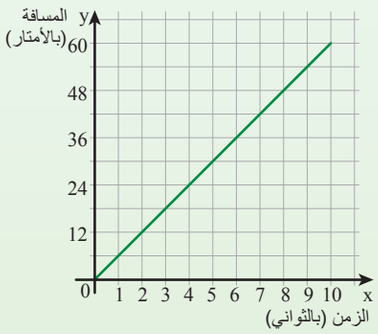
الوحدة الخامسة عشرة: وتيرة تغيُّر ثابتة ووتيرة متغيِّرة

الدّرس الأوّل: مسابقة الرّكض

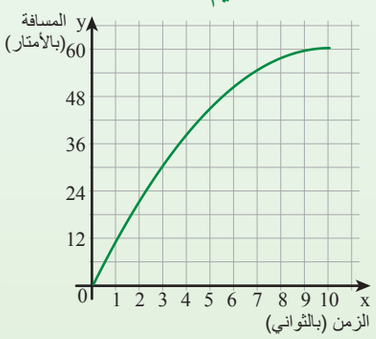
سرعة ثابتة وسرعة متغيِّرة

اشترك كلّ من **رائد، سليم وسعيد** في مسابقة الرّكض، في نفس المسار.
أمامكم رسوم بيانيّة تصف المسافة y (بالأمتار) الّتي قطعها كلّ واحد منهم منذ بداية الرّكض كدالة للزمن x (بالثواني).

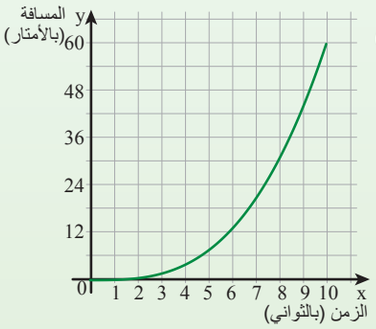
رائد



سليم



سعيد



هل فاز أحد المتسابقين في مسابقة الركض؟ اشرحوا.

نبحث وتيرة ركض كلّ واحد من المشتركين في الرّكض.

نتطرّق في المهام 1 - 4 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. أكملوا في الجدول المسافة (بالأمتار) الّتي قطعها كلّ متسابق منذ بداية الركض.

ب. كم ثانية استغرق الركض؟

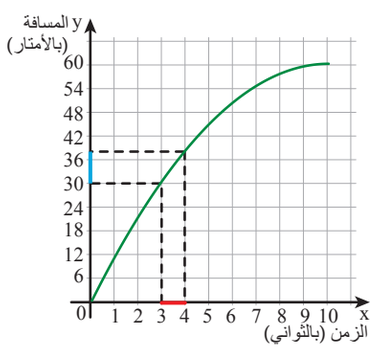
ت. ما هو طول المسار؟

ث. هل فأز أحد في المسابقة؟ اشرحوا.

	رائد	سليم	سعيد
خلال 4 ثوانٍ			
خلال 7 ثوانٍ			

انتبهوا إلى أنّ الثانية **الرابعة** للركض هي الفترة الزمنيّة الّتي مرّت بين 3 ثوانٍ إلى 4 ثوانٍ.

مثال: أشرنا في الرسمة **بالأحمر**، على محور x، إلى الثانية الرابعة.
قطع **سليم** في الثانية الرابعة حوالي 8 أمتار. (أشرنا إلى ذلك **بالأزرق** على محور y).



بماذا يختلف الرّكض عن المشيّ السّريع؟ أثناء المشيّ، في كلّ لحظة مُعطاة، قَدم واحد، على الأقلّ، يتلامس مع الأرض، أما خلال الرّكض، هناك مرحلة يكون فيها القدمان في الهواء. في مسابقة المشيّ الرياضيّ، يشدِّدون على أنْ يكون تلامس مع الأرض (لقدم واحدة على الأقلّ) خلال كلّ المسابقة.

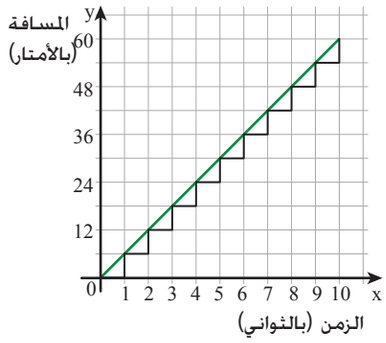
2. أ. في الثانية الثالثة (بين ثانيتين إلى 3 ثوانٍ):
- مَنْ هو المتسابق الّذي قَطع أقصر مسافة؟
- مَنْ هو المتسابق الّذي قَطع أطول مسافة؟

ب. في الثانية الثامنة (بين 7 ثوانٍ إلى 8 ثوانٍ):
- مَنْ هو المتسابق الّذي قَطع أقصر مسافة؟
- مَنْ هو المتسابق الّذي قَطع أطول مسافة؟

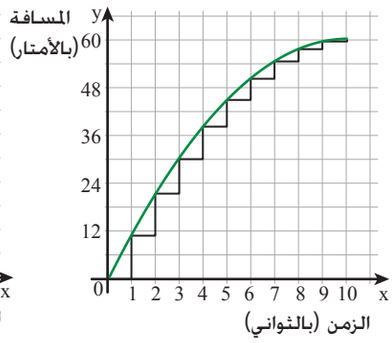
ت. هل ازدادت سرعة أحدهم قبل الوصول إلى النهاية؟ هل صَغُرت سرعة أحدهم؟ اشرحوا .

