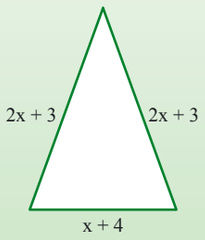
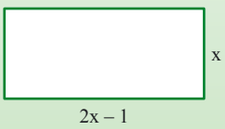
الوحدة السّادسة عشرة: أشكال، أجسام ومعادلات

الدرس الأوّل:محيطات مثلّثات وأشكال رباعيّة

أمامكم رسمتان لمستطيل ومثلّث متساوي الساقين.
التعابير المسجَّلة بجانب الأضلاع تصف أطوالها ($x > \frac{1}{2}$).
اكتبوا تعابير جبريّة تصف محيطات الأشكال.





نحلّ مسائل متعلّقة بمحيطات مثلّثات وأشكال رباعيّة.

1. جِدوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا، أطوال أضلاع الأشكال الّتي وَرَدَت في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.

- اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.
- اكتبوا إجابة افحصوا ما إذا كان الحلّ الّذي وجدتمُوه مناسبًا لشروط المسألة.

أ. محيط المستطيل 28 سم.

ب. محيط المثلّث 50 سم.

ت. محيط المثلّث يساوي محيط المستطيل.

ث. محيط المثلّث ضِعْفا محيط المستطيل.

ج. محيط المستطيل أكبر بـ 4 سم من محيط المثلّث.

ح. مجموع محيطيْ المستطيل والمثلّث هو 19 سم.
ما هو نوع المثلّث الناتج؟ وما هو نوع المستطيل النّاتج؟

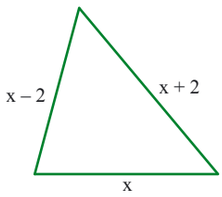
خ. مجموع محيطيْ المستطيل والمثلّث هو 13.5 سم.

عندما نفحص حلّ مسألة كلاميّة لا نكتفي في فحص ما إذا كان حل المعادلة صحيحًا.
من المهم أن نفحص أنّ الحلّ يحقّق شروط المسألة. إذا كان الحلّ لا يحقّق المسألة فعندئذٍ **لا يوجد حلّ للمسألة**.

أمثلة:
- معطى، في المهمة 1، في بند ث أنّ حلّ المعادلة $5x + 10 = 2(6x - 2)$ هو $x = 2$.
الحلّ مناسب لشروط المسألة $ax > \frac{1}{2}k$.
أطوال أضلاع المستطيل هي: 2 ,3. أطوال أضلاع المثلّث هي 7 .7 ,6.
- معطى، في المهمّة 1، في بند خ أنّ حلّ المعادلة $6x - 2 + 5x + 10 = 13.5$ هو $x = \frac{1}{2}$.
الحلّ غير مناسب لشروط المسألة (يجب أن يتحقّق $x > \frac{1}{2}$)، لذا **لا يوجد حلّ** للمسألة.

نفكّر بـ ...

2. أمامكم رسمة مثلّث ($x > 2$، قياسات الطّول معطاة بالسم).



أ. محيط المثلّث هو 48 سم. ما هي أطوال أضلاع المثلّث؟

ب. قال **سائد:** نجحت في حلّ المسألة دون حلّ المعادلة.
اشرحوا، كيف حلّ **سائد**؟

أمامكم لعبة تركيبيّة نسمِّيها تنغرام. أقسام التّنغرام السّبعة (مربّع، متوازي أضلاع وخمسة مثلّثات تختلف بالكبر) تكوِّن مربّعًا.

التّنغرام هو لعبة صينية قديمة (عُمرها حوالي 4,000 سنة)، انتشرت في الغرب قبل حوالي 200 سنة، وقد قبلها الغرب بحماس وإعجاب كبير.
ظَهر الاسم تنغرام لأول مرّة في كِتاب أُحاجي هندسيّة للشباب، وقد نُشر هذا الكتاب قبل حوالي 150 سنة في انكلترا.
كان لويس كارول (رياضيّ ومؤلف كتاب "إليسا في بلاد العجائب") من بين المعجبين جدًا بلعبة التّنغرام، ويقال أنّ الحاكم الفرنسيّ نابليون بونبرت، كان معجبًا جدًا بهذه اللُّعبة أيضًا.
مبدأ اللُّعبة أنْ نركِّب أشكالاً مختلفة بواسطة الأقسام السّبعة. عند تركيب الأشكال، نجد أنّ هناك عددًا كبيرًا جدًا من إمكانيّات التّركيب.
نَشر مُكتشف الألغاز الأميركي صموئيل لويد (Samuel Loyd)، قبل حوالي مائة سنة، كتابًا فيه حوالي 700 شكل، وقد تمّ بناء هذه الأشكال من أقسام التّنغرام السّبعة.
أحيانًا، ترافق لعبة التّنغرام مجموعة أشكال كنماذج للتّركيب، لكي يبنيها المشتركون بواسطة أقسام التّنغرام.

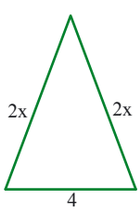
في موقع "الرّياضيّات المدمجة" في قسم "تفوق رحوبوت"، يمكنكم أن تجدوا تعليمات حول كيفية بناء أقسام اللُّعبة.
حضِّروا تنغرام من كرتون وحاولوا أنْ تبنوا منه أشكالاً تظهر في الرّسمة.
قارنوا مع زملائكم.

حسب الموسوعة الحرة ويكيبيديا

مجموعة مهامّ

أُعِدّت الرسومات في المهام الآتية للتوضيح. تمثِّل الأعداد والتعابير الجبريّة قياسات الطول بالسم.

1. أمامكم رسمة مثلّث متساوي الساقين ($x > 1$).



أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًا يمثِّل محيط المثلّث.

ب. محيط المثلّث يساوي 28 سم. اكتبوا معادلة مناسبة وحلُّوها.

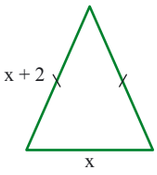
ت. جِدوا طولي الساقين.افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

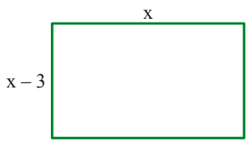
2. أمامكم رسمتان: مثلّث متساوي السّاقين ومستطيل $(x > 3)$.

أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لمحيط كلّ شكل.

