الوحدة التاسعة والعشرون: هيئة معادلات

الدرس الأوّل: حفلة عيد ميلاد

هيئة معادلات ووصف بيانيّ

أجرى **عامر** احتفالًا مع أصدقائه بمناسبة عيد ميلاده.
اشترى قنانٍ من الماء وقنانٍ من العصير.
سعر قنينة العصير أغلى بـ 3 شواقل من سعر قنينة الماء.
هل يمكنكم إيجاد سعر قنينة عصير وسعر قنينة ماء؟

نتعرّف على معادلات بمتغيِّرين.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. أ. اعرضوا خمس إمكانيّات مختلفة لسعر قنينة ماء ولسعر قنينة عصير.
سجّلوها، في دفاتركم، في جدول كالجدول الآتي:

سعر قنينة ماء (بالشواقل)					
سعر قنينة عصير (بالشواقل)					

ب. نرمز بـ x إلى سعر قنينة الماء. ونرمز بـ y إلى سعر قنينة العصير.
أيّ قيم مناسبة لـ x ، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

ت. أمامكم ثلاث معادلات.
اختاروا المعادلة التي تصف العلاقة بين سعر قنينة الماء وسعر قنينة العصير.

$y - x = 3$ $\quad x - y = 3$ $\quad x + y = 3$

هل يمكن أن نجد بمساعدة هذه المعادلة سعر قنينة ماء وسعر قنينة عصير؟ اشرحوا.

ث. اقترحت مريم أن نرسم خطًّا بيانيًّا ونجد بواسطته سعر قنينة ماء وسعر قنينة عصير.
عيّنوا، في هيئة المحاور، نقاطًا مناسبة لأزواج الأعداد التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا خطًّا بيانيًّا مناسبًا.

ج. هل يمكن أن نجد بمساعدة الرسم البيانيّ سعر قنينة ماء وسعر قنينة عصير؟

يمكن أن نَصف معادلة بمتغيِّرين (من الدرجة الأولى) بمساعدة خطّ بيانيّ مستقيم.
تمثِّل كلّ نقطة على المستقيم حلّ المعادلة. لذا لهذه المعادلة هنالك عدد لا نهائيّ من الحلول.
يجب أن نفحص الحلول المناسبة لشروط المسألة.

2. اشترى **عامر** 6 قناني من الماء وَ 4 قناني من العصير ودفع 72 شاقلا.

أ. اعرضوا خمس إمكانيّات مختلفة لسعر قنينة ماء ولسعر قنينة عصير.
انسخوا وأكملوا.

سعر قنينة ماء (بالشواقل)	2				
سعر قنينة عصير (بالشواقل)		10	7.5		

ب. نرمز بـ x إلى سعر قنينة الماء. ونرمز بـ y إلى سعر قنينة العصير.
أيّ قيم مناسبة لـ x ، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

ت. أمامكم ثلاث معادلات.
اختاروا المعادلة التي تصف العلاقة بين سعر قنينة الماء وسعر قنينة العصير.

$6x = 72 + 4y$ $\quad 6y + 4x = 72$ $\quad 6x + 4y = 72$

هل يمكن أن نجد بمساعدة هذه المعادلة سعر قنينة ماء وسعر قنينة عصير؟ اشرحوا.

ث. عيّنوا في هيئة المحاور التي رسمتموها، في المهمّة 1، نقاطًا مناسبة لأزواج الأعداد التي سجّلتموها في الجدول، وارسموا خطًّا بيانيًّا مناسبًا. هل تنتج معلومات إضافيّة من هذا الخطّ البيانيّ فقط؟ فصّلوا.

ج. هل يمكن أن نجد بمساعدة الخطّين البيانيّين سعر قنينة ماء وسعر قنينة عصير؟

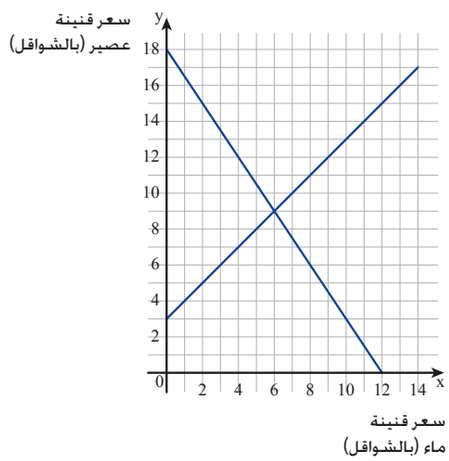
حصلنا في مهمّة الافتتاحيّة، في المهمّة 1 وفي المهمّة 2 على معلومات عن الشراء الذي أجراه **عامر** بمناسبة عيد ميلاده.
يمكن أن نَصف المعلومات بمساعدة هيئة معادلات بمتغيّرين، أو باختصار: **هيئة معادلات**.

يمكن أن نسجّل هيئة المعادلات الموصوفة في الدرس كالتالي:

$$\begin{cases} y - x = 3 \\ 6x + 4y = 72 \end{cases} \qquad y > 3\ ,\ x > 0$$

يمكن أن نَصف كلّ معادلة من المعادلات المناسبة للمسألة بواسطة **مستقيم في الرُّبع الأول**.

