الوحدة عشرون: أضلاع وزوايا في المضلّعات

الدّرس الأوّل: مثلّثات من نقاط وقِطع

أمامكم أربع صور لإشارات ضوئيّة، شكل كلّ منها مثلّث. إلى ماذا تُشير كلّ إشارة مرور؟

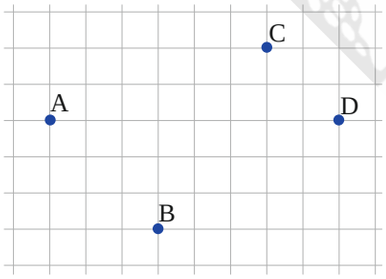
نتعرّف على مصطلحات متعلقة بالمثلّثات، نتعلّم كيفية بناء مثلّثات من قِطع ونبحث ما إذا يمكن تنفيذ ذلك دائمًا.

مثلّثات من نقاط

1. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات من نقاط" **"משולשים מנקודות"**. في هذه الفعّاليّة، نفحص أيّ ثلاث نقاط يمكن أنْ تكون رؤوس المثلّث. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
في الحاسوب

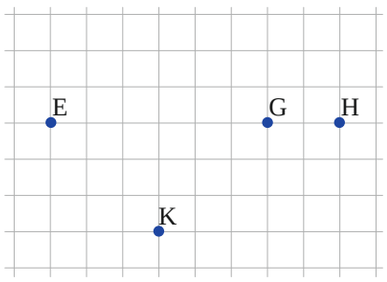
2. أ. اِنسخُوا النّقاط الأربع على ورقة مقسَّمة إلى تربيعات، وصلوا بين النّقاط A , B, وَ C لتحصلوا على مثلّث نسمِّيه ΔABC.



ب. صلوا بين ثلاث نقاط أُخرى بلون آخر للحصول على مثلّث.
كيف نسمِّي المثلّث الّذي حصلتم عليه؟

ت. كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أنْ نحصل عليه، من خلال الرّبط بين كلّ ثلاث نقاط؟

ث. كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أنْ نحصل عليه، من خلال الرّبط بين ثلاث نقاط من النّقاط الأربع E, K, G, H ؟ اِشرحُوا.

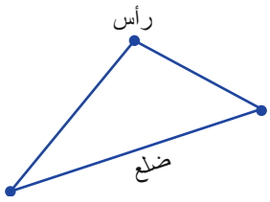


إذا ربطنا بواسطة قِطع بين ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنّنا نحصل على مثلّث.

النّقاط الثّلاث نسمِّيها **رؤوس المثلّث**.

القِطع نسمِّيها **أضلاع المثلّث**.

يوجد في المثلّث ثلاثة رؤوس وثلاثة أضلاع.



أضلاع المثلّث

3. أمامكم رسومات، في أيّ منها نحصل على مثلّثات، إذا قمنا بمدّ الخطّوط الثّلاثة؟ اِشرحُوا.

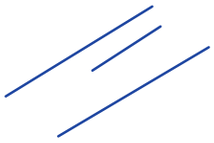
أ

ب

ت

ث

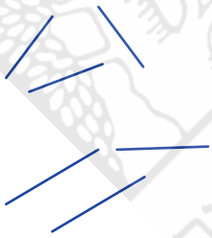
ج



يوجد حالات، **تستطيع** فيها ثلاثة مستقيمات أنْ تكوِّن مثلّثًا.

في الحالات الآتية، **لا تستطيع** ثلاثة مستقيمات أنْ تكوِّن مثلثًا:

- إذا كان اثنان أو ثلاثة مستقيمات متوازية.



- إذا تقاطعت المستقيمات الثّلاثة في نفس النّقطة.

4. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّث من قِطع" **"משולש מקטעים"**. في هذه الفعّاليّة، نفحص من أيّ ثلاث قِطع يمكن أنْ نبني مثلّثًا؟. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

5. أ. اِبنُوا مثلّثًا بمساعدة خيط طوله 70 سم، دون أنْ تقصُّوا الخيط (أُنظُروا الصّورة).
يمكن الاستعانة بمسمار، بمشبك أو بورقة لاصقة، لكي تثبِّتوا الرؤوس.

ب. قيسوا أطوال أضلاع المثلّث الّذي بنيتمُوه.

ت. اِبنُوا مثلّثًا آخر بمساعدة الخيط وقيسوا أطوال الأضلاع.

ث. أراد **ماهر** أنْ يبني، من خيط (طوله 70 سم)، مثلّثًا فيه ضلعان طول كلّ واحد منهما 10 سم.
هل ينجح ماهر في ذلك؟ حاولوا واشرحُوا.

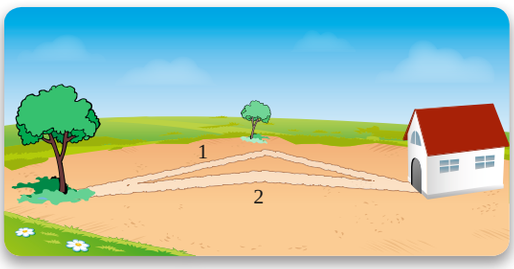
ج. أرادت **ماهرة** أنْ تبني، من خيط (طوله 70 سم)، مثلّثًا فيه ضلعان طول كلّ واحد منهما 25 سم.
هل تنجح ماهرة في ذلك؟ حاولوا واشرحُوا.

6. حضِّروا خمس قِطع (قش مشروب وما شابه) بأطوال: 2 سم، 3 سم، 4 سم 5 سم وَ 7 سم.
في كلّ بند، حاولوا أنْ تبنوا مثلّثًا من القِطع المناسبة. إذا لم تنجحوا، اِشرحُوا السّبب.

أ. 3 سم، 4 سم، 5 سم.
ب. 2 سم، 3 سم، 7 سم.
ت. 3 سم، 5 سم، 7 سم.
ث. 3 سم، 4 سم، 7 سم.

رأينا من خلال التّجربة:
لكي نبني مثلّثًا، مجموع طوليْ كلّ ضلعين يجب أنْ يكون أكبر من طول الضّلع الثّالث.
فيما بعد، **نبرهن** هذا الادّعاء.

7. يوجد في الصّورة مساران للوصول من الشّجرة إلى البيت.



أ. أيُّهما أقصر: المسار 1 أم المسار 2؟

ب. أراد **رائد** أنْ يصل البيت بالمسار الأقصر الممكن.
صِفُوا هذا المسار واشرحُوا لماذا هو الأقصر؟

أمامكم صورة جهاز في حديقة العلوم* ، في معهد وايزمن للعلوم، في رحوبوت.

ما هو الخاص في المثلّث الّذي يظهر في الصّورة؟

نلاحظ أنْ هذا المثلّث "مستحيل" ، لأنّ أضلاعه "مشوهة" ولا يمكن بناؤه من قضبان حديد مستقيمة.

كيف بُني على الرّغم من ذلك؟

نجد الشّرح لذلك في الصّورة الثّانية الّتي تُبيِّن المبنى الحقيقي لهذا الجهاز.

ما هو ، بحسب رأيكم، "السّر السّحريّ" لهذا " المثلّث" الّذي يظهر في الصّورة الأولى؟

في الصّورة الثّالثة (الّتي تظهر على غلاف الكتاب)، نلاحظ تمثالًا في نفس الحديقة "للمثلّث المستحيل" وهو مغلق.

كيف تَغَلّب صانع هذا التّمثال على هذه الصّعوبة عند بناء "المثلّث"؟

في الصّورة الرّابعة، يوجد "تفسير" مُسَلٍّ لعلَم إسرائيل، من خلال تحويل نجمة داوود إلى مثلّثين مستحيلين.

يمكنكم إيجاد معلومات إضافيّة عن المثلّث المستحيل (impossible triangle) في الإنترنيت.