ب. محيط المثلّث يساوي محيط المستطيل.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

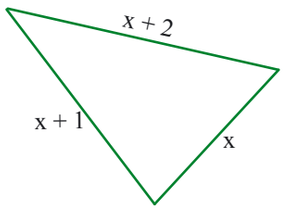
ت. جِدوا أطوال أضلاع كلّ شكل.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

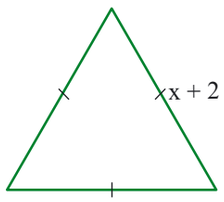


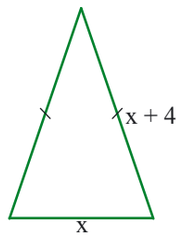


3. مُعطاة، في كلّ بند، تعابير جبريّة تُمثِّل أطوال أضلاع المثلّث. سُجِّل فوق كلّ مثلّث تعبير يمثِّل محيط المثلّث.
جِدوا أطوال أضلاع المثلّث.

أ. المحيط: $(x > 0)\ 7x$ ب. المحيط: $(x > 0)\ 5x$ ت. المحيط: $(x > 1)\ 4x - 2$





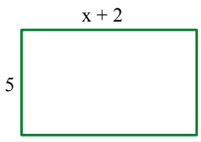


4. أمامكم رسمتان: مربّع ومستطيل $(x > 0)$.

أ. أكملوا التعابير الجبريّة المناسبة.
محيط المربّع _____ سم.
محيط المستطيل _____ سم.

ب. محيط المربّع يساوي محيط المستطيل. اكتبوا معادلة مناسبة وحلُّوها.

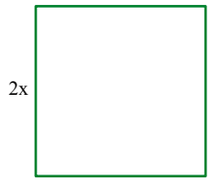
ت. جِدوا أطوال أضلاع كلّ شكل رباعيّ. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

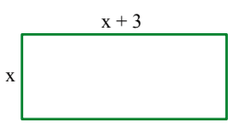


5. أمامكم رسمتان: مربّع ومستطيل $(x > 0)$.

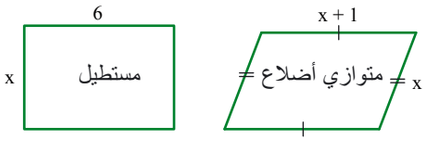
أ. اكتبوا تعابير جبريّة تمثِّل محيط كلّ شكل رباعيّ.

ب. محيط المربّع أكبر بـ 14 سم من محيط المستطيل.
اكتبوا معادلة مناسبة، حلّوا وجدوا أطوال أضلاع كلّ شكل رباعيّ.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.





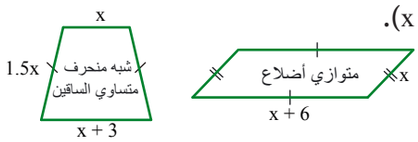
6. أمامكم رسمتان: متوازي أضلاع ومستطيل ($x > 0$).
جِدوا، في كلّ بند، أطوال أضلاع كلّ شكل رباعيّ. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.



أ. محيط متوازي الأضلاع يساوي محيط المستطيل.

ب. مجموع محيطيْ المستطيل ومتوازي الأضلاع هو 50 سم.

7. أمامكم رسمتان: متوازي أضلاع وشبه منحرف متساوي الساقين ($x > 0$).
جِدوا، في كلّ بند، أطوال أضلاع كلّ شكل رباعيّ. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.



أ. محيط متوازي الأضلاع يساوي محيط شبه منحرف.

ب. مجموع محيطيْ متوازي الأضلاع وشبه المنحرف هو 150 سم .

8. حلّوا المعادلات.

أ. $2x - 3 + 4x = 5(x + 2)$

ب. $3(x - 2) + 1 = 2x - 7$

ت. $4x + 2(x - 1) = 10$

ث. $3(2x - 1) - 4 = 8x - 7$

ج. $5x + 3(x - 2) = 10 + 4x$

ح. $2(x + 3) - 5x = 3 - 2x$

9. حلّوا المعادلات.

أ. $2x + 3(4 - x) = x + 8$

ب. $2(x - 3) - 4 + x = 2x + 8$

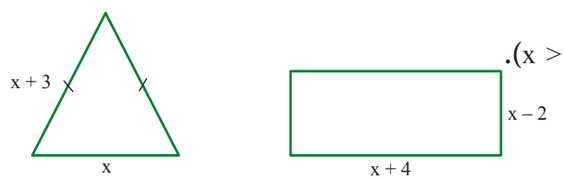
ت. $6(2 - x) = 5(1 - x)$

ث. $2(x + 3) - 4 + x = 2(x + 8)$

ج. $3(2x + 1) = 4(2 - x) + 2(3x + 5) + 1$

ح. $4x + 3(2x + 1) = 4(x + 3)$

10. أمامكم رسمتان: مثلّث متساوي الساقين ومستطيل($x > 2$).
افحصوا، في كلّ بند، ما إذا كان الأمر ممكناً. إذا كانت الإجابة نعم فجدوا أطوال الأضلاع.إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

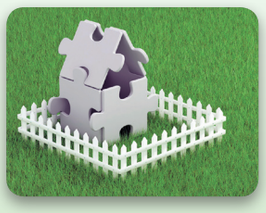


أ. محيط المستطيل أكبر بـ 3 سم من محيط المثلّث.

ب. محيط المستطيل يساوي محيط المثلّث.

ت. محيط المستطيل أكبر بضعفين من محيط المثلّث.

الدّرس الثّاني: مساحات مستطيلات



مُعطى ثلاث قِطع أرض مستطيلة الشّكل.
محيط كلّ قطعة هو 100 م.
في القطعة **أ**، طول أحد الأضلاع أطول بـ 10 م من طول الضّلع المجاور.
في القطعة **ب**، طول أحد الأضلاع أكبر 4 أضعاف من طول الضلع المجاور.
القطعة **ت** هي مربّع.
خمِّنوا: أي قطعة لها المساحة الكبرى؟

نحسب مساحات مستطيلات ونجد أطوال الأضلاع حسب المُعطيات.

1. نتطرّق إلى المُعطيات الّتي وَرَدَت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. احسبوا أطوال أضلاع القطعة **أ** ومساحتها.

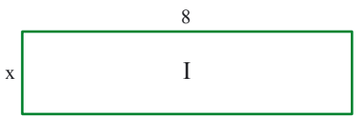
ب. احسبوا أطوال أضلاع القطعة **ب** ومساحتها.