كلّ نقطة على المستقيم هي حل لنفس المعادلة فقط.
نقطة تقاطع المستقيمين هي النقطة الوحيدة المشتركة لهما.
لذا نسمّي زوج الأعداد المناسب لنقطة التقاطع "**حلّ هيئة المعادلات**".
نرى في الرسم البيانيّ أن نقطة التقاطع هي (6, 9)، هذا يعني أنّ الحلّ لهيئة المعادلات هو $x = 6$, $y = 9$.
لذا نستنتج من ذلك أن **عامر** دفع 6 شواقل مقابل قنينة الماء وَ 9 شواقل مقابل قنينة العصير.



3. طلب **عامر** 17 رغيفًا من البيتسا للاحتفال. قسم منها كبيرة والقسم الآخر صغيرة.

أ. نرمز بـ x إلى عدد أرغفة البيتسا الكبيرة التي طُلبت، ونرمز بـ y إلى عدد أرغفة البيتسا الصغيرة التي طُلبت.
اكتبوا معادلة مناسبة.

ب. أيّ قيم مناسبة لـ x ، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

ت. هل تستطيعون أن تجدوا بواسطة المعادلة التي سجّلتموها عدد أرغفة البيتسا التي طُلبت من كلّ نوع؟ اشرحوا.

ث. قُسِّمت كل بيتسا كبيرة إلى 4 وجبات وقُسِّمت كل بيتسا صغيرة إلى وجبتين.
اشترك في حفلة **عامر** 54 ولدًا. حصل كلّ ولد على وجبة بيتسا واحدة. أكل الأولاد جميع أرغفة البيتسا التي طُلبت.
سجّل **يونس** المعادلة $4x + 2y = 54$.
سجّلوا ثلاث إمكانيّات مختلفة لعدد أرغفة البيتسا الكبيرة ولعدد أرغفة البيتسا الصغيرة التي طُلبت، وذلك حسب معادلة **يونس**.

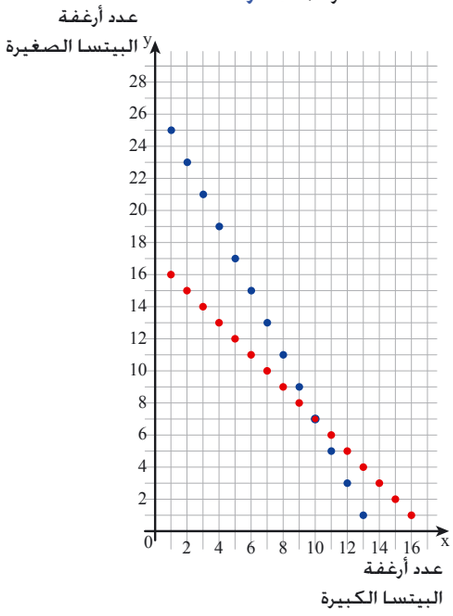
ج. سجّل **ماهر** و**رائد** هيئة المعادلات الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 54 \end{cases}$$

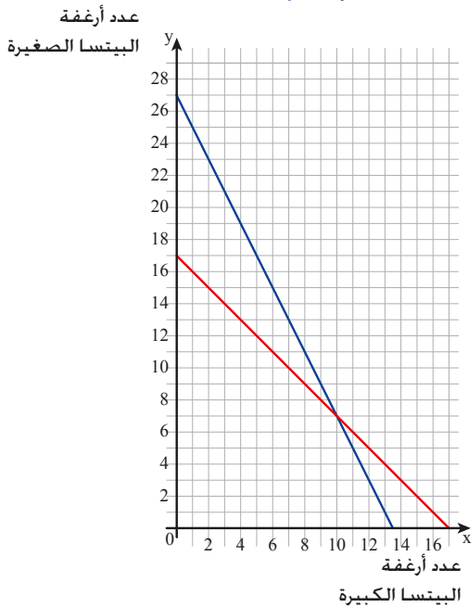
$x > 0$,x عدد صحيح. $y > 0$,y عدد صحيح.
ماذا تمثّل هيئة المعادلات؟ هل يمكن أن نجد بواسطتها عدد أرغفة البيتسا التي طُلبت؟

ح. رسم **ماهر** و**رائد** الخطوط البيانيّة المناسبة للمسألة كالتالي:

رسمة **ماهر**



رسمة **رائد**



أيُّهما رسمته صحيحة؟ اشرحوا.

خ. كم رغيفًا (من البيتسا) طُلب من كلّ نوع؟

للتذكير

أحيانًا نربط بخطّ بين نقاط ليس لجميعها معنى.
في هذه الحالة، لا يصف الخطّ القصة، لكنه يساعدنا في الحصول على المزيد من المعلومات عن المعادلة.

مجموعة مهامّ

1. أ. أمامكم أزواج من الأعداد المرتّبة، أيّ منها هي حلول للمعادلة $x + y = 4$؟

$(1, 3)$ $(3, 1)$ $(2, -6)$ $\left(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}\right)$

ب. سجّلوا ثلاثة حلول أخرى للمعادلة.

ت. ارسموا خطًّا بيانيًّا مناسبًا للمعادلة.

2. اشترى **عميد** أربع أشتال أفوكادو وخمس أشتال مانجو ودفع 80 شاقلا.

أ. إذا كان سعر شتلة الأفوكادو 10 شواقل فما هو سعر شتلة المانجو؟

ب. إذا كان سعر شتلة المانجو 10 شواقل فما هو سعر شتلة الأفوكادو؟

ت. هل يمكن أن يكون سعر شتلة الأفوكادو 21 شاقلًا؟ اشرحوا.

