 4$ غير متقابلتين بالرأس.

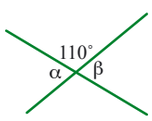


1. يوجد في كلّ رسمة مستقيمان متقاطعان.



أ. أكملوا: $\alpha =$ _____ , $\beta =$ _____

جدوا، في الرسمة، زوجًا من الزّوايا المتساوية. هل هما متقابلتان بالرّأس أم متجاورتان متكاملتان؟

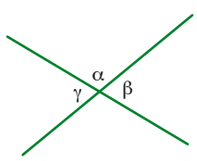


ب. أكملوا: $\alpha =$ _____ , $\beta =$ _____

هل الزّاويتان α وَ β متساويتان؟

نفكّر بـ ...

2. أ. جدوا، في الرّسمة، زوجًا من الزّوايا المتجاورة المتكاملة.



ب. أكملوا مقدار الزوايا بالدرجات:

$\alpha + \beta =$ _____° لأن α وَ β زاويتان _____

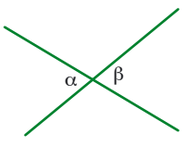
$\alpha + \gamma =$ _____° لأن α وَ γ زاويتان _____

ت. جدوا، في الرّسمة، زوجًا من الزوايا المتقابلة بالرأس.

هل هما متساويتان؟ اشرحوا.

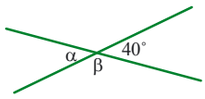
استنتاج: الزوايا المتقابلة بالرأس متساوية.

مثال: في الرسمة الّتي أمامكم، α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس، لذا α = β.



3. أكملوا، في كلّ بند، مقدار الزوايا.

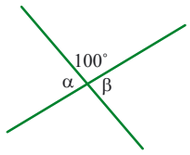
أ.



α = ____

β =____

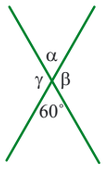
ب.



α =____

β =____

ג.

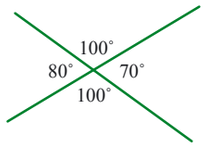


α = ___ β = ___

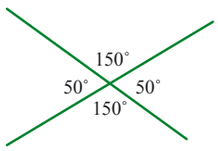
γ =___

4. حدّدوا، في كلّ رسمة، ما إذا كانت المعطيات ممكنة. اشرحوا.

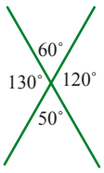
أ.



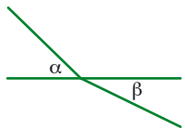
ب.



ت.

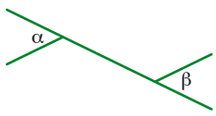


5. قالت **أماني:** في الرسمة



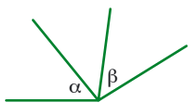
α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس، لأنّه يوجد لهما رأس مشترك.

قالت **ايمان:** في الرسمة



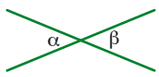
α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس، لأنّهما متساويتان.

قالت **أحلام:** في الرسمة



α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس، لأنّهما متساويتان ويوجد لهما رأس مشترك.

قالت **دلال:** في الرسمة



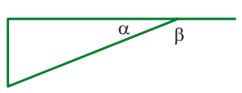
α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس.

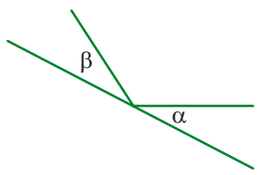
أ. من منهنَّ قولها صحيح؟ اشرحوا.

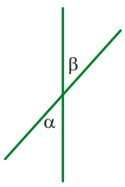
ب. لماذا الأقوال الأخرى غير صحيحة؟ اشرحوا.

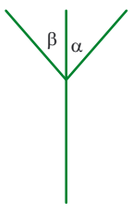
مجموعة مهامّ

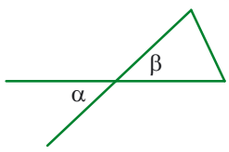
1. أشرنا في كلّ رسمة إلى الزّاويتين α وَ β.
حدِّدوا ما إذا كانت الزاويتان متجاورتين، متقابلتين بالرأس، أو غير متجاورتين وغير متقابلتين بالرأس.

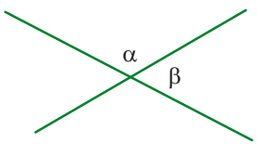
أ.


ب.


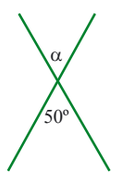
ج.


ت.


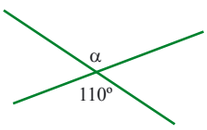
ث.


