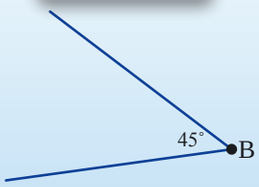
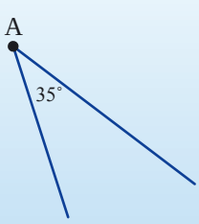
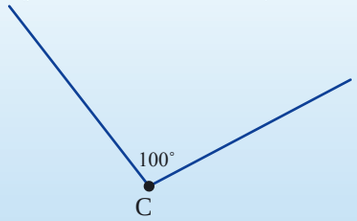
الوحدة الواحدة والعشرون: المثلّثات

الدّرس الأوّل: نبني مثلّثات

تعلّمنا أنّ مجموع زوايا المثلّث هو 180°.
خمِّنُوا: كم مثلثًا مختلفًا يمكن أنْ نبني من الزّوايا الثّلاث المُعطاة؟



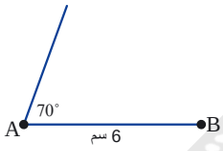




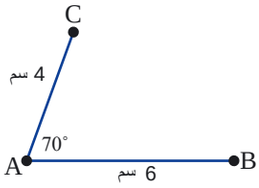
نبحث الشّروط المطلوبة لبناء مثلّثات.

مثلّث بحسب طول ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما

1. أ. أرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا طول أحد أضلاعه 6 سم، ومقدار الزّاوية بجانب الضّلع هو 70°.
قارنوا مع تلاميذ الصّف: هل حصلتم على مثلّثات متطابقة؟
كم مثلّثًا مختلفًا كهذه يمكن أنْ تبنوا؟



ب. أُرسُموا مثلّثًا طولا ضلعيه هما 6 سم وَ 4 سم ومقدار الزّاوية بين الضّلعين هو 70°.
قارنوا مع تلاميذ الصّف: هل حصلتم على مثلّثات متطابقة؟
كم مثلّثًا مختلفًا كهذه يمكن أنْ تبنوا؟



للتّذكير

المثلّثات الّتي تغطي بعضها نسمِّيها **مثلّثات متطابقة**.

رأينا من خلال التّجربة والبناء أنّ:

- المثلّثات الّتي تُبنى بحسب نفس طول ضلع واحد وزاوية واحدة، ليست بالضّرورة متطابقة.
- جميع المثلّثات الّتي تُبنى بنفس طولي الضّلعين ومقدار الزّاوية المحصورة بينهما تكون متطابقة.

مثلّث بحسب طول ضلع وزاويتَيْن بجانبه

2. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "ضلع وزاويتين بجانبه" **"צלע ושתי הזוויות לידה"**. في هذه الفعّاليّة، نُكمل مثلّثين متساويَيْن بطول ضلع وزاويتَيْن بجانبه، ونفحص عدد المثلّثات المختلفة الّتي يمكن الحصول عليها. نفِّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

3. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا طول أحد أضلاعه 6 سم ومقدار الزّاويتَيْن بجانبه ˚55 وَ ˚80.

قارنوا مع تلاميذ الصّف: هل حصلتم على مثلّثات متطابقة؟
كم مثلّثًا مختلفًا كهذه يمكن أنْ تبنوا؟

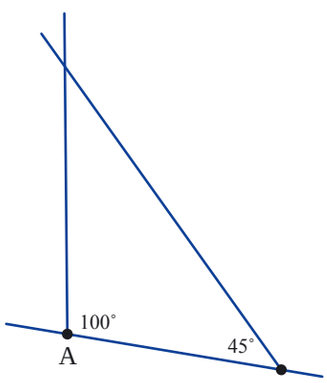
رأينا من خلال التّجربة والبناء أنّ:
جميع المثلّثات الّتي تُبنى بنفس طول الضّلع ومقدار الزّاويتَيْن بجانبه تكون متطابقة.

مثلّث بحسب ثلاث زوايا

4. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات متساوية الزّوايا " **"משולשים שזוויותיהם שוות"**. في هذه الفعّاليّة، نُكمل مثلّثين متساويَيْن بالزّوايا، ونفحص عدد المثلّثات المختلفة الّتي يمكن الحصول عليها. نفِّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

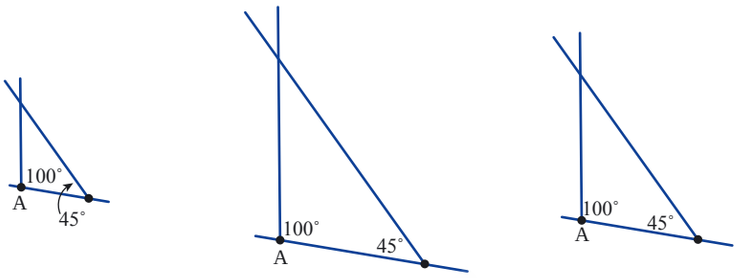
5. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا مقدار زاويتين فيه هما ˚100 وَ˚45 (أُنظُروا الرّسمة). ما هو مقدار الزّاوية الثّالثة؟ اِفحصُوا بواسطة القياس.

قارنوا مع تلاميذ الصّف: هل حصلتم على مثلّثات متطابقة؟
كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أنْ نبني بحسب مقدار زواياها الثّلاث المُعطاة؟



نفكّر بـ ...

6. أمامكم مثلّثات مختلفة، وقد حصلنا عليها من عملية البناء بحسب زوايا مُعطاة.
هل المثلّثات متطابقة؟ اِفحصُوا التّخمين الّذي اقترحتمُوه في مهمّة افتتاحيّة الدّرس.



رأينا من خلال التّجربة والبناء أنّ: المثلّثات الّتي مقدار زواياها في مثلّث واحد مساوٍ لمقدار الزّوايا في مثلّث آخر، ليست بالضّرورة متطابقة.

مثلّث بحسب ثلاثة أضلاع

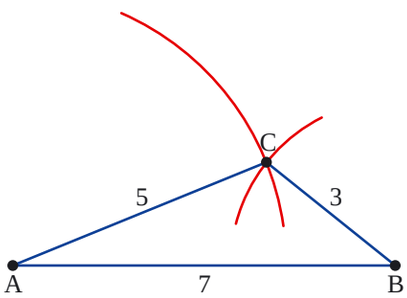
7. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "مثلّثات متساوية الأضلاع" "**משולשים שווים בצלעותיהם**" في هذه الفعّاليّة، نفحص عدد المثلّثات المختلفة الّتي يمكن الحصول عليها من نفس ثلاثة أضلاع. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات

فعّاليّة بديلة
في الحاسوب

8. أ. خمِّنُوا: كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أنْ نبني بحسب ثلاثة أطوال أضلاع مُعطاة؟

ب. اِبنُوا، بواسطة مسطرة وفرجار، مثلّثًا أطوال أضلاعه 5 سم، 7 سم وَ 3 سم، بحسب المراحل الآتية:

— أُرسُموا قطعة AB طولها 7 سم.
— أُرسُموا قوس دائرة مركزه A وطول نِصف القُطر 5 سم.
— أُرسُموا قوس دائرة مركزه B وطول نِصف القُطر 3 سم.
— أُربُطوا نقطة تقاطع القوسين مع A وَ B.
— اِشرحُوا، لماذا BC = 3 سم وَ 5 سم = AC؟
— قارنوا مع تلاميذ الصّف: هل حصلتم على مثلّثات متطابقة؟
— كم مثلّثًا مختلفًا كهذه يمكن أنْ تبنوا؟