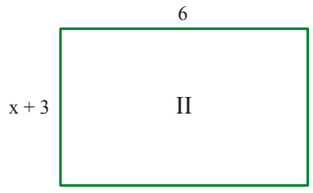
ت. ما هو طول ضلع المربّع؟ وما هي مساحته؟

ث. أيّ قطعة لها المساحة الكبرى؟ جدوها.

أُعِدّت الرسومات في مهام الدروس وفي مجمع المهام للتوضيح والعرض. تمثِّل الأعداد والتعابير الجبريّة قياسات الطول بالسم.

2. مُعطى مستطيلان ($x > 0$).





أ. أكملوا التعابير المناسبة.

مساحة المستطيل **I** _____ سنتمترًا مربّعًا.

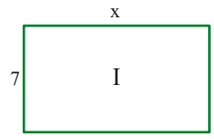
مساحة المستطيل **II** _____ سنتمترًا مربّعًا.

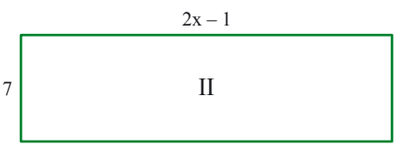
ب. مساحة المستطيلان متساوية.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. جِدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ث. أي مستطيل مساحته أكبر؟ وبكم؟

3. مُعطى مستطيلان.





في كلّ مستطيل، طول أحد الأضلاع هو 7 سم.

أ. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لـ x حسب شروط المسألة؟ اشرحوا.

ب. أكملوا التعابير المناسبة.

مساحة المستطيل **I** _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المستطيل **II** _____ سنتمترًا مربّعًا.

ت. مساحة المستطيل II أكبر بـ 35 سنتمترًا مربّعًا من مساحة المستطيل I. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. جِدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

4. حلّوا المعادلات.

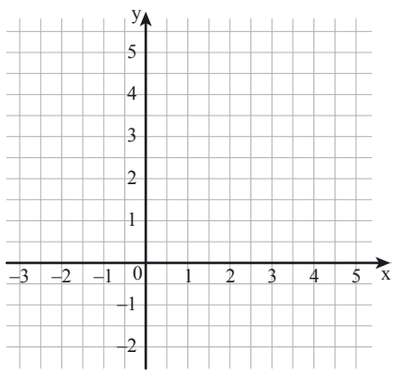
أ. $2(2x + 1) = 3(x + 10)$

ب. $3(x - 5) = 4(x - 2)$

ت. $3(x - 7) + 5(x - 4) = 2x + 7$

ث. $6 + 3(x - 5) = 2(x + 3)$

5. أ. عيّنوا في هيئة المحاور النقاط $(4, 5)$ $(-2, 5)$ $(-2, -1)$ $(4, -1)$



ثم اربطوا بينها بحيث ينتج شكل رباعيّ.

ما هو الشكل الرباعيّ الّذي نَتَج؟

ما هو محيط الشكل الرباعيّ؟ما هي مساحة الشكل الرباعيّ؟

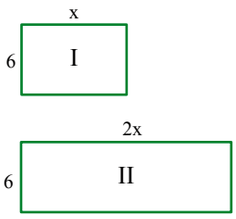
ب. ضرب **يوسف** إحداثيْ كلّ نقطة في 2 ونَتَجت 4 نقاط جديدة.

ما هو الشكل الرباعيّ الّذي حصل عليه **يوسف**؟ اشرحوا.

كم ضعفًا محيط الشكل الرباعيّ الّذي رسمه **يوسف** أكبر من محيط الشكل الرباعيّ الّذي رسمتموه؟

ارسموا هيئة محاور، عيّنوا فيها رؤوس الشكل الرباعيّ الجديد وافحصوا إجاباتكم.

6. مُعطى مستطيلان.



في كلّ مستطيل، طول أحد الأضلاع هو 6 سم.

x يمثّل طول الضلع الثاني في المستطيل I $(x > 0)$.

أ. اكتبوا تعبيرًا لمساحة كلّ مستطيل.

ب. مساحة المستطيل II أكبر بـ 30 سنتمترًا مربّعًا من مساحة المستطيل I.

جدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.

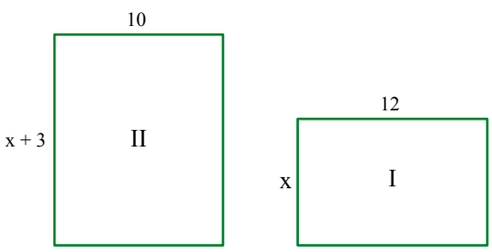
ت. قال **أيوب**: مساحة المستطيل II ضعفا مساحة المستطيل I،

لذا مساحة المستطيل I 30 سنتمترًا مربّعًا، هذا يعني أنّ $6x = 30$, وحلّ المعادلة: $x = 5$

هل قول **أيوب** صحيح؟ اشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. أمامكم مستطيلان $(x > 0)$.



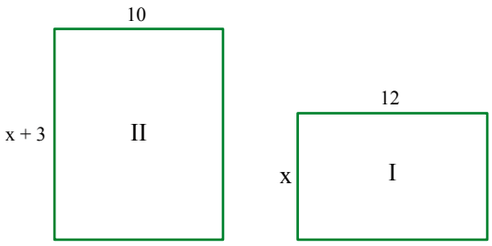
أ. اكتبوا تعبيرًا لمساحة كلّ مستطيل.

ب. مساحة المستطيلان هي 96 سنتمترًا مربّعًا.

جدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

2. أمامكم مستطيلان $(x > 0)$.

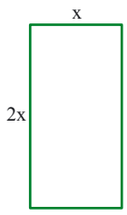


أ. اكتبوا تعبيرًا لمساحة كلّ مستطيل.

ب. مساحة المستطيلان متساوية.
جدوا أطوال أضلاع كلّ مستطيل.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ث. أي مستطيل مساحته أكبر؟ وبكم؟

3. طول أحد أضلاع المستطيل ضعفيْ طول الضّلع المجاور.



أ. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لطول الضّلع القصير للمستطيل؟ اشرحوا.

ب. اكتبوا تعبيرًا يصف محيط المستطيل.

ت. محيط المستطيل هو 18 سم.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلوها.

ث. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ج. ما هي مساحة المستطيل؟

4. طول أحد أضلاع المستطيل أطول بـ 4 سم من طول الضّلع المجاور.

أ. ارسموا مستطيلاً وسجِّلوا تعابير جبريّة تصف أطوال الأضلاع.