3. أضفنا "درجًا" إلى كلّ خطّ بيانيّ.
عرض كلّ درجة هو وحدة واحدة، وهذا يعني ثانية واحدة (انظروا الرسمة).

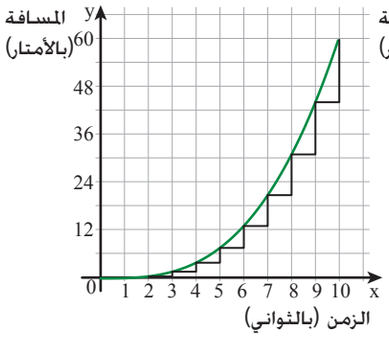
رائد



سليم



سعيد



حدّدوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح".

أ. لا يتغيّر ارتفاع الدرج في الرسم البيانيّ التابع **لرائد**.

ب. ارتفاع الدرجة في الثانية الرابعة، في الرسم البيانيّ التابع **لسعيد**، أصغر من ارتفاع الدرجة في الثانية التاسعة.

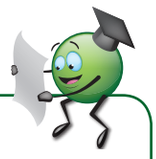
ت. ينخفض ارتفاع الدرج تدريجيًّا في الرسم البيانيّ التابع **لسعيد**.

ث. ارتفاع الدرجة في الثانية الرابعة، في الرسم البيانيّ التابع **لسليم**، أكبر من ارتفاع الدرجة في الثانية التاسعة.

ج. ينخفض ارتفاع الدرج تدريجيًّا في الرسم البيانيّ التابع **لسليم**.

4. أ. ماذا يمثِّل ارتفاع كلّ درجة (في الدرجات الّتي يوجد لها نفس العرض)؟

ب. ما العلاقة بين ارتفاع الدرج وسرعة الركض؟ اشرحوا.



- عرض كلّ درجة، في المهمّة 3، هو وحدة واحدة (ثانية واحدة).

يصف **ارتفاع كلّ درجة** المسافة الّتي قطعها الرّاكض خلال ثانية واحدة (هذا يعني **السرعة** في الثانية).

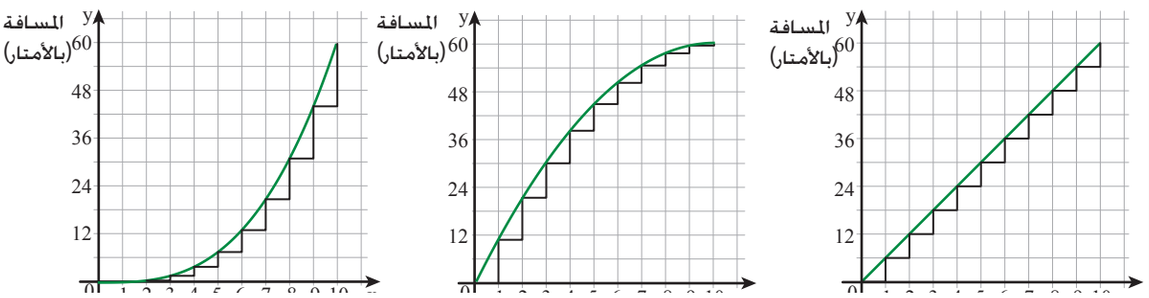
تصف الدّرجة **الأعلى** مسافة أكبر قطعها الرّاكض خلال ثانية واحدة، وهذا يعني أنّ **السّرعة أكبر**.

- إذا كَبُر ارتفاع الدّرجات تدريجيًّا فهذا يعني تزداد سرعة الرّاكض.
- إذا صَغُر ارتفاع الدّرجات تدريجيًّا فهذا يعني تقل سرعة الرّاكض.
- إذا لم يتغيَّر ارتفاع الدّرجات فهذا يعني أنّ سرعة الرّاكض ثابتة.

مثال: في مهمّة الافتتاحيّة.

ركض **رائد** بسرعة ثابتة — تتباطئ سرعة **سليم** — يزيد **سعيد** من سرعته

رائد | **سليم** | **سعيد**



- إذا كان خارج القسمة لكلّ درجة $\frac{\text{ارتفاع الدرجة}}{\text{عرض الدرجة}}$ مقدارًا ثابتًا فإنّنا نقول: إنّ **وتيرة التغير** للدالّة **ثابتة**.

الخطّ البيانيّ، في هذه الحالة، هو **خطّ مستقيم**.

إذا كان الخطّ البيانيّ **ليس خطًّا مستقيمًا** فإنّ وتيرة التغير **غير ثابتة**.

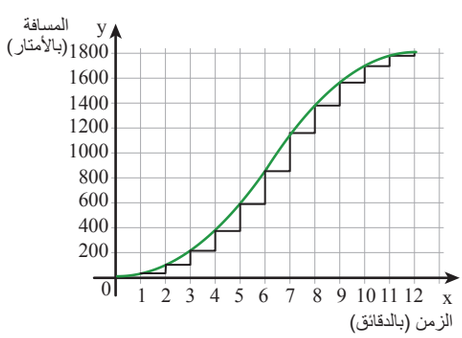
مجموعة مهامّ

1. أمامكم وصف للرّكض الّذي يركضه **سامر** لمسافات طويلة.