ح.


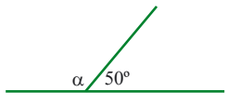
2. أكملوا، في كلّ بند، مقدار الزاوية.

أ.


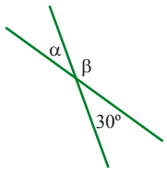
α = ____

ب.


α =____

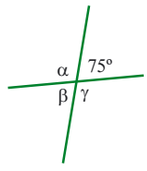
ت.


α = ____

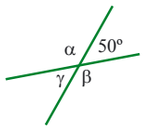
ث.


α =____ β = ____

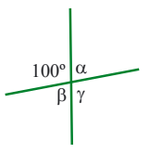
3. أكملوا، في كلّ بند، مقدار الزاوية.

أ.


α = ____
β = ____
γ = ____

ب.


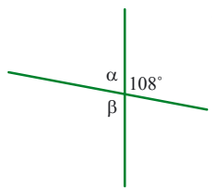
α =____
β =____
γ =____

ت.


α = ____
β = ____
γ = ____

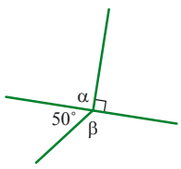
4. أكملوا، في كلّ بند، مقدار الزاوية.

أ.



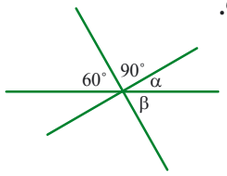
α = _____
β = _____

ب.



α =_____
β =_____

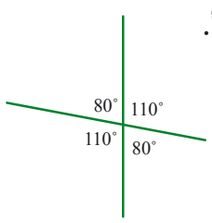
ت.



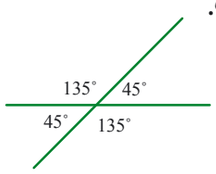
α = _____
β = _____

5. حدّدوا، في كلّ رسمة، ما إذا كانت المعطيات ممكنة. اشرحوا.

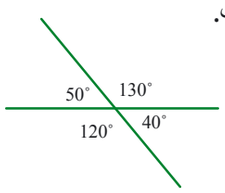
أ.



ب.

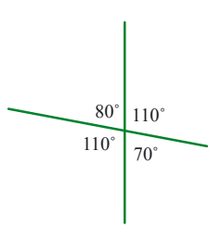


ت.

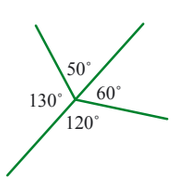


6. حدّدوا، في كلّ رسمة، ما إذا كانت المعطيات ممكنة. اشرحوا.

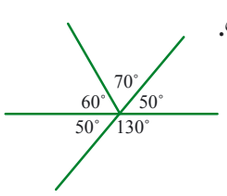
أ.



ب.



ت.



7. α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس.
حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا. اشرحوا.

أ. إذا كان $\alpha = 30°$ فإنّ $\beta = 30°$.

ب. إذا كان $\alpha = 130°$ فإنّ $\beta = 30°$.

ت. إذا كان $\alpha = 90°$ فإنّ $\beta = 90°$.

ث. إذا كان $\alpha = 120°$ فإنّ $\beta = 60°$.

8. α وَ β هما زاويتان متقابلتان بالرأس.
حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا. اشرحوا

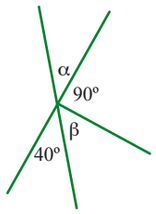
أ. إذا كانت α زاوية حادّة فإنّ β زاوية حادّة.

ب. إذا كانت α زاوية منفرجة فإنّ β زاوية حادّة.

ت. إذا كانت α زاوية قائمة فإنّ β زاوية قائمة.

ث. إذا كانت α زاوية منفرجة فإنّ β زاوية منفرجة.

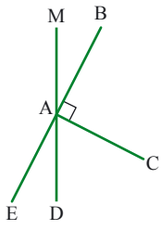
9. أكملوا مقدار الزاوية بالدرجات.



α = _____ لأن _____

β = _____ لأن _____

10. حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا. اشرحوا.



أ. $\sphericalangle EAC=90°$

ب. $\sphericalangle MAB$ وَ $\sphericalangle CAD$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.

ت. $\sphericalangle MAE$ وَ $\sphericalangle BAD$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.

ث. $\sphericalangle MAB$ هي زاوية حادّة.

11. هل يمكن؟

إذا كانت الإجابة نعم فحدّدوا مقدار الزاوية. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

أ. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، α أكبر من β بـ 20°.

ب. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، α أكبر من β ضعفين.

