الوحدة التاسعة عشرة: مسائل، معادلات ورسوم بيانيّة

الدرس الأوّل: الاحتفال العائليّ

نحلّ معادلات بطرق مختلفة

يجمع **ضرار ومريم** نقودًا لشراء هدية بمناسبة عيد ميلاد والديهما.
كان في حصّالة **ضرار** 20 شاقلًا، وهو يوفر كلّ أسبوع 6 شواقل.
كان في حصّالة **مريم** 28 شاقلًا، وهي توفر كلّ أسبوع 4 شواقل.

بعد كم أسبوعًا أصبح معهما نفس المبلغ؟
كم شاقلًا كان في حصالة كل واحد منهما؟

نحل مسائل بطرق مختلفة.

نتطرّق في المهامّ 1-4 إلى المُعطيات الّتي وَرَدَت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. قال **جواد**: أنا أَحسب عدد الشّواقل الّتي تصبح مع كل واحد منهما نهاية كل أسبوع وأكمل الجدول حتى أحصل على الإجابة.
أكملوا الجدول حسب طريقة **جواد** وحلُّوا المسألة.

الأسبوع	حصّالة **ضرار**	حصّالة **مريم**
في البداية	20	28
1	26	32
2		
3		
.		
.		

2. قال **بلال**: أنا أَرمز بـ x إلى عدد الأسابيع ($x \geq 0$, x عدد صحيح)،
وأُسجِّل المعادلة $20 + 6x = 28 + 4x$

أ. ماذا يمثِّل كل تعبير من التعابير المسجّلة في طرفي المعادلة؟
أكملوا: التعبير $20 + 6x$ يمثِّل _____
التعبير $28 + 4x$ يمثِّل _____

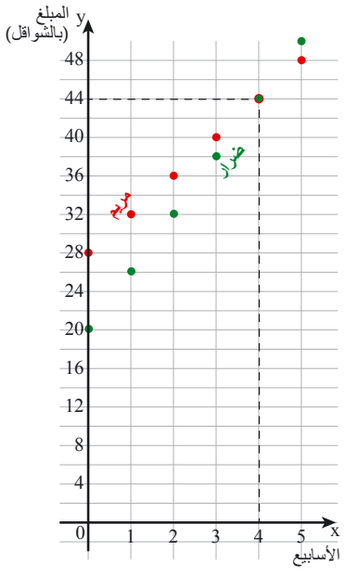
ب. حلوا معادلة **بلال** وسجِّلوا إجابة للمسألة.
اِفحصُوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. قالت **دنيا:** لإيجاد الإجابة أَرسم، في نفس هيئة المحاور، الخطين البيانيين للدالتين اللتان تصفان توفير **ضرار ومريم:**

$y = 20 + 6x$ و- $y = 28 + 4x$

(x **מספר טבעי או אפס**)

جدوا إجابة المسألة حسب طريقة **دنيا**. اشرحوا.



4. قال **جميل:** في بداية الشّهر، كان الفرق بينهما 8 شواقل. في كلّ يوم، يَصْغُر الفرق بشاقلين.
اشرحوا كيف يمكن إيجاد إجابة المسألة بطريقة **جميل**؟

تعرّفنا على أربع طرق لحل المسألة.

- حلّ بمساعدة **جدول.**

مثال: في المهمّة 1، سجَّل **جواد** مبلغ النّقود الّذي كان في حصَّالة كلّ واحد منهما كل أسبوع وأكمل الجدول، حتّى توصل إلى مساواة بين المبلغين.

- حلّ بمساعدة **معادلة.**

مثال: في المهمّة 2، اختار بلال أنْ يمثِّل عدد الأسابيع، منذ بداية التوفير، بـ x. سجَّل تعابير جبريّة تمثِّل مقادير أخرى في المسألة، شروط محدِّدة مناسبة، معادلة وحلّها.

- حلّ بمساعدة **رسم بيانيّ.**

مثال: في المهمّة 3، رسمت **دنيا** الخطين البيانيين، في نفس هيئة المحاور، للدالتين اللتان تصفان توفير **ضرار ومريم** ووجدت إحداثيًا نقطة تقاطعهما (44 ,4). يمثِّل الإحداثيّ x لنقطة التّقاطع عدد الأسابيع، والإحداثيّ y يمثِّل مبلغ النّقود في الحصَّالة.

المعنى: بعد 4 أسابيع يصبح في حصالة كل واحد منهما 44 شاقلا.

- حلّ بمساعدة **اعتبارات رياضية.**

مثال: في المهمّة 4، استعمل **جميل** اعتبارات رياضيّة. في البداية، الفرق بين مبلغي النّقود في الحصّالتين هو 8 شواقل، وهو يَصْغُر كلّ أسبوع بشاقلين. لذا بعد مرور 4 أسابيع يصبح الفرق 0 (معناه مساواة بين المبلغين).

في كلّ طريقة نختارها، نفحص ما إذا كانت الإجابة مناسبة لشروط المسألة، ونسجِّل الإجابة كلاميًّا.

5. حلوا المسألة الآتية بإحدى الطرق التي تعرّفنا عليها لحل المسائل.

يحصل **ضرار وإياد**، في بداية كلّ شهر، على مبلغ نقود للسّفر في الحافلة.

يوجد، في الشّهر الواحد، 25 يومًا من السّفر.

كان في حصّالة **ضرار** 270 شاقلاً، وفي كلّ يوم يأخذ منها 6 شواقل للسّفر في الحافلة.

كان في حصّالة **إياد**350 شاقلاً، وفي كلّ يوم يأخذ منها 10 شواقل للسّفر بالحافلة.

بعد مرور كم يومًا يبقى نفس مبلغ النّقود في حصّالتيهما؟

كم شاقلاً بقي مع كلّ واحد منهما في حصّالته؟

مجموعة مهامّ

1. حلّوا المعادلات.

أ. $4x - 6 = 18$ ت. $8x = 2x + 12$ ج. $5 = 3x - 10$

ب. $7x - 10 = 6x$ ث. $2x = 8x + 12$ ح. $2x + 3 = 5x - 6$

2. حلّوا المعادلات.