* حديقة العلوم على اسم كلور، معهد دفيدسون للتّربية العلميّة - هي المؤسسة التّربوية لمعهد وايزمن للعلوم.

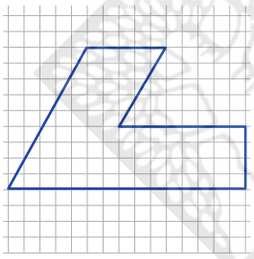
مجموعة مهامّ

1. رأيتم في مهمّة افتتاحيّة الدّرس صورًا لمثلّثات تُستعمل كإشارات مرور.
اِبحثُوا في بيئتكم المحيطة عن مثلّثات أخرى. أحضِروا إلى الصّف المثلّثات، أو صُوَرها، أو وَصفها.

2. أ. في الصّور الّتي أمامكم، يمكن أنْ نلاحظ أشكالاً تشبه مثلّثات. حاولوا أنْ تنفِّذوا أمثلة إضافيّة.

ب. حاولوا أنْ تبنوا أشكالاً تشبه مثلّثات بمساعدة أصابع كفتي اليدين.

3. أ. أرسُموا الشّكل الآتي في دفاتركم.
قسِّموا الرّسمة إلى ستة مثلّثات بواسطة خطوط مستقيمة.

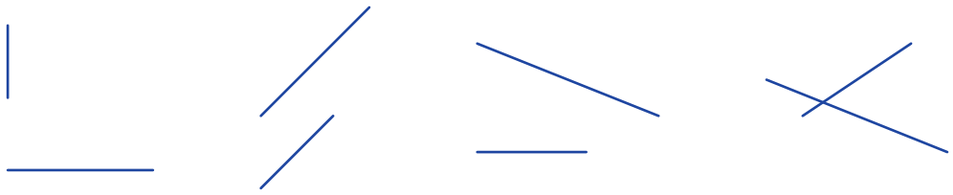


ب. أرسُموا شكلاً رباعيًّا (من الأفضل أن لا يكون مربّعًا أو مستطيلاً).
قسِّموا الشّكل الرّباعيّ إلى مثلّثين.

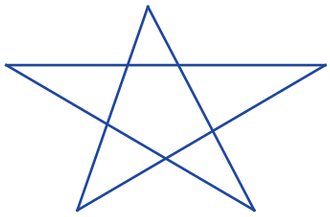
ت. ارسموا شكلاً رباعيًّا. قسِّموه إلى خمسة مثلّثات.

4. أكملُوا الرُّسومات الآتية إلى مثلّثات إذا كان الأمر ممكنًا.

أ ب ت ث



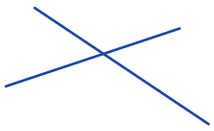
5. أمامكم شكل، اِنسخُوه ثلاث مرات.
قسِّموا الشّكل إلى ثلاثة مثلّثات بواسطة قطعتين.
جِدُوا ثلاث طرق مختلفة للتّقسيم.



6. أ. أمامكم رسمة نجمة، جِدُوا فيها مثلّثات كثيرة بقدر الإمكان.

ب. اِنسخُوا النّجمة وصلوا بين رؤوسها، بحيث تحصلون على شكل خماسيّ.

ت. جِدُوا مثلّثات إضافيّة في الشّكل الخماسي.



7. في كلّ بند، اِنسخُوا المستقيمين ونفِّذوا التّعليمات.

أ. أضيفُوا مستقيمًا، بحيث **تحصلون على مثلّث**.

ب. أضيفُوا مستقيمًا، بحيث **لا تحصلون على مثلّث**.

ت. أضيفُوا مستقيمًا، بحيث لا يكون موازيًا لأحد المستقيمين المرسومين **ولا يتكوَّن مثلّثًا**.

8. اِشرحُوا أو أرسُموا مثالاً، لماذا الادّعاءات الآتية غير صحيحة؟

أ. المثلّث هو شكل يَنْتُج من خلال الرّبط بين ثلاث نقاط بواسطة قِطع مستقيمة، حيث تربط كلّ قطعة مستقيمة بين زوج من النّقاط.

ب. المثلّث هو شكل يَنْتُج بواسطة ثلاثة مستقيمات تتقاطع مع بعضها.

9. في كلّ بند، حدِّدوا في أيّ حالات يمكن أنْ نبني مثلّثًا من القِطع الثّلاث المُعطاة. اِشرحُوا.

أ. 8 سم، 6 سم، 4 سم ب. 20 سم، 5 سم، 12 سم ت. 45 سم، 25 سم، 20 سم

10. طلبت المعلمة من تلاميذ الصّف أنْ يقسِّموا خيطًا طوله 24 سم إلى ثلاثة أقسام، بحيث نستطيع أنْ نبني منها مثلّثًا. أمامكم أربعة اقتراحات لتقسيم الخيط:

ضرار: 6 سم، 8 سم، 10 سم.

ضياء: 10سم، 3 سم، 11 سم.

يوسف: 6 سم، 13سم، 5 سم.

إبراهيم: 15 سم، 4 سم، 5 سم.

جدوا الاقتراحات الصحيحة.

11. قصَّ نديم خيطًا طوله 24 سم وحصل على قسمين طولهما 16 سم وَ 8 سم.

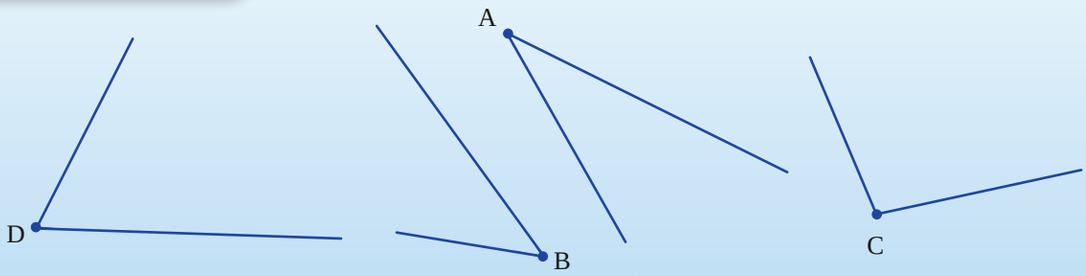
اِقترحُوا على نديم كيفيّة قصّ أحد الأقسام مرّة أخرى، بحيث يستطيع أن يبني مثلّثًا.

12. أمامكم نقاط. كم مثلّثًا يمكن أن نرسم بواسطة الرّبط بين ثلاث نقاط؟

(اِنتبهُوا، يوجد في الرّسمة 5 نقاط تقع على خطّ أفقيّ وَ 3 نقاط على خطّ عموديّ)

الدّرس الثّاني: مثلّثات من زوايا

رأينا في الدّرس السّابق، من خلال التّجربة، أنه يمكن بناء مثلّث من ثلاث قِطع، فقط إذا كان مجموع طولَيْ قطعتين أكبر من طول القطعة الثّالثة.
هل يمكن بناء مثلّث من كلّ ثلاث زوايا؟



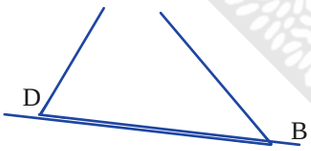
نبحث هذا السّؤال.