ث. نرمز بـ x إلى سعر شتلة الأفوكادو (بالشواقل)، ونرمز بـ y إلى سعر شتلة المانجو (بالشواقل).

اختاروا المعادلة المناسبة.

$5x + 4y = 80$ $4x + 5y = 80$ $x + y = 80$

ج. أيّ قيم مناسبة لـ x، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

ح. سجّلوا ثلاث إمكانيّات مختلفة لسعر شتلة أفوكادو ولسعر شتلة مانجو.

خ. ارسموا خطًّا بيانيًّا مناسبًا للمسألة.

3. قالت **عدن**: سعر أربع شتلات كرز يساوي سعر خمس شتلات تفاح.

أ. سجلوا ثلاث إمكانيّات مختلفة لسعر شتلة كرز ولسعر شتلة تفاح.

ب. نرمز بـ x إلى سعر شتلة الكرز (بالشواقل)، ونرمز بـ y إلى سعر شتلة التفاح (بالشواقل).

اكتبوا معادلة مناسبة.

أيّ قيم مناسبة لـ x، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

ت. ارسموا خطًّا بيانيًّا مناسبًا للمسألة.

4. أ. يوجد في عائلة باسل 6 أطفال. هل يمكن أن نحدد عدد البنين وعدد البنات في العائلة؟

ب. عدد البنات في عائلة ضرار ضعفا عدد البنون.

هل يمكن أن نحدد عدد البنين وعدد البنات في العائلة؟

ت. يوجد في عائلة جلال 6 أطفال. عدد البنات في العائلة ضعفا عدد البنون.

هل يمكن أن نحدد عدد البنين وعدد البنات في العائلة؟

ث. يوجد في عائلة رائد 10 أطفال. هل يمكن أن يكون عدد البنات في العائلة 3 أضعاف عدد البنون؟ اشرحوا.

الدرس الثاني: لغز العددان

هيئة معادلات - حلّ بيانيّ ومعنى الحلّ

حاول المحقق هولمس أن يحلّ لغزًا. يجب أن يجد العددين حسب معطيين (تلميح
المعطى (التلميح) 1: مجموع العددين هو 7.
المعطى (التلميح) 2: العدد الثاني أكبر من العدد الأول بـ 15.
ساعدوا المحقق هولمس في إيجاد العددان.

نجد حلًّا لهيئة المعادلات بمساعدة رسوم بيانيّة.

نتطرّق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. رمزت **جواهر** إلى العدد الأول بـ x وإلى العدد الثاني بـ y ، ووصفت اللغز بمساعدة معادلتين.

$y = x + 15$ $\quad$ $x + y = 7$

أ. لائموا كلّ معادلة للمعطى المناسب.

ب. أيّ أعداد مناسبة لـ x وأيّ أعداد مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟

2. أ. ارسموا المستقيمين المناسبين لمعادلتيْ **جواهر** في هيئة المحاور (على ورقة مقسمة إلى تربيعات)؟

ب. هل هنالك حلّ للغز؟ اشرحوا.

إذا كانت الإجابة نعم فجدوا الحلّ وافحصوا هل الأعداد التي وجدتموها مناسبة للمعطيين؟

ت. هل هنالك زوج أعداد إضافيّ مناسب لشروط المسألة؟ اشرحوا.

3. أمامكم 6 أزواج من الأعداد المرتّبة.

$(3,\ 1)$ $\quad$ $\left(6\frac{1}{3},\ 4\frac{1}{3}k\right)$ $\quad$ $(-1,\ 9)$ $\quad$ $(9,\ 7)$ $\quad$ $\left(2\frac{1}{2},\ 2k\right)$

أ. جدوا أزواجًا من الأعداد بحيث تكون حلًّا للمعادلة $2x + y = 7$.

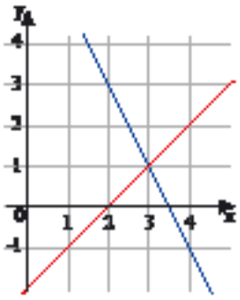
ب. جدوا أزواجًا من الأعداد بحيث تكون حلًّا للمعادلة $x - y = 2$.

ت. استعينوا بإجاباتكم عن البنود السابقة، وجدوا حلًّا لهيئة المعادلات: $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$

ث. ارسموا المستقيمين المناسبين للمعادلتين، وجدوا نقطة تقاطعهما.

هل إحداثيا نقطة التقاطع مناسبان للحلّ الذي وجدتموه في بند ت؟

- إذا كان هنالك حلّ وحيد لهيئة المعادلات فإنّ الحلّ هو زوج مرتّب من الأعداد، وهو حلّ مناسب لكلّ معادلة من المعادلتين، هذا يعني أنّه إذا عوّضنا الحلّ في كلّ معادلة من المعادلتين فنحصل على مساواة.
- يمكن إيجاد حلّ هيئة معادلات **بطريقة هندسيّة**، بمساعدة رسم الخطوط البيانيّة المناسبة.
الحلّ هو نقطة تقاطع المستقيمين.



مثال: في المهمّة 3،

الحلّ لهيئة المعادلات $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$

هو $(3, 1)$

$(3, 1)$ هو الزوج المرتّب الوحيد الذي هو حلّ للمعادلتين.