أ. $15 = 5(x + 3) - 4x$ ث. $5 + 4x + 3x = 3(4x + 5)$

ب. $4x = 7 - x + 3(x - 5)$ ج. $2(2 + x) + 4 + x = 4 + 5x$

ت. $3(x + 5) + 5(x + 3) = 22$ ح. $-2x + 3x - 1 + 6x = 2(4x - 5)$

3. زَرع مزارعان أشتالاً في قطعتيْ أرض عموميّتَيْن.

في قطعة **يوسف**، كان 28 سطرًا من الأشتال، وفي كلّ ساعة، أضاف 5 أسطر من الأشتال.

في قطعة **نديم**، كان 13 سطرًا من الأشتال، وفي كلّ ساعة، أضاف 8 أسطر من الأشتال.

بعد كم ساعة يصبح عدد أسطر الأشتال متساويًا في القطعتين؟

كم سطرًا من الأشتال كان في كلّ قطعة أرض؟

4. زَرع مزارعان أشتالاً في قطعتيْ أرض عموميّتَين.
في قطعة **جواد**، كان 25 سطرًا من الأشتال، وفي كلّ ساعة، أضاف 12 سطرًا من الأشتال.
في قطعة **أمير**، كان 13 سطرًا من الأشتال، وفي كلّ ساعة، أضاف 16 سطرًا من الأشتال.
بَعد كم ساعة كان في القطعتين معًا 262 سطرًا من الأشتال؟
كم سطرًا من الأشتال كان في كلّ قطعة أرض؟

5. يوجد في أُلبوم **سليم** 250 طابعًا. في كلّ شهر، يضيف 5 طوابع إلى الأُلبوم.
يوجد في أُلبوم **عماد** 200 طابع. في كلّ شهر، يضيف 7 طوابع إلى الأُلبوم.
بعد كم شهرًا يصبح عدد الطّوابع متساويًا في أُلبوميهما؟ كم طابعًا يكون مع كلّ واحد منهما؟

6. لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب لها.

أ. $20 + 3x = 5x + 4$	• $x = 2$
ب. $20 - 3x = 5x + 4$	• $x = 8$
ت. $20 + 3x = -5x + 4$	• $x = -8$
ث. $20 - 3x = -5x + 4$	• $x = -2$

7. لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب لها.

أ. $4x + 2(x + 1) = 3x + 5$	• $x = 2$
ب. $4x + 2(x - 1) = 3x + 4$	• $x = 1$
ت. $4x + 2(x - 1) = 3x - 5$	• $x = -2$
ث. $4x + 2(x + 1) = 3x - 4$	• $x = -1$

8. ما هو أصغر عدد طبيعيّ يحقِّق ما يلي:
إذا قسَّمناه على 3، نحصل على باقٍ 1.
إذا قسَّمناه على 4، نحصل على باقٍ 2.
إذا قسَّمناه على 5، نحصل على باقٍ 3.
إرشاد: العدد الطبيعيّ الأصغر الذي يقسم على 3، 4 وَ 5 هو 60.

الدرس الثاني: مَنْ يفوز؟

نحلّ مسائل

قررت إدارة مصنع أنْ تمنح **30 عاملاً** متفوقًا تذاكر لمشاهدة مسرحيّة.
يحصل العمال المتفوّقون على نوعين من التذاكر:
سعر التذكرة للعامل الجديد 80 شاقلاً.
سعر التذكرة للعامل القديم 120 شاقلاً.

نفحص إمكانيات مختلفة لتوزيع التذاكر على العمال بمساعدة حسابات ومعادلات.

1. أيّ إمكانية يمكن أن تتحقّق؟ اشرحوا.

أ. يحصل على التذاكر: 18 عاملًا جديدًا وَ 22 عاملًا قديمًا.

ب. يحصل على التذاكر: 13 عاملًا جديدًا وَ 17 عاملًا قديمًا.

ت. يحصل على التذاكر: 16 عاملًا جديدًا وَ 12 عاملًا قديمًا.

2. أ. ما هي الميزانية المطلوبة للتذاكر إذا وُزعت جميع التذاكر على العمال الجُدد؟

ب. ما هي الميزانية المطلوبة للتذاكر إذا وُزعت جميع التذاكر على العمال القدماء؟

3. أكملوا الأعداد الناقصة.

إمكانية أ: **18 عاملًا جديدًا**

	سعر التذكرة (بالشواقل)	عدد العمال	الميزانية الكليّة (بالشواقل)
العمال الجُدد	80	18	
العمال القدماء	120		
المجموع		30	

إمكانية ب: **5 عمال جُدد**

	سعر التذكرة (بالشواقل)	عدد العمال	الميزانية الكليّة (بالشواقل)
العمال الجُدد	80	5	
العمال القدماء	120		
المجموع		30	

4. x يمثّل عدد العمال الجُدد ($0 \leq x \leq 30$, x عدد صحيح).
أكملوا التعابير الناقصة.

	سعر التذكرة (بالشواقل)	عدد العمال	الميزانية الكليّة (بالشواقل)
العمال الجُدد	80	x	
العمال القدماء	120		
المجموع		30	

5. أمامكم ثلاثة اقتراحات لتوزيع التذاكر على العمال المتفوقين.

الاقتراح أ: الميزانيّة لتذاكر العمال القدماء تساوي الميزانيّة لتذاكر العمال الجدد.
الاقتراح ب: الميزانيّة لشراء جميع التذاكر هي 3,200 شاقل.
الاقتراح ت: الميزانيّة لتذاكر العُمال القدماء تكون أكبر بـ 600 شاقل من ميزانيّة التذاكر للعمال الجدد.
اكتبوا معادلة مناسبة لكلّ اقتراح (استعينوا بالتعابير الّتي وردت في المهمّة 4)وحلّوا.
كم عاملاً جديدًا وكم عاملاً قديمًا يحصل على تذكرة؟
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

6. أمامكم اقتراحات إضافيّة قُدمت لإدارة المصنع.
حدّدوا، في كلّ بند، ما إذا يمكن أن يتحقّق الاقتراح واشرحوا.