ب. أيّ قيم يمكن أن تكون مناسبة لطول الضّلع القصير للمستطيل؟ اشرحوا.

ت. اكتبوا تعبيرًا يصف محيط المستطيل.

ث. محيط المستطيل 40 سم.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ج. جدوا أطوال أضلاع المستطيل.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ح. ما هي مساحة المستطيل؟

5. حلّوا المعادلات.

أ. $3(3x - 2) - 4 = 5(x + 2)$

ب. $4(x + 1) = 8 + 6(x - 1)$

ت. $3(2x + 5) = 5(x + 3)$

ث. $4(x + 2) = 5x - 2x - 3$

ج. $2x + 4(x - 1) = 2 + 5(1 - x)$

ح. $3x + 2(x + 6) = 4x + 15$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $11(x + 1) + 3(x - 7) = 88$

ب. $5(2 + x) + x = 6 + 5x$

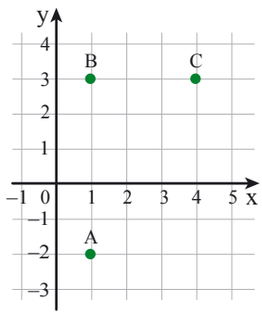
ت. $2(x - 2) + 3(2x - 5) = 5x + 2$

ث. $x + 3(2x - 1) = 5x + 3$

ج. $6(x - 5) + 5(x + 4) = 2(2x - 3) + 3$

ح. $7(x - 4) + 3(x - 1) = 2(x + 5) + 7$

7. عُيِّنت في هيئة المحاور ثلاث نقاط وهي رؤوس المستطيل ABCD.



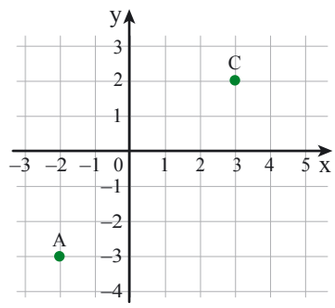
أ. عيِّنُوا الرأس الرّابع D. ارسموا المستطيل وسجِّلوا إحداثيّات الرؤوس الأربعة.

ب. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل ABCD.

ت. جِدوا محيط المستطيل.

ث. جِدوا مساحة المستطيل.

8. مُعطى مربّع ABCD ، أضلاعه متوازية مع المحاور.



عُيِّنت في هيئة المحاور نقطتان وهما رأسان متقابلان في المربّع.

أ. ارسموا المربع، وسجّلوا إحداثيات الرؤوس.

ب. جِدوا طول ضلع المربّع.

ت. جِدوا محيط المربّع ومساحته.

ث. نضرب إحداثيْ كلّ نقطة في 2 ونحصل على شكل رباعيّ جديد.

ما هو نوع الشّكل الرّباعيّ الّذي نحصل عليه؟ ما هو محيطه؟ وما هي مساحته؟

9. مُعطاة المعادلة $3(x - 2) = \square + 5x$

اقترحوا، في كلّ بند، عددًا للمكان الفارغ كي يكون حلّ للمعادلة:

أ. $x = 1$ ب. $x = -1$ ت. $x = 4$ ث. $x = 0.5$

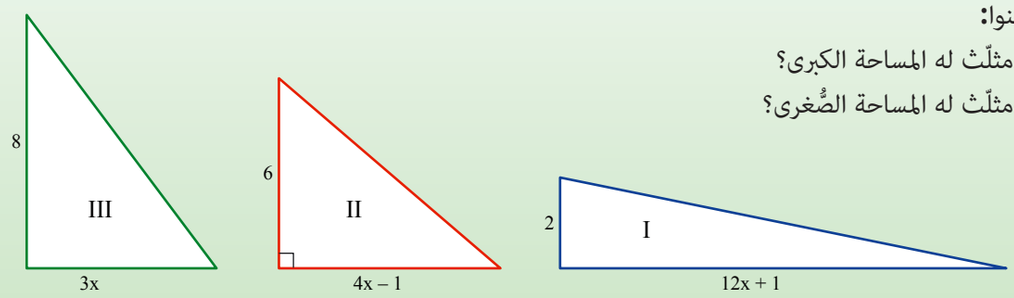
الدرس الثالث: مساحات مثلّثات

أمامكم رسومات لثلاثة مثلّثات قائمة الزّاوية ($x > \frac{1}{4}$، قياسات الطّول معطاة بالسم).

خمِّنوا:

أيّ مثلّث له المساحة الكبرى؟

أيّ مثلّث له المساحة الصُّغرى؟



نستعين بالمعادلات ونحسب مساحات مثلّثات وأشكال رباعيّة.

أُعِدّت الرسومات في مهام الدروس وفي مجمع المهام للتوضيح والعرض. تمثِّل الأعداد والتعابير الجبريّة قياسات الطول بالسم.

1. أ. أكملوا التعابير التي تصف مساحة كل مثلث في مهمة الافتتاحية (بسّطوا)، وافحصوا تخمينكم.

مساحة المثلّث **I** _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المثلّث **II** _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المثلّث **III** _____ سنتمترًا مربّعًا.

ب. مساحة المثلّث **II** 75 سنتمترًا مربّعًا.

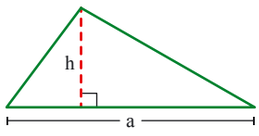
جِدوا مساحتيِ المثلّثين I وَ III. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

للتذكير

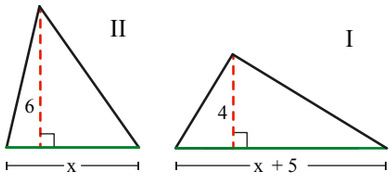
مساحة المثلّث تساوي نِصف حاصل ضرب طول الضلع بطول الارتفاع لهذا الضلع.

مثال: أمامكم رسمة مثلّث. a , h قياسات الطول ($a > 0 , h > 0$).

مساحة المثلّث هي $\frac{a \cdot h}{2}$ بوحدات مساحة مناسبة.



2. أمامكم مثلّثان ($x > 0$).



أ. أكملوا تعابير مناسبة.

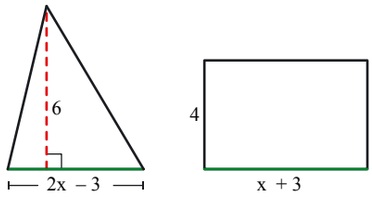
مساحة المثلّث **I** _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المثلّث **II** _____ سنتمترًا مربّعًا.