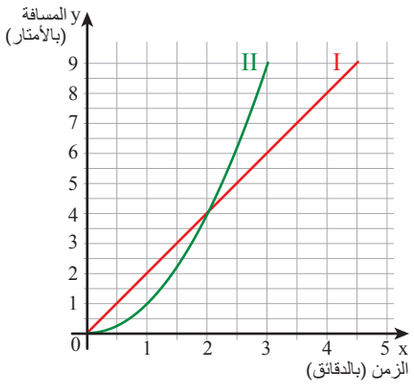
أ. ما هو طول المسار؟

ب. بكم دقيقة أنهى **سامر** الرّكض؟

ت. هل ركض **سامر** بوتيرة ثابتة؟ اشرحوا.



2. تتسابق سُلحفتان في مسار طوله 9 م.
يصف الخطّان البيانيّان بُعد السُّلحفَتَيْنِ y (بالأمتار)
عن نقطة الانطلاق كدالّة للزمن x (بالدقائق).



أ. **السُّلحفاة I**
- ما هي المسافة الّتي قطعتها خلال الدقيقة الأولى؟
- ما هي المسافة الّتي قطعتها خلال الدقيقة الثانية؟
- بَعد كم دقيقة قطعت 6 أمتار عن نقطة الانطلاق؟

ب. **السُّلحفاة II**
- ما هي المسافة الّتي قطعتها خلال الدقيقة الأولى؟
- ما هي المسافة الّتي قطعتها خلال الدقيقة الثانية؟
- بَعد كم دقيقة قطعت 6 أمتار عن نقطة الانطلاق؟

ت. بَعد كم دقيقة التقت السلحفتان؟ في أيّ بُعد؟

ث. اكتبوا "صحيح" أو "غير صحيح".
- بَعد مرور 3 دقائق وصلت السلحفاة **II** خطّ النهاية.
- وصلت السلحفتان خطّ النهاية في نفس الوقت.
- تتقدّم السلحفاة **II** بسرعة ثابتة.

3. أمامكم رسم بيانيّ يصف المسافة بالأمتار (y) الّتي يقطعها **سامر** كدالّة للزّمن بالثّواني (x).

أ. كم من الزّمن استغرق ركض **سامر**؟

ب. بعد كم ثانية قطع **سامر** 80 مترًا؟

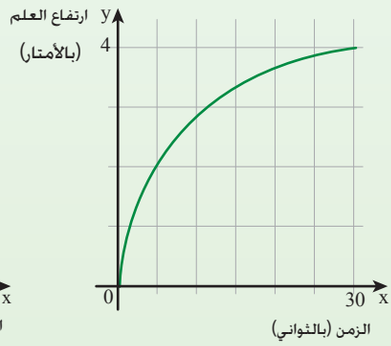
ت. ما هي المسافة الكلّيّة الّتي قطعها **سامر**؟

ث. أحيطوا الإجابة الصحيحة.
- رَكض **سامر** بسرعة ثابتة / متغيِّرة خلال الـ 8 ثواني الأولى.
- رَكض **سامر** بسرعة ثابتة / متغيِّرة بَعد الـ 8 ثواني الأولى..

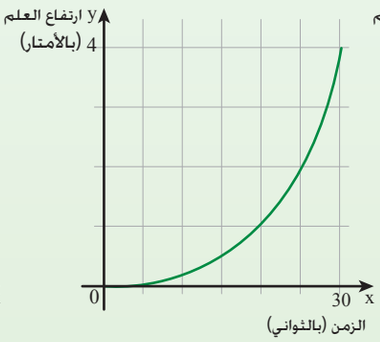
لدّرس الثّاني: وتيرة تغيُّر الدالة

في المخيم الصّيفيّ، يرفع التّلاميذ العَلم إلى رأس السّارية عند كلّ مساء.
في كلّ يوم، يختارون تلميذة متفوّقة لرفع العَلم.
أمامكم رسوم بيانيّة تصف رَفع العَلم في ثلاثة أيام.

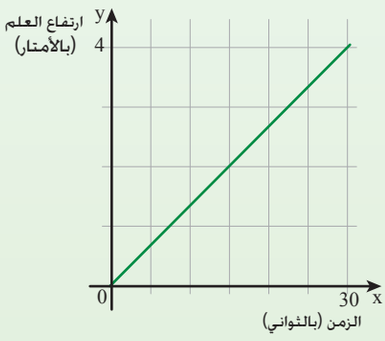
جمانة
اليوم الأول



رانية
اليوم الثاني



ربيعة
اليوم الثالث

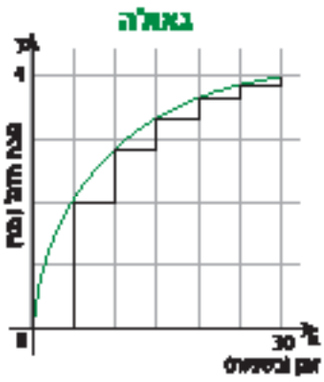


إلى أيّ ارتفاع رُفع العَلم كلّ يوم؟
كم من الوقت استمرّ رَفع العَلم كلّ يوم؟

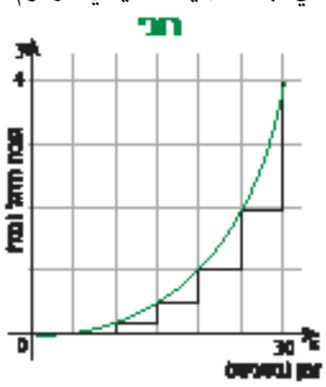
نتعلّم عن وتيرة تغيُّر الدّالّة.

1. أَضفنا درجًا بنفس العرض لكلّ خطّ بيانيّ كي نبحث وتيرة التغيُّر في الرسوم البيانيّة المختلفة.