رأينا من خلال التّجربة والبِناء أنّه:

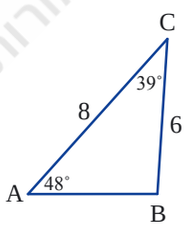
- إذا كان في مثلّث **ضلعان** متساويان في الطّول مع ضلعين في مثلّث آخر، **والزّاويةالمحصورة بين الضّلعين** متساوية في المثلّثين، فإنّ المثلّثين متطابقان.
- إذا كانت في مثلّث **زاويتان** متساويتان بالمقدار مع زاويتَيْن في مثلّث آخر؛ **وطول الضّلع بين الزّاويتَين** متساوٍ في المثلّثين، فإنّ المثلّثين متطابقان.
- إذا كانت في مثلّث **ثلاثة أضلاع متساوية** في الطّول مع ثلاثة أضلاع في مثلّث آخر، فإنّ المثلّثين متطابقان.
- إذا كانت في مثلّث ثلاث زوايا متساوية بالمقدار مع ثلاث زوايا في مثلّث آخر، فإنّ المثلّثات ليست بالضّرورة متساوية.

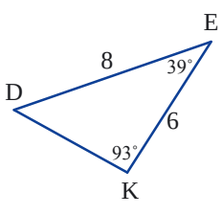
مجموعة مهامّ

في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّات بديلة لقسم من الفعّاليّات الموجودة في هذه المجموعة من المهامّ. وقد أشرنا إلى هذه المهامّ هنا بـ * وسجّلنا، تحت كلّ منها، اسم المهمّة البديلة في الموقع.

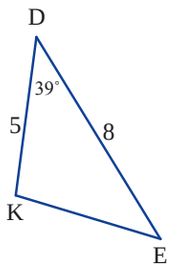
1. في كلّ بند، اِفحصُوا ما إذا يمكن الاستنتاج أنّ المثلّثيْن متطابقان بحسب المُعطيات المسجَّلة في الرُّسومات. اِشرحُوا (قياسات الطّول بالسّم).

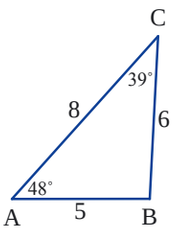
أ.



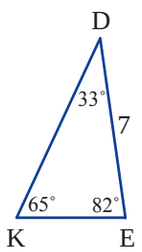


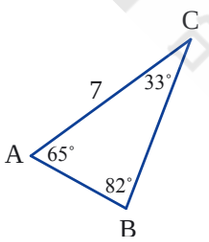
ب.



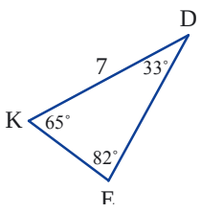


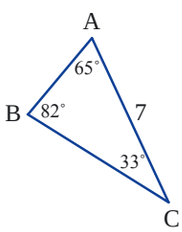
ت.





ث.

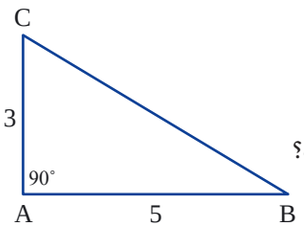




2. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثين **مختلفين** فيهما:

أ. طول أحد الأضلاع 5 سم وطول الضّلع الآخر 4 سم.

ب. طول أحد الأضلاع 5 سم ومقدار الزّاوية بجانبه 60°.



***3.** أ. ارسموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا طول أحد أضلاعه 5 سم، طول ضلع آخر 3 سم، ومقدار الزّاوية بين هذين الضّلعين هو 90° (أُنظُروا الرّسمة).

ب. إذا رسمتم مثلّثًا إضافيًّا بحسب نفس المُعطيات، هل يتطابق مع المثلّث الّذي رسمتمُوه؟

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مثلّث قائم الزّاوية" "**משולש ישר - זווית**".

.

4. أ. أُرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا قائم الزّاوية فيه طول كلّ قائم هو 4 سم.

ب. إذا رسمتم مثلّثًا إضافيًّا بحسب نفس المُعطيات، هل يتطابق مع المثلّث الّذي رسمتمُوه؟

***5.** أ. أُرسُموا، بواسطة مسطرة وفرجار، مثلّثًا أطوال أضلاعه: 3 سم، 4 سم وَ 5 سم.

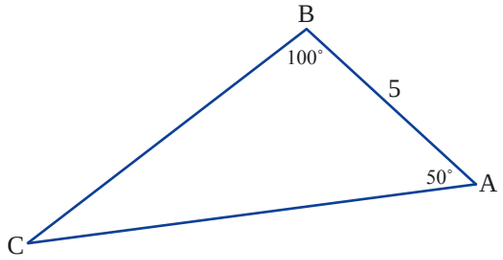
ما هو نوع المثلّث الّذي حصلتم عليه؟ (يمكنكم الاستعانة بتعليمات بناء للمهمّة 8 في الدّرس).

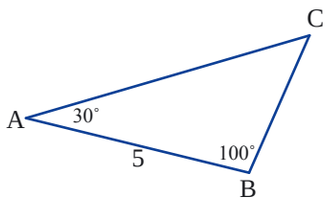
ب. إذا رسمتم مثلّثًا إضافيًّا بحسب نفس المُعطيات، هل يتطابق مع المثلّث الّذي رسمتمُوه؟

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مثلّث بحسب 3 أضلاع" "**משולש לפי 3 צלעות**".

6. بنى **ضياء** مثلّثًا طول أحد أضلاعه 5 سم ومقدار الزّاويتين بجانبه هما 100° وَ 30°.

بنى **عمّار** مثلّثًا طول أحد أضلاعه 5 سم ومقدار الزّاويتين بجانبه هما 100° وَ 50°.





أ. قال **رامي**: يوجد في المثلّثين نفس الزّوايا الثّلاث بالضّبط.

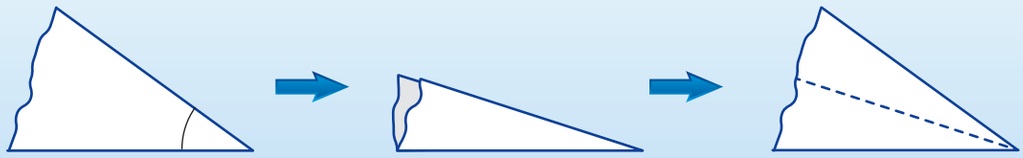
هل قول رامي صحيح؟ اِشرحُوا.

ب. قال **رائد**: يوجد في المثلّثين زوج من الأضلاع المتساوية وثلاثة أزواج من الزّوايا المتساوية، لكنهما غير متطابقين.

هل قول رائد صحيح؟ اِشرحُوا.

الدّرس الثّاني: منصِّف الزّاوية في المثلّث

اِطوُوا زاوية، بحيث يغطِّي السّاقان بعضهما.
اِفتحُوا الطّيّ ولوِّنوا خطّ الطّيّ (أُنظُروا الصّور).