زوايا المثلّث

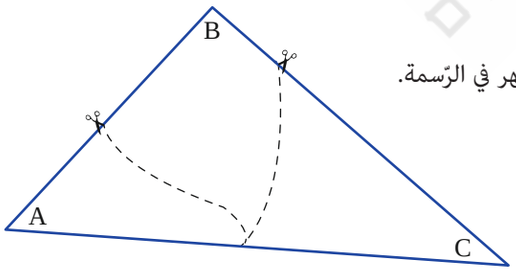
1. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات من زوايا".في هذه الفعّاليّة، نحاول بناء مثلّثات من زوايا. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

فعّاليّة بديلة
في الحاسوب

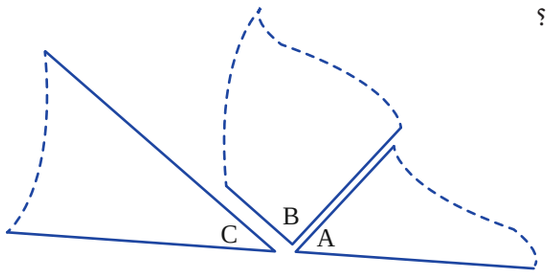
2. اِنسخُوا الزّوايا الأربع الّتي وَرَدت في مهمّة افتتاحيّة الدّرس على ورقة شفّافة.
حاولوا أنْ تبنوا مثلّثًا من ثلاث زوايا.
(ضَعوا ساقيِ الزّاويتين على بعضهما كما يظهر في الرّسمة).
من أيّ ثلاث زوايا نجحتم في بناء مثلّث؟



3. أُرسُموا مثلّثًا على ورقة، ثم قصُّوه أو قَطِّعوه إلى ثلاثة أقسام كما يظهر في الرّسمة.



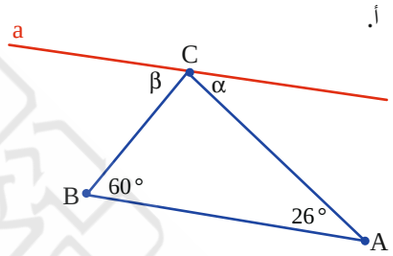
رتِّبوا الزّوايا الواحدة بجانب الأخرى، بحيث تكون ساق واحدة مشتركة لكلّ زاويتين.
خمِّنوا: ما هو مجموع ثلاث زوايا $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C$ ؟



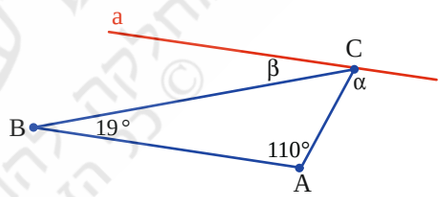
نفترض من المهامّ السّابقة الّتي نفّذناها أنّ مجموع زوايا المثلّث يساوي 180°.
سنحقّق هذا الافتراض في المهامّ القادمة.

4. في كلّ بند، مُعطى مقدار زاويتيْن من زوايا المثلّث، ومستقيم أحمر a موازٍ للضّلع AB.
اِحسبُوا مقدار الزّاويتين α وَ β ومقدار الزّاوية الثّالثة في المثلّث.

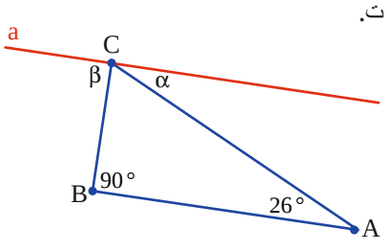
أ.



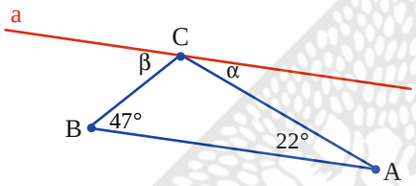
ب.



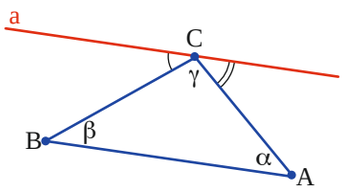
ت.



ث.



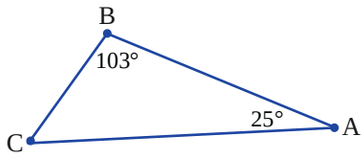
5. α, β وَ γ هي زوايا في المثلّث ΔABC.
المستقيم الأحمر a موازٍ للضّلع AB.
عبِّروا عن مقدار الزّوايا المشار إليها بأقواس وعلِّلُوا.
ما هو مجموع الزوايا α + β + γ؟



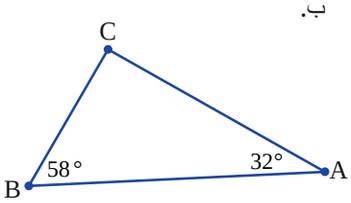
بيَّنا في المهمّة الـ 5 أنّ مجموع الزّوايا في كلّ مثلّث يساوي 180°.
النّتيجة: إذا عرفنا مقدار زاويتين في المثلّث، يمكن أنْ نعرف مقدار الزّاوية الثّالثة أيضًا.

6. اِحسبُوا مقدار الزّاوية الثّالثة في كلّ مثلّث.

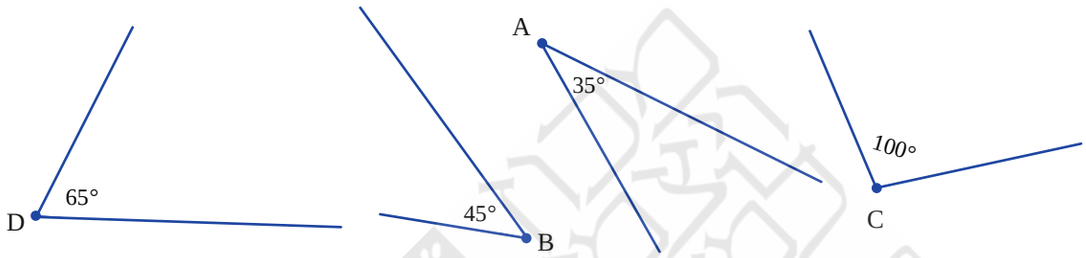
أ.



ب.

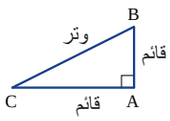


7. أمامكم الزّوايا الأربع الّتي وَرَدت في مهمّة الافتتاحيّة، في هذه المرّة، مُعطاة مقادير الزّوايا، من أي ثلاث زوايا يمكن أنْ نبني مثلّثًا؟ اِشرحُوا.



للتّذكير

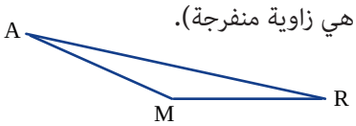
المثلّث الّذي فيه زاوية قائمة نسمِّيه **مثلّثًا قائم الزّاوية**.



مثال: المثلّث ΔABC الّذي يظهر في الرّسمة هو مثلّث قائم الزاوية (الزّاوية A هي قائمة).
الضّلعان CA وَ BA اللّذان يكوّنان الزّاوية القائمة نسمِّيهما **قائمين**.
الضّلع CB المقابل للزّاوية القائمة نسمِّيه **وَتَرًا**.

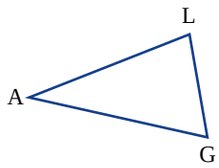
المثلّث الّذي فيه زاوية منفرجة نسمِّيه **مثلّثًا منفرج الزّاوية**.

مثال: المثلّث ΔMAR الّذي يظهر في الرّسمة هو مثلّث منفرج الزّاوية (الزّاوية M هي زاوية منفرجة).



المثلّث الّذي جميع زواياه حادّة نسمِّيه **مثلّثًا حادّ الزّوايا**.

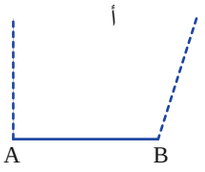
مثال: المثلّث ΔGAL الّذي يظهر في الرّسمة هو **حادّ الزّوايا**.



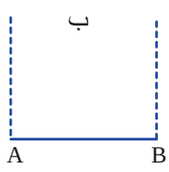
مجموعة مهامّ

1. إذا قمنا بمدّ الخطّوط المتقطّعة إلى أعلى، في أيّ بند نحصل على مثلّث؟ اِشرحُوا.