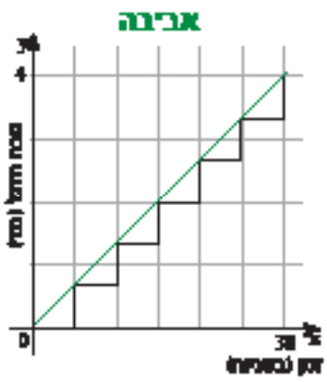
גאולה



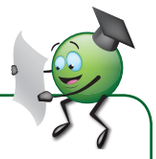
רות



אביבה

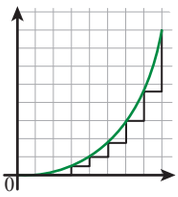


أ. في أيّ رسم بيانيّ لا يتغيّر ارتفاع الدرج؟
ب. في أيّ رسم بيانيّ يزداد ارتفاع الدرج تدريجيًّا؟
ت. في أيّ رسم بيانيّ يقل ارتفاع الدرج تدريجيًّا؟
ث. من منهنّ رَفعت العَلم بوتيرة ثابتة؟
ج. من منهنّ بدأت في رَفع العَلم بوتيرة بطيئة، وبعد ذلك ازدادت وتيرة الرفع؟
ح. من منهنّ بدأت في رَفع العَلم بوتيرة سريعة، وبعد ذلك بوتيرة بطيئة؟

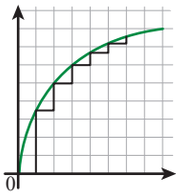


للتذكير: في سلسلة الدّرجات المتجاورة والمتساوية في عرض وحدة واحدة:

- إذا **كبر** ارتفاع الدّرجات **تدريجيًّا** فإنّ وتيرة التغيُّر تَكْبر.



- إذا **صغر** ارتفاع الدّرجات **تدريجيًّا** فإنّ وتيرة التغيُّر تَصْغُر.



- إذا **لم يتغير** ارتفاع الدّرجات فإنّ الوتيرة **ثابتة**. في هذه الحالة يكون الخطّ البيانيّ خطًّا مستقيمًا.

2. قامت **أميرة** بتعبئة الوعائين بالماء.

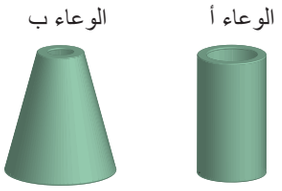
أ. صفوا كيف يتغيّر ارتفاع الماء في كلّ وعاء؟

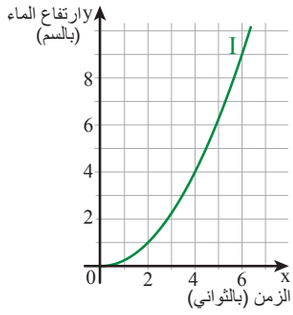
ب. أمامكم رسمان بيانيّان.

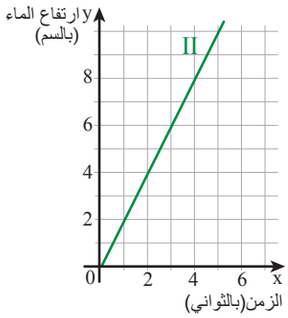
أيّ رسم بيانيّ يصف ارتفاع الماء في الوعاء **أ**؟

أيّ رسم بيانيّ يصف ارتفاع الماء في الوعاء **ب**؟

اشرحوا.



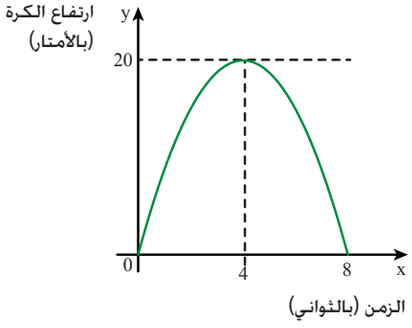




3. قُذفت كرة عموديًّا إلى أعلى.

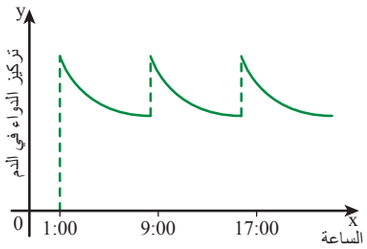
أمامكم رسم بيانيّ يصف ارتفاع الكرة فوق سطح الأرض y (بالأمتار) كدالّة للزمن الّذي مرّ منذ أن قُذفت الكرة x (بالثواني).

صفوا كيف يتغيّر ارتفاع الكرة؟



مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسم بياني يصف تركيز دواء في الدّم كدالة للزمن.



عند حقن الدّواء، يرتفع التّركيز مباشرةً تقريبًا، وهو ينخفض مع مرور الوقت خلال إخراج الدّواء من الجسم.