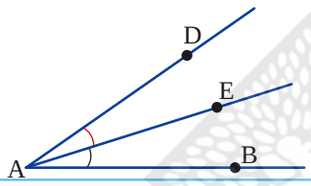
ماذا يمكنكم القول عن الشّعاع الّذي لوَّنتموه؟

نتعلَّم كيفيّة تمييز ورسم شعاع منصِّف الزّاوية ونتعرف على منصِّف الزّاوية في المثلّث.

منصِّف الزّاوية

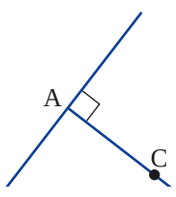
تعريف: الشّعاع الّذي يقسِّم الزّاوية إلى زاويتين متساويتين نسمِّيه **منصِّف الزّاوية**.

مثال: الشّعاع AE، في الرّسمة، ينصِّف الزّاوية $\sphericalangle A$.
لذا $\sphericalangle DAE = \sphericalangle BAE$.

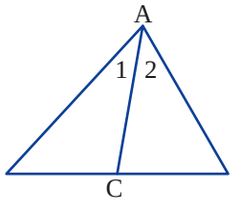


1. في كلّ بند، قيسُوا وافحصُوا ما إذا الشّعاع AC ينصِّف الزّاوية A.

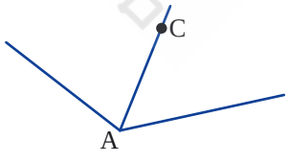
أ.



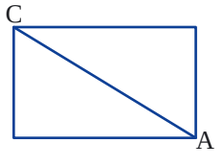
ب.



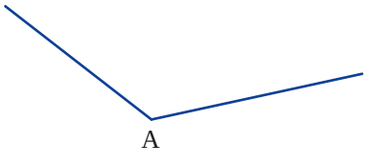
ت.



ث.



2. اِنسخُوا الزّاوية $\sphericalangle A$، قِيسُوها وارسُموا منصِّف الزّاوية.



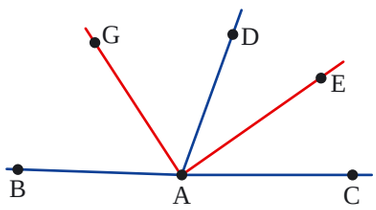
منصِّف زوايا متجاورة

3. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "منصِّف زوايا متجاورة" "חוצי זוויות צמודות". في هذه الفعّاليّة، نبحث مقدار الزّاوية بين منصِّفيْ زاويتين متجاورتين. نفِّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

4. الشّعاعان AE وَ AG هما منصِّفا زاويتين متجاورتين (أُنظُروا الرّسمة).

أ. مُعطى: $\measuredangle EAC = 35°$.

اِحسبُوا مقدار الزّاوية الّتي تقع بين منصِّفي الزّاويتين. ماذا حصلتم؟

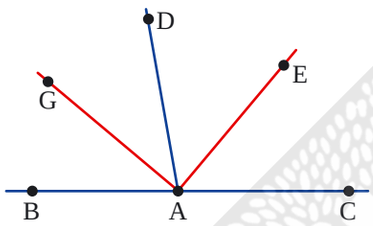


ب. مُعطى: $\measuredangle EAC = 50°$.

اِحسبُوا مقدار الزّاوية الّتي تقع بين منصِّفي الزّاويتين. ماذا حصلتم؟

ت. اِختارُوا مقدار زاوية حادّة للزّاوية $\measuredangle EAC$.

اِحسبُوا مقدار الزّاوية الّتي تقع بين منصِّفي الزّاويتين. ماذا حصلتم؟

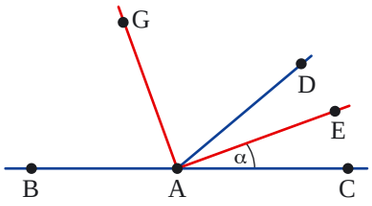


5. مُعطى: $\measuredangle EAC = \alpha$

الشّعاعان AE وَ AG هما منصِّفا زاويتين متجاورتين.

أ. عبِّروا، بواسطة α، عن مقدار الزّاويتين: $\measuredangle CAD$ و $\measuredangle BAD$.

ب. ما هو مقدار الزّاوية الّتي تقع بين منصِّفي الزّاويتين؟

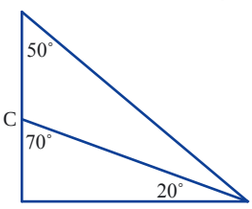


رأينا أنّ منصِّفي الزّاويتين المتجاورتين مُتعامِدان.

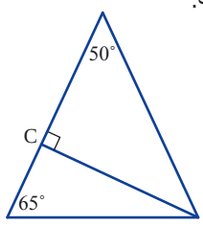
منصِّفات زوايا في المثلّث

6. اِحسبُوا الزّوايا وجِدُوا المثلّثات الّتي تُنصِّف فيها القطعة AC الزّاوية A.

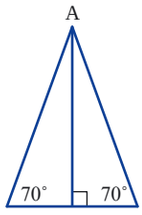
أ.



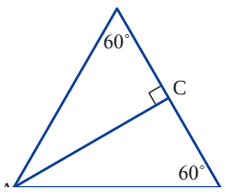
ب.



ت.



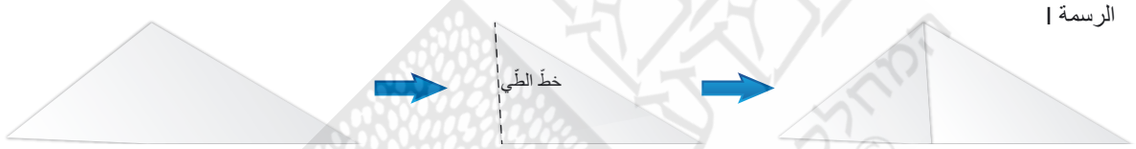
ث.



7. أ. قُصُّوا مثلّثين منفرجي الزّاوية مختلفي الأضلاع.

ب. اِطوُوا أحد المثلّثين في رأس الزّاوية المنفرجة، بحيث يغطّي ساقا الزّاوية بعضهما (الرّسمة I).
اِفتحُوا المثلّث ولوِّنوا خطّ الطّيّ. ما هي القطعة الّتي لوَّنتموها؟

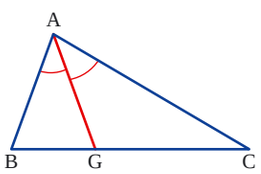
الرسمة I



ت. اِطوُوا أحد المثلّثين في رأس الزّاوية المنفرجة، بحيث يغطّي قسما الضّلع الطّويل (للمثلّث) بعضهما (اُنظُروا الرّسمة II).
اِفتحُوا المثلّث ولوِّنوا خطّ الطّيّ. ما هي القطعة الّتي لوَّنتمُوها؟

الرسمة II

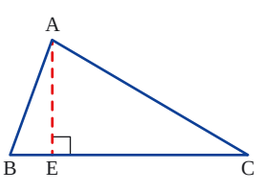
تعريف: القطعة الّتي تنصِّف إحدى زوايا المثلّث نسمِّيها **منصِّف الزّاوية في المثلّث**.



مثال: في الرّسمة، القطعة AG تنصِّف الزّاوية $\sphericalangle BAC$ في المثلّث ΔABC.