ب. مساحة المثلّثين متساوية. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. ما هو طول الضّلع **الأخضر** في كلّ مثلّث؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. أمامكم رسمتان: مثلّث ومستطيل.



أ. أكملوا تعابير مناسبة.

مساحة المستطيل _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المثلّث _____ سنتمترًا مربّعًا.

ب. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات السؤال؟ اشرحوا.

ت. مساحة المثلّث تساوي مساحة المستطيل. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

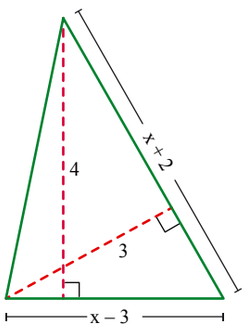
ث. جدوا أطوال الأضلاع **الخضراء** في كلّ مثلّث. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

4. طول أحد أضلاع المثلّث هو 12 سم، وطول الارتفاع لهذا الضّلع هو 8 سم.

طول ضلع آخر في نفس المثلّث هو 10 سم. ما هو طول الارتفاع لهذا الضّلع؟ اشرحوا كيف وجدتم الإجابة؟

يوجد للمثلّث ثلاثة أضلاع، وكلّ ضلع له ارتفاع، لذا تُوجد ثلاث إمكانيّات لحِساب المساحة.

5. أمامكم مثلّث ($x > 3$).



أ. اكتبوا تعبيرين لحساب مساحة المثلّث.

ب. احسبوا x ومساحة المثلّث.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

6. مُعطاة المعادلة $5x + 3 - x \cdot 2 = 4x + 1$

نَتَجت جميع المعادلات الآتية من المعادلة المُعطاة، من خلال إضافة أقواس في أماكن مختلفة.

أيّ معادلات لها نفس حلّ المعادلة المُعطاة؟ اشرحوا.

أ. $5(x + 3) - x \cdot 2 = 4x + 1$

ب. $5x + (3 - x) \cdot 2 = 4x + 1$

ت. $5x + (3 - x \cdot 2) = 4x + 1$

ث. $5x + 3 - x \cdot 2 = 4(x + 1)$

ج. $5(x + 3 - x \cdot 2) = 4x + 1$

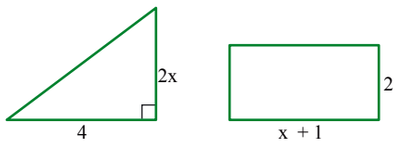
ح. $(5x + 3) - x \cdot 2 = 4x + 1$

خ. $(5x + 3 - x) \cdot 2 = 4x + 1$

د. $5x + (3 - x) \cdot 2 = 4(x + 1)$

مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسمتان: مثلّث قائم الزاوية ومستطيل $(x > 0)$.



أ. أكملوا تعابير مناسبة.

مساحة المستطيل _____ سنتمترًا مربّعًا.

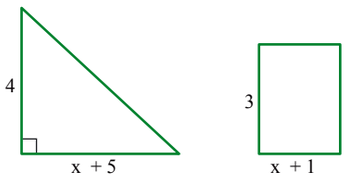
مساحة المثلّث _____ سنتمترًا مربّعًا.

ب. مساحة المثلّث تساوي مساحة المستطيل. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل. جِدوا طوليْ قائمي المثلّث.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

2. أمامكم رسمتان: مثلّث قائم الزاوية ومستطيل $(x > 0)$.



أ. أكملوا تعابير مناسبة.

مساحة المستطيل _____ سنتمترًا مربّعًا.

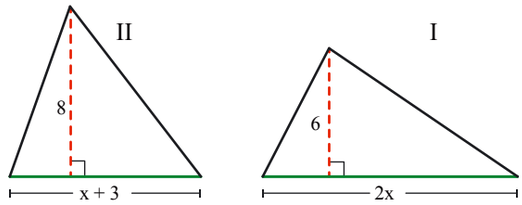
مساحة المثلّث _____ سنتمترًا مربّعًا.

ب. مساحة المثلّث ضعفا مساحة المستطيل. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل. جِدوا طوليْ قائمي المثلّث.

اِفحصُوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. أمامكم مثلّثان.



أ. أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات السؤال؟ اِشرحُوا.

ب. أكملوا تعابير مناسبة.

مساحة المثلّث I _____ سنتمترًا مربّعًا.

مساحة المثلّث II _____ سنتمترًا مربّعًا.

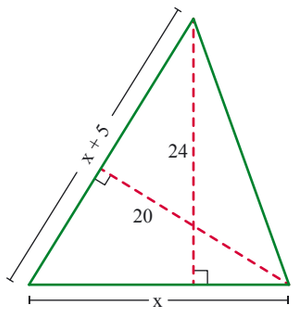
ت. مساحة المثلّثين متساوية.

اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ث. جِدوا أطوال الأضلاع **الخضراء**.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

4. أمامكم مثلّث $(x > 0)$.



أ. اكتبوا تعبيرين لحساب مساحة المثلّث.

ب. احسبوا x ومساحة المثلّث.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

5. أ. حلّوا المعادلة $4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$

ب. أضيفوا أقواسًا في أماكن مختلفة بحيث **يتغير** حلّ المعادلة (من بند أ) وحلّوا المعادلات.

(i) $4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$ (ii) $4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$

ت. أضيفوا أقواسًا في أماكن مختلفة بحيث **لا يتغير** حلّ المعادلة.

(i) $4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$ (ii) $4x - 5 + x = 2 + 3x - 6$

6. حدِّدوا ما إذا حلّ كلّ معادلة هو عدد موجب، سالب أو صفر. اشرحوا.

أ. $3(x + 5) + 2x = 3(x + 5) + 10$ ث. $3(x + 5) - 2x = 3(x + 5) + 10$

ب. $3(x + 5) + 2x = 3(x + 5) - 10$ ج. $3(x + 5) - 2x = 3(x + 5) - 10$

ت. $3(x + 5) + 2x = 3(x + 5)$ ج. $3(x + 5) - 2x = 3(x + 5)$

7. مُعطاة المعادلة $3x = 5x + 8$

حدِّدوا، دون أن تحلّوا المعادلات، أيّ معادلات حلّها يساوي حلّ المعادلة المُعطاة.

