الوحدة السّابعة: حلّ معادلات بطرق مختلفة

الدّرس الأوّل: نتحدّث بالهاتف النّقّال

التّعرف على مصطلحات: معادلة وحلّ

اشترت **رباب** هاتفًا نقّالاً جديدًا، وهي تدفع مقابل المكالمات بالطّريقة الآتية:

- في كلّ شهر، يجب عليها أن تدفع مبلغًا ثابتًا مقداره 35 شاقلاً مقابل الاشتراك، وَ
- 50 أغورة مقابل كلّ دقيقة مكالمة.

في شهر آذار، دفعت رباب للشّركة 47 شاقلاً.
خمِّنُوا عدد الدّقائق التي تحدّثتها رباب خلال شهر آذار.

نَصف مسألة كلاميّة بمساعدة معادلة.

نتطرّق في المهام 1-4 إلى افتتاحيّة الدّرس أعلاه.

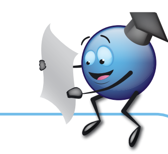
1. m يمثّل عدد الدّقائق الّتي تحدّثت فيها رباب بالهاتف النّقّال خلال شهر معين ($m \geq 0$، m عدد صحيح).

أ. اِنسخُوا الجدول وأكملوه.

m				60		8	2	1	0	عدد دقائق المكالمة
			80		45		**مثال:** $35 + 0.5 \cdot 2 = 36$			مبلغ الدّفع (بالشّواقل)

ب. اِشرحُوا، كيف أكملتم الجدول؟
ميِّزوا بين حالتين: عندما يكون عدد الدّقائق معلومًا، وعندما يكون مبلغ الدّفع معلومًا.

ت. قالت **عناية**: أقترح أن نسجِّل المعادلة الآتية: $35 + 0.5 \cdot m = 47$
ماذا تصف معادلة عناية؟



- المساواة بين تعبير جبريّ وعدديّ، أو المساواة بين تعبيرين جبريّيْن نسمِّيها "**معادلة**".
كلّ طرف نسمِّيه **"طرف المعادلة"**.
مثال: في المهمّة 1 في بند ت، سجّلت عناية المعادلة الآتية: $35 + 0.5 \cdot m = 47$
في الطّرف الأيسر، سُجِّل التّعبير: $35 + 0.5 \cdot m$ ، وفي الطّرف الأيمن سُجِّل العدد 47.
- العدد الّذي تعويضه في المعادلة (بدل المتغيِّر) يُنْتِج مساواة بين طرفي المعادلة، نسمِّيه "**حلّ المعادلة**".
مثال: 24 هو حلّ المعادلة: $35 + 0.5 \cdot m = 47$ لأنّ: $35 + 0.5 \cdot 24 = 47$
نكتب: $m = 24$. هذا يعني أنّه دُفع 47 شاقلاً مقابل 24 دقيقة مكالمة.
- فيما بعد، نتعرّف على معادلات لها أكثر من حلّ واحد، وعلى معادلات لا يوجد لها حلول بتاتًا.
أمثلة: المعادلة: $x^2 = 9$ يوجد لها حلان: $x = 3$ وَ $x = -3$ لأنّ $3^2 = 9$ وأيضًا $(-3)^2 = 9$.
المعادلة $x^2 + 8 = 0$ لا يوجد لها حلول.

نفكّر بـ ...

2. هل يمكن الاستعانة بمعادلة، لكي نجد عدد الدّقائق الّتي تحدّثتها رباب خلال شهر آذار؟ اِشرحُوا.

نعوِّض ونفحص

3. أ. في شهر كانون الثّاني، دفعت **رباب** 59 شاقلاً.
أمامكم أعداد (تمثِّل دقائق): 48, 24, 12 ، حدِّدُوا من بينها العدد الّذي هو حلّ المعادلة
$35 + 0.5 \cdot m = 59$
اِشرحُوا، كيف حدَّدتم ذلك؟

ب. في شهر شباط، دفعت رباب 101 شاقل.
أمامكم أعداد (تمثِّل دقائق): 132, 66, 31 ، حدِّدُوا من بينها العدد الّذي هو حلّ المعادلة
$35 + 0.5 \cdot m = 101$
اِشرحُوا، كيف حدَّدتم ذلك؟

نحلّ بمساعدة اعتبارات رياضيّة

4. أرادت **رباب** أن تجد عدد الدّقائق الّتي تحدّثتها في شهر آذار، الّذي دفعت فيه 47 شاقلاً.
سجَّلت المعادلة الآتية: $35 + 0.5 \cdot m = 47$

وحلَّت كالآتي:
- أيّ عدد نضيف إلى 35 لكي نحصل على 47؟ العدد هو 12، لذا $0.5 \cdot m = 12$.
- أيّ عدد نضربه بـ 0.5 لكي نحصل على 12؟ العدد هو 24، لذا $m = 24$.