ت. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، ومجموعهما 180°.

ث. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، ومجموعهما 90°.

ج. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، α أكبر من β بـ 20°.

ح. α وَ β زاويتان متقابلتان بالرأس، α أكبر من β ضعفين.

12. معطى القطعة AT.

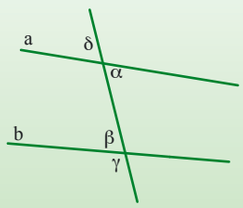
ارسموا خطًّا مستقيمًا BC يمر عبر النقطة T

بحيث تكون الزاوية $\sphericalangle ATB$ التي نَتَجت زاوية حادّة

والزاوية $\sphericalangle ATC$ منفرجة.

الدرس الثّالث: زوايا متبادلة

يوجد في الرّسمة **زوج من المستقيمات** المتوازية **ومستقيم ثالث** يقطعهما.



خمّنوا: هل الزّاويتان α وَ β متساويتان؟

هل الزّاويتان β وَ δ متساويتان؟

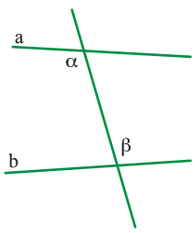
نتعرّف على الزّوايا المتبادلة.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

جدوا في الرسمة واشرحوا.

أ. زوج من الزوايا المتساوية. ب. زوج من الزوايا مجموعها 180°

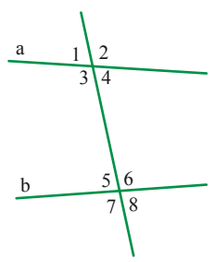
معطى المستقيمان a وَb، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.



الزّاويتان اللّتان تقعان في كِلا طرفين مختلفين للمستقيم القاطع، وفي كِلا طرفين مختلفين للمستقيمين، نسمِّيهما **زاويتين متبادلتين**.

مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم: α وَ β هما **زاويتان متبادلتان**.

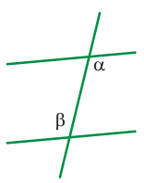
2. معطى، في الرسمة، المستقيمان a وَb، ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.

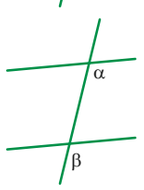


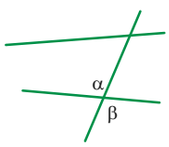
الزّاويتان $\sphericalangle 6$ وَ $\sphericalangle 3$ هما زاويتان متبادلتان.

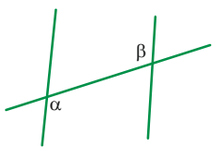
جدوا، في الرّسمة، زوجًا إضافيًّا من الزّوايا المتبادلة.

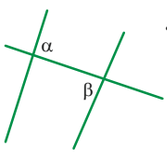
3. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متبادلتين.

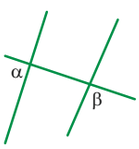
أ. 

ب. 

ت. 

ث. 

ج. 

ح. 

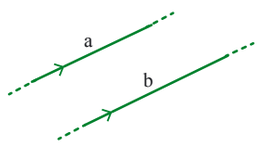
مستقيمات متوازية

للتّذكير

المستقيمان اللّذان لا يتقاطعان، نسمّيهما **مستقيمين متوازيين**.

نستعمل الإشارة || كي نُشير إلى أنّ المستقيمين متوازيان.

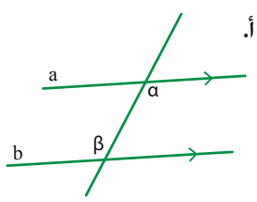
مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم: a وَ b مستقيمان متوازيان؛ لذا نرمز إليهما a || b.



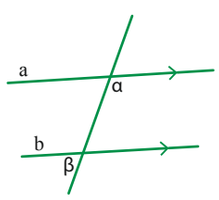
4. المستقيمان a وَ b متوازيان (a || b) في البنود الآتية.

استعينوا، في كلّ بند، بمقياس الزاوية وحدّدوا ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متساويتين.

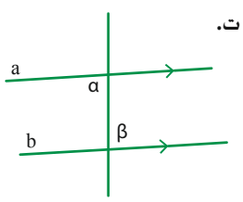
أ.



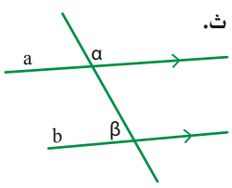
ب.



ت.



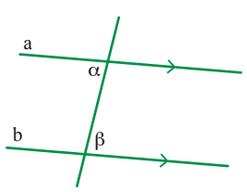
ث.