أ. الميزانيّة لشراء جميع التذاكر هي 3,300 شاقل.
المعادلة المناسبة $80x + 120(30 - x) = 3{,}300$ حلّها $x = 7.5$

ب. الميزانيّة لشراء جميع التذاكر هي 3,240 شاقلا.
المعادلة المناسبة $80x + 120(30 - x) = 3{,}240$ حلّها $x = 9$

ت. الميزانيّة لشراء جميع التذاكر هي 4,000 شاقل.
المعادلة المناسبة $80x + 120(30 - x) = 4{,}000$ حلّها $x = -10$

للتذكير
لفحص حلّ **مسألة**، لا نكتفي بالحلّ الصّحيح **للمعادلة**.
من المهم أن نفحص ما إذا كان الحلّ يحقّق **شروط المسألة**.

مجموعة مهامّ

1. يوجد في مجموعة مُتنزّهين 20 مشتركًا، قسم منهم بالغون والقسم الآخر أطفال.
سعر الرّحلة للبالغ 150 شاقلاً، وسعر الرّحلة للطّفل 90 شاقلاً.

أ. أمامكم إمكانيّات، أيّ منها ممكنة؟ اشرحوا.
يوجد في المجموعة 12 بالغًا وَ 18 طفلاً.
يوجد في المجموعة 13 بالغًا وَ 6 أطفال.
يوجد في المجموعة 15 بالغًا وَ 5 أطفال.

ب. نرمز بـ x إلى عدد البالغين في المجموعة ($0 \le x \le 20$, x عدد صحيح).
أكملوا تعابير مناسبة في الجدول.

	تكلفة الرحلة (بالشواقل)	عدد المشتركين	الميزانيّة الكليّة (بالشواقل)
بالغون	150	x	
أطفال	90		
المجموع		20	

ت. تكلفة الرحلة لكلّ مجموعة هي 2,280 شاقلا.
اكتبوا معادلة مناسبة للقصّة وحلُّوها.

ث. كم بالغًا وكم طفلاً كان في المجموعة؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

2. ، يوجد في مجموعة مُتنزّهين 40 مشتركًا، قسم منهم بالغون والقسم الآخر أطفال.
سعر الرحلة للبالغ 160 شاقلاً، وسعر الرحلة للطفّل 90 شاقلاً.

أ. نرمز بـ x إلى عدد البالغين في المجموعة ($0 \le x \le 40$, x عدد صحيح).
أكملوا تعابير مناسبة في الجدول.

	تكلفة الرحلة (بالشواقل)	عدد المشتركين	الميزانيّة الكليّة (بالشواقل)
بالغون	160	x	
أطفال	90		
المجموع		40	

ب. تكلفة الرحلة لجميع البالغين أكبر بـ 150 شاقلاً من تكلفة الرحلة لجميع الأطفال.
اكتبوا معادلة مناسبة للقصّة وحلُّوها.

ث. كم بالغًا وكم طفلاً كان في المجموعة؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. تَجَوّلت **هديل** في حديقة الحيوانات. وقد شاهدت نعامات وفيلة.
قرأت **هديل** أنّ مجموع الفيلة والنّعامات في الحديقة هو 100 فيل ونعامة.

أ. نرمز بـ x إلى عدد الفيلة في حديقة الحيوانات ($0 \le x \le 100$, x عدد صحيح).
أكملوا تعابير مناسبة في الجدول.

عدد الفيلة:	x	عدد أرجل الفيلة:	_____
عدد النّعامات:	_____	عدد أرجل النّعامات:	_____

ب. حَسَبت **هديل** عدد أرجل الفيلة والنّعامات معًا، وقد وجدت أنها 150 رِجلاً.
أُكتُبوا معادلة مناسبة للقصّة وحلُّوا.

ت. كم فيلاً وكم نعامة يوجد في حديقة الحيوانات؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

4. في مكتبة لبيع القرطاسية، يوجد ثلاثة أنواع من الدّفاتر:
دفاتر رقيقة — سعرها 3.5 شواقل للدفتر،
دفاتر سميكة — سعرها 6 شواقل للدفتر،
دفاتر للمختبر — سعرها 4 شواقل للدفتر.
في العطلة الصّيفيّة، كان عدد الدّفاتر الرّقيقة الّتي تمَّ بيعها 4 أضعاف عدد الدّفاتر السّميكة الّتي تمَّ بيعها.
بالإضافة إلى ذلك، تمَّ بيع 120 دفترًا للمختبر.
مجموع الدَّخل الكليّ من بيع الدفاتر في العطلة الصيفية هو 1,600 شاقل.
كم دفترًا رقيقًا وكم دفترًا سميكًا تمَّ بيعها في العطلة الصّيفية؟

5. حلُّوا المعادلات.

أ. $8x = 24 + 2(x + 3)$
ب. $2x + 4(x - 3) = 12$
ت. $6(2x - 1) = 4(4x - 1) - 10$
ث. $4(x - 9) + 5x = 3(2x - 1)$

6. حلُّوا المعادلات.

أ. $25 + 3x = 37 + 6(x + 1)$
ب. $5(2x - 1) - 48 = 3(4 - x)$
ت. $3(2x - 5) - 2x = 20 - 3x$
ث. $3(x - 2) + 2(1 - x) = 4x - 7$

7. أضيفوا أقواسًا، إذا احتجتم إلى ذلك، بحيث تكون الإجابة صحيحة.

أ. $15 + 5 \cdot 4 - 2 = 33$
ب. $15 + 5 \cdot 4 - 2 = 25$
ت. $4 \cdot 3 - 3 + 1 \cdot 2 = 4$

الدّرس الثّالث: في نادي اللّياقة البدنيّة

حلّ مسائل بمساعدة معادلات ورسوم بيانيّة

هنالك طريقتان للانتساب في نادي اللّياقة البدنيّة:

المنتسبون: يدفع المشترك 240 شاقلاً مقابل الاشتراك السّنويّ وَ 10شواقل إضافيّة مقابل كلّ دخول للنّادي.