فحصت الحلّ بمساعدة التّعويض كالآتي: $35 + 0.5 \cdot 24 = 47$ √.

بما أنّها حصلت على مساواة، استنتجت أنّها تحدّثت 24 دقيقة في شهر آذار.

أ. جِدُوا حلول المعادلات الآتية بطريقة رباب:

شهر أيلول	شهر تشرين أول	شهر تشرين ثاني
$35 + 0.5 \cdot m = 135$	$35 + 0.5 \cdot m = 85$	$35 + 0.5 \cdot m = 67$

ب. اِشرحُوا بالكلمات، ماذا تصف كلّ معادلة من المعادلات الّتي قمتم بحلّها؟

- وجدنا حلّ المعادلة بمساعدة اعتبارات رياضيّة.
- فحصنا ما إذا كان العدد هو حلّ المعادلة بمساعدة التّعويض.

أمثلة:

في مهمّة 4، وجدنا حلّ المعادلة بمساعدة **اعتبارات رياضيّة**.
في مهمّة 3 ، فحصنا حلّ المعادلة من خلال **تعويض** أعداد.

في أعقاب...

5. مُعطى معادلات: $5x = -25$ $\quad 5 + x = 10$ $\quad x^2 = 25$

مُعطى أعداد: 5, $\frac{1}{2}$, 0, -5

أ. في كلّ معادلة، حدِّدُوا أيّ عدد من بين الأعداد المعطاة هو حلّ المعادلة؟

(يمكن أن يكون أكثر من حلّ واحد للمعادلة.)

ب. عددان من بين الأعداد الأربعة في بند أ، **ليسا** حلًّا للمعادلات. جدوهما.

ت. اِختاروا عددًا من بين العددين اللّذين ليسا حلًّا للمعادلات من بند أ، ثمّ سجِّلُوا معادلة، بحيث يكون العدد الّذي اخترتموه حلًّا لها.

مجموعة مهامّ

رأينا أنّ التّعبير $35 + 0.5\cdot m$ يصف المبلغ (بالشّواقل) الّذي تدفعه رباب مقابل m دقائق تتحدّثها عبر الهاتف النّقّال، **في كلّ شهر:** (m عدد صحيح, $m \ge 0$).

في المهامّ 1-3، جِدُوا ، إذا كان الأمر ممكنًا، عدد الدّقائق الّتي تحدّثتها رباب. إذا لم تتمكّنُوا، اِشرحُوا السّبب.

1. أ. 65 شاقلاً ب. 75 شاقلاً ت. 100 شاقل

2. أ. 35 شاقلاً ب. 71 شاقلاً ت. 140 شاقلاً

3. أ. 57.5 شاقلاً ب. 110 شواقل ت. 29 شاقلاً

4. أمامكم معادلات وبجانب كلّ منها أعداد. جِدُوا العدد الّذي هو حلّ المعادلة.

أ. $3x = 48$ الأعداد: 16 12 8 6

ب. $4 + x = 11$ الأعداد: 1 6 7 -4

ت. $x - 1 = 10$ الأعداد: -9 10 9 11

.5 أمامكم معادلات وبجانب كلّ منها أعداد. جِدُوا العدد الّذي هو حلّ المعادلة.

أ.	$2 + 5x = 12$	الأعداد:	5	2	0	-2
ب.	$1 - x = 8$	الأعداد:	7	6	2	-7
ت.	$3 = 5 + x$	الأعداد:	11	3	2	-2
ث.	$x - 9 = 0$	الأعداد:	11	9	7	-5

.6 أمامكم معادلات وبجانب كلّ منها أعداد. جِدُوا الأعداد الّتي هي حلول المعادلة.

أ.	$(x - 3)(x + 4) = 0$	الأعداد:	5	3	-4	-5	-6
ب.	$(x - 3)(2x + 4) = 0$	الأعداد:	3	1	-1	-2	-3
ت.	$x(x - 3)(2x + 4) = 0$	الأعداد:	3	2	0	-2	-3

.7 أ. أيّ أعداد من بين الأعداد الآتية: $2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ 0,\ -\frac{1}{2},\ -1$ هي حلول المعادلة: $x(x - 1)(2x + 1) = 0$؟

ب. أيّ أعداد من بين الأعداد الآتية: $5,\ 4,\ 3,\ 0,\ -4,\ -5$ هي حلول المعادلة: $x(x - 5)(2x + 8)(3x - 9) = 0$؟

ت. صِفُوا طريقة الحلّ في البنود السّابقة. هل عوَّضتم جميع الأعداد؟
هل استعملتم اعتبارات رياضيّة لإيجاد الأعداد الّتي من الأفضل تعويضها؟

.8 جِدُوا حلول المعادلات الآتية. اِفحصُوا بمساعدة التّعويض.