$2 \cdot 3 + 1 = 7$ √

$3 - 1 = 2$ √

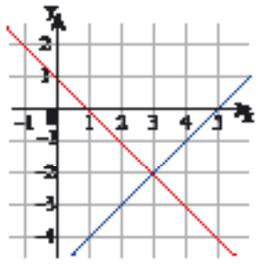
نرى في الرسم البيانيّ أن نقطة تقاطع المستقيمين هي $(3, 1)$.

- نتعرّف فيما بعد على طرق إضافيّة لإيجاد حلّ هيئة المعادلات.

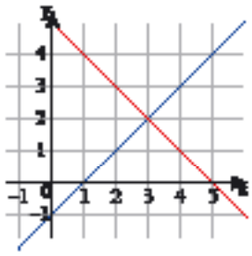
4. لائموا كلّ تمثيل هندسيّ (بيانيّ) لهيئة معادلات مناسبة، وسجّلوا الحلّ.

أ. $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases}$

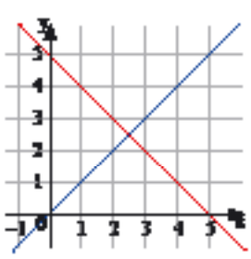
I



II



III



شارلوك هولمس هو شخصية أدبية للمحقق المشهور في كلّ العصور.
كَتب طبيب العيون أرتور كونان دويل (Arthur Conan Doyle) 56 قصة تصف مغامرات هولمس وصديقه الطبيب ووطسون. نتفاجأ ونكتشف خلال قراءة القصص أنّ المحقق المشهور في العالم غير ناجح في اكتشاف الحالات الغامضة. ينجح شارلوك هولمس، في ثماني حالات، أن يحلّ اللغز لكنه لم يقبض على المتهمين. ينجح شارلوك هولمس، في ثلاث حالات، أن يقبض على المتهم، لكنه لم يُسلمه للعدالة، ويكتفي في تبرئة المتهمين غير المذنبين. يعرّف شارلوك هولمس ذاته أنه إلى جانب القانون كما هو يفسره، فهو يسمح لذاته أن يكون المحقق، المدعي العام، محامي الدفاع والحاكم معًا. .

اشتهرت قصص شارلوك هولمس في إنكلترا في السنوات 1891 – 1893 وجُمعت فيما بعد في كُتب تُرجمت إلى لغات مختلفة.

مجموعة مهامّ

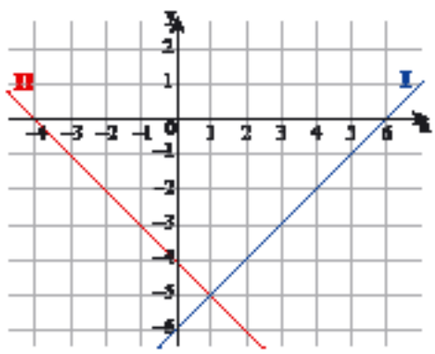
1. لغز: جدوا العددين حسب المعطيات (التلميحات):

- مجموع العددين (-4).
- العدد الأوّل أكبر بـ 6 من العدد الثاني.

أ. اكتبوا هيئة معادلات مناسبة للمعطيات.

ب. أمامكم رسمة فيها مستقيمان يصفان المعادلتين المناسبتين للمعطيات. لائموا كلّ معطى للمستقيم المناسب، وجدوا حلًّا لهيئة المعادلات.

ت. ما هما العددان؟



2. مجموع عددين هو 9 والفرق بينهما 11.
اكتبوا هيئة معادلات مناسبة وجدوا العددين.

3. ترغب **دعاء** في حلّ لغز. يجب أن تجد عددين حسب تلميحات (معطيات).

سجّلت هيئة المعادلات الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

أ. ما هو اللغز الذي حصلت عليه **دعاء**؟

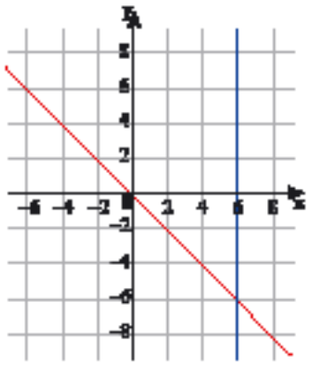
ب. ارسموا الخطين البيانيّين المناسبين للمعادلتين، وحلّوا لغز **دعاء**.

4. حلّت **سهام** لغز الأعداد بمساعدة الخطين البيانيّين الآتيين.

أ. اكتبوا لغزًا مناسبًا للخطين البيانيّين اللذين رسمتهما **سهام**.

ب. اكتبوا هيئة معادلات مناسبة للغز.

ت. افحصوا هل حلّ هيئة المعادلات مناسب للغز **سهام**؟



5. سُجِّلت 4 أزواج مرتَّبة بجانب كلّ هيئة معادلات. زوج واحد فقط هو حلّ للهيئة المعطاة. جدوه.

أ. $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + y = 0 \end{cases}$ $(-4, 4)$ $(1, 1)$ $(2, -2)$ $(0, 0)$

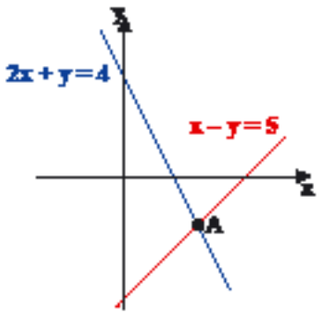
ب. $\begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$ $(2, 3)$ $(-1, 0)$ $(1, 0)$ $(1, 2)$

6. سُجِّلت، في الرسمة، معادلة بجانب كلّ خطّ بياني. تصف المعادلة الخطّ البيانيّ.