غير المنتسبون: يدفع الشخص 25 شاقلاً مقابل كلّ دخول للنّادي.

هل من الأفضل الانتساب إلى النّادي؟

نحلّ مسائل بمساعدة اعتبارات عدديّة، معادلات ورسوم بيانيّة.

1. **رامي** منتسب للنّادي.

أ. في شهر يناير سنة 2008 ، تدرّب **رامي** في النّادي 11 مرّة. كم شاقلاً دفع في هذا الشهر؟

ب. في شهر فبراير سنة 2008 ، تدرّب **رامي** في النّادي 23 مرّة. كم شاقلاً دفع في هذا الشهر؟

ت. شهر مارس سنة 2008 ، دفع **رامي** للنّادي 440 شاقلاً. كم مرّة تدرّب **رامي** في هذا الشهر؟

2. **أيّوب** غير منتسب للنّادي.

أ. في شهر يناير سنة 2008 ، تدرّب **أيّوب** في النّادي 11 مرّة. كم شاقلاً دفع في هذا الشهر؟

ب. في شهر فبراير سنة 2008 ، تدرّب **أيّوب** في النّادي 23 مرّة. كم شاقلاً دفع في هذا الشهر؟

ت. شهر مارس سنة 2008 ، دفع **أيّوب** للنّادي 450 شاقلاً. كم مرّة تدرّب **أيّوب** في هذا الشهر؟

3. أمامكم تعبيران يصفان مبلغ الدفع بالشواقل مقابل x تدريبات في النادي الجديد.

$240 + 10x$ $25x$ ($x \geq 0$,x عدد صحيح)

أيّ تعبير يصف مبلغ دفع **المنتسبين**؟

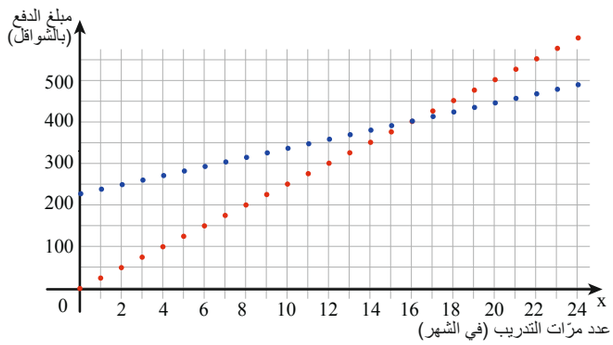
أيّ تعبير يصف مبلغ دفع **غير المنتسبين**؟ اشرحوا.

4. في شهر إبريل سنة 2008 ، تدرّب **أيّوب** و**رامي** في النّادي نفس عدد المرات.

اكتشف **أيّوب** و**رامي** في نهاية الشهر أنّهما دفعا نفس المبلغ؟

كم مرّة تدرّب كل واحد منهما في هذا الشهر؟ اشرحوا.

5. أمامكم خطّان بيانيّان يصفان مبلغ الدّفع **للمنتسبين وغير المنتسبين** حسب عدد مرات التّدريب.



أ. ما هو الخطّ البيانيّ المناسب لمبلغ دفع **المنتسبين**؟ ما هو الخطّ البيانيّ المناسب لمبلغ دفع **غير المنتسبين**؟ اشرحوا.

ب. جدوا حلّ المهمّة 4 بمساعدة الرّسم البيانيّ. اشرحوا.

ت. كم تدريبًا من الأفضل أنْ نكون فيه منتسبين في نادي اللّياقة البدنيّة؟ اشرحوا.

ث. ما هي حسنات التمثيل الهندسيّ (البيانيّ) في حل المسائل؟

- **التّمثيل الهندسي** (البيانيّ) لمُعطيات المسألة هو تجسيد بصريّ للتغيُّر في التّعابير الجبريّة.

مثال: في المهمّة 5، يظهر **التّمثيل البيانيّ** للعلاقة بين عدد مرات التّدريب ومبلغ الدّفع بالشّواقل **للمنتسبين** و**غير المنتسبين**.

هذا التّمثيل هو تجسيد بصريّ للدوال التي تصف التّعابير الجبريّة الّتي وجدتمُوها في المهمّة 3.

- هنالك عدّة حسنات للتّمثيل البيانيّ (أمثلة من المهمّة 5).
  - يصف القصّة بشكل عام.

أمثلة: يمكن أنْ نرى في الحالتين أنّه كلّما كان عدد مرات التّدريب أكبر، فإنّ مبلغ الدّفع يكبر أيضًا.

يمكن أنْ نقرأ معلومات عن مبلغ الدّفع مقابل عدد معيّن من مرّات التّدريب..

- يُتيح مقارنة بين مُعطيات مختلفة واستخلاص الاستنتاجات.

مثال: يمكن أنْ نقارن بين طريقتي الاشتراك، متّى تكون طريقة معيّنة أفضل من الأخرى؟

- يُعطينا معنى لحلّ المعادلات.

مثال: يُعطينا معنى لحلّ المعادلة $25x = 10x + 240$ (الذي هو الإحداثي x لنقطة تقاطع الخطّين البيانيّين).

مجموعة مهامّ

1. يوجد في مكتبة "العِلم نور" 2,000 كتاب، وفي كلّ سنة، يشتري أمين المكتبة 150 كتابًا جديدًا.
يوجد في مكتبة "المجتهدون" 2,500 كتاب، وفي كلّ سنة، يشتري أمين المكتبة 100 كتاب جديد.
تأسست المكتبتان في نفس السّنة.