أ. $3x = 12$ ب. $5 + x = 12$ ت. $x - 5 = 12$ ث. $5 - x = 1$

.9 جِدُوا حلول المعادلات الآتية. اِفحصُوا بمساعدة التّعويض.

أ. $3x = -12$ ت. $-3x = 18$ ج. $-4x = 20$

ب. $5 + x = -12$ ث. $5 - x = -12$ ح. $x - 5 = -12$

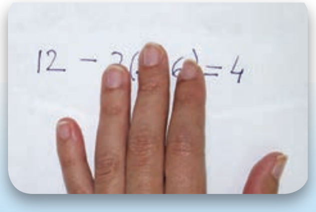
.10 جِدُوا حلول المعادلات الآتية. اِفحصُوا بمساعدة التّعويض.

أ. $-20x = 4$ ت. $4.5 + x = 10$ ج. $2x - 6 = 11$

ب. $-3 + x = -10$ ث. $2x + 6 = -6$ ح. $2x + 6 = -3$

.11 جِدُوا حلّ المعادلة: $2x = 3x$. اعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

الدّرس الثّاني: نحلّ معادلات بمساعدة اعتبارات رياضيّة



في الدّرس السّابق، قمنا بحلّ معادلات بمساعدة اعتبارات رياضيّة.

نحلّ معادلات إضافيّة بمساعدة اعتبارات رياضيّة.

1. أ. جِدُوا حلّ المعادلة: $12 - 2(x + 6) = 4$

ب. قالت **عائدة**: لكي أجد حلّ المعادلة، نظرت في كلّ مرّة إلى قسم آخر من المعادلة كالآتي:

ما هو العدد الّذي نطرحه من 12 للحصول على 4؟ $12 - \boxed{2(x + 6)} = 4$

العدد هو 8

ما هو العدد الّذي نضربه بضعفين للحصول على 8؟ $2 \cdot \boxed{(x + 6)} = 8$

العدد هو 4

ما هو العدد الّذي نضيفه إلى 6 للحصول على 4؟ $\boxed{x} + 6 = 4$

العدد هو -2

$x = -2$

حل المعادلة هو: $x = -2$

كيف يمكن أن نحدِّد ما إذا كان حلّ **عائدة** صحيحًا؟ اِشرحُوا.

لكي **نفحص** ما إذا كان الحلّ الّذي وجدناه للمعادلة هو صحيح، فإنّنا نعوِّض الحلّ الّذي حصلنا عليه في **المعادلة الأصليّة**.

مثال:

في المهمّة 1، لكي نفحص ما إذا كان الحلّ صحيحًا، فإنّنا:

- نعوِّض الحلّ $x = -2$ في المعادلة $12 - 2(x + 6) = 4$ ، وهكذا نحصل على: $12 - 2(-2 + 6) = 4$
- نبسِّط ونحصل على: $4 = 4$
- بما أنّنا حصلنا على مساواة، نستنتج أنّ: $x = -2$ هو حلّ المعادلة .

2. حلُّوا المعادلات الآتية. اِفحصُوا إجاباتكم.

أ. $3x + 15 = 24$

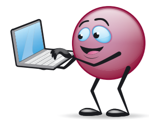
ب. $125 - 2x = 105$

ت. $2(x - 5) = -20$

ث. $2(x + 6) + 3 = 23$

ج. $4 - (x + 3) = 3$

ح. $\frac{x + 5}{7} - 1 = 11$



.3 ● تأكّدوا من وجود برنامج Java في حاسوبكم، إذا لم يتوفّر في حاسوبكم فركّبوه.

● أُدخُلوا إلى موقع معهد فرويدنطل للتّربية الرّياضيّة (باللّغة الإنجليزيّة)، على العنوان الآتي:

http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/

● اضغطُوا على Applets (في رأس الصّفحة).

● اختارُوا التّطبيق Solving equations with cover up strategy (في أسفل الصّفحة).

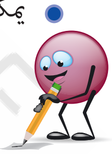
● يظهر في أسفل الصّفحة 20 زرًّا.

يؤدّي الضّغط على الزّرّ إلى فتح معادلة أُعِدَّت للحلّ بمساعدة اعتبارات رياضيّة.