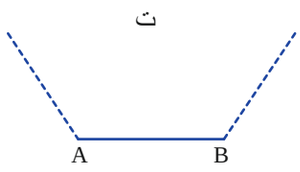
أ



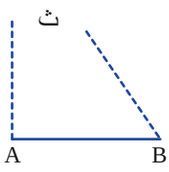
ب



ت



ث



2. في كلّ بند، اِفحصُوا ما إذا يمكن أنْ تكون الزّاويتان في نفس المثلّث.
إذا كانت الإجابة نعم، سجِّلوا مقدار الزّاوية الثّالثة.

أ. $90^\circ , 60^\circ$ ب. $110^\circ , 30^\circ$ ت. $110^\circ , 90^\circ$ ث. $35^\circ , 35^\circ$ ج. $150^\circ , 30^\circ$

3. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو 140°.

أ. أكتُبوا مقدار زاوية إضافيّة يمكن أنْ تكون في نفس المثلّث.

أ. أكتُبوا مقدار زاوية إضافيّة لا يمكن أنْ تكون في نفس المثلّث.

4. مقدار إحدى زوايا المثلّث هو 160°.
ماذا يمكن أنْ يكون مقدار زاوية إضافيّة في نفس المثلّث؟ اِشرحُوا.

5. حدِّدوا ما إذا الجُمل الآتية صحيحة. إذا كانت الإجابة نعم، علِّلوا. إذا كانت الإجابة كلا، أعطُوا مثالاً عدديًّا مضادًا.

أ. إذا كانت في المثلّث زاوية قائمة، فإنَّ الزّاويتين الأُخْرَيَيْن حادَّتان.

ب. إذا كانت في المثلّث زاوية قائمة، فإنَّ مقدار كلّ زاوية من الزّاويتين الأُخْرَيَيْن هو 45°.

ت. إذا كانت في المثلّث زاوية قائمة، فإنَّ مجموع الزّاويتين الأُخرتين هو 90°.

ث. إذا كانت في المثلّث زاوية منفرجة، فإنَّ الزّاويتين الأُخْرَيَيْن حادَّتان.

ج. لا يوجد مثلّث فيه زاويتان منفرجتان.

6. حدِّدوا ما إذا يمكن أنْ يتحقّق كلّ بند. إذا كانت الإجابة نعم، أعطُوا مثالاً، إذا كلا، اِشرحُوا.

أ. يوجد في المثلّث ثلاث زوايا حادّة.

ب. يوجد في المثلّث زاويتان حادّتان.

ت. يوجد في المثلّث زاويتان قائمتان.

ث. يوجد في المثلّث زاويتان منفرجتان.

7. في كلّ بند، حدِّدوا ما إذا يمكن أنْ تكون الزّوايا الثّلاث في نفس المثلّث. اِشرحُوا.

أ. 30° ; 75° ; 55°

ب. 42° ; 100° ; 40°

ت. 90° ; 90° ; 10°

ث. 170° ; 8° ; 2°

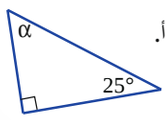
ج. 60° ; 60° ; 60°

ح. 85° ; 85° ; 30°

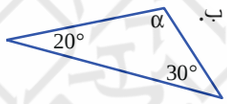
8. في كلّ مثلّث، اِحسبُوا مقدار الزّاوية α.

أُذكُروا ما إذا المثلّث حادّ الزّوايا، قائم الزّاوية أو منفرج الزّاوية.

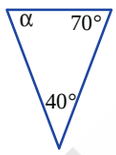
أ.



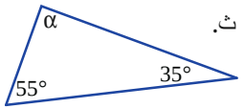
ب.



ت.

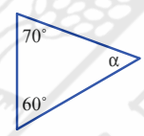


ث.

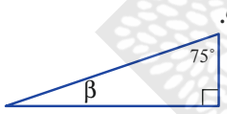


9. حدِّدوا أيُّهما أكبر: الزّاوية α أم β. اِشرحُوا.

أ.



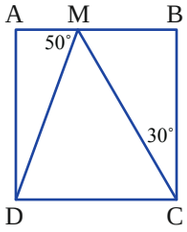
ب.



10. أمامكم رسمة مستطيل مُقسَّم إلى ثلاثة مثلّثات.

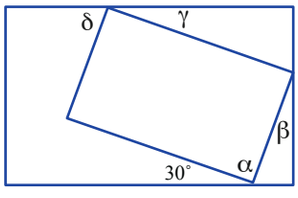
أ. جِدُوا مقادير الزّوايا الأخرى.

ب. جِدُوا أزواجًا من الزّوايا المتساوية.



11. أمامكم رسمة مستطيل وفي داخله مستطيل آخر.

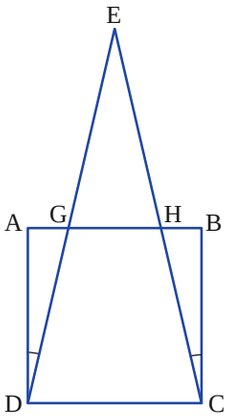
جِدُوا مقدار الزّوايا α, β, γ وَ δ.



12. أمامكم مربّع ABCD ومثلّث ΔDEC.

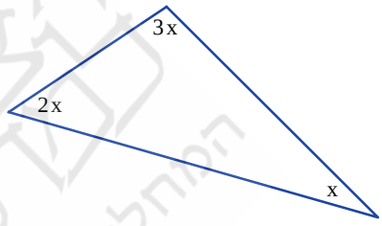
أ. $\measuredangle ADE = \measuredangle BCE = 15^\circ$. جدوا مقدار زوايا المثلّث ΔDEC.

ب. كم زاوية مقدارها 75° يوجد في الرّسمة؟ ما هي؟

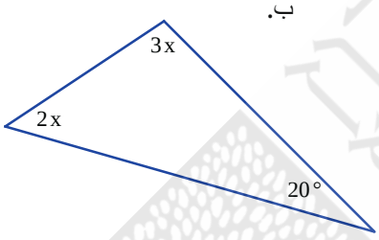


13. في كلّ بند، اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث ($x > 0$، مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات).

أ.

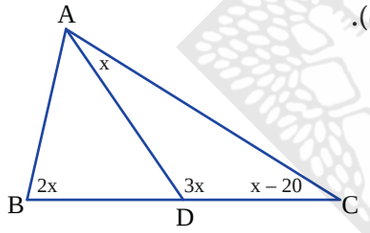


ب.



14. أ. اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث ΔADC ($x > 20$، مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات).

ب. اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث ΔABC.

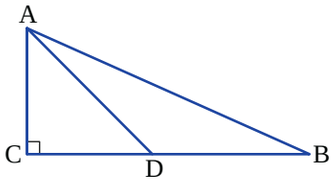


15. مقدار إحدى الزّوايا في الرّسمة هو 135°.

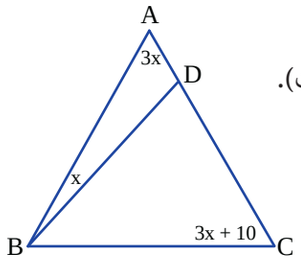
أ. جِدُوا هذه الزّاوية. اِشرحُوا.

ب.اِحسبُوا مقدار الزّاوية $\measuredangle CAD$.

ت.ما هو مجموع الزّاويتَيْن $\measuredangle DAB + \measuredangle ABD$؟ اِشرحُوا.

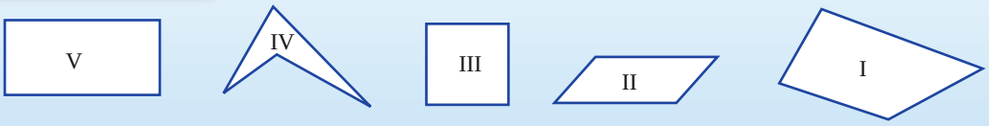


16. عبِّروا عن مقدار الزّاوية $\measuredangle CBD$ بواسطة x ($x > 0$, مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات).