أ. أمامكم أزواج من الأعداد.

أحد هذه الأزواج مناسب للنقطة A. جدوه.

$(8, 3)$ $(-2, 8)$ $(0, 4)$ $(3, -2)$ $(6, 1)$ $(2, 0)$



ب. حلّوا هيئة المعادلات: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases}$

7. أمامكم تمثيل هندسّي (بيانيّ) للمعادلات.

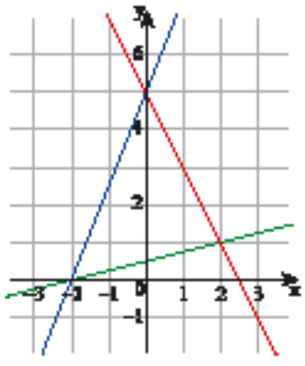
$4y = x + 2$

$y = 2.5x + 5$

$y + 2x = 5$

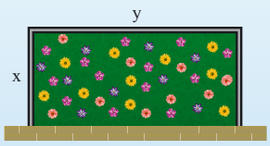
أمامكم هيئات معادلات. جدوا حلًّا لكلّ هيئة معادلات.

أ. $\begin{cases} 4y = x + 2 \\ y = 2.5x + 5 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} y = 2.5x + 5 \\ y + 2x = 5 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} 4y = x + 2 \\ y + 2x = 5 \end{cases}$



الدرس الثالث: حلّ هيئة معادلات بطريقة التعويض

سُيجّت قطعة أرض مجاورة لحائط القصر لبناء حديقة مستطيلة الشكل.
سُيجّت قطعة الأرض في ثلاث جهات.
الضلع الطويل للقطعة موازي لحائط القصر (انظروا الرسمة).
اشترى البستاني سياجًا طوله 20 م.
طول أحد أضلاع المستطيل أكبر بـ 4.25 م من طول الضلع المجاور.
نرمز إلى قياسات القطعة بـ x وَ بـ y (بالأمتار).



- أيّ قيم مناسبة لـ x، وأيّ قيم مناسبة لـ y حسب شروط المسألة؟
- سجّل ثلاثة تلاميذ معادلات لإيجاد قياسات قطعة الأرض.

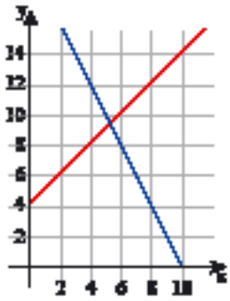
أيّ هيئة معادلات تصف المسألة؟ اشرحوا.

$\begin{cases} y = x + 4.25 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} y = x - 4.25 \\ y \cdot x = 20 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} y = x + 4.25 \\ 2x + y = 20 \end{cases}$

نتعرّف على طريقة جبرية لحل هيئة المعادلات.

نتطرق في المهمّتين 1 وَ 2 إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

1. حاول **رياض** و**ضياء** أن يجدا قياسات القطعة بطرق مختلفة.
رسم **رياض** المستقيمين المناسبين للمسألة.



وجد **ضياء** إمكانيّات مختلفة مناسبة لكلّ معادلة ورتّبها في جدول ($x > 0,\ y > 4.25$).

$y = x + 4.25$

x	2	4	6	8	10
y	6.25	8.25	10.25	12.25	14.25

$2x + y = 20$

x	2	4	6	8	10
y	16	12	8	4	0

هل يستطيع **رياض** و**ضياء** أن يجدا الحلّ؟ اشرحوا.

2. سجّلت **دعاء** هيئة المعادلات المناسبة للمسألة. $\begin{cases} y = x + 4.25 \\ 2x + y = 20 \end{cases}$ $\quad x > 0,\ y > 0$

قالت: **y** يمثّل نفس ضلع المستطيل في المعادلتين، لذا يمكن أن نعوض التعبير **x + 4.25** بدل y في المعادلة الثانية.
حصلتُ على معادلة بمتغيّر واحد $2x + \mathbf{x + 4.25} = 20$

أ. هل قول **دعاء** صحيح؟ اشرحوا.

ب. جدوا حلًّا لهيئة المعادلات، وافحصوا هل الحل مناسب لشروط المسألة؟

اقترحت **دعاء**، في المهمة 2، طريقة جبرية لحل هيئة المعادلات.
نسمي هذه الطريقة "**طريقة التعويض**".
فيما يلي مراحل حل هيئة المعادلات بطريقة التعويض:

- نبحث في هيئة المعادلات عن معادلة يظهر فيها أحد المتغيِّرات بصورة واضحة.
- نعوِّض في المعادلة الثانية التعبير المناسب لنفس المتغيِّر.
  تنتج معادلة واحدة بمتغيِّر واحد.
- نبسِّط المعادلة ونحلها.
- نجد قيمة المتغيِّر الإضافي بواسطة تعويض قيمة المتغيِّر
  الذي وجدناه في إحدى المعادلات.
- نسجِّل حلًّا، ونفحص الحل في المعادلتين بواسطة طريقة التعويض.