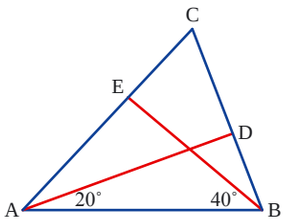
للتّذكير

العمود القائم من أحد رؤوس المثلّث إلى الضّلع المقابل للرأس نسمِّيه **ارتفاعًا في المثلّث**.



مثال: في الرّسمة، القطعة AE هي ارتفاع في المثلّث ΔABC.

8. القطعتان AD وَ BE هما منصِّفتا زوايا في المثلّث.
اِحسبُوا مقدار زوايا المثلّث.

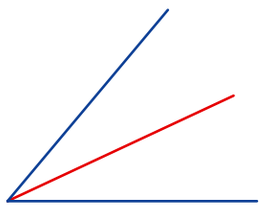


أوريجامي (في اللغة اليابانية، "أوري" -طيّ، جامي - ورق) هي فن من التّراث الياباني، وقد نشأَت في اليابان قبل حوالي 400 سنة، واشتهرت في الغرب قبل أقل من 100 سنة.
يهدف هذا الفن إلى بناء أشكال وتماثيل ثلاثيّة الأبعاد بواسطة طيّ الورق أو أي مادة أخرى مستوية، دون القص أو اللصق. بالإضافة إلى الهدف الفنيّ للأوريجامي، يوجد لها استعمالات في مجالات كثيرة، مثل:طُرق الرَّزم، هندسة المواد، الطّب وبناء مسائل رياضيّة.

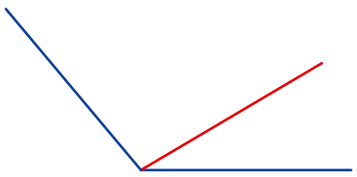
مجموعة مهامّ

1. اِفحصُوا في كلّ بند ما إذا الشّعاع الأحمر هو منصِّف الزّاوية.

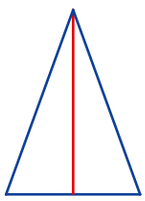
أ.



ب.



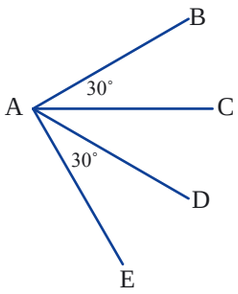
ت.



2. أ. خذوا ورقة مستطيلة الشّكل (ليس مربّعًا). اِطوُوا كلّ زاوية، بحيث تحصلون على منصِّفات زوايا المستطيل. اِفتحُوا ولوِّنوا خطّوط الطّيّ. هل الأقطار تُنصِّف زوايا المستطيل؟

ب. قُصُّوا مربّعًا. اِطوُوا كلّ زاوية، بحيث تحصلون على منصِّفات زوايا المربّع.
اِفتحُوا ولوِّنوا خطّوط الطّيّ. هل الأقطار تُنصِّف زوايا المربّع؟

3. مُعطى: $AB \perp AE$



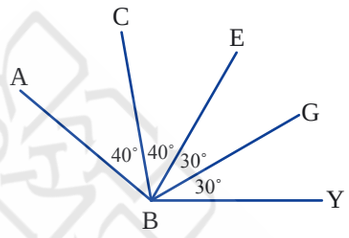
أ. جِدُوا منصِّفات زوايا في الرّسمة، وسجِّلوا اسم الزّاوية الّتي ينصِّفها كلّ منصِّف الزّاوية.

ب. أُرسُموا منصِّف الزاوية $\sphericalangle CAD$ ومنصِّف الزاوية $\sphericalangle BAE$.

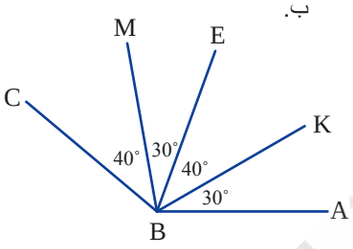
ماذا حصلتم؟

4. جِدُوا منصِّفات زوايا في الرّسمة، وسجِّلوا اسم الزّاوية الّتي ينصِّفها كلّ منصِّف الزّاوية.

أ.

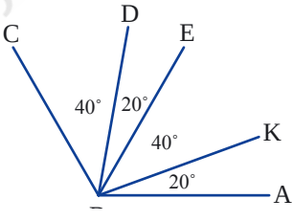


ب.

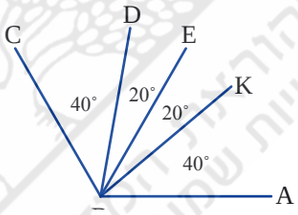


5. جِدُوا منصِّفات زوايا في الرّسمة، وسجِّلوا اسم الزّاوية الّتي ينصِّفها كلّ منصِّف الزّاوية.

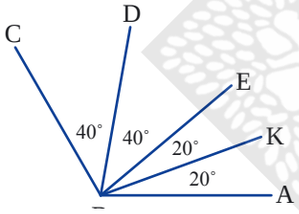
أ.



ب.

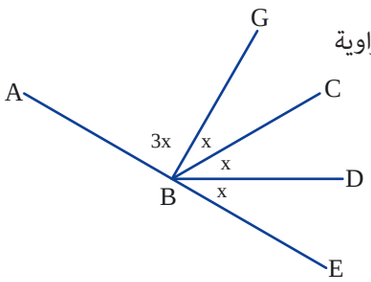


ت.



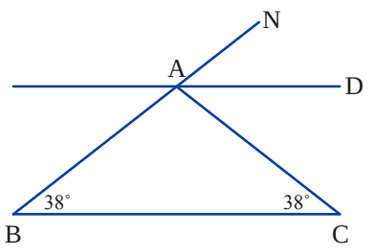
6. أ. جِدُوا منصِّفات زوايا في الرّسمة، وسجِّلوا اسم الزّاوية الّتي ينصِّفها كلّ منصِّف الزّاوية (مُعطى مقدار الزّوايا بالدّرجات، $x > 0$).

ب. اِحسبُوا مقدار الزّاويتين: $\sphericalangle DBE$ وَ $\sphericalangle ABG$.



7. مُعطى: $AD \parallel BC$

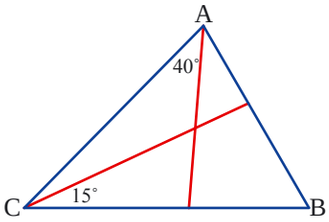
اِحسبُوا الزّوايا وافحصُوا ما إذا AD ينصِّف الزّاوية $\sphericalangle NAC$.



8. أ. ما هو مقدار الزّاوية الّتي تقع بين عقربِي السّاعة في الرّسمة؟

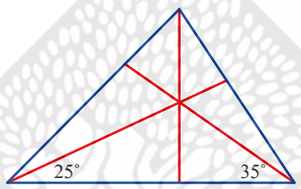
ب. ينصِّف عقرب الثّواني الزّاوية الّتي تقع بين عقربِي السّاعات والدّقائق.
أيّ عدد يُشير إليه عقرب الثّواني؟

9. رسمنا في المثلّث منصفيْ زاويتين.
احسبُوا مقدار زوايا المثلّث.

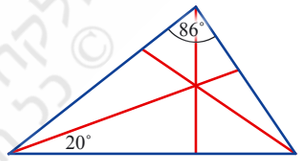


10. في كلّ بند، رُسم مثلّث وثلاثة منصِّفات زواياه.
جِدُوا مقدار جميع زوايا المثلّث.