أ. في أيّ ساعة تمَّت الحقنة الأولى؟

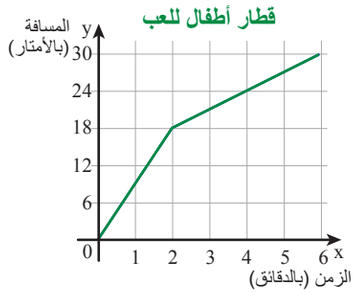
ب. في أيّ ساعة تمَّت الحقنة الثانية؟

ت. كلّ كم ساعة يحقنون الدّواء؟

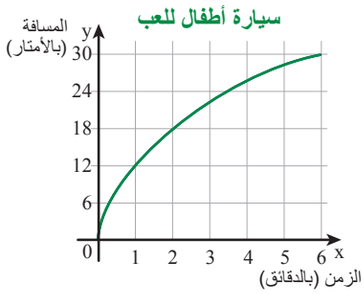
ث. هل ينخفض تركيز الدّواء في الدّم بوتيرة ثابتة أم بوتيرة متغيِّرة؟

2. أمامكم رسمان بيانيّان يصفان المسافة y (بالأمتار) عن نقطة الانطلاق لقطار أطفال للعب ولسيارة أطفال للعب كدالّة لزمن تشغيل اللعبة x (بالدقائق).

I



II



أ. ما هي المسافة الّتي قطعها القطار في الدّقيقة الأولى؟

ب. ما هي المسافة الّتي قطعتها السّيارة في الدّقيقة الأولى؟

ت. أيُّهما قَطع مسافة أكبر خلال الدّقائق الـ 4 الأولى؟

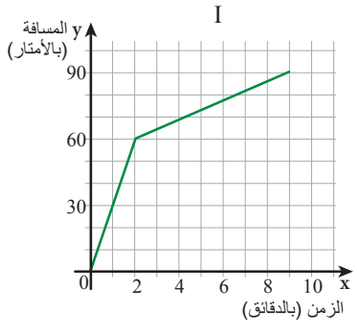
ث. أمامكم عبارات، حدِّدوا هل هي مناسبة للقطار، للسّيارة أو لإثنيهما.

- تحرّك بسرعة ثابتة في الدّقيقتين الأوليَين. القطار / السّيارة
- قَطع 30 م خلال 6 دقائق. القطار / السّيارة
- قَطع 18 م خلال دقيقتين. القطار / السّيارة
- قَطع 12 م في الدقيقة الأولى. القطار / السّيارة

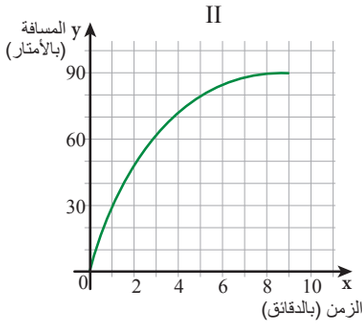
3. سارت شاحنة أطفال للعب ودرّاجة أطفال للعب في نفس المسار، طول المسار 90 م.
غيَّرت الدّرّاجة سرعتها مرّة واحدة، أما **الشّاحنة** فقد سارت **بسرعة متغيِّرة**.

أ. لائموا بين كلّ رسم بيانيّ واللُّعبة المناسبة له.

I



II



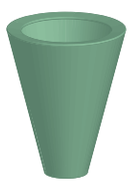
ب. ما هي المسافة الّتي قطعتها الشاحنة في الدّقيقتين الأوليَيْن؟
ما هي المسافة الّتي قطعتها الدراجة في نفس الوقت؟

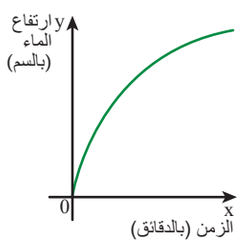
ت. خلال كم دقيقة قطعت الشاحنة مسافة 80 م.
خلال كم دقيقة قطعت الدراجة نفس المسافة.

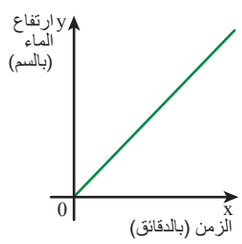
ث. أمامكم عبارات، حدِّدوا هل هي مناسبة للدّرّاجة، للشّاحنة أو لإثنتيهما.

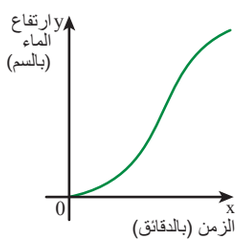
- قطعت مسافة 90 مترًا خلال 9 دقائق. — الدراجة / الشاحنة
- سرعتها متغيِّرة على طول المسار. — الدراجة / الشاحنة
- انخفضت سرعتها تدريجيًّا خلال السّفر. — الدراجة / الشاحنة
- سارت بسرعة ثابتة في قسم من الزّمن. — الدراجة / الشاحنة

4. نملأ الأوعية الثلاثة الآتية بالماء.
أمامكم رسوم بيانيّة، لائموا بين كلّ وعاء والرّسم البيانيّ المناسب الّذي يصف ارتفاع الماء في الوعاء بالسّم (y) كدالّةٍ للزّمن بالدّقائق (x).





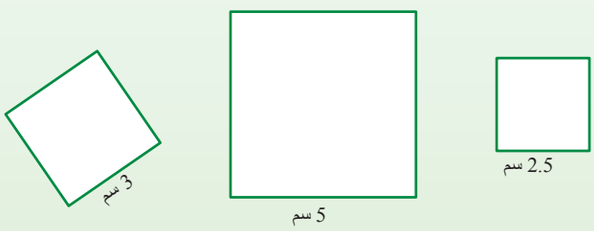




الدّرس الثّالث: أضلاع، مساحات ومحيطات

وصف تغيُّر دالّة بواسطة جدول

حَسَب التّلاميذ، في درس الهندسة، مساحات ومحيطات مربّعات.
أمامكم رسومات لثلاثة مربعات.



- احسبوا محيط كل مربّع.
- احسبوا مساحة كل مربّع.