أ. $3x - 5x = 8$ ب. $5x - 3x = 8$ ت. $3x - 8 = 5x$ ث. $3x + 5x = 8$

8. مُعطاة المعادلة $x - 5 = 7x + 10$

حدِّدوا، دون أن تحلّوا المعادلات، أيّ معادلات حلّها يساوي حلّ المعادلة المُعطاة.

أ. $-5 = 6x + 10$ ب. $-6x - 5 = 10$ ت. $x + 5 = 7x$ ث. $x = 7x + 15$

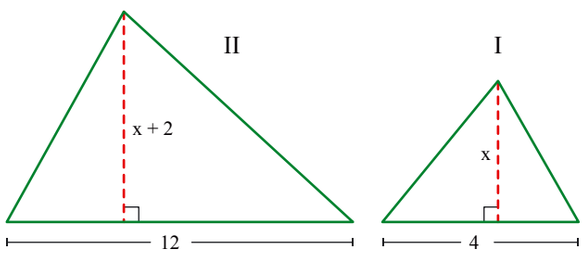
9. أمامكم مثلّثان $(x > 0)$.

أ. اكتبوا تعبيرًا لحساب مساحة كلّ مثلّث.

ب. مساحة المثلّث I أصغر بـ 24 سنتمترًا مربّعًا من مساحة المثلّث II.
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

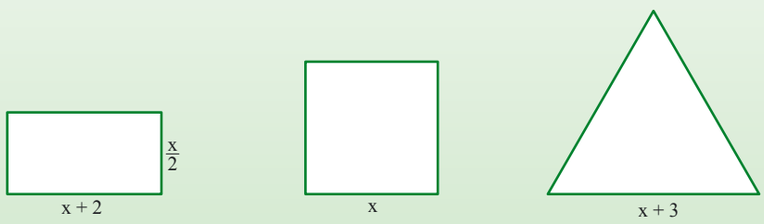
ت. ما هو طول الارتفاع في كلّ مثلّث؟

ث. معطى مساحة مربّع تساوي مجموع مساحتيِ المثلثان. ما هو طول ضلع المربّع؟



الدرس الرابع: مهام إضافيّة في المساحات والمحيطات

أمامكم ثلاثة رسومات: مثلّث متساوي الأضلاع، مربّع، ومستطيل ($x > 0$ قياسات الطّول معطاة بالسّم).



قال **نديم:** يوجد شكلان، محيط أحدهما دائمًا أكبر من محيط الشّكل الآخر لكل $x > 0$.
هل قول نديم صحيح؟ اشرحوا.

نحلّ مهامّ إضافيّة تتناول محيطات ومساحات مثلّثات وأشكال رباعيّة..

أُعِدّت الرسومات في مهام الدروس وفي مجمع المهام للتوضيح والعرض. تمثِّل الأعداد والتعابير الجبريّة قياسات الطول بالسم.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أكملوا تعابير تصف محيطات الأشكال.

محيط المثلّث _____ سم. محيط المربّع _____ سم. محيط المستطيل _____ سم.

2. جِدوا، في كلّ بند، أطوال أضلاع جميع المضلّعات.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

أ. محيط المثلّث يساوي محيط المربّع.

ب. محيط المثلّث يساوي 3 أضعاف محيط المربّع.

ت. مجموع محيطات المربّع، المستطيل والمثلّث هو 73 سم.

3. مُعطى مربّع طول ضلعه x $(x > 3)$.
كبَّرنا طول أحد الأضلاع بضعفين وصغَّرنا طول الضّلع المجاور له بـ 3 سم وحصلنا على مستطيل.

أ. اكتبوا تعابير جبريّة تصف أطوال أضلاع المستطيل.

ب. اكتبوا تعابير جبريّة تصف محيطات كل شكل رباعي.

ت. محيط المستطيل أكبر بـ 8 سم من محيط المربّع.
جِدوا طول ضلع المربّع. اِفحصُوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ت. أيّ شكل رباعيّ مساحته هي الكبرى؟ وبكم؟

4. حلّوا المعادلات.

أ. $5(x - 2) = 2(x - 5)$

ب. $3(2x - 5) = 7(x - 2) - 2$

ت. $4(2x + 3) + 3(x - 5) = 5(2x + 1)$

ث. $3(x - 8) + 2(5x + 7) = 3$

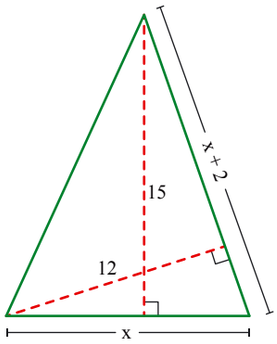
مجموعة مهامّ

1. أمامكم مثلّث ($x > 0$).

أ. اكتبوا تعبيرين لحساب مساحة المثلّث.

ب. احسبوا x ومساحة المثلّث.

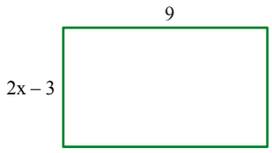
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.



2. أمامكم مستطيل ($x > 1.5$).

أ. أكملوا التعبير المناسب.

محيط المستطيل: _____ سم



ب. محيط المستطيل 36 سم.

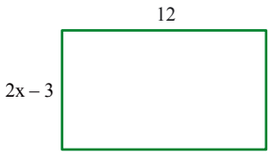
اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ت. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل.

ما هو نوع المستطيل الناتج؟

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. أمامكم مستطيل ($x > 1.5$).



التعبير الّذي يصف محيط المستطيل بالسم هو $6x + 8$.

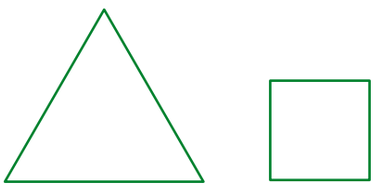
أ. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوها..

ب. جِدوا أطوال أضلاع المستطيل. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ت. ما هي مساحة المستطيل؟

4. مُعطى مثلّث متساوي الأضلاع ومربّع.

طول ضلع المربّع أصغر بـ 2 سم من طول ضلع المثلّث.



أ. ارمزوا بـ x إلى طول ضلع المثلّث. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لطول ضلع المربّع.

أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة. اشرحوا.

ب. محيط المربّع يساوي محيط المثلّث.

اكتبوا معادلة مناسبة. حلّوا وجِدوا أطوال أضلاع المثلّث والمربّع.

5. مُعطى مثلّث متساوي الأضلاع ومربّع.
طول ضلع المربّع أصغر بـ 3 سم من طول ضلع المثلّث.