أ. كم كتابًا كان في كلّ مكتبة بعد مرور سنة واحدة؟ 5 سنوات، 8 سنوات؟
كم كتابًا كان في كلّ مكتبة بعد مرور 5 سنوات؟
كم كتابًا كان في كلّ مكتبة بعد مرور 8 سنوات؟

ب. أمامكم تعابير جبريّة. $2{,}000 + 100x$ $2{,}000 + 150x$ $2{,}500 + 100x$ $2{,}500 + 150x$
x يمثّل عدد السنوات منذ تأسيس المكتبة ($x \geq 0$, x عدد صحيح).
أيّ تعبير يمثّل عدد الكتب في مكتبة "العِلم نور" خلال x سنوات؟
أيّ تعبير يمثّل عدد الكتب في مكتبة "المجتهدون" خلال x سنوات؟

ت. بعد مرور كم سنة، منذ تأسيس المكتبتين، يصبح نفس عدد الكتب في المكتبتين؟
كم كتابًا يكون في كلّ مكتبة؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

2. يوجد في مكتبة "السّلام" 1,500 كتاب، وفي كلّ سنة، يشتري أمين المكتبة 120 كتابًا جديدًا.
يوجد في مكتبة "الرّبيع" 2,300 كتاب، وفي كلّ سنة، يشتري أمين المكتبة 40 كتابًا جديدًا.
تأسست المكتبتان في نفس السّنة.

أ. كم كتابًا كان في كلّ مكتبة بعد مرور 3 سنوات؟
كم كتابًا كان في كلّ مكتبة بعد مرور 8 سنوات؟

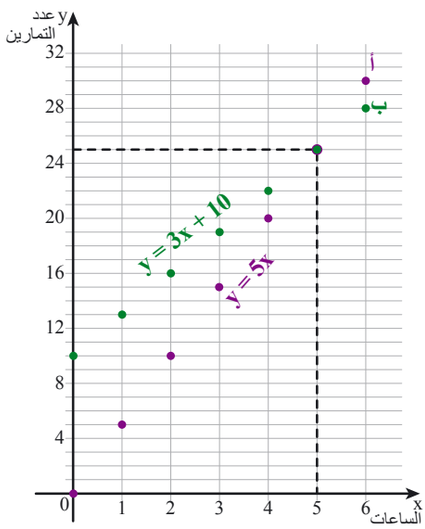
ب. كم كتابًا يكون في كلّ مكتبة بعد مرور x سنوات
($x \geq 0$, x عدد صحيح)؟

ت. بعد مرور كم سنة، منذ تأسيس المكتبتين، يصبح نفس عدد الكتب في المكتبتين؟
كم كتابًا يكون في كلّ مكتبة؟ افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

3. أمامكم اقتراحان لتحضير حديقة أزهار.
اقتراح **أ:** 180 شاقلًا مقابل الاستشارة + 30 شاقلًا مقابل كلّ متر مربّع من الحديقة.
اقتراح **ب:** 45 شاقلًا مقابل كلّ متر مربّع من الحديقة (السعر يشمل الاستشارة).

أ. إذا كانت مساحة الحديقة 16 مترًا مربّعًا فأيّ اقتراح من الأفضل اختياره؟
ب. ما هي مساحة الحديقة الّتي ندفع مقابلها نفس السعر في الاقتراحين؟ ما هو السعر؟

4. الخطّان البيانيّان اللّذان أمامكم مناسبان للدالّتين $y = 5x$, $y = 3x + 10$



x يمثّل عدد السّاعات($x \geq 0$, x عدد صحيح).

y يمثّل عدد التمارين ($y \geq 0$, y عدد صحيح).

الخطّ البيانيّ أ يمثّل عدد التّمارين الّتي حلّها **ساهر**.

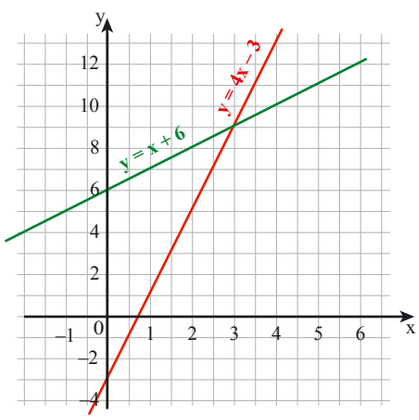
الخطّ البيانيّ ب يمثّل عدد التّمارين الّتي حلّها **نديم**.

أ. حلّ **ساهر** و**نديم** تمارين لمدّة ساعتين.
مَنْ منهما حلّ تمارين أكثر؟ اشرحوا.

ب. حلّ **ساهر** و**نديم** تمارين لمدّة 7 ساعات.
مَنْ منهما حلّ تمارين أكثر؟ اشرحوا.

ت. حلّ **ساهر** و**نديم** نفس عدد التّمارين.
كم ساعة حلا تمارين؟
كم تمرينًا حلا؟

5. حلّوا المعادلة $4x - 3 = x + 6$ بمساعدة الرسم البياني.



افحصوا الحل بواسطة التعويض.

6. في مكتبة استعارة أفلام فيديو ، نُشر سعران.

السّعر **للمنتسبين:** رسوم الاشتراك 100 شاقل + 5 شواقل مقابل كلّ فيلم.

السّعر **لغير المنتسبين:** 15 شاقلاً مقابل كلّ فيلم.

أ. أُعجب **هيثم** بـ 17 فيلما. هل من الأفضل أنْ ينتسب إلى هذه المكتبة؟ اشرحوا.

ب. أُعجبت **رانية** بـ 7 أفلام فقط. هل من الأفضل أنْ تنتسب إلى هذه المكتبة؟ اشرحوا.

ت. ما هو عدد الأفلام الّذي من الأفضل أن ننتسب فيه؟ اشرحوا كيف وجدتم؟

الدّرس الرّابع: في نادي اللّياقة البدنيّة (تكملة)

بحثنا، في الدّرس السّابق، المبلغ الّذي يدفعه **المنتسبون وغير المنتسبين** مقابل عدد مرات التّدريب في معهد اللّياقة البدنيّة.

x يمثّل عدد مرات التّدريب في الشهر في النّادي ($x > 0$, x عدد صحيح).

التّعبير $240 + 10x$ يمثّل المبلغ بالشّواقل الّذي يدفعه **المنتسبون**.