مثال:

$$\begin{cases} 2y - x = 30 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

$$2y - (y + 2) = 30$$
$$2y - y - 2 = 30$$
$$y = 32$$

$$x = y + 2$$
$$x = 32 + 2$$
$$x = 34$$

$$(34, 32)$$
$$2 \cdot 32 - 34 = 30 \quad \surd$$
$$34 = 32 + 2 \quad \surd$$

3. حلوا هيئات المعادلات الآتية بطريقة التعويض.

أ. $\begin{cases} y + 7x = 15 \\ x = 3 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 6x - y = 6 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = -2x - 6 \\ y - x = 6 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} x = 5y + 3 \\ 5y = 2x - 4 \end{cases}$

4. بدأ **جمال**، **ضياء** و**علياء** بحل هيئة المعادلات الآتية:

$$\begin{cases} 4x = 10 - 3y \\ y = 4x - 2 \end{cases}$$

سجَّل **جمال** ما يلي: $4x = 10 - 3 \cdot 4x - 2$

سجَّل **ضياء** ما يلي: $4x = 10 - 3(4x - 2)$

سجَّلت **علياء** ما يلي: $y + 2 = 10 - 3$

أ. هل حلهم صحيح؟
اشرحوا طريقة كل حل وجدوا الخطأ.

ب. حلوا هيئة المعادلات.

مجموعة مهامّ

1. جدوا الأعداد المناسبة في كلّ بند.

أ. مجموع عددين 10 وأحدهما يساوي 3 أضعاف العدد الآخر.

ب. مجموع عددين 10 وأحدهما أكبر من الآخر بـ 15.

ت. مجموع عددين 10 وأحدهما $\frac{2}{3}$ العدد الآخر.

2. اختاروا، في كلّ بند، التعويض الأسهل وحلّوا.

افحصوا إجاباتكم.

أ. $\begin{cases} x = -2 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 10x - y = 2 \\ y = 8 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 5x - 2 \\ x = y - 2 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y - 6 = x \end{cases}$

3. اختاروا هيئتيْ معادلات من الأسهل حلّهما بطريقة التعويض وحلّوهما.

حلّوا هيئة معادلات واحدة، من بين الهيئات التي بقيت، بمساعدة الرسم البيانيّ.

أ. $\begin{cases} x = y - 8 \\ 2x - 3y = 19 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 3x + y = 21 \\ x - 5y = 7 \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y - 5x = -3 \\ y = 2x + 6 \end{cases}$ ث. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y - x = 2 \end{cases}$

4. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات وافحصوا إجاباتكم.

فكّروا أيُّهما أسهل عليكم: أن تعوضوا أوّلًا وبعد ذلك أن تبسّطوا أم أن تبسّطوا المعادلة وتعوضوا فيها فيما بعد.

أ. $\begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ x - y = 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} \frac{2x - y}{7} - \frac{y + 1}{2} = 2 \\ y = 1 - 2x \end{cases}$ ت. $\begin{cases} y = 4 - \frac{2x}{3} \\ 2x = 6y \end{cases}$

5. حلّوا هيئة المعادلات.

$\begin{cases} 4y = 9x \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$

الدرس الرابع: معادلات ورسوم بيانيّة

نبسِّط ونحلّ هيئات معادلات بمتغيّرين

تقع أضلاع المثلّث ABC الثلاثة على ثلاثة مستقيمات.
المعادلات المناسبة للمستقيمات الثلاثة هي:

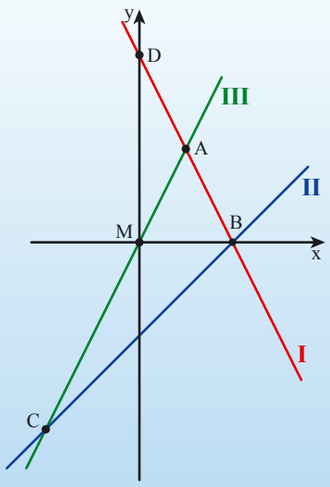
أ. $\frac{x}{2} = 2 - \frac{y}{4}$

ب. $y = 2x$

ت. $3(y - 1) - 2(x - 3) = 2(y - 3) - (x - 5)$

لائموا كلّ معادلة للمستقيم المناسب.

كيف يمكن الاستعانة بهيئة المعادلات لإيجاد إحداثيّات رؤوس المثلّث؟



نبسِّط معادلات ونحلّ هيئة معادلات.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. سجّلوا هيئة معادلات حلّها إحداثيّا الرأس A. اشرحوا.

ب. سجّلوا هيئة معادلات حلّها إحداثيّا الرأس B. اشرحوا.

ت. سجّلوا هيئة معادلات حلّها إحداثيّا الرأس C. اشرحوا.

ث. حلّوا وجدوا إحداثيّات النقاط: A, B, C, D.

ج. احسبوا مساحتيِ المثلّثين ΔABM , ΔMDA.

للتذكير

يمكن أن نميِّز الخطّ البيانيّ للدالّة $y = mx + b$ حسب الميل m ونقطة التقاطع مع محور y $(0, b)$.

نسمّي المعادلة $y = mx + b$ **معادلة واضحة.**

يمكن تحويل معادلة بمتغيِّرين (من الدرجة الأولى) إلى صورة واضحة.

مثال: المعادلة ت في مهمّة الافتتاحيّة.