الدّرس الثّالث: مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ

رأينا أن مجموع الزّوايا في كلّ مثلّث ثابت يساوي 180°.
نتمعَّن في الأشكال الرّباعيّة:



هل مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ثابت أيضًا؟ هل يتعلّقُ بنوع الشّكل الرّباعيّ؟

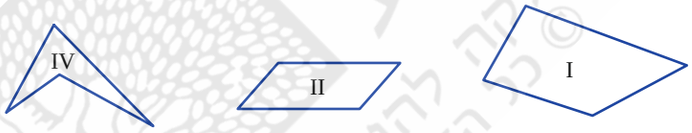
نبحث ما إذا مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ثابت، إذا كانت الإجابة نعم، كم هو؟

للتّذكير

الشّكل الرّباعيّ الّذي كلّ زاوية من زواياه أصغر من زاوية مستقيمة نسمِّيه شكلاً **رباعيًّا محدّبًا**.

الشّكل الرّباعيّ الّذي زاوية من زواياه أكبر من زاوية مستقيمة نسمِّيه شكلاً **رباعيًّا مقعّرًا**.

مثال:



في الشّكلين الرّباعيّين I وَ II، كلّ زاوية أصغر من زاوية مستقيمة (أصغر من 180°)، الشّكلان الرّباعيّان محدّبان.

في الشّكل الرّباعيّ IV، إحدى الزّوايا أكبر من زاوية مستقيمة (أكبر من 180°)، الشّكل الرّباعيّ مقعّر.

جميع زوايا المستطيل

1. أ. ما هو مجموع زوايا المستطيل؟ اِشرحُوا.

ب. تناقش تلميذان فيما بينهما حول مجموع زوايا المربّع.
قال **حامد**: يوجد في المربّع أربع زوايا قائمة، لذا مجموع الزّوايا هو 360°.
قال **أيّوب**: كلّ مربّع هو مستطيل، لذا مجموع زوايا المربّع هو 360° أيضًا.
أيُّهما قوله صحيح؟ اِشرحُوا.

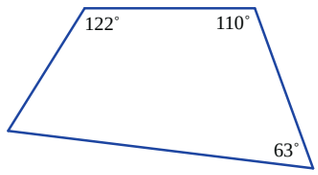
ت. خمِّنُوا: هل في أشكال رباعيّة أُخرى مجموع الزّوايا هو 360° أيضًا؟

مجموع الزّوايا في الشّكل الرّباعيّ

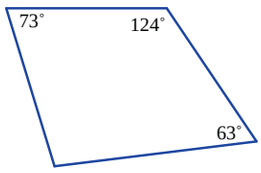
2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "زوايا في الشّكل الرّباعيّ" **"זוויות במרובע"**.
في هذه الفعّاليّة، نفحص مقادير الزّوايا في الشّكل الرّباعيّ. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

3. في كلّ شكل رباعيّ، مُعطى مقدار 3 زوايا. قيسوا الزّاوية الرّابعة واحسبُوا مجموع الزّوايا في كلّ شكل رباعيّ.

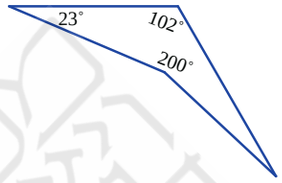
أ.



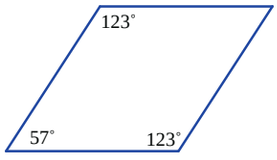
ب.



ت.

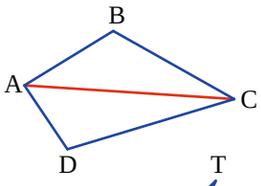


ث.

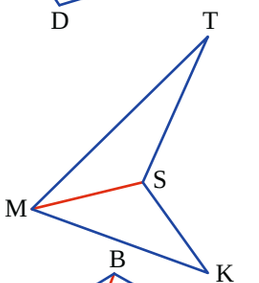


من الفعّاليّات الّتي أجريناها في المهامّ السّابقة، يمكن أنْ نخمِّن أنّ مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ثابت ويساوي $360°$.
نشرح ذلك فيما بعد.

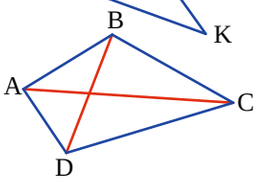
4. أ. القطعة AC هي قُطر في الشّكل الرّباعيّ المحدّب ABCD.
بيِّنوا أنّ مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ABCD هو $360°$



ب. في الشّكل الرّباعيّ المقعّر MTSK، القطعة MS هي قُطر يخرج من رأس الزّاوية الأكبر من $180°$.
بيِّنُوا أنّ مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ المقعّر MTSK هو $360°$ أيضًا.

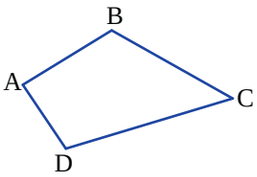


ت. قال **سامر**: رَسمتُ قُطري الشّكل الرّباعيّ وحصلت على أربعة مثلّثات.
لذا مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ هو $4 \cdot 180° = 720°$
هل يمكن ذلك؟ اِشرحُوا.

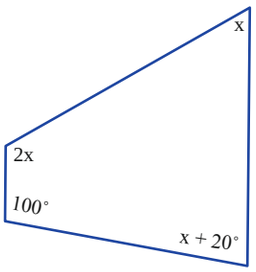


رأينا أنّ مجموع الزّوايا في كلّ شكل رباعيّ هو 360°.

مثال: في الشّكل الرّباعي ABCD في الرّسمة $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$.



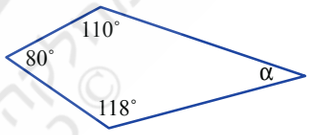
5. أمامكم شكل رباعيّ، اِحسبُوا مقدار زواياه (مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات، $x > 0$).



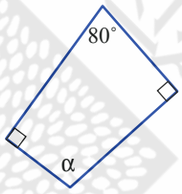
مجموعة مهامّ

1. في كلّ بند، جِدُوا مقدار الزّاوية المشار إليها بـ α.

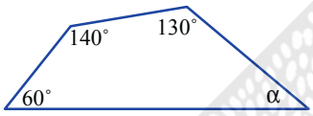
أ.



ب.



ت.

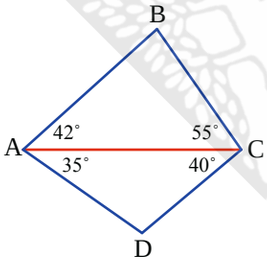


2. ABCD هو شكل رباعيّ.

أ. ما هو مقدار الزّاوية $\sphericalangle B$ في المثلّث ΔABC؟

ب. ما هو مقدار الزّاوية $\sphericalangle D$ في المثلّث ΔADC؟

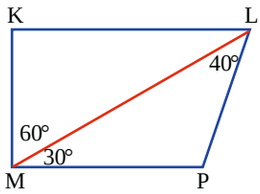
ت. ما هو مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ ABCD؟



3. KLPM هو شكل رباعيّ فيه KL || MP.

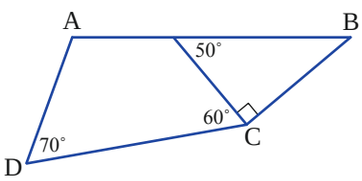
أ. اِحسبُوا مقدار الزّاوية $\sphericalangle P$.

ب. اِحسبُوا مقدار الزّاوية $\sphericalangle KLP$ في الشّكل الرّباعيّ.



4. ما هو مقدار كلّ زاوية من زوايا الشّكل الرّباعيّ ABCD؟

اِحسبُوا بطريقتين مختلفَتَيْن وبيِّنوا الحِساب المناسب لكلّ طريقة.