التّعبير $25x$ يمثّل المبلغ بالشّواقل الّذي يدفعه **غير المنتسبين**.

نبحث المبالغ التي يدفعها **المنتسبون وغير المنتسبين** بمساعدة معادلات رياضية.

نستمر في حلّ المعادلة.

نتطرّق في المهمّين 1 وَ 2 إلى المُعطيات الّتي وردت في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.

تدرّبت **سعاد وسهاد نفس عدد المرات** في معهد اللياقة البدنية. سعاد **منتسبة** للنّادي وسهاد **غير منتسبة**.

1. اكتبوا، في كل بند، معادلة مناسبة، حلّوا وجدوا عدد المرّات الّتي تدرّبت فيها **سعاد وسهاد** في النّادي.
افحصوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

أ. المبلغ الّذي دفعته **سعاد وسهاد** معًا هو 1,290 شاقلا.

ب. دفعت **سعاد** 30 شاقلاً أقلّ من **سهاد**.

ت. دفعت **سعاد** ضعفي المبلغ الّذي دفعته **سهاد**.

2. حدِّدوا ما إذا كلّ بند ممكن واشرحوا.

أ. تدرّبت **سعاد وسهاد** في كلّ مرّة معًا، والمبلغ الّذي دفعته اثنتاهما معًا هو 835 شاقلا.

ب. دفعت **سعاد** 30 شاقلًا أكثر من **سهاد** مقابل نفس عدد مرات التّدريب.

ت. دفعت **سهاد** 3 أضعاف **سعاد** مقابل نفس عدد مرات التّدريب.

3. أحيطوا، في كلّ بند، الحرف المناسب. على ماذا حصلتم؟

				صحيح	غير صحيح
أ.	حلّ المعادلة $7x + 3(x - 1) = 7x$	هو	$x = 1$	מ	פ
ب.	حلّ المعادلة $3(x - 1) = 4 + 2(x - 2)$	هو	$x = 3$	פ	ת
ت.	حلّ المعادلة $4x = 20 - x$	هو	$x = 5$	ר	ש
ث.	حلّ المعادلة $1 = 3(x - 1) - 2x + 3$	هو	$x = -1$	ו	ט
ج.	حلّ المعادلة $2(1 - x) = 1 - 3x$	هو	$x = -1$	י	נ
ح.	حلّ المعادلة $7x + 2 = 3(7 + x) + 9$	هو	$x = 8$	!	מ

مجموعة مهامّ

1. اشترى **ضرار** 3 قُمصان وجارزتين.
أسعار القمصان متساوية وسعر الجارزتين متساوٍ.
سعر الجارزة أكبر بـ 150 شاقلاً من سعر القميص.
x يمثّل سعر القميص بالشواقل ($x > 0$).

أ. أكملوا تعابير مناسبة.

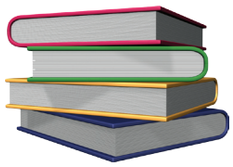
سعر القميص: x شواقل سعر 3 قمصان: _____ شواقل

سعر الجارزة: _____ شواقل سعر جارزتين: _____ شواقل

ب. دفع **ضرار** 450 شاقلا مقابل الشراء.
اكتبوا معادلة مناسبة للقصة وحلّوها.

ت. ما هو سعر القميص؟ ما هو سعر البنطلون؟
افحصوا ما إذا كانت الإجابة مناسبة لشروط المسألة.

2. اشترت **رهام** كُتُبًا وكرّاسات.
سعر كلّ كرّاسة 25 شاقلاً وسعر كلّ كتاب 60 شاقلا.
عدد الكرّاسات التي اشترتها **رهام** أكبر بـ 8 من عدد الكتب.



أ. أكملوا تعابير مناسبة.
x يمثّل عدد الكتب التي اشترتها **رهام** (x عدد طبيعيّ).

	الكمّيّة	سعر الغرض الواحد (بالشواقل)	السعر الكليّ (بالشواقل)
الكتاب	x	60	
الكرّاسة		25	

ب. دفعت **رهام** مقابل الكتب 10 شواقل أكثر ممّا دفعت مقابل الكرّاسات.
كم كتابًا وكم كرّاسةً اشترت **رهام**؟
افحصوا ما إذا كانت الإجابة مناسبة لشروط المسألة.

3. في بداية الشّهر، كانت كميّة القمح في المخبز **أ** 30 طنًا، وفي المخبز **ب** 50 طنًا.
في كلّ يوم، يشتري المخبز **أ** 12 طنًا من القمح، والمخبز **ب** 7 أطنان من القمح.
بعد كم يوم تصبح نفس كميّة القمح في المخبزين؟

4. في بداية الشّهر، كانت كميّة القمح في المخبز أ 52 طنًا، وفي المخبز **ب** 18 طنًا.
في كلّ يوم، يشتري المخبز أ 4 أطنان من القمح، والمخبز **ب** 6 أطنان من القمح. بعد كم يوم تصبح كمّيّة القمح في المخبزين معًا 160 طنًا؟

5. حلّوا المعادلات.

أ. $2(3x + 1) + 3(5x - 2) = 38$

ب. $3x + 4(x - 1) = 31$

ت. $6x + 2(5 - 3x) = x - 14$

ث. $6x + 2(x - 1) = 14 + 3(x - 2)$

6. حلّوا المعادلات.

أ. $2(2x - 1) = 3(x - 4) + 1$

ب. $2(3x - 1) = 3(x - 6) + 22$

ت. $10x + 3(1 - 4x) = 3(x + 4) - 39$

ث. $5(x - 6) + 3(x + 2) = 4(3 - x)$

7. حلّوا المعادلات.
انتبهوا إلى العلاقة بين المعادلة الأولى، في كلّ عمود، والمعادلات الّتي تليها.