رأينا من خلال التّجارب أنّه عندما يكون مُعطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما؛ إذا كان **المستقيمان متوازيين**، فإنّ **الزّوايا المتناظرة متساوية**.

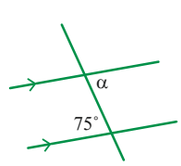
مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، المستقيمان a وَ b متوازيان؛ لذا α وَ β متساويتان.

إذا كان a || b فإنّ α = β

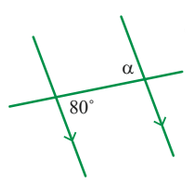


5. مُعطى، في كلّ بند، زوج من المستقيمات المتوازية جدوا مقدار α (بالدرجات).

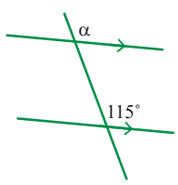
أ.



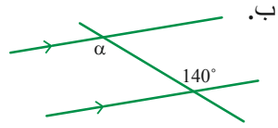
ت.



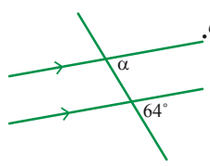
ج.



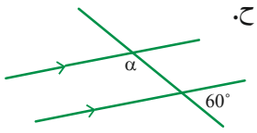
ب.



ث.



ح.

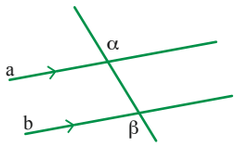


نفكّر بـ ...

6. معطى في الرسمة أنّ المستقيمين a وَ b متوازيان.

قال رامي: الزاويتان α وَ β متساويتان.

هل قول **رامي** صحيح؟ اشرحوا.



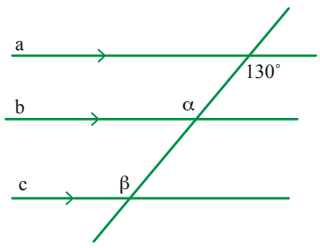
في أعقاب...

7. المستقيمات a , b وَ c المعطاة في الرسمة متوازية.

أكملوا:

_____ = α لأنّ _____

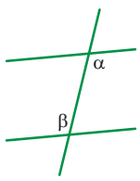
_____ = β لأنّ _____



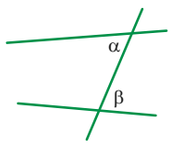
مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متبادلتين، متجاورتين أم متقابلتين بالرأس.

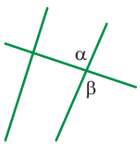
أ.



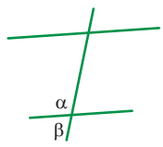
ت.



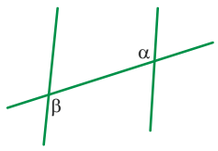
ج.



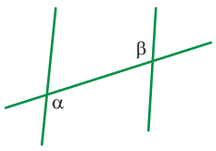
ب.



ث.

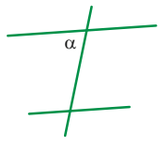


ح.

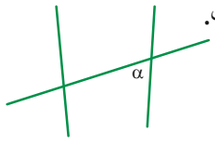


2. أشيروا، في كلّ بند، إلى الزاوية β التي تتبادل مع الزاوية α.

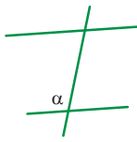
أ.



ب.

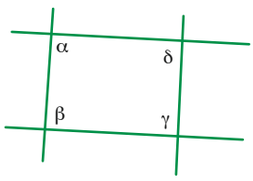


ت.



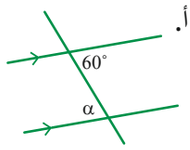
3. معطى في الرّسمة أنّ: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

هل يجب أن تكون الزاوية δ زاوية قائمة؟ اشرحوا.



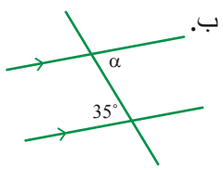
4. معطى، في كل بند، زوج من المستقيمات المتوازية. جدوا مقدار الزاوية α.

أ.



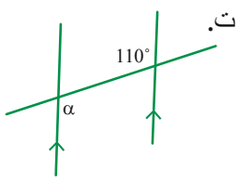
$\alpha =$ ____

ب.



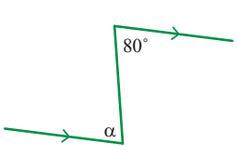
$\alpha =$ ____

ت.



$\alpha =$ ____

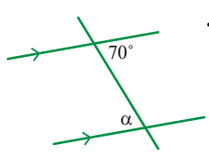
ت.