5. في كلّ بند، أُرسُموا شكلاً رباعيًّا مناسبًا، إذا كان الأمر ممكنًا. إذا لم تتمكنوا، اِشرحُوا.

أ. شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا حادّة، والزّاوية الرّابعة منفرجة.

ب. شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا حادّة، والزّاوية الرّابعة قائمة.

ت. شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا قائمة.

ث. شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا منفرجة.

ج. شكل رباعيّ فيه أربع زوايا منفرجة.

6. أ. يوجد في الشّكل الرّباعيّ ثلاث زوايا حادّة. أُكتُبوا مثالاً لمقادير الزّوايا الأربع في الشّكل الرّباعيّ.

ب. يوجد في الشّكل الرّباعي ثلاث زوايا منفرجة. أُكتُبوا مثالاً لمقادير الزّوايا الأربع في الشّكل الرّباعيّ.

7. أُرسُموا مستطيلاً وقصُّوه على طول أحد قُطريه.

أ. ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟

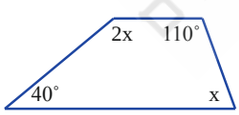
ب. ضَعوا، في كلّ مرّة، ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور، بحيث تحصلون على مثلّث. كم إمكانيّة وجدتم؟

ت. ضَعوا، في كلّ مرّة، ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور، بحيث تحصلون على شكل رباعيّ. كم إمكانيّة وجدتم؟

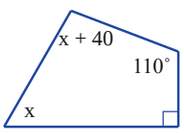
8. حضِّروا مثلّثين قائمي الزّاوية متطابقين. ضَعوا، في كلّ مرّة، ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور.
كم إمكانيّة وجدتم لوضع مثلّثين بشكل متجاور؟
أيّ أضلاع وضعتمُوها بشكل متجاور؟ ما هي المضلّعات الّتي حصلتم عليها. ما هو مجموع الزّوايا في كلّ مضلّع حصلتم عليه؟

9. اِحسبُوا زوايا الشّكلَيْنِ الرُّباعِيَّيْنِ.
(مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات، $0 < x$).

أ.

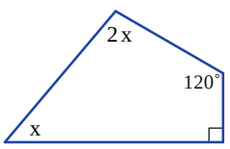


ب.



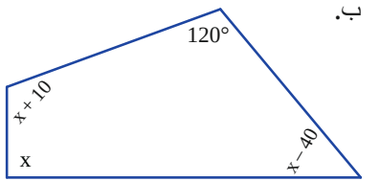
10. اِحسبُوا زوايا الأشكال الرّباعيّة (مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات). ما هي العلاقة بين الأشكال الرّباعيّة؟

أ.



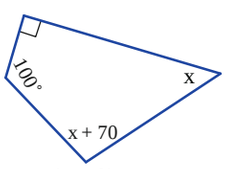
$(x > 0)$

ب.



$(x > 40^\circ)$

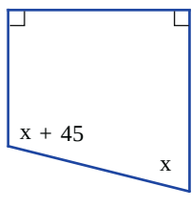
ت.



$(x > 0)$

11. حدِّدوا لكلّ شكل رباعيّ، أيّ معادلات مناسبة لحِساب الزّوايا ($x > 0$، مقدار الزّوايا بالدّرجات).
اِحسبُوا مقدار الزّوايا.

I

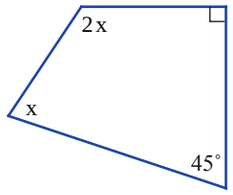


أ. $2x + 45 + 90 = 360$

ب. $2x + 45 + 90 + 90 = 360$

ت. $3x + 45 + 90 = 360$

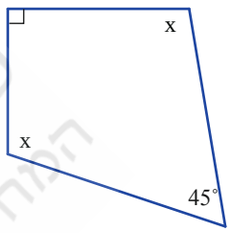
II



ث. $2x + x = 225$

ج. $x + x = 225$

III



ح. $x + x = 135$

12. أمامكم تعابير جبريّة $x + 15$ $2x - 60$ $3(x - 45)$ $\frac{1}{2}(255 - x)$

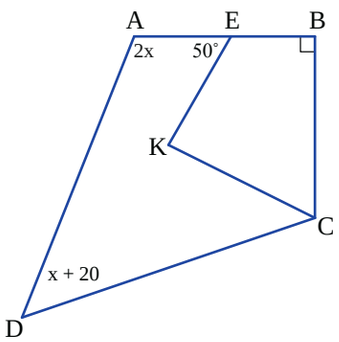
تمثِّل مقادير زوايا شكل رباعيّ ($x > 45$، مقدار الزّوايا بالدّرجات).
اِحسبُوا مقدار الزّوايا.
أيّ شكل رباعيّ حصلتم عليه؟

13. مُعطى:

$\sphericalangle B = \sphericalangle K$

$\sphericalangle KCB = \sphericalangle KCD$

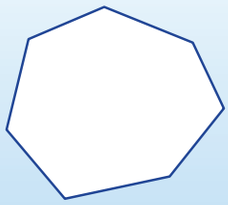
(مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات، $x > 0$.)
اِحسبُوا مقدار زوايا الشّكلين الرّباعيّين ABCD وَ EBCK.



الدّرس الرّابع: مجموع زوايا المضلّع

أمامكم رسمة مضلّع مكوَّن من سبعة أضلاع.

هل يمكن إيجاد مجموع الزّوايا الدّاخليّة دون قياس؟



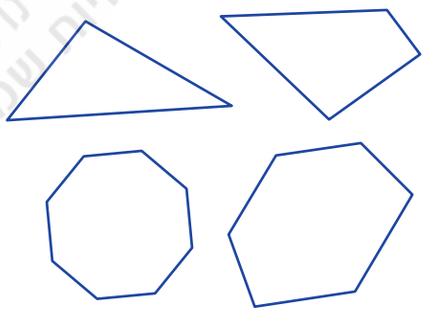
نتعرَّف على المضلّعات، ونفحص مجموع الزّوايا الدّاخليّة في مضلّعات مختلفة.

مضلّعات

نسمِّي المضلّع بحسب عدد رؤوسه: مثلّث، شكل رباعيّ، خماسيّ وما شابه.

1. أمامكم رسومات مضلّعات.

مضلّعات محدّبة



مضلّعات مقعّرة

أ. صِفُوا المضلّعات المحدّبة والمضلّعات المقعّرة.

ب. أعطُوا اسمًا مناسبًا لكلّ مضلّع.

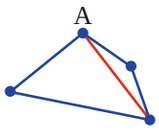
في **المضلّع المحدّب**، كلّ زاوية داخليّة أصغر من زاوية مستقيمة.

في **المضلّع المقعّر**، يوجد زاوية داخليّة أكبر من زاوية مستقيمة.

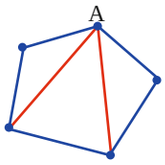
من مجموع زوايا المثلّث إلى مجموع زوايا المضلّع

2. أمامكم مضلّعات مختلفة. رُسمت في كلّ مضلّع جميع الأقطار الّتي تخرج من الرّأس A.

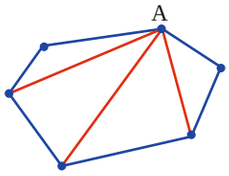
أ. أمامكم رسمة شكل رباعيّ.
كم مثلّثًا نَتَجَ؟
ما هو مجموع زوايا الشّكل الرّباعيّ؟



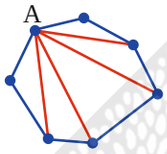
ب. أمامكم رسمة شكل خماسيّ.
كم مثلّثًا نَتَجَ؟
ما هو مجموع زوايا الشّكل الخماسيّ؟



ت. أمامكم رسمة شكل سداسيّ.
كم مثلّثًا نَتَجَ؟
ما هو مجموع زوايا الشّكل السّداسيّ؟

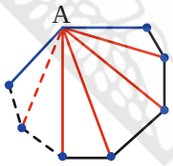


ث. أمامكم رسمة مضلّع مكوَّن من 7 أضلاع.
كم مثلّثًا نَتَجَ؟
ما هو مجموع الزّوايا في الشّكل المكوَّن من 7 أضلاع؟



نفكّر بـ ...