نتعلَّم عن تغيُّر دالّة حسب جدول يمثِّلها.

علاقة بين طول ضلع المربّع ومحيطه

1. أ. x يمثِّل طول ضلع المربّع (بالسم)،y يمثِّل محيط المربّع (بالسم).
أي قيم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.

ب. أكملوا.

x طول ضلع المربّع (بالسم)	1	2	3	4	5	6	7
y محيط المربّع (بالسم)							

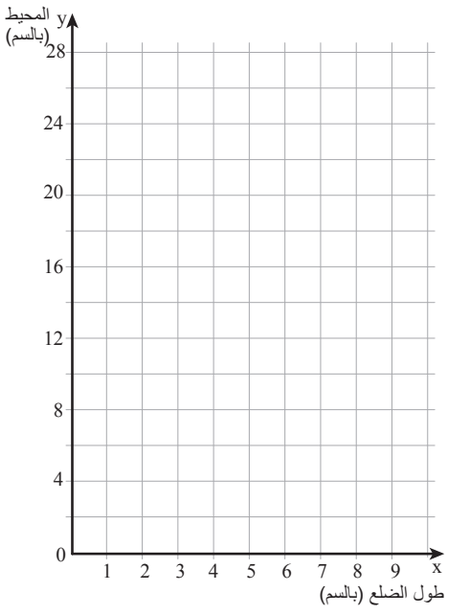
ب. رُتِّبت أطوال الأضلاع في الجدول من الأصغر إلى الأكبر.

- هل نتائج المحيطات الّتي حسبتمُوها تَكْبُر تصاعديًّا أيضًا؟
- هل الدّالّة الّتي تناظر (تلائم) بين طول ضلع المربّع ومحيطه هي دالّة تصاعديّة أو تنازليّة؟ اشرحوا.

ث. رُتِّبت أطوال الأضلاع في الجدول بفرق ثابت(تَكْبُر بـ 1).
هل نتائج المحيطات، الّتي حصلتم عليها في الجدول، بفرق ثابت؟ إذا كانت الإجابة نعم فما هو الفرق الثابت؟

ج. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي تظهر في الجدول ثم ارسموا الخط البياني المناسب. اشرحوا لماذا الخط البياني المتواصل هو الخط البياني المناسب.

ح. هل وتيرة تغيُّر محيط المربّع ثابتة؟ اشرحوا.



العلاقة بين طول الضلع المربع والمساحة

2. أ. x يمثّل طول ضلع المربّع (بالسم)،y يمثّل مساحة المربّع (بالسم).
أي قيم مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.

ب. أكملوا.

x طول ضلع المربّع (بالسم)	1	2	3	4	5	6	7
y محيط المربّع (بالسم)							

ت. رُتِّبت أطوال الأضلاع في الجدول من الأصغر إلى الأكبر.

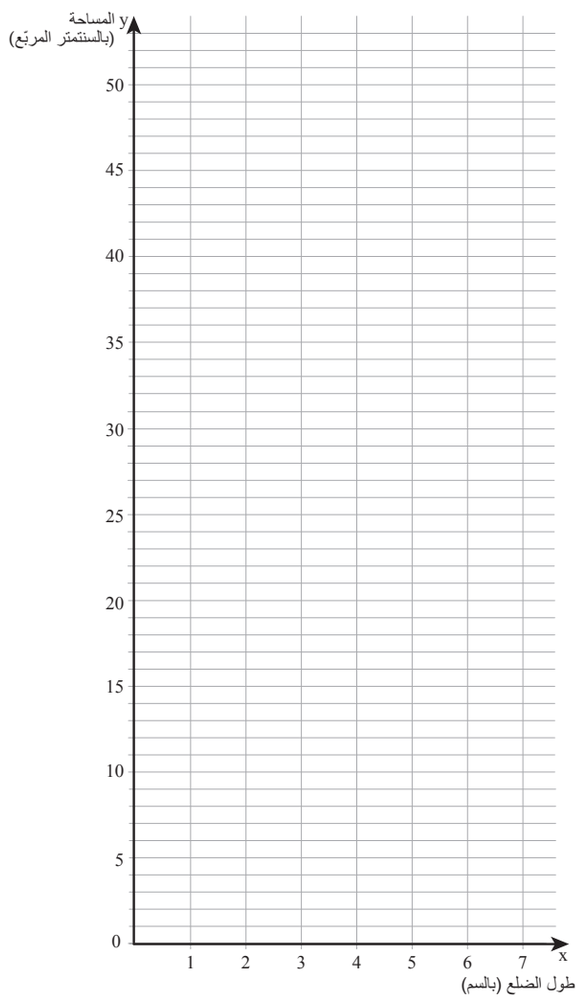
- هل نتائج المساحات الّتي حسبتمُوها تَكْبُرُ تصاعديًّا أيضًا؟
- هل الدّالّة الّتي تناظر (تلائم) بين طول ضلع المربّع ومساحته هي دالّة تصاعديّة أو تنازليّة؟ اشرحوا.

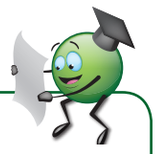
ث. رُتِّبت أطوال الأضلاع في الجدول بفرق ثابت(تَكْبُرُ بـ 1).

هل نتائج المساحات، الّتي حصلتم عليها في الجدول، بفرق ثابت؟

ج. عيّنوا، في هيئة المحاور، النقاط التي تظهر في الجدول ثم ارسموا الخط البياني المناسب. اشرحوا لماذا الخط البياني المتواصل هو الخط البياني المناسب.