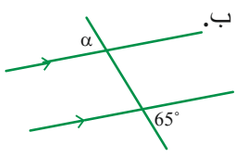
$\alpha =$ ____

5. معطى، في كل بند، زوج من المستقيمات المتوازية. جدوا مقدار الزاوية α.

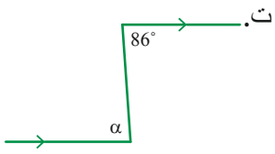
أ.



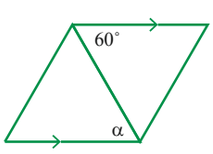
ب.



ت.

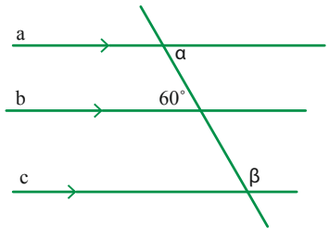


ث.

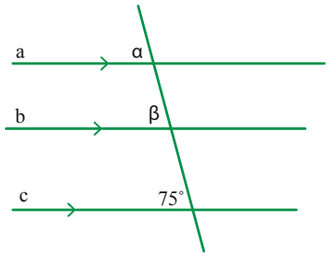


6. معطى، في كل بند، ثلاثة أزواج من المستقيمات المتوازية. جدوا مقدار الزاويتين α وَ b. اشرحوا.

أ.

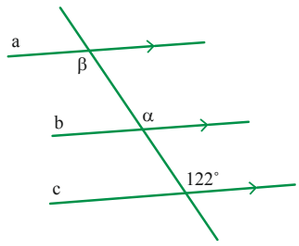


ب.



7. معطى، في كل بند، مستقيمات متوازية. جدوا مقدار الزاويتين α وَ b. اشرحوا.

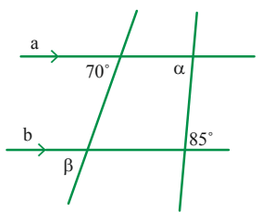
أ.



$\alpha =$ _____ لأنّ _____

$\beta =$ _____ لأنّ _____

ب.

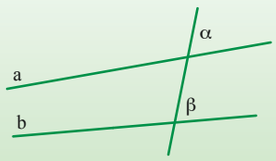


$\alpha =$ _____ لأنّ _____

$\beta =$ _____ لأنّ _____

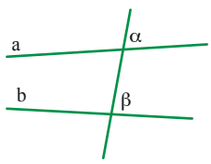
الدرس الرابع: زوايا متناظرة

معطى مستقيمان a وَ b ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.
خمّنوا: هل α = β؟



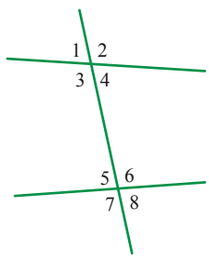
نتعرف على الزوايا المتناظرة.

معطى مستقيمان a وَ b ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.
الزاويتان اللّتان تقعان في نفس الطرف للمستقيم القاطع، وفي نفس الطرف للمستقيمين، نسمّيهما **زاويتين متناظرتين**.



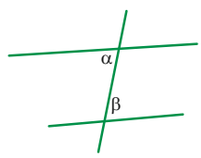
مثال: α وَ β في الرسمة هما **زاويتان متناظرتان.**

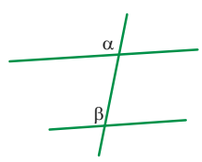
1. الزاويتان ∢1 وَ ∢5 في الرسمة هما زاويتان متناظرتان.
أكملوا أزواجًا إضافيّة من الزوايا المتناظرة.

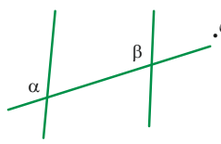


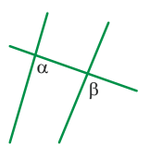
∢2 وَ _____
∢3 وَ _____
∢4 وَ _____

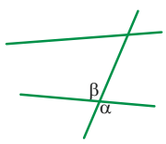
2. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متناظرتين، متبادلتين، متجاورتين أم متقابلتين بالرأس.

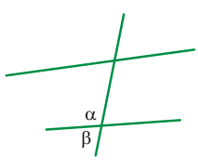
أ.


ب.


ت.


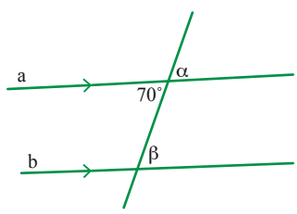
ث.


ج.


ح.