3. أ. أمامكم مضلّع مكوَّن من n أضلاع.
أُكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لعدد المثلّثات الّتي نَتَجت.
أمامكم تعابير جبريّة، أيّ منها يصف مجموع الزّوايا في المضلّع المكوَّن من **n** أضلاع ؟

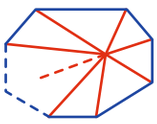


$180n$ $180(n-1)$ $180(n-2)$

ب. قال **رامي**: مجموع الزّوايا في الشّكل الخماسيّ أكبر بـ 180° من مجموع الزّوايا في الشّكل الرّباعيّ، ومجموع الزّوايا في الشّكل السّداسيّ أكبر بـ 180° من مجموع الزّوايا في الشّكل الخماسيّ.
قال **يوسف**: عندما يكبر عدد الأضلاع في المضلّع بـ 1 ، فإنّ مجموع الزّوايا يكبر بـ 180°.
اِشرحُوا استنتاجيْ رامي ويوسف.

رأينا أنّه يمكن تقسيم مضلّع مكوَّن من n أضلاع إلى $(n-2)$ مثلّثات، لذا مجموع زوايا المضلّع (بالدّرجات) هو $180(n-2)$.

4. أ. عيَّنت **ياسمين** نقطة داخل مضلّع وقد ربطتها مع جميع الرؤوس.
سجَّلت ياسمين تعبيرًا جبريًّا لمجموع زوايا المضلّع (بالدّرجات): 360 – 180n.
اِشرحُوا، كيف وجدت ياسمين التّعبير؟



ب. هل تعبير ياسمين مساوٍ للتّعبير 180(n – 2) الّذي نَتَج في المهمّة 3؟ اِشرحُوا.

5. أمامكم ادّعاءات، حدِّدوا ما إذا هي صحيحة.
إذا كانت الإجابة نعم، اِشرحُوا. إذا كانت الإجابة كلا، أُرسُموا مثالاً مضادًّا، وسجِّلوا مقادير زوايا تُبيِّن أن الادّعاء غير صحيح.

أ. في الشّكل السّداسيّ، جميع الزّوايا منفرجة.

ب. لا يوجد شكل خماسيّ فيه 3 زوايا قائمة.

ت. لا يوجد شكل خماسيّ فيه 4 زوايا قائمة.

مضلّع منتظم

المضلّع الّذي جميع أضلاعه متساوية وجميع زواياه متساوية، نسمِّيه **مضلعًا منتظما**.

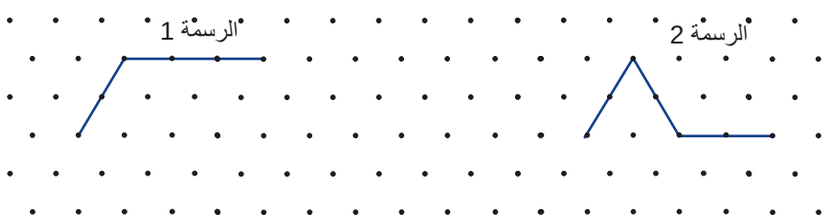
أمثلة:

6. أ. ما اسم الشّكل الرّباعيّ المنتظم ؟
ما هو مقدار كلّ زاوية في الشّكل الرّباعيّ المنتظم؟

ب. ما هو مجموع الزّوايا في الشّكل السّداسيّ؟
ما هو مقدار كلّ زاوية في الشّكل السّداسيّ المنتظم؟

ت. ما هو مجموع الزّوايا في المُثمن؟
ما هو مقدار كلّ زاوية في الشّكل الثُّماني المنتظم؟

7. أمامكم رسمتان. اِنسخُوهما على ورقة متساوية الأبعاد (تجدونها في موقع "الرّياضيّات المدمجة").



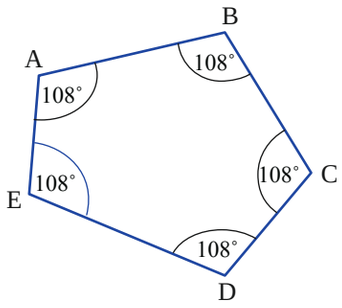
أ. أكملُوا الرّسمة 1 إلى شكل سداسيّ جميع زواياه متساوية، لكنه غير منتظم (مقدار كلّ زاوية °120).

ب. أكملُوا الرّسمة 2 إلى شكل سداسيّ جميع أضلاعه متساوية بالطول، لكنه غير منتظم.

8. أ. أمامكم شكل خماسّي زواياه متساوية. هل هو منتظم؟ اِشرحُوا.

ب. هل يمكن أنْ نرسم شكلاً رباعيًّا أضلاعه متساوية وهو ليس شكلاً رباعيًّا منتظمًا؟
إذا كانت الإجابة نعم، أُرسُموه، إذا كانت الإجابة كلا، اِشرحُوا.

ت. هل يمكن أنْ نرسم مثلّثًا أضلاعه متساوية وهو ليس مثلّثًا منتظمًا؟ إذا كانت الإجابة نعم، أُرسُموه، إذا كانت الإجابة كلا، اِشرحُوا.



رأينا أنّه:

- يمكن أنْ نرسم مضلّعات ذات زوايا متساويّة وأضلاع متساويّة.
- يمكن أنْ نرسم مضلّعات ذات أضلاع متساويّة وزوايا غير متساويّة.
- في المضلّع المنتظم جميع الأضلاع متساويّة وجميع الزّوايا متساويّة.

في دول مختلفة في العالَم، استُعملت وتُستعمل، حتى يومنا هذا، قِطع نقديّة معدنيّة مضلّعة*.

أ. أُكتُبوا اسم المضلّع المناسب لكلّ شكل قطعة نقديّة معدنيّة.

ب. أيّ مضلّعات هي مضلّعات منتظمة؟

ت. أيّ قطعة نقديّة معدنيّة إسرائيليّة شكلها مضلّع؟ ما هو نوع المضلّع؟

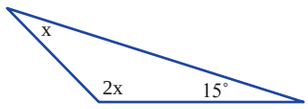
ث. ما هي حسنات وسيئات استعمال قِطع نقديّة معدنيّة مضلّعة؟

* مصدر المعلومات:فالديمير برنشطم، معهد وايزمن للعلوم.

مجموعة مهامّ

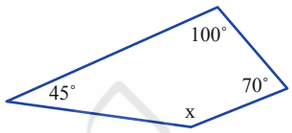
1. في كلّ مضلّع، اِحسبُوا مقدار الزّوايا الأُخرى (مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات).

أ.



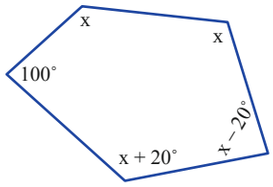
(x > 0)

ب.



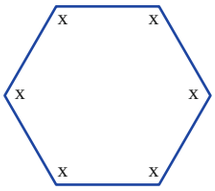
(x > 0)

ت.



(x > 20)

ث.



(x > 0)

2. أ. ما هو مجموع زوايا مضلّع مكوَّن من 14 ضلعًا؟

ب. ما هو مجموع زوايا مضلّع مكوَّن من 20 ضلعًا؟

ت. هل يوجد مضلّع مجموع زواياه °1,800؟ إذا وَجدتُم مُضلّعًا كهذا، ما هو عدد أضلاعه؟ إذا كلا، اِشرحُوا.