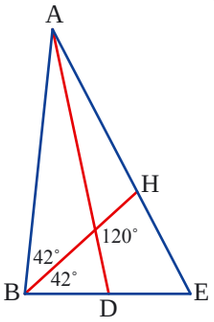
ب.



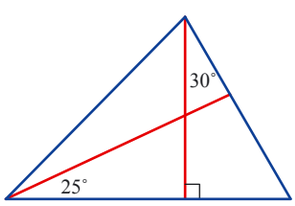
أ.



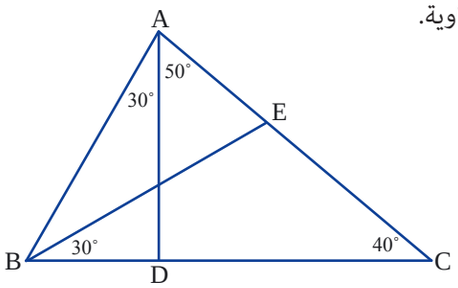
11. أضيفُوا مُعطى بحيث يكون AD منصِّف زاوية المثلّث.



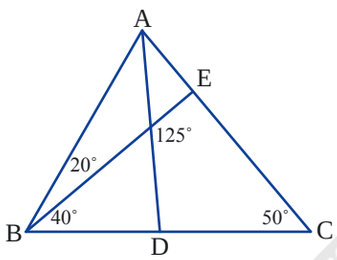
12. رُسم في المثلّث ارتفاع ومنصِّف زاوية (ليس من نفس الرّأس).
جِدُوا مقدار جميع زوايا المثلّث.



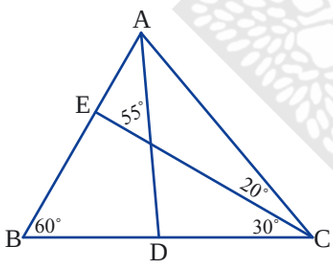
13. احسبُوا زوايا الرّسمة، وحدِّدوا ما إذا يوجد، في الرّسمة، ارتفاع ومنصِّف زاوية.
إذا كانت الإجابة نعم، أيّ قطعة هي ارتفاع؟ وأيّ قطعة هي منصِّف الزّاوية؟



14. أ. أمامكم رسمة مثلّث، هل رُسم فيه منصِّف زاوية؟ إذا كانت الإجابة نعم، أيّ زاوية ينصِّف؟
ب. هل رُسم ارتفاع في المثلّث الّذي أمامكم؟ إذا كانت الإجابة نعم، لأيّ ضلع؟
ت. ما هو مقدار الزّاوية $\sphericalangle BAC$ ؟



15. AD وَ CE هما قطعتان في المثلّث ΔABC.
احسبُوا الزّوايا وحدِّدوا ما إذا AD وَ CE هما منصِّفا زاويتين أو ارتفاعان في المثلّث؟ اِشرحُوا.



16. أ. هل منصِّف زاوية المثلّث يمكن أنْ يكون خارج المثلّث؟
إذا كانت الإجابة نعم، اُرسُموا رسمة مناسبة. إذا كانت الإجابة كلا، اِشرحُوا.
ب. هل ارتفاع المثلّث يمكن أنْ يكون خارج المثلّث؟
إذا كانت الإجابة نعم، اُرسُموا رسمة مناسبة. إذا كانت الإجابة كلا، اِشرحُوا.

המחלקה לחינוך המדעים
© כל הזכויות שמורות

الدّرس الثّالث: مثلّث متساوي السّاقين

خذوا ورقة مستطيلة الشّكل.

- أُرسُموا قُطرًا واحدًا وقُصُّوا على طول القُطر.
  ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟
- ضعوا ضلعين متساويَيْن للمثلّثين بشكل متجاور (بطريقتين)، بحيث تحصلون على مثلّث جديد.
  ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟ أُرسُموها.

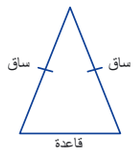
نتعرَّف ونبحث صفات مثلّثات فيها ضلعان متساويان.

مثلّث فيه ضلعان متساويان

1. اِنسخُوا كلّ رسمة وأكملُوها بحيث تحصلون على مثلّث فيه ضلعان متساويان.

تعريف

المثلّث الّذي فيه ضلعان متساويان نسمِّيه **مثلّثًا متساوي السّاقين**.
الضّلعان المتساويان نسمِّيهما **ساقين**.
الضّلع الثّالث نسمِّيه **قاعدة**.



2. القطعة الّتي أمامكم هي ساق في مثلّث متساوي السّاقين.

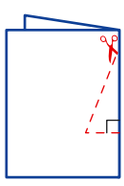
ساق

أ. اِنسخُوا وأكملُوا إلى مثلّث متساوي السّاقين.

ب. كم مثلّثًا مختلفًا يمكن أنْ نرسم، بحيث يكون كلّ منها متساوي السّاقين؟ اِشرحُوا.

3. عُودُوا إلى المثلّثين متساويي السّاقين اللّذين بنيتمُوهما في مهمّة الافتتاحيّة، وأشيروا فيهما إلى زوايا متساوية.

4. أ. اِطوُوا ورقة. قُصُّوا "شُباكًا" بحسب الخطّ المتقطّع الّذي يظهر في الرّسمة، وافتحُوا الورقة.
ما هي صورة الشُّباك الّذي حصلتم عليه؟ اِشرحُوا.



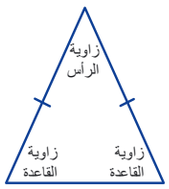
ب. أُرسُموا خطّ الطّيّ في المثلّث الّذي حصلتم عليه.

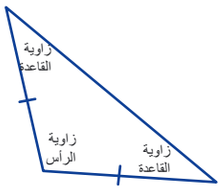
ت. أشيروا إلى زوايا متساوية في المثلّث. اِشرحُوا، لماذا متساوية؟

تعاريف

في مثلّث متساوي السّاقين:

- الزّاويتان اللّتان تقعان بجانب القاعدة نسمِّيهما **زاويتي القاعدة**،
- الزّاوية الّتي تقع بين السّاقين نسمِّيها **زاوية الرّأس**.





وجدنا من خلال التّجربة والبناء الحقيقة أنّ:

زاويتا القاعدة في مثلّث متساوي السّاقين متساويتان. نبرهن هذه الحقيقة في المستقبل.

5. أ. أُرسُموا مثلثًا قائم الزّاوية ومتساوي السّاقين، وسجِّلوا بجانب كلّ ضلع ما إذا هو ساق أو قاعدة.
ما هو مقدار زاويتيْ قاعدة المثلّث الّذي رسمتمُوه؟ اشرحُوا.

ب. مقدار إحدى زوايا مثلّث متساوي السّاقين هو 120°. ما هو مقدار الزّوايا الأخرى؟

ت. هل يمكن أنْ يكون مقدار زاوية القاعدة في مثلّث متساوي السّاقين: 95°، 90°، 85°؟ اشرحُوا.

ث. رَسَمت كلّ من ليلى ودعاء مثلّثًا متساوي السّاقين، مقدار إحدى زواياه 50°، وقد رسمتا مقدار الزّوايا الأُخرى وحصلتا على مثلّثين مختلفين بالزّوايا؟ هل يمكن ذلك؟ اشرحُوا.