ح. هل وتيرة تغيُّر مساحة المربّع ثابتة؟ اشرحوا.





يمكن أنْ نفحص ما إذا تتغيَّر الدّالّة بوتيرة ثابتة أو بوتيرة متغيِّرة بمساعدة جدول قيم أيضًا.

نرتِّب قيم x ، في الجدول، ترتيبًا **تصاعديًّا** وبفرق **ثابت**.

- إذا حصلنا على **قيم y بفرق ثابت** فإنَّ ذلك يعني أنّ الدّالّة تتغيَّر **بوتيرة ثابتة**.

مثال: تصف الدالّة، في مهمّة 1، تغيُّرًا في محيط المربّع حسب التغيُّر في طول الضّلع. تتغيَّر الدالة **بوتيرة ثابتة**.

x طول الضّلع (بالسم)	1	2	3	4	5
y محيط المربّع (بالسم)	4	8	12	16	20

+1 +1 +1 +1

+4 +4 +4 +4

- إذا حصلنا على **قيم y بفرق غير ثابت** فإنَّ ذلك يعني أنّ الدّالّة تتغيَّر **بوتيرة متغيِّرة**.

مثال: تصف الدالّة، في مهمّة 2، تغيُّرًا في مساحة المربّع حسب التغيُّر في طول الضّلع. تتغيَّر الدالة **بوتيرة متغيّرة**.

x طول الضّلع (بالسم)	1	2	3	4	5
y مساحة المربّع (بالسم مربّع)	1	4	9	16	25

+1 +1 +1 +1

+3 +5 +7 +9

3. أمامكم جداول قيم لدوال.

سجّلوا، في كلّ بند، هل تتغيّر الدالّة الموصوفة في الجدول تغيُّرًا ثابتًا أم تغيُّرًا غير ثابت.

أ.

x	1	2	3	4	5
y	0	5	10	15	20

ب.

x	1	2	3	4	5
y	1	2	3	5	8

ت.

x	1	2	3	4	5
y	3	2	1	0	−1

ث.

x	1	2	3	4	5
y	−2	4	−6	8	−10

4. أكملوا، في كلّ بند، جدول قيم الدالّة.

أ. تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة.

x	−2	−1	0	1	2
y					

ب. تتغيّر الدالّة بوتيرة متغيِّرة.

x	−2	−1	0	1	2
y					

مجموعة مهامّ

1. درجة حرارة سائل هي 8°C.

نسخّن السائل بحيث ترتفع درجة حرارته بـ 10°C كلّ دقيقة.

أ. أكملوا الجدول ($x \geq 0$).

x الزمن (بالدقائق)	0	1	2	3	4	5	6	7
y درجة الحرارة (بـ °C)	8							

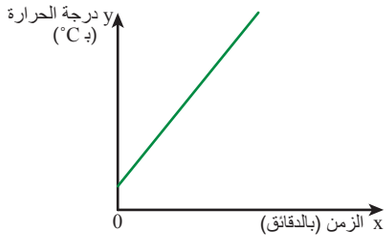
ب. كم كانت درجة الحرارة بعد مرور 10 دقائق على التسخين؟

ت. بعد مرور كم دقيقة من التسخين تصبح درجة حرارة السائل88°C؟

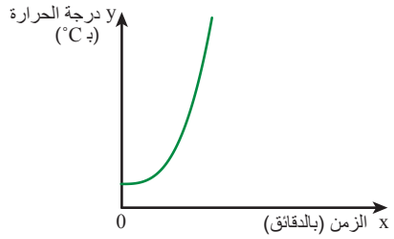
ث. هل ترتفع درجة الحرارة بوتيرة ثابتة؟

ج. أمامكم رسمان بيانيان، أيُّهما يصف التغيُّر في درجة حرارة السائل؟ اشرحوا.

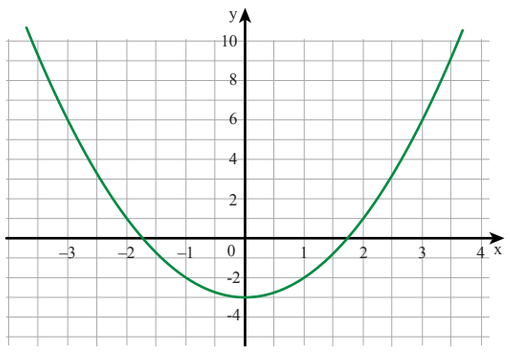
I



II



2. أمامكم رسمة خطّ بيانيّ لدالّة.

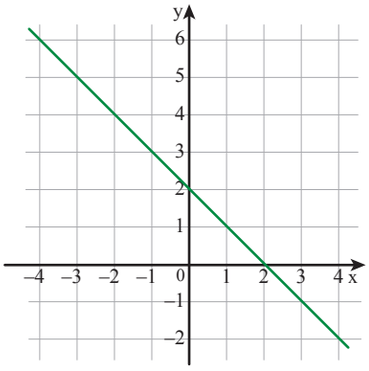


أ. أكملوا الجدول حسب الرسم البيانيّ.

x	—3	—2	—1	0	1	2	3
y							

ب. هل تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة؟

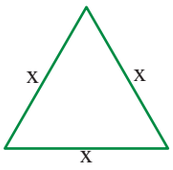
3. أمامكم رسمة خطّ بيانيّ لدالّة.