نبسّط المعادلة ونحوّلها إلى صورتها البسيطة.

$$3(y - 1) - 2(x - 3) = 2(y - 3) - (x - 5)$$
$$3y - 3 - 2x + 6 = 2y - 6 - x + 5$$
$$y = x - 4$$

الدالّة تصاعديّة ($m = 1$, الميل موجب).

الإحداثيّ y لنقطة التقاطع مع محور y سالب ($b = -4$).

لذا يمكن الاستنتاج أنّ المعادلة ت مناسبة للمستقيم II.

2. أ. حلّوا هيئة المعادلات بطريقة التعويض. اقترحوا طريقتين مختلفتين على الأقلّ.

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{2} - 3y = 5 \\ 2x - 3 = y \end{cases}$$

ب. هل من الأفضل أن نبسّط معادلات الهيئة دائمًا قبل أن نحلّها؟

ت. هل من الأفضل أن نعرض معادلات الهيئة بصورة واضحة دائمًا قبل أن نحلّها؟

3. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات. اشرحوا اعتباراتكم.

أ. $\begin{cases} x + 2(y-2) = 0 \\ 2(x-1) + y = 0 \end{cases}$

ب. $\begin{cases} \frac{1}{2}(2x+4y) = y \\ \frac{6x-9y}{3} - 2x = -3 \end{cases}$

ت. $\begin{cases} \frac{x-1}{8} = \frac{3y}{4} \\ 2(x-1) + 3(y+2) = 21 \end{cases}$

4. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات.

أ. $\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.2 \\ 0.3x - 0.1y - 0.1x = -0.4 \end{cases}$

ب. $\begin{cases} (x-1)(y+2) = xy + 3 \\ (x+5)(y-1) = (x-3)(y+2) \end{cases}$

مجموعة مهامّ

1. أمامكم رسمة تعرض الخطّين البيانيّين للمعادلتين الآتيتين:

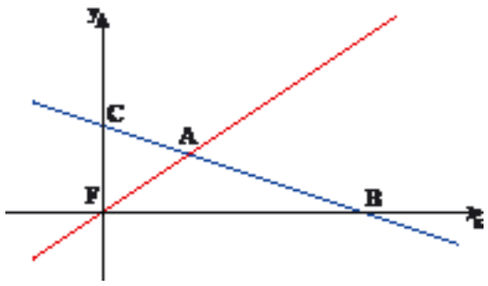
$x = 9 - 3y$

$y = \frac{2}{3}x$

أ. لائموا كلّ معادلة للمستقيم المناسب.

ب. جدوا إحداثيّات النقاط A, B, C.

ت. احسبوا مساحتيِ المثلّثين ΔFAB, ΔFAC.



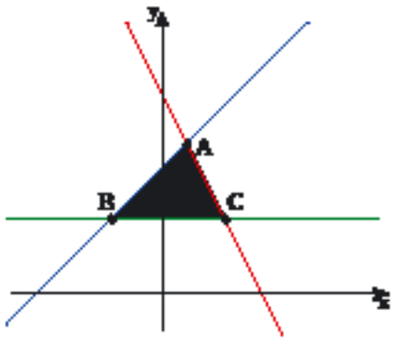
2. أمامكم رسمة تعرض الخطوط البيانيّة للمعادلات الآتية:

$y = 3$ $\quad x = y - 5$ $\quad y + 2x = 8$

أ. لائموا كلّ معادلة للمستقيم المناسب.

ب. جدوا إحداثيّات النقاط A, B, C.

ت. جدوا مساحة المثلّث الملوّن.



3. أمامكم رسمة تعرض الخطوط البيانيّة للمعادلات الآتية:

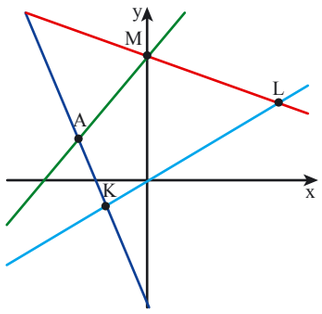
$$\frac{y+2}{6} = 1 - \frac{x+5}{3}$$

$y(x + 1) - 12 = xy + x - 6$

$4(y - 1) - 3(2 + x) = 2(y - 5) - 2x$

$3x + 10y = 60$

جدوا إحداثيّات النقاط M, L, K, A.



4. احسبوا مساحة الشكل الرباعيّ MLKA الذي وَرَدَ في المهمّة 3.

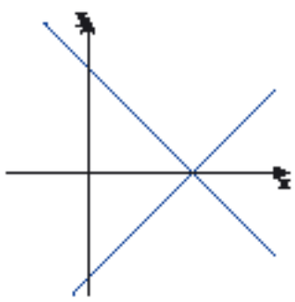
5. حلّوا، في كلّ بند، هيئة المعادلات.

أ. $\begin{cases} 3x - 5 - 2x = 3 + 2y \\ 2x + 7 = 8 + y \end{cases}$ ب. $\begin{cases} 2(x - 1) + 2 - x = 5 - y \\ 3(x - 1) = y \end{cases}$ ت. $\begin{cases} 2x + 4 = 3y \\ 2y - 5 = 4 + 2x \end{cases}$

6. أ. حلّوا هيئات المعادلات الآتية.