مستقيمات متوازية

3. معطى في الرسمة أنّ a || b



أ. أكملوا:

α = _____ لأنّ _____

β = _____ لأنّ _____

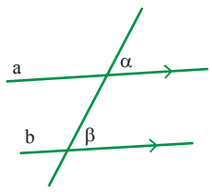
ب. هل يمكن أن تكون الزاويتان α وَ β مختلفتان بالمقدار؟ اشرحوا.

4. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "موادّ تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مستقيمات متوازية" "ישרים מקבילים". نفِّذُوا الفعّاليّة حسب التّعليمات.

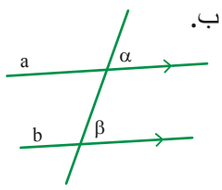
فعّاليّة بديلة
للفعّاليّة المحوسبة

5. معطى مستقيمان متوازيان a || b ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.
استعينوا، في كلّ بند، بمقياس الزاوية وحدّدوا ما إذا كانت α وَ β متساويتان.

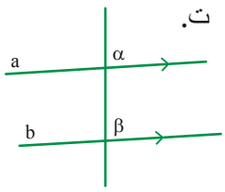
أ.



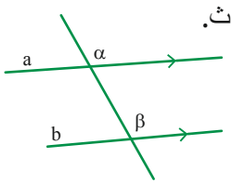
ب.



ت.



ث.

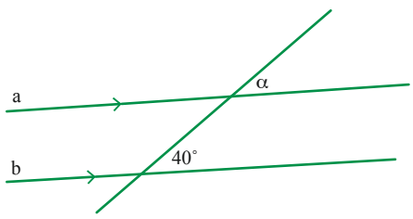


نفكّر بـ ...

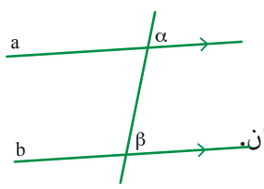
6. معطى في الرسمة أنّ: a || b

قال **إياد:** يجب أن تكون الزاوية α مقدارها 40°.

هل قول **إياد** صحيح؟ اشرحوا.

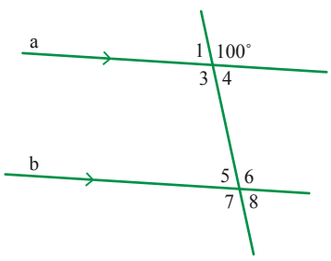


رأينا أنّه عندما يكون معطى مستقيمان ومستقيم ثالث يتقاطع معهما:
إذا كان **المستقيمان متوازيين**، فإنّ **الزوايا المتناظرة متساوية**.



مثال: في الرّسمة الّتي أمامكم، إذا كان المستقيمان a وَ b متوازيين فإنّ α وَ β متساويتان.
هذا يعني أنّه إذا كان a || b فإنّ α = β

7. معطى في الرسمة أنّ : a || b



أكملوا مقدار الزوايا بالدرجات.

∢1 = _____ ∢5 = _____

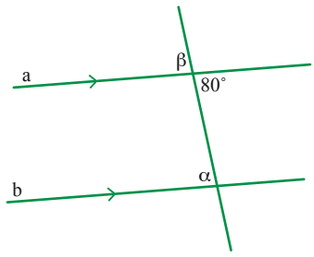
∢3 = _____ ∢6 = _____

∢4 = _____ ∢7 = _____

∢8 = _____

نفكّر بـ ...

8. معطى في الرسمة أنّ: a || b



أ. أكملوا:

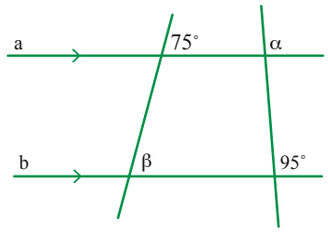
β = _____ لأنّ _____

α = _____ لأنّ _____

ب. هل α وَ β متساويتان؟

في أعقاب...

9. معطى في الرسمة أنّ: a || b



أ. قال **فؤاد:** α = 75°

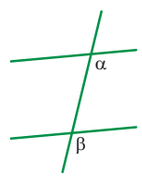
هل قول **فؤاد** صحيح؟ اشرحوا.

ب. ما هو مقدار الزاويتان α وَ β؟

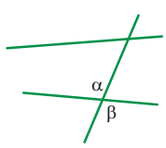
مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متناظرتين، متبادلتين، متجاورتين أم متقابلتين بالرأس.

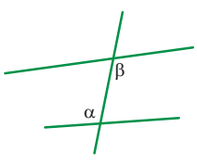
أ.