أ. ارمزوا بـ x إلى طول ضلع المثلّث. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لطول ضلع المربّع.
أيّ قيم مناسبة لـ x حسب مُعطيات المسألة وحسب التعبير الّذي سجلتموه. اشرحوا.

ب. محيط المربّع أصغر بـ 4 سم من محيط المثلّث.
اكتبوا معادلة مناسبة. حلّوا وجِدوا أطوال أضلاع المثلّث والمربّع.

6. أمامكم معادلات، ثلاث منها لها نفس الحلّ. أيّ معادلة لها حلّ مختلف؟ وما هو؟

أ. $8x + 3 = 5x + 6$ ت. $4(x + 2) - 15 = 5(x - 2)$

ب. $8x - 3 = 5x + 6$ ث. $6(x - 2) + 4x = 5x + 3$

7. أمامكم معادلات، ثلاث منها لها نفس الحلّ. أيّ معادلة لها حلّ مختلف؟ وما هو؟

أ. $5 + 4(x - 2) = 5x$ ت. $6(x - 2) = 5(x - 3)$

ب. $4(x + 2) = 5(x + 1) + 6$ ث. $6(4 - x) + 5(x - 3) = 0$

8. حلّوا المعادلات.

أ. $2(x + 1) = x + 5$ ث. $3(2x - 1) = 17 - 4x$

ب. $2(5x - 8) = 3x + 5$ ج. $3x + 2(6x - 7) = 5x + 6$

ت. $3(x + 5) - 4 = 4x + 3$ ح. $5(x - 4) = 3(2x - 6)$

9. حلّوا المعادلات.

أ. $10x + 13 = 5(2 + 3x) - x - 3$ ث. $4x - 6 = 3(2x - 3) - 5(2x + 1)$

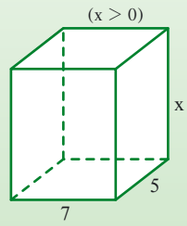
ب. $6(x + 1) = 4(3x + 2) - 5x - 20$ ج. $5x + 3(10 - 2x) = 26 - 2(10 - x)$

ت. $2 + 5(3 - 2x) = 4(3 - 2x) - 9$ ح. $4(5 - x) - 3x - 5 = 2x - 3$

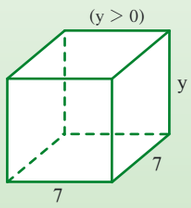
الدرس الخامس: حجم الصندوق - حلّ مسائل كلاميّة

طلبت المعلّمة من التّلاميذ أنْ يَبْنوا هيكل صندوق من سِلك حديد طوله 80 سم وأن يبنوا صندوقًا.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح والعرض، وقياسات الطول معطاة بالسم).

صندوق **سماح**

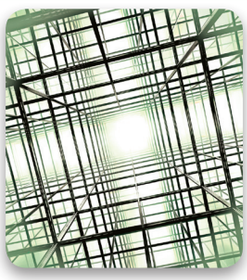


صندوق **جميلة**



خمِّنوا: أيُّهما بنى صندوقًا حجمه أكبر؟

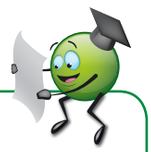
نحلّ مهام تتناول حجم الصندوق.



1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. ما هو ارتفاع صندوق **سماح**؟
ما هو ارتفاع صندوق **جميلة**؟
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ب. احسبوا حجم كلّ صندوق وافحصوا تخمينكم.

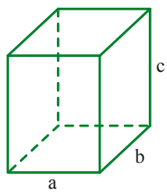


للتذكير

الصّندوق هو منشور قائم، جميع سطوحه مستطيلات.

مثال: مُعطى في الرسمة صندوق أطوال أضلاعه (بالسّم) a , b , c
$(a > 0, b > 0, c > 0)$.

حجم **الصّندوق** $a \cdot b \cdot c$ سنتمترًا مكعّبًا.



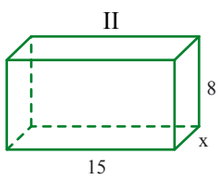
أُعِدّت الرسومات في مهام الدروس وفي مجمع المهام للتوضيح والعرض. تمثِّل الأعداد والتعابير الجبريّة قياسات الطول بالسم.

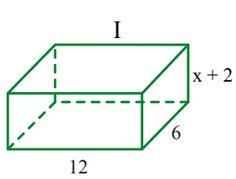
2. أمامكم صندوقان $(x > 0)$.

أ. اكتبوا تعابير جبريّة مناسبة.

حجم الصندوق **I** _____ سنتمترًا مكعّبًا.

حجم الصندوق **II** _____ سنتمترًا مكعّبًا.

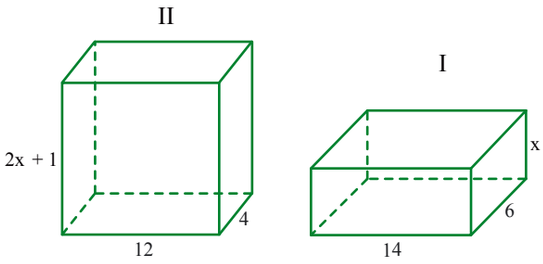




ب. معطى نفس الحجم للصّندوقين. اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوا.

ت. جِدوا أطوال أضلاع (أحرف) كلّ صندوق. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. أمامكم صندوقان ($x > 0$).



أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا لحجم كل صندوق.

حجم الصندوق **I** _____ سم مكعّب.

حجم الصندوق **II**_____ سم مكعّب.

ب. مجموع حجمي الصّندوقين هو 948 سنتمترًا مكعّبًا. اكتبوا معادلة مناسبة وحلوا.

ت. جِدُوا طول ارتفاع كلّ صندوق.

افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

4. حلّوا المعادلات.

أ. $6(x - 3) + 18 = 2(x + 6)$

ب. $5(x + 2) = 4(x + 5) - 6x - 3$

ت. $3(4x + 2) - 15x = 2(x - 2)$

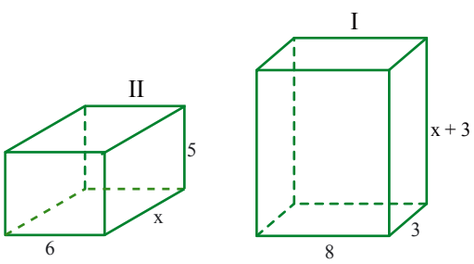
ث. $7x + 4x - 6 = 3 + 8x + 9$

ج. $8x = 2(x + 4) - 3x + 1$

ح. $5x + 2(x + 3) = x - 12$

مجموعة مهامّ

1. أمامكم صندوقان ($x > 0$).