I. $\begin{cases} 3x - 2(y + x) = 3 \\ 2x + 7 = 10 + y \end{cases}$ II. $\begin{cases} 5(x - 1) = 6 - y \\ 3(y - 4) - 5(x - 1) = 20 \end{cases}$ III. $\begin{cases} 2(x - 1) + y - x = 5 \\ 3(x + 2) - y - 2x = 13 \end{cases}$

ب. أيّ هيئة معادلات، من بين معادلات بند أ، موصوفة في الرسمة الآتية؟ اشرحوا.



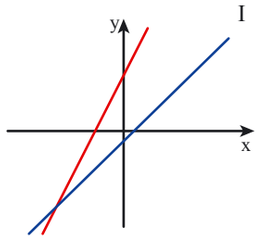
7. حلّوا هيئات المعادلات ولائموا كلّ تمثيل هندسيّ (بيانيّ) لهيئة المعادلات المناسبة.

أ. $\begin{cases}(x+3)(y+7)=xy+79\\(x-5)(y-1)=xy-17\end{cases}$

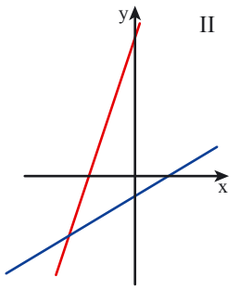
ب. $\begin{cases}\frac{4-y}{9}+\frac{x}{3}=-2\\\frac{x+3}{5}-5=\frac{y-10}{3}\end{cases}$

ت. $\begin{cases}y-6=4(x+4)\\4+\frac{y-6}{4}-1=\frac{x+1}{2}\end{cases}$

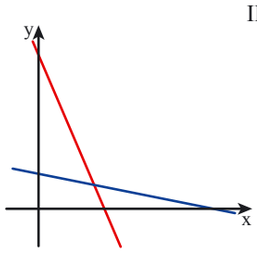
I



II



III



8. بسّطوا المعادلات وجدوا حلّ الهيئة.

$\begin{cases}(x+2)(x+3)=x^2-y\\5x+y=-4\end{cases}$

9. أ. انسخوا التعبير الجبريّ، في كلّ حالة، وأكملوا عددًا في المكان المناسب بحيث يكون الزوج (3, 2) حلًّا للمعادلة.

I. $3x+3y=$ ☐ II. $\frac{2x-y}{10}=$ ☐ III. $3(x-2)-0.5y=$ ☐

ب. اختاروا معادلتين من بند أ، وسجِّلوا هيئة معادلات مناسبة. ما هو حلّ الهيئة؟

ت. سجِّلوا هيئة معادلات بحيث يكون حلها (−1, 5).

مجموعة مهامّ

تعابير ومعادلات

1. معطاة أعداد: -0.5 $\quad -1.5$ $\quad -4$ $\quad 6.2$ $\quad 3.5$

اختاروا، في كلّ بند، عددين (أحدهما لـ a والآخر لـ b) بحيث ينتج ادّعاء صحيح عندما نعوِّضهما في التعبير.

أ. $a + b > a - b$ $\quad$ ب. $a + b < a - b$ $\quad$ ت. $a + b < a \cdot b$

ث. $a + b > a \cdot b$ $\quad$ ج. $a : b < a \cdot b$ $\quad$ ح. $a : b > a \cdot b$

خ. $a - b > a \cdot b$ $\quad$ د. $a - b < a \cdot b$ $\quad$ ذ. $a - b > a : b$

2. اذكروا، في كلّ بند، أيّ تعبير من بين التعابير المعطاة يساوي التعبير الذي يظهر في الإطار.

أ.	$5 + 3(x - 1)$	$8x - 8$	$2 + 3x$	$8x - 1$
ب.	$2(3x - 1) + 1$	$6x - 1$	$6x - 2$	$6x$
ت.	$1 - 2(4x + 5)$	$6 - 8x$	$1 - 8x$	$-8x - 9$
ث.	$3(x - 2) + 7$	$3x + 1$	$3x + 5$	$3x - 13$
ج.	$3 - (x - 5)$	$8 - x$	$-3x - 15$	$-x + 2$

3. حلول المعادلات الثلاثة الآتية هي: $x = 2$, $x = -2$, $x = -3$

لائموا كلّ حلّ للمعادلة المناسبة.

أ. $\frac{2x}{3} + \frac{x+1}{2} = 2x + 3$ $\quad$ ب. $\frac{x+2}{4} = 5 - 2x$ $\quad$ ت. $\frac{5x+10}{2} = \frac{x+2}{4}$

4. معطاة معادلة جزئيّة $\square + 3x + 9 = 2x$

أ. انسخوا المعادلة، اختاروا أعدادًا من عندكم، سجِّلوها في المكان الفارغ وحلّوا المعادلة.

ب. انسخوا وأكملوا عددًا في المكان الفارغ بحيث يكون حلّ المعادلة $x = 0$.

ت. انسخوا وأكملوا عددًا في المكان الفارغ بحيث يكون حلّ المعادلة $x = 10$.

5. حلّوا المعادلات.

أ. $(x - 2)(x + 4) = x^2$ $\quad$ ث. $(3x - 2)(2x - 1) = (6x + 5)(x - 2)$

ب. $(x + 6)(x + 5) = (x + 15)(x + 2)$ $\quad$ ج. $x + 6(x + 5) - 1 = (x + 6)(x + 5) - x^2$

ت. $(x + 4)(2x + 3) = (2x + 4)(x + 3)$ $\quad$ ح. $9x - 4(x + 2) = 4x - (2 + 11x)$