أ. $2x + 1 = 9$

$2(x + 3) + 1 = 9$

$2(x - 1) + 1 = 9$

$2(x - 4) + 1 = 9$

ب. $8x = 2x$

$8(x - 1) = 2(x - 1)$

$8(x + 3) = 2(x + 3)$

$8(2x - 3) = 2(2x - 3)$

8. جِدوا، في كلّ بند، الأعداد الطبيعيّة الّتي نعوّضها بدلًا من x للحصول على الأعداد الطبيعيّة المسجّلة.
إذا لم تجدوا أعدادًا كهذه فاشرحوا.

أ. من التعبير $3x + 1$ أعداد زوجيّة.

ب. من التعبير $3(x + 1)$ أعداد زوجيّة.

ت. من التعبير $4x + 1$ أعداد فرديّة.

ث. من التعبير $4(x + 1)$ أعداد زوجيّة.

ج. من التعبير $2(x + 4)$ أعداد فرديّة.

ح. من التعبير $2x + 4$ أعداد زوجيّة.

خ. من التعبير $4(x - 3)$ أعداد زوجيّة.

د. من التعبير $4x - 3$ أعداد فرديّة.

الدرس الخامس: "حافظ شاشة حاسوب"

حلّ مسائل بمساعدة معادلات ورسوم بيانيّة

خطّط **ضياء** "حافظ شاشة حاسوب" مبني من نماذج مستطيلات متغيِّرة.
قسم من المستطيلات يَكْبُر والقسم الآخر يَصْغُر.
في كلّ 20 ثانية، تبدأ دورة جديدة "لحافظ شاشة الحاسوب": يختفي نموذج المستطيلات وتظهر على شاشة الحاسوب مستطيلات جديدة.

نبحث تغيُّر مساحات المستطيلات خلال دورة واحدة.

نتطرّق في المهامّ 1-5 إلى المُعطيات الّتي وَرَدَت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. مساحة المستطيل من النّموذج أ (بالسّنتمتر المربّع) بعد t ثواني هي $90 - 3t$ $(0 \le t \le 20)$.

أ. ما هي مساحة المستطيل في بداية الدّورة؟ $(t = 0)$؟
ما هي مساحته بعد مرور 4 ثوانٍ؟
ما هي مساحته بعد مرور 15 ثانية؟

ب. بعد كم ثانية تصبح مساحة المستطيل 75 سنتمترًا مربّعًا؟

ت. أحيطوا الإجابة المناسبة.
مساحة المستطيل تكبر / تصغر / لا تتغيّر خلال دورة واحدة.

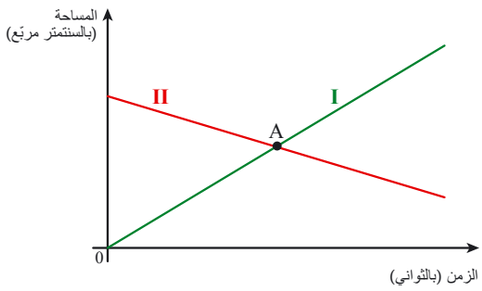
2. مساحة المستطيل من النّموذج **ب** (بالسّنتمتر المربّع) بعد t ثواني هي $6t$ $(0 \le t \le 20)$.

أ. ما هي مساحة المستطيل في بداية الدّورة؟ $(t = 0)$؟
ما هي مساحته بعد مرور 4 ثوانٍ؟
ما هي مساحته بعد مرور 15 ثانية؟

ب. بعد كم ثانية تصبح مساحة المستطيل 42 سنتمترًا مربّعًا؟

ت. أحيطوا الإجابة المناسبة.
مساحة المستطيل تكبر / تصغر / لا تتغيّر خلال دورة واحدة.

3. أمامكم خطّوط بيانيّة تقريبية تصف العلاقة بين الزّمن الّذي مرَّ، t بالثّواني $(0 \le t \le 20)$، ومساحات المستطيلات بالسّنتمتر المربّع.



أ. لائموا بين الخطّ البيانيّ ونموذج المستطيل المناسب له.
اشرحوا.

ب. ما معنى النّقطة A في القصّة؟

ت. جِدوا إحداثيّات النقطة A.
(اِستعينُوا بالحلّ الجبريّ للمعادلات).

مجموعة مهامّ

1. أجرى التّلاميذ، في درس العلوم، تجربة في المختبر. حصلت كلّ مجموعة على وعاء مغلق في داخله سائل وميزان حرارة. قاست كلّ مجموعة درجة حرارة السّائل (بـ °C) كلّ دقيقة.

بدأت المجموعتان التّجربة في نفس الوقت.

أ. في المجموعة **أ:** كانت درجة حرارة السائل (بـ °C)بعد مرور t دقائق منذ بداية التّجربة $15 - t$ $(t \geq 0)$.

كم كانت درجة حرارة السائل في بداية التّجربة $(t = 0)$؟

كم كانت درجة حرارة السائل بعد مرور 8 دقائق؟

ب. في المجموعة **أ:** كانت درجة حرارة السائل (بـ °C)بعد مرور t دقائق منذ بداية التّجربة $t + 5$ $(t \geq 0)$.

كم كانت درجة حرارة السائل في بداية التّجربة $(t = 0)$؟

كم كانت درجة حرارة السائل بعد مرور 8 دقائق؟

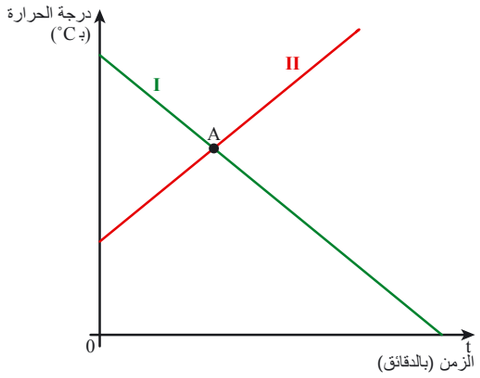
ت. ماذا تصف المعادلة $15 - t = t + 5$؟

ت. أمامكم خطّوط بيانيّة تقريبية تصف العلاقة بين الزّمن الّذي مرَّ (بالدّقائق) t ودرجة حرارة السّائل (بـ °C).

لائموا بين الخطّ البيانيّ والمجموعة المناسبة له. اشرحوا.