ث. هل يوجد مضلّع مجموع زواياه °1,000؟ إذا وَجدتُم مُضلّعًا كهذا، ما هو عدد أضلاعه؟ إذا كلا، اِشرحُوا.

ج. هل يوجد مضلّع مجموع زواياه °2,340؟ إذا وَجدتُم مُضلّعًا كهذا، ما هو عدد أضلاعه؟ إذا كلا، اِشرحُوا.

3. أ. ما هو مجموع زوايا مضلّع مكوَّن من 10 أضلاع؟

ما هو مقدار كلّ زاوية في مضلّع **منتظم** مكوّن من 10 أضلاع؟

ب. ما هو مجموع زوايا مضلّع مكوَّن من 12 ضلعًا؟

ما هو مقدار كلّ زاوية في مضلّع **منتظم** مكوَّن من 12 ضلعًا؟

ت. ما هو مجموع زوايا مضلّع مكوَّن من 20 ضلعًا؟

ما هو مقدار كلّ زاوية في مضلّع **منتظم** مكوّن من 20 ضلعًا؟

4. أ. ما هو مقدار كلّ زاوية في شكل خماسيّ منتظم؟ (احسبوا في البداية مجموع زوايا الشّكل الخماسيّ).

ب. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، شكلاً خماسيًّا منتظمًا طول ضلعه 4 سم.

ت. ما هو مقدار كلّ زاوية في شكل سداسيّ منتظم؟

ث. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، شكلاً سداسيًّا منتظمًا طول ضلعه 4 سم.

5. ما هو عدد أضلاع مضلّع منتظم، إذا كان مقدار كلّ زاوية فيه °135؟

6. في كلّ بند، اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث.

أ. مثلّث فيه إحدى الزّوايا 52°، والزّاويتان الأُخريان متساويتان.

ب. مثلّث فيه إحدى الزّوايا 42°، ومقدار زاوية أخرى ضعفا الزّاوية الثّالثة.

7. مُعطى مثلّث فيه إحدى الزّوايا 26°، والزّاويتان الأُخريان متساويتان.
ما هو مقدار زوايا المثلّث؟ جِدُوا إمكانيتين.

8. في كل بند، اِحسبُوا مقدار زوايا المضلّع.

أ. شكل رباعيّ ABCD فيه الزّاوية B أكبر بـ 10° من الزّاوية A، الزّاوية C أكبر بـ 10° من الزّاوية B ، الخ (كلّ زاوية أكبر بـ 10° من الزّاوية "السّابقة").

ب. شكل خماسيّ ABCDE فيه الزّاوية B أكبر بـ 10° من الزّاوية A، الزّاوية C أكبر بـ 10° من الزّاوية B، الخ (كل زاوية أكبر بـ 10° من الزّاوية "السّابقة").

ت. شكل سداسيّ ABCDEK فيه الزّاوية B أكبر بـ 10° من الزّاوية A، الزّاوية C أكبر بـ 10° من الزّاوية B، الخ (كل زاوية أكبر بـ 10° من الزّاوية "السّابقة").

9. اِفحصُوا ما إذا الإدعاءات الآتية صحيحة.
إذا كانت الإجابة نعم، اِشرحُوا. إذا كانت الإجابة كلا، أعطُوا مثالاً مضادًّا.

أ. في الشّكل الرّباعيّ، توجد زاويتان منفرجتان على الأكثر.

ب. في الشّكل الخماسيّ، توجد ثلاث زوايا منفرجة على الأكثر.

ت. في الشّكل الخماسيّ، توجد ثلاث زوايا قائمة على الأكثر.

ث. على الأقل زاوية واحدة في الشّكل الرّباعيّ، الذي ليس مستطيلاً، يجب أنْ تكون حادّة.

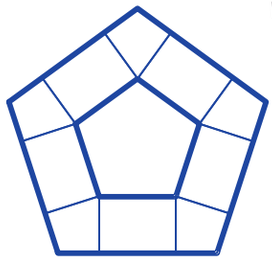
10. أمامكم صورة بناية البنتاجون (بنتاجون معناه خُماسيّ باللغة الإنجليزية).

تقع بناية البنتاجون في ضواحي العاصمة واشنطن في الولايات المتحدة.
بُنيت البناية على شكل **خماسيّ منتظم**.
وهي مقر وزارة الدّفاع الأميركيّة.

أ. ما هو مقدار كلّ زاوية في الشّكل الخماسيّ؟

ب. جِدُوا في الرّسمة صورة دلتون واحسبُوا زواياه.

اِشرحُوا مجرى حساباتكم.

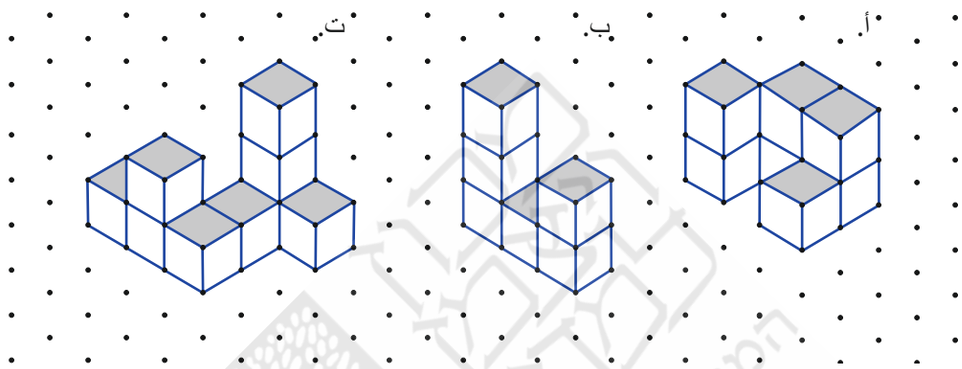


نحافظ على لياقة رياضيّة

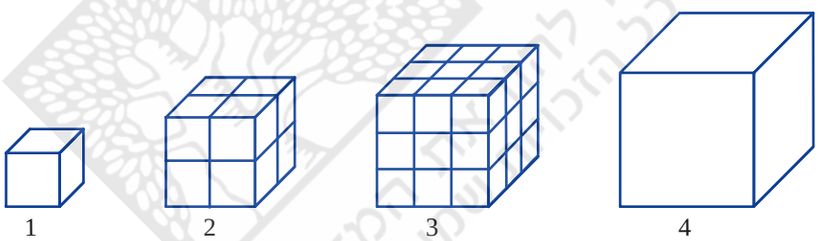
حجم الصّندوق

1. أمامكم مبانٍ من مكعّبات، حجم كل مكعّب صغير هو 1 سنتمتر مكعّب.
يوجد لجميع المكعّبات الصغيرة نفس الحجم، نرى جميع المكعّبات الصغيرة ولا توجد مكعّبات مخفية.

جِدُوا حجم كلّ مبنى.

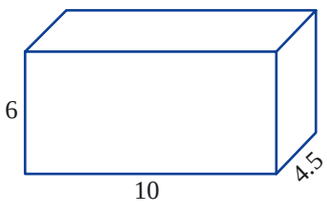


2. أ. طول ضلع (حرف) كلّ مكعّب صغير هو 1 سم. جِدُوا حجم كلّ مكعّب.



ب. ما هو حجم المكعّب الّذي طول ضلعه (حرفه) 5 سم، 6 سم، 10 سم؟

3. أمامكم رسمة صندوق، اِحسبُوا حجمه (قياسات الطّول بالسّم).



4. أمامكم رسمة صندوق، قاعدتاه مربّعان.
حجم الصّندوق 200 سنتمتر مكعّب.
طول ضلع المربّع 5 سم.
اِحسبُوا ارتفاع الصّندوق.