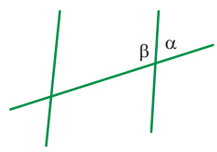
ت.



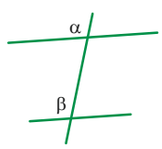
ج.



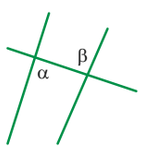
ب.



ث.

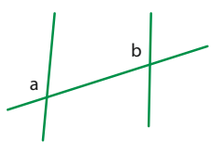


ح.

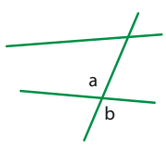


2. حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا كانت الزاويتان α وَ β متناظرتين، متبادلتين، متجاورتين أم متقابلتين بالرأس، أو أنّهما لا تنتميان إلى أي نوع من هذه الأنواع.

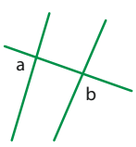
أ.



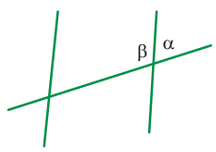
ت.



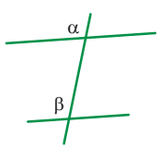
ج.



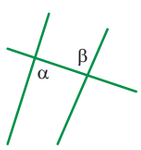
ب.



ث.

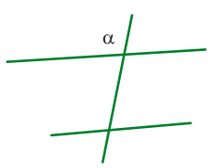


ح.

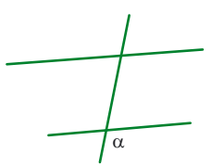


3. أشيروا، في كلّ بند، إلى الزاوية β الّتي تناظر الزاوية α.

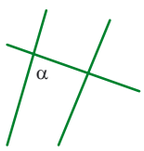
أ.



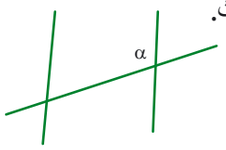
ب.



ت.

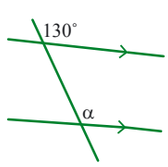


ث.



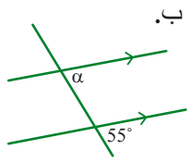
4. معطى، في كلّ بند، زوج من المستقيمات المتوازية ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. جدوا مقدار الزاوية α (بالدرجات).

أ.



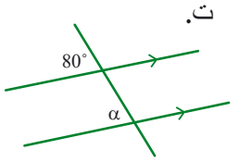
α = _____

ب.



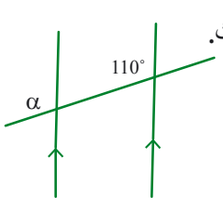
α = _____

ت.



α = _____

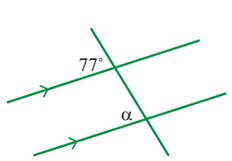
ث.



α = _____

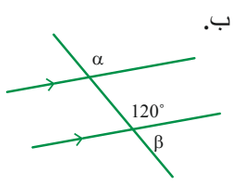
5. معطى، في كلّ بند، زوج من المستقيمات المتوازية ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. جدوا مقدار الزوايا. اشرحوا.

أ.



_____ = α لأنّ _____

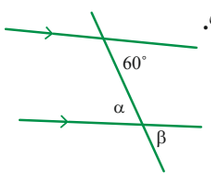
ب.



_____ = α لأنّ _____

_____ = β لأنّ _____

ت.

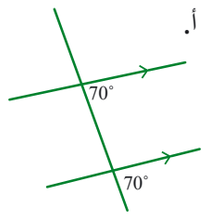


_____ = α لأنّ _____

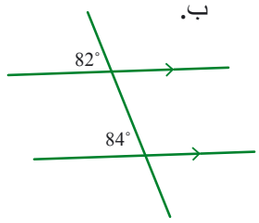
_____ = β لأنّ _____

6. معطى، في كلّ بند، زوج من المستقيمات المتوازية ومستقيم ثالث يتقاطع معهما. جدوا

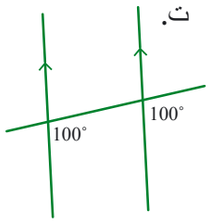
أ.



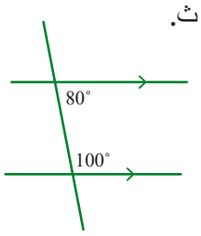
ب.



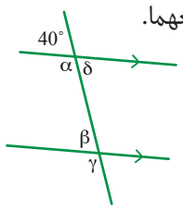
ت.



ث.



7. معطى، في الرسمة، زوج من المستقيمات المتوازية ومستقيم ثالث يتقاطع معهما.