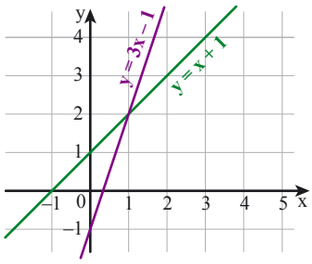
ث. جِدُوا إحداثيّات النقطة A.

(استعينوا بالحلّ الجبريّ للمعادلات).



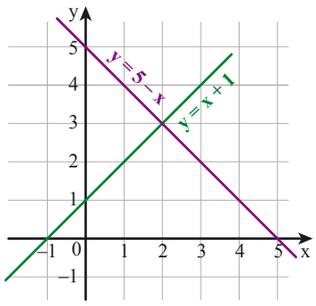
2. أ. حلّوا المعادلة $3x - 1 = x + 1$ بمساعدة التمثيل البيانيّ (الهندسيّ) المناسب للدالّة.

افحصوا الحلّ بواسطة التعويض.



ب. حلّوا المعادلة $x + 1 = 5 - x$ بمساعدة التمثيل البيانيّ (الهندسيّ) المناسب للدالّة.

افحصوا الحلّ بواسطة التعويض.



3. لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب لها.

• $x + 3 = 2x$	
• $2x + 3 = 5x + 12$	• $x = 3$
• $5x + 5 = 3x - 1$	
• $4 - x = 2x - 5$	• $x = -3$
• $5x - 2 = x + 10$	

4. لائموا كلّ معادلة للحلّ المناسب لها.

• $x + 3 = 12 - 2x$	
• $4(x + 2) = 5(x + 1)$	• $x = 3$
• $5 + 4(x - 2) = 5x$	
• $6(2 - x) + 26 = 5(x + 1)$	• $x = -3$
• $6(x - 2) = 5(x - 3)$	

5. أحيطوا الحرف المناسب في كلّ بند.

				صحيح	غير صحيح
أ.	حلّ المعادلة	$9x + 4 = 9 - 6x$	هو	$x = 3$	ת	מ
ب.	حلّ المعادلة	$3(3x + 4) = x + 60$	هو	$x = 6$	צ	ו
ت.	حلّ المعادلة	$2(x + 1) = 3(x - 1)$	هو	$x = 2$	א	י
ث.	حلّ المعادلة	$x + 4 = 20 - x$	هو	$x = -8$	ו	ב
ج.	حلّ المعادلة	$2(x - 1) = x$	هو	$x = 2$	י	ש
ح.	حلّ المعادلة	$7(x - 3) = 10x$	هو	$x = -7$	מ	פ

6. معطى: $2x + 15 = 4$

أكملوا، في كلّ بند، العدد المناسب في المكان الفارغ دون أن تحلوا المعادلة.

أ. $2x + 16 =$ ____ ت. $2x + 5 =$ ____ ج. $3(2x + 15) =$ ____

ب. $2x + 20 =$ ____ ث. $2x =$ ____ ح. $4x + 30 =$ ____

نحافظ على لياقة رياضيّة

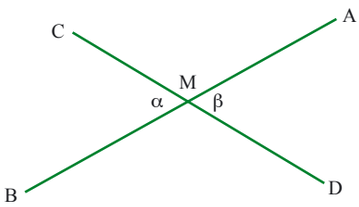
حِساب زوايا

معطى مقدار الزاوية، في كلّ مهمّة في هذه الصفحة، بالدرجات.

1. يلتقي المستقيمان AB وَ CD في النّقطة M.

معطى: $a = 5x$

$b = 3x + 30$



أ. احسبوا x.

ب. احسبوا مقدار الزاوية $\measuredangle CMB$.

ت. احسبوا مقدار الزاوية $\measuredangle AMD$.

ث. احسبوا مقدار الزاوية $\measuredangle AMC$.

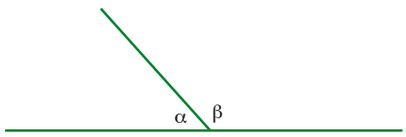
.

2. **α** وَ **β** زاويتان متجاورتان متكاملتان.

معطى: $\alpha = x - 30$

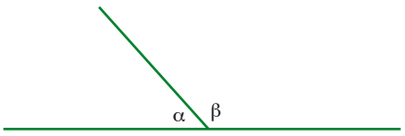
$\beta = x + 60$

احسبوا مقدار **α** وَ **β**.



3. **α** وَ **β** زاويتان متجاورتان متكاملتان.

استعينوا، في كلّ بند، بالرسمة وبالمعطيات واحسبوا.



أ. $\alpha = 40$، احسبوا مقدار β.

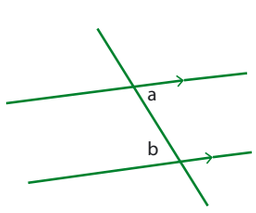
ب. $\beta = 110$، احسبوا مقدار **α**.

ت. $\alpha = x$, $\beta = 3x$, احسبوا مقدار **α** وَ **β**.

ث. $\alpha = x + 5$, $\beta = 4x - 25$. احسبوا مقدار **α** وَ **β**.

4. معطى، في كلّ بند، زوج من المستقيمات المتوازية (المشار إليها بأسهم) ومستقيم ثالث يتقاطع معهما . احسبوا مقدار **α** وَ **β** المشار إليهما في الرّسمة.

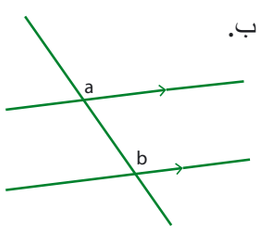
أ.



$\alpha = 3x - 70$

$\beta = x + 20$

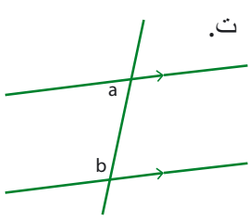
ب.



$\alpha = 140 - x$

$\beta = 4x - 10$

ت.



$\alpha = 5x - 20$

$\beta = 3x + 40$