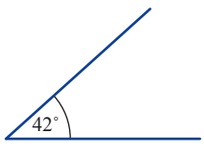
مجموعة مهامّ

1. أ. أُرسُموا على، ورقة مقسمة إلى تربيعات، مثلّثًا متساوي السّاقين طول ضلع قاعدته 2 سم.

ب. أُرسُموا مثلّثًا متساوي السّاقين آخر، بحيث يكون طول قاعدته 2 سم.

ت. كم مثلّثًا متساوي السّاقين يمكن أنْ نرسم، بحيث يكون طول القاعدة في كلّ منها 2 سم؟

2. الزّاوية الّتي أمامكم هي زاوية الرّأس في مثلّث متساوي السّاقين.
انسخُوا الزّاوية وأكملُوها إلى مثلّث متساوي السّاقين.
كَم مثلّثًا متساوي السّاقين يمكن أنْ نرسم، بحيث يكون مقدار الزّاوية في كلّ منها 42°؟



3. قُصُّوا مربّعًا من ورقة. اطوُوا وقُصُّوا المربّع على طول القُطر.

أ. ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟

ب. ابنُوا مثلّثًا متساوي السّاقين من المثلّثين اللّذين حصلتم عليهما؟

هل المثلّث الّذي بنيتمُوه هو مثلّث قائم الزّاويّة أيضًا؟ إذا كانت الإجابة نعم، أشيروا إلى الزّاويّة القائمة. إذا كلا، اشرحُوا.

4. قُصُّوا مربّعًا من ورقة. اِطُووا وقصُّوا المربّع على طول القُطرين.

أ. ما هي المثلّثات الّتي حصلتم عليها؟ اشرحُوا.

ب. اِبنُوا مثلّثًا قائم الزّاويّة من المثلّثات الأربعة الّتي حصلتم عليها؟
هل المثلّث الّذي بنيتمُوه هو مثلّث متساوي السّاقين أيضًا؟ اِشرحُوا.

ت. كم ضعفًا أطوال أضلاع المثلّث الكبير أكبر من أطوال أضلاع المثلّث الصّغير؟

ث. كم ضعفًا مساحة المثلّث الكبير أكبر من مساحة المثلّث الصّغير؟

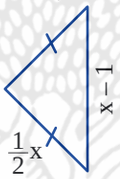
5. اِنسخُوا الجدول وارسُموا مثلّثًا مناسبًا في كلّ مكان فارغ.

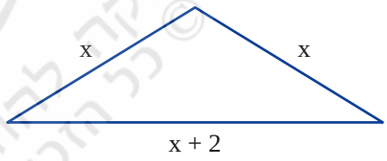
	مثلّث متساوي السّاقين	مثلّث مختلف الأضلاع
مثلث قائم الزّاويّة		
مثلث منفرج الزّاويّة		
مثلث حادّ الزّوايا		

6. في كلّ بند، جِدُوا أطوال أضلاع المثلّث بحسب مُعطيات الرّسمة (قياسات الطّول بالسّم).

أ. محيط المثلّث 50 سم $(x > 2)$

ب. محيط المثلّث 15 سم $(x > 1)$

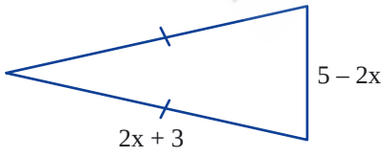


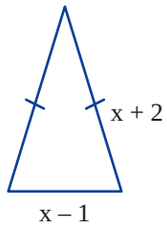


7. في كلّ بند، جِدُوا أطوال أضلاع المثلّث بحسب مُعطيات الرّسمة (قياسات الطّول بالسّم)..

أ. محيط المثلّث 15 سم $(x > 1)$

ب. محيط المثلّث 15 سم $(0 < x < 2.5)$





8. أحضَرت **دعاء** إلى المحددة قضيبًا من الحديد طوله 145 سم، وقد طلبت من الحداد أنْ يبني منه مثلّثًا متساوي السّاقين.

أ. إذا كان طول أحد السّاقين 60 سم. ما هو طول القاعدة؟

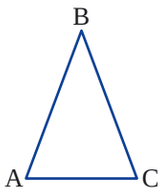
ب. إذا كان طول القاعدة 60 سم. ما هو طول السّاق؟

ت. إذا كان طول القاعدة أكبر بـ 25 سم من طول السّاق. ما هي أطوال أضلاع المثلّث؟

ث. هل يمكن أنْ يكون طول قاعدة المثلّث أكبر بـ 40 سم من طول كلّ ساق؟ علِّلُوا.

9. المثلّث ΔABC هو مثلّث متساوي السّاقين (الزّاوية B هي زاوية الرّأس).
كم ضعفًا زاوية القاعدة أكبر من زاوية الرّأس إذا كان مقدار زاوية الرّأس:

أ. 36° ب. 45°

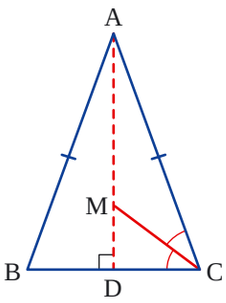


10. أ. ما هو مقدار الزّاويّة $\measuredangle A$ الّتي تظهر في الرّسمة؟

ب. اِنسخُوا الرّسمة وأكملُوها إلى مثلّث متساوي السّاقين.
اِحسبُوا زوايا المثلّث الّذي حصلتم عليه.

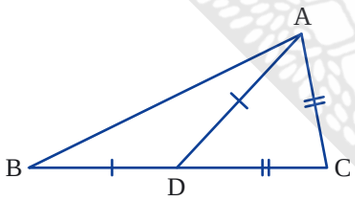
ت. حصلت **مريم وليلى** على رسمتين مختلفتَيْن. هل يمكن ذلك؟

11. أمامكم رسمة المثلّث ΔABC.



مُعطى: $AB = AC$
CM ينصّف الزّاويّة $\measuredangle C$
AD ارتفاع للضّلع BC
$\measuredangle AMC = 126^\circ$
اِحسبُوا زوايا المثلّث ΔABC.

12. أمامكم رسمة المثلّث ΔABC.



مُعطى: $AC = DC$
$AD = BD$
$\measuredangle ABC = 24^\circ$
اِحسبُوا الزّاويّة $\measuredangle BAC$.

13. حدِّدوا في كلّ بند ما إذا كان الادّعاء صحيحًا واشرحُوا.

أ. في المثلّث القائم الزّاوية والمتساوي السّاقين، مقدار زاوية القاعدة هو 45°.

ب. المثلّث المتساوي السّاقين الّذي فيه مقدار زاوية القاعدة هو 45°، هو مثلّث قائم الزّاويّة.

ت. المثلّث المتساوي السّاقين الّذي إحدى زواياه 45°، هو مثلّث قائم الزّاويّة.

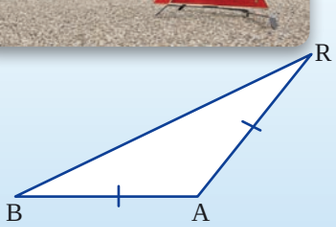
ث. في المثلّث المنفرج الزّاوية والمتساوي السّاقين، الزّاوية المنفرجة هي زاوية القاعدة.