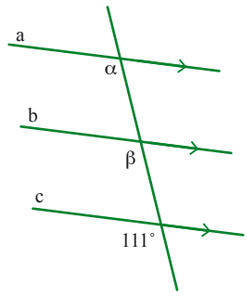
أكملوا مقدار الزوايا (بالدرجات).

α =_____ γ =_____

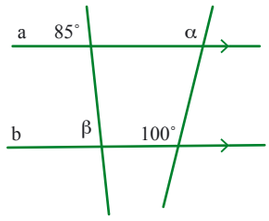
β =_____ δ =_____

8. جدوا، في كلّ بند، مقدار الزاويتين α وَ β واشرحوا.

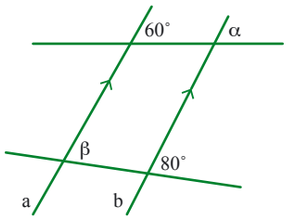
أ. a || b || c



ب. a || b

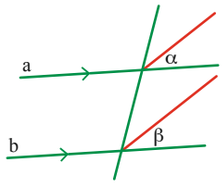


ت. a || b



9. معطى في الرسمة أن a || b ، ينصف المستقيمان الأحمران الزاويتين.

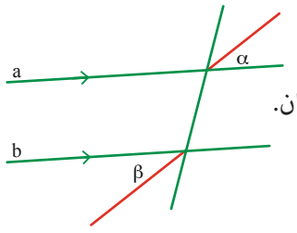
هل الزاويتان α وَ β متساويتان؟ اشرحوا.



10. معطى في الرسمة أن a || b وأن المستقيمين الأحمرين متوازيان.

هل الزاويتان α وَ β متساويتان؟ اشرحوا.

(إرشاد: مدّوا، في الرسمة، أحد المستقيمين الأحمرين).

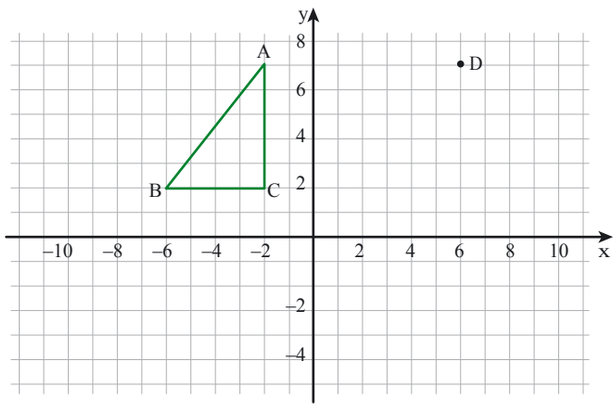


نحافظ على لياقة رياضيّة

مساحات في هيئة المحاور

1. رُسم المثلث ABC في هيئة المحاور.

أ. ارسموا، في نفس هيئة المحاور، المثلّث DEK بحيث تساوي مساحته مساحة المثلّث ABC والنقطة D(6, 7) تكون رأسه.

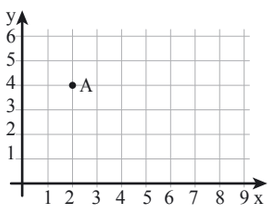


ب. اكتبوا إحداثيّات النقطتين E وَ K للمثلّث الّذي رسمتموه.

E(_____, _____) K(_____,_____)

ت. ارسموا، في نفس هيئة المحاور، مثلّثًا متساوي الساقين MTR بحيث تساوي مساحته مساحة المثلّث ABC.
ما هي إحداثيّات الرؤوس؟

2. عُيِّنت النقطة A في هيئة المحاور.



أ. ما هما إحداثيّا النقطة A؟

ب. عيِّنوا النقاط الآتية في هيئة المحاور المعطاة:

(6, 4) (2, 2) (1, 1) (2, 1) (8, 1) (8, 4) (7, 2)

ت. اختاروا ثلاثة نقاطًا من بين النقاط الّتي عيّنتموها بحيث تشكِّل مع النقطة A رؤوسًا لشبه منحرف مساحته أكبر ما يمكن. ما هي مساحة شبه المنحرف؟

ث. اختاروا ثلاثة نقاطًا من بين النقاط الّتي عيّنتموها بحيث تشكِّل مع النقطة A رؤوسًا لشبه منحرف مساحته أصغر ما يمكن. ما هي مساحة شبه المنحرف؟

ج. ما هو الفرق بين مساحتيْ شبهيِ المنحرف الّذين رسمتوهما في البندين ت وَ ث؟