أ. أكملوا التعابير المناسبة.

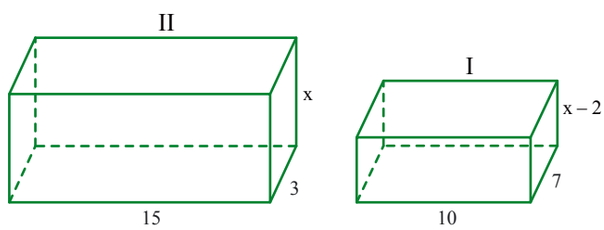
حجم الصندوق **I** _____ سم مكعّب.

حجم الصندوق **II**_____ سم مكعّب.

ب. معطى نفس الحجم للصّندوقين. اكتبوا معادلة وحلّوا.

ت. جِدوا أطوال أضلاع (أحرف) كلّ صندوق. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

2. أمامكم صندوقان ($x > 2$).



أ. أكملوا التعابير المناسبة.

حجم الصندوق **I** _____سم مكعّب.

حجم الصندوق **II**_____ سم مكعّب..

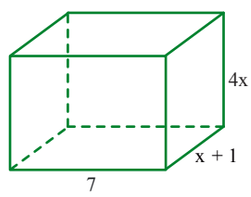
ب. حجم الصندوق**I** أصغر بـ 15 سنتمترًا مكعّبًا من حجم الصّندوق **II**.

اكتبوا معادلة مناسبة وحلّوا.

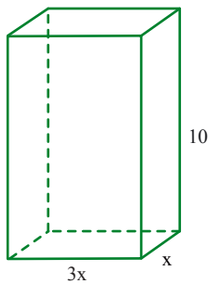
ت. جِدوا طول الارتفاع في كلّ صندوق، وافحصُوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. بنى **هيثم وسمير** صندوقين من سِلكيْ حديد لهما نفس الطّول ($x > 0$).

صندوق **هيثم**



صندوق **سمير**



أ. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا يصف مجموع أطوال أضلاع (أحرف) صندوق **هيثم** (بالسم).

ب. اكتبوا تعبيرًا جبريًّا يصف مجموع أطوال أضلاع (أحرف) صندوق **سمير** (بالسم).

ت. اكتبوا معادلة مناسبة للقصة وحلّوا.

ث. جِدوا أطوال أضلاع (أحرف) كلّ صندوق. افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

ج. احسبوا حجم كلّ صندوق. .

4. حلّوا المعادلات.

أ. $2(x - 4) = x + 1$ ت. $x = 2(3x - 1) - 8$ ج. $10 - 3x = 2(5x - 8)$

ب. $3x + 4 = 5(x - 2)$ ث. $5(3x - 2) = 9x - 4$ ح. $3(2x - 1) = 5(x + 3)$

5. حلّوا المعادلات.

أ. $2(2x + 9) = 7(3x + 5)$ ث. $10(5 - x) + 7(x - 6) = 5(x - 8)$

ب. $5(4x - 7) = 3(3x - 8)$ ج. $5x + 3(4x - 7) = 2x + 24$

ت. $3(5x + 6) - 18x = 2(x - 6)$ ح. $7(x - 1) + 3(x - 2) = 9(x + 2)$

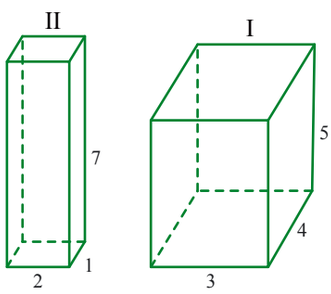
6. مُعطى الصّندوقان I وَ II ومكعّب (قياسات الطّول بالسّم).

نملأ المكعب بالماء كالتّالي:

- نملأ الصّندوق I بالماء ونسكب الماء من الصّندوق إلى المكعّب.
  نكرر هذه العمليّة 12 مرّة.
- نملأ الصّندوق II بالماء ونسكب الماء من الصّندوق إلى المكعّب.
  نكرر هذه العمليّة 20 مرّة.

امتلأ، في نهاية العمليّة، المكعّب بالماء حتّى حافته العلويّة.

جِدُوا طول ضلع المكعّب.



نحافظ على لياقة رياضيّة

تبسيط وتعويض في تعابير جبريّة

1. جِدوا، في كلّ بند، العدد الّذي إذا عوَّضناه (بدل x) في التّعبيرَيْن فإنّنا نحصل على نفس النّتيجة.

أ.	$3x - 4$	$2x - 1$	الأعداد:	1	5	3	−1
ب.	$4x - 3$	$2x - 1$	الأعداد:	$1\frac{1}{2}$	0	1	−1
ت.	$5x - 3$	$2x - 3$	الأعداد:	5	2	1	0
ث.	$x + 3$	$2x + 4$	الأعداد:	−1	0	3	8
ج.	$\frac{1}{2}x - 4$	$1 + 3x$	الأعداد:	1	5	−2	−1

2. مُعطى التّعبير الجبريّ: $2x + 1$

أ. عوِّضوا بدلًا من x واحسبوا: 3 , 0 , −4 , 1.5

ب. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه (بدل x) للحصول على 9، للحصول على 15، للحصول على (−15)؟

3. مُعطى التّعبير: $x - 10$

أ. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه (بدل x) للحصول على 1، 0، 8، (−2)؟

ب. أي أعداد يجب أن نعوِّضها (بدل x) للحصول على أعداد موجبة؟

ت. أي أعداد يجب أن نعوِّضها (بدل x) للحصول على أعداد سالبة؟

4. مجموع عددين صحيحين هو 8. حدِّدُوا ما إذا يمكن تحقيق كلّ بند، اشرحوا أو أعطوا أمثلة.

أ. العددان موجبان.

ب. العددان سالبان.

ت. أحد العددين موجب والآخر سالب.

ث. العددان زوجيّان.

ج. العددان فرديّان.

ح. أحد العددين أكبر من 10.

5. بسِّطوا.

أ. $2x + 7 - 3x + 8$

ب. $2(x + 7) - 3x + 8$

ت. $2x - 7 + 3(x + 8)$

ث. $2(x - 7) + 3(x + 8)$

ج. $2x - 7 + 3x - 8$

ح. $2x - 7 + 3x + 8$