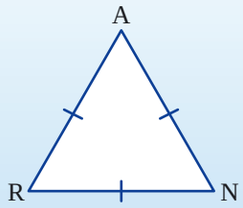
14. أ. اِطوُوا ورقة وقُصُّوا شكلاً على طول خطّ الطّيّ، بحيث يَنْتُج، بعد فتح الورقة، شُباكًا لمثلّث متساوي السّاقين وقائم الزّاويّة.

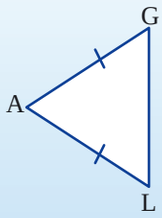
ب. هل يمكن أنْ نقصُّ شكلاً من ورقة مطويّة بحيث يكون "الشُّباك"، بعد فتح الورقة، مثلّثًا ليس متساوي السّاقين؟ اِشرحُوا.

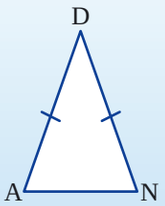
الدّرس الرّابع: مثلّث متساوي الأضلاع

أمامكم مثلّثات متساوية السّاقين والأضلاع المُشار إليها متساوية.









في كلّ مثلّث، اُذكُروا السّاقين والقاعدة، إذا كان الأمر ممكنًا.

نبحث ونتعرَّف على صفات مثلّث متساوي السّاقين خاص (مُمَيَّز).

مثلّث جميع أضلاعه متساوية

1. أ. قالت **جمانة**: في المثلّث ΔRAN الّذي وَرَد في افتتاحيّة الدّرس، RA وَ AN هما ساقان وَ RN هو قاعدة.
قالت **سهاد**: في المثلّث ΔRAN الّذي وَرَد في افتتاحيّة الدّرس، RA وَ RN هما ساقان وَ AN هو قاعدة.
أيَّتهُما قولها صحيح؟ اِشرحُوا.

ب. مَنْ هما زوايا القاعدة في المثلّث ΔRAN؟

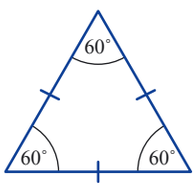
ت. ما هو مقدار زوايا المثلّث ΔRAN؟ اِشرحُوا.

ث. في كلّ مثلّث، إذا كانت جميع الأضلاع متساوية، فإنّ جميع الزّوايا متساوية. اِشرحُوا.
ما هو مقدار كلّ زاوية في مثلّث كهذا؟

تعريف: المثلّث الّذي جميع أضلاعه متساوية نسمِّيه **مثلّثًا متساوي الأضلاع.**

المثلّث المتساوي الأضلاع هو نوع من المثلّثات المتساوية السّاقين.

وجدنا في المثلّث المتساوي الأضلاع أنّ مقدار **كلّ زاوية هو** 60°.



2. أ. كم مثلّثًا متساوي الأضلاع يوجد في نجمة داوود الّتي ترونها على علَم إسرائيل؟

ب. ما هو نوع المثلّث الّذي ترونه على علَم تشيكوسلوفاكيا؟

تصنيف مثلّثات

3. في موقع "الرّياضيّات المدمجة"، في قسم "مواد تعليميّة إضافيّة"، تجدون فعّاليّة "تصنيف مثلّثات". في هذه الفعّاليّة، نبحث أنواع المثلّثات الموجودة. نفّذوا الفعّاليّة بحسب التّعليمات.

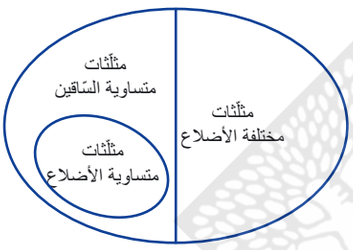
4. أ. هل يوجد مثلّث قائم الزّاوية ومتساوي الأضلاع؟ إذا وجدتم مثلّثًا كهذا، أُرسُموه. إذا لم تجِدُوا، اِشرحُوا.

ب. هل يوجد مثلّث منفرج الزّاوية ومتساوي الأضلاع؟ إذا وجدتم مثلّثًا كهذا، أُرسُموه. إذا لم تجِدُوا، اِشرحُوا.

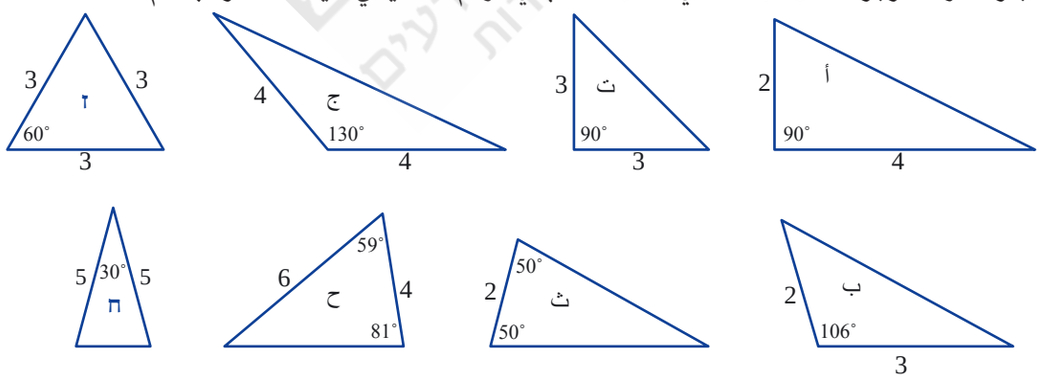
5. أمامكم رسمان تخطيطيّان لتصنيف مثلّثات.
إذا تمعّنا في الرّسم التّخطيطي "تصنيف بحسب الأضلاع"، نلاحظ أنّ مجموعة "المثلّثات المتساوية الأضلاع" هي جزء من مجموعة "المثلّثات المتساوية السّاقين".
اِشرحُوا السّبب.

تصنيف بحسب الزّوايا

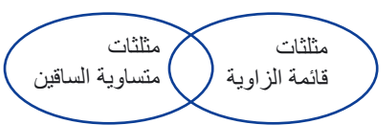
تصنيف بحسب الأضلاع



6. اِنسخُوا الرّسم التّخطيطيّ "**تصنيف بحسب الأضلاع**" (المهمّة 5).
سجِّلوا الحرف الموجود داخل كلّ مثلّث في المكان المناسب في الرّسم التّخطيطي (قياسات الطّول بالسّم).

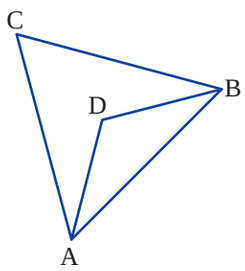


7. اِنسخُوا "الرّسم التّخطيطيّ" وسجِّلوا الحرف الموجود داخل كلّ مثلّث (في المهمّة 6) في المكان المناسب في الرّسم التّخطيطي. إذا كان مثلّثًا غير مناسب للرّسم التّخطّيطّي، لا تسجِّلوا الحرف الموجود داخله.

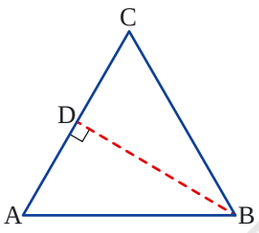


مجموعة مهامّ

1. المثلّث ΔABC متساوي الأضلاع.
القطعتان BD وَ AD هما منصِّفتا زاويتَيْن في المثلّث.
اِحسبُوا مقدار الزّاويّة $\measuredangle ADB$.



2. أمامكم رسمة المثلّث ΔABC.
مُعطى: CA = CB
BD هو ارتفاع في المثلّث.
$\measuredangle ABD = 30^\circ$
احسبوا مقدار الزّاويّة $\measuredangle C$.