أ. أكملوا الجدول حسب الرسم البيانيّ.

x	—3	—2	—1	0	1	2	3
y							

ب. هل تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة؟



4. x يمثّل طول ضلع مثلّث متساوي الأضلاع $(x > 0)$.

نناظر (نلائم) بين طول ضلع مثلّث متساوي الأضلاع (بالسم)

ومحيط المثلّث (بالسم).

(للتّذكير: في مثلّث متساوي الأضلاع، جميع الأضلاع متساوية في الطّول).

أ. أكملوا الجدول.

x طول الضلع (بالسم)	1	2	3	4	5	6	7
y محيط المثلّث (بالسم)							

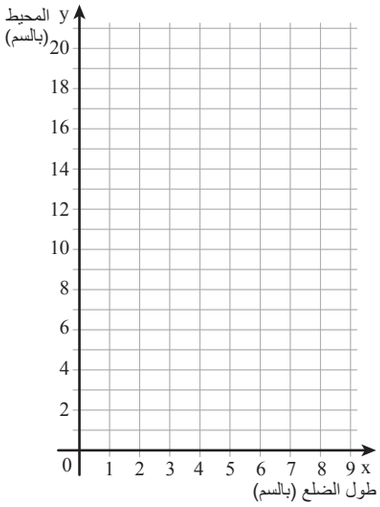
ب. اكتبوا الفروق بين قيم x على الأقواس العلويّة.

ت. اكتبوا الفروق بين قيم y على الأقواس السفليّة.

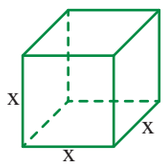
ث. هل تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة؟

هل الخطّ البيانيّ للدالّة هو خطّ مستقيم؟

ج. عيّنوا النقاط الّتي تظهر في الجدول، في الرسم البيانيّ، وارسموا الخطّ البياني المناسب.



5. x يمثّل طول ضلع مكعّب $(x > 0)$.



نناظر (نلائم) بين طول ضلع المكعّب x (بالسم)

وحجم المكعّب (بالسنتمتر مكعّب).

(للتّذكير: في المكعّب، جميع الأضلاع متساوية في الطّول، حجم المكعّب x^3 سنتمتر مكعّب).

أ. أكملوا.

x طول الضلع (بالسم)	1	2	3	4	5
y حجم المكعّب (بالسم مكعّب)					

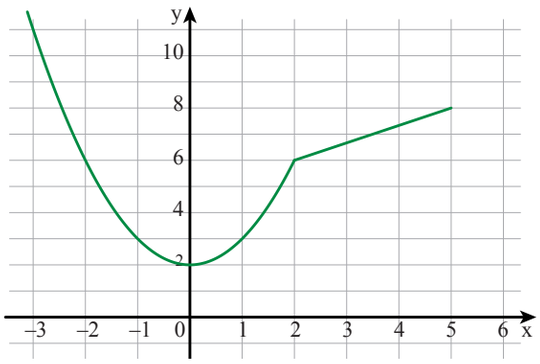
ب. هل تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة؟

هل الخطّ البيانيّ للدالّة هو خطّ مستقيم؟

6. أمامكم رسمة خطّ بيانيّ لدالّة.

مجال الدالّة (على محور x):

الأعداد بين (3–) إلى 5.



سجِّلوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح".

أ. تقع النقطة (4 ,1–) على الخطّ البيانيّ للدالّة.

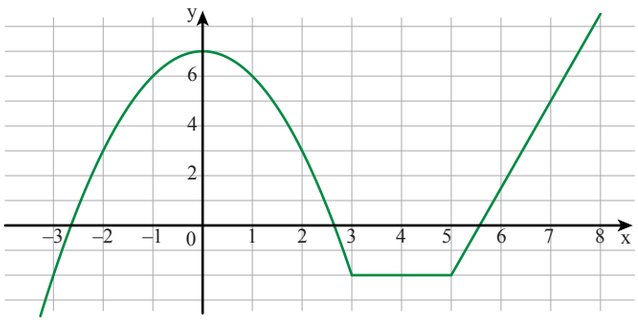
ب. تقع النقطة (3 ,1) على الخطّ البيانيّ للدالّة.

ت. تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة لقيم x بين 0 إلى 2.

ث. تتغيّر الدالّة بوتيرة متغيّرة لقيم x بين 2 إلى 5.

ج. الدالّة تصاعديّة في المجال بين 2 إلى 5.

7. أمامكم رسمة خطّ بيانيّ لدالّة. مجال الدالّة (على محور x): الأعداد بين (4–) إلى 8.



سجِّلوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح".

أ. تقع النقطة (3 ,2) على الخطّ البيانيّ للدالّة.

ب. تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة لقيم x بين5 إلى 7.

ت. الدالّة تنازليّة لقيم x بين 0 إلى 3.

ث. تتغيّر الدالّة بوتيرة ثابتة لقيم x بين (3–) إلى 0.

ج. الدالّة ثابتة لقيم x بين3 إلى 5.

ح. الدالّة تصاعديّة في المجال بين(4–) إلى 6.

8. درجة حرارة سائل هي 4°C.

نسخّن السائل بوتيرة ثابتة بحيث تصبح درجة حرارته 34°C بعد مرور 5 دقائق.

أ. بكم درجة يسخن السائل كلّ دقيقة.

ب. كم كانت درجة الحرارة بعد مرور 3 دقائق؟

ت. بعد مرور كم دقيقة تصبح درجة الحرارة 64°C؟