3. أمامكم جُملتان، جِدُوا الجملة الصّحيحة واِشرحُوا.
أ. كلّ مثلّث متساوي السّاقين هو مثلّث متساوي الأضلاع أيضًا.
ب. كلّ مثلّث متساوي الأضلاع هو مثلّث متساوي السّاقين أيضًا.

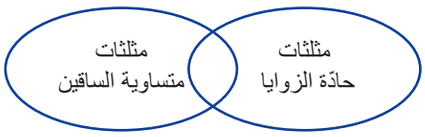
4. اِنسخُوا وأكملُوا الجدول.
أرسُموا مثالاً لمثلّث في كلّ مكان فارغ إنْ وُجد. إذا لم تجِدُوا مثلّثًا مناسبًا، اِشرحُوا السّبب.

بحسب الزّوايا / بحسب الأضلاع	حادّ الزّوايا	قائم الزّاوية	منفرج الزّاوية
مختلف الاضلاع			
متساوي السّاقين			
متساوي الاضلاع			

5. أمامكم ادّعاءات، أي منها صحيحة؟ اِشرحُوا.
أ. إذا كانت في مثلّث زاوية مقدارها 60°، فإنّ جميع زوايا المثلّث متساوية.
ب. إذا كان مقدار زاوية الرّأس في مثلّث متساوي السّاقين 60°، فإنّ جميع زوايا المثلّث متساوية.
ت. إذا كان مقدار زاوية القاعدة في مثلّث متساوي السّاقين 60°، فإنّ جميع زوايا المثلّث متساوية.
ث. مثلّث متساوي الأضلاع هو مثلّث حادّ الزّوايا.

6. اِنسخُوا الرّسم التّخطيطيّ "**تصنيف بحسب الزّوايا**" (من المهمّة 5 في افتتاحيّة الدّرس). تطرّقوا إلى المثلّثات الّتي وَرَدت في مهمّة 6 في افتتاحيّة الدّرس، وسجِّلوا الحرف المسجَّل داخل كلّ مثلّث في المكان المناسب في الرّسم التّخطيطيّ (قياسات الطّول بالسّم).

7. اِنسخُوا الرّسم التّخطيطيّ، وسجِّلوا الحرف المسجَّل داخل كلّ مثلّث (في المهمّة 6) في المكان المناسب في الرّسم التّخطيطيّ. إذا كان مثلّثًا غير مناسب للرّسم التّخطيطي، لا تسجِّلوا الحرف الموجود داخله.



8. أ. أرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا متساوي الأضلاع طول ضلعه 4 سم.

ب. أرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا متساوي السّاقين طول ساقه 4 سم، ومقدار زاوية القاعدة 40°.

ت. أرسُموا، بواسطة مسطرة ومنقلة، مثلّثًا متساوي السّاقين طول ساقه 4 سم، ومقدار زاوية القاعدة 60°.

ث. أيّ مثلّثات من بين المثلّثات الّتي رسمتمُوها في البنود السّابقة هي مثلّثات متطابقة؟

9. أ. اِبنُوا مثلّثًا من ثلاثة عيدان ثقاب (أو قشات) دون أنْ تكسروها. ما هو نوع المثلّث الّذي حصلتم عليه؟

ب. اِبنُوا مثلّثًا من خمسة عيدان ثقاب (أو قشات) دون أنْ تكسروها. ما هو نوع المثلّث الّذي حصلتم عليه؟

10. بنى ضرار نفس نوع المثلّث من ثلاثة عيدان ثقاب ومن ستة عيدان ثقاب.
ما هو نوع المثلّث الّذي بناه ضرار؟ كم عودًا من الثّقاب يوجد في كلّ ضلع من أضلاع المثلّثين؟

11. أ. هل تستطيعون أنْ تبنُوا مثلّثًا من ثلاثة عيدان ثقاب (أو قشات) دون أنْ تكسروها؟ حاولوا واشرحُوا.

ب. هل تستطيعون أن تبنُوا مثلّثًا من 5 عيدان ثقاب، من 7 عيدان ثقاب؟
إذا نجحتم، أُذكُروا نوع المثلّث الّذي حصلتم عليه وما هو طول كلّ ضلع (بعيدان الثقاب). إذا لم تنجحوا اِشرحُوا.

12. أ. هل يمكن أنْ نبني مثلّثًا من 3, 4, 5, 6 أو 7عيدان ثقاب(دون أنْ تكسروها)؟

ب. في الحالات الممكنة، أُذكُروا عدد المثلّثات الّتي يمكن بناؤها، من أيّ نوع، وما هي أطوال الأضلاع (بعيدان الثّقاب)؟

ت.هل حصلتم على مثلّث مختلف الأضلاع؟
إذا كانت الإجابة كلا، جِدُوا عدد عيدان الثّقاب الأصغر الّذي يمكن أنْ نبني منه مثلّثًا مختلف الأضلاع.

نحافظ على لياقة رياضيّة

مستقيمات متوازية ومجموع زوايا المثلّث

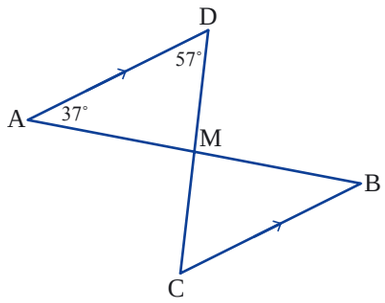
1. مُعطى: $CB \parallel AD$

$\sphericalangle DAM = 37^\circ$

$\sphericalangle ADM = 57^\circ$

اِحسبُوا مقدار جميع الزّوايا الّتي تظهر في الرّسمة.

أكتُبوا تعليلاً لكلّ حِساب.



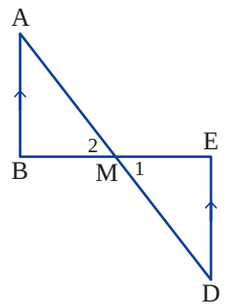
2. مُعطى: $AB \parallel DE$

$\sphericalangle M_2 = 54^\circ$

$DE \perp EB$

اِحسبُوا مقدار جميع الزّوايا الّتي تظهر في الرّسمة.

أكتُبوا تعليلاً لكلّ حِساب.

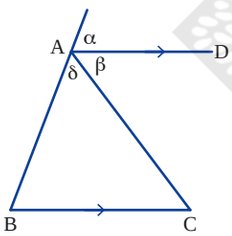


3. مُعطى: $BC \parallel AD$

$\sphericalangle C = 53^\circ$

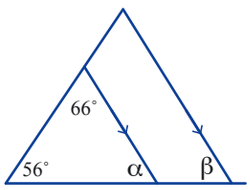
$\sphericalangle B = 69^\circ$

اِحسبُوا مقدار الزّوايا α, β وَ δ (بيِّنوا طريقة الحِساب).



4. يوجد في الرّسمة زوج من المستقيمات المتوازيّة (أشرنا إليهما بسهم).

اِحسبُوا مقدار الزاويتين α, β.



5. في الرّسمة الّتي أمامكم، تقع جميع النّقاط B, E, C, K على مستقيم واحد.

$AB \parallel DE$, $AC \parallel DK$

اِحسبُوا مقدار الزّاويّة $\sphericalangle EGC$ (بيِّنوا طريقة الحِساب).