● في كلّ مرّة، تمعّنُوا في قسم من المعادلة فقط وعيِّنوه (كما كان في طريقة **عائدة**، في المهمّة 1). اِستمّروا هكذا حتّى تجدوا حلّ المعادلة.

● كلّ معادلة تحلّونها بالشّكل الصّحيح، تحوّل لون الزّرّ من أحمر إلى أخضر.

● يمكنكم إضافة معادلات من عندكم وحلّها (مثلاً: المهامّ الّتي وردت في الدّرس).



فعّاليّة بديلة للفعّاليّة المحوسبة

.4 حلّوا. يمكنكم الاستعانة باعتبارات رياضيّة.

مثال: $\sqrt{11-x}=3$ $(x \leq 11)$

أيّ عدد جذره يساوي 3؟ $\sqrt{\boxed{11-x}}=3$

العدد هو 9

ما هو العدد الّذي نطرحه من 11 للحصول على 9؟ $11-\boxed{x}=9$

العدد هو 2

$x=2$

الفحص من خلال تعويض $x=2$ $\sqrt{11-2}=3$ √

لذا، حلّ المعادلة هو $x=2$

أ. $\dfrac{24}{1+\frac{6}{x}}=6$ $(x \neq 0, x \neq -6)$

ب. $15\cdot\sqrt{x}=75$ $(x \geq 0)$

ت. $(3x-2)^2+9=10$

كانت في الماضي محاولات مختلفة للتّعبير عن فكرة المساواة.

ظهرت إشارة الـ "="، المعروفة لنا اليوم، أوّل مرّة في كتاب الرّياضيّ الإنجليزيّ روبرت ركورد (Robert Recorde)، الّذي نُشر قبل حوالي 450 سنة في لندن.

كتب مؤلّف الكتاب: .... ولكي أمتنع عن التّكرار المضني للكلمات "يساوي لـ"، فإنّني استعمل زوج خطّين متوازيين متساويين في الطول كالآتي ═══، لأنّه لا يوجد شيئين يمكن أن يكونا متساويين أكثر من ذلك...

خلال سنوات عديدة، تنافست إشارات كثيرة مع إشارة الـ = ، مثل: ⋕ || |__| وخاصةً الإشارة ∞ .

مجموعة مهامّ

1. حلّوا. اعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

مثال: نحلّ المعادلة $2(x + 1) = 6$

- في أيّ عدد يجب أن نضرب 2 للحصول على 6؟ $2\ \boxed{(x + 1)} = 6$ العدد هو 3
- أيّ عدد يجب أن نضيفه إلى 1 للحصول على 3؟ $\boxed{x} + 1 = 3$ العدد هو 2
- حلّ المعادلة هو: $x = 2$
- نعوِّض ونفحص: $2(2 + 1) = 6\ \surd$

أ. $3(x + 1) = 6$ ت. $3(x + 1) = 0$ ج. $2(x - 5) = -8$

ب. $3(x + 1) = -6$ ث. $2(x - 5) = 12$ ح. $2(x - 5) = 0$

2. حلُّوا. اعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

مثال: نحلّ المعادلة $5 + 2(1 + x) = 3$

- أيّ عدد يجب أن نضيفه إلى 5 للحصول على 3؟ $5 + \boxed{2(1 + x)} = 3$ العدد هو -2
- في أيّ عدد يجب أن نضرب 2 للحصول على -2؟ $2 \cdot \boxed{(1 + x)} = -2$ العدد هو -1
- أيّ عدد يجب أن نضيفه إلى 1 للحصول على -1؟ $1 + \boxed{x} = -1$ العدد هو -2
- حلّ المعادلة هو: $x = -2$
- نعوِّض ونفحص: $5 + 2(1 + (-2)) = 3\ \surd$

أ. $2(x + 4) + 3 = 23$ ت. $7 - 4(6 - x) = -1$ ج. $3 \cdot x^2 = 75$

ب. $5 + 3(x - 6) = 20$ ث. $\frac{x+1}{2} = 2$ ح. $2(10 - 3x)^2 - 3 = 29$

3. حلُّوا. اعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

أ. $-10 = \frac{1}{2}x + 4$ ت. $3 - [5 - (2x + 1)] = -3$ ج. $1 - \frac{x-4}{2} = 7$

ب. $-1 = \frac{1}{2}x - 4$ ث. $\frac{2}{x+1} = 2 \quad (x \neq -1)$ ح. $\frac{18}{\sqrt{x}} = 3 \quad (x > 0)$

الدّرس الثّالث: نميِّز قالبًا ونحلّ

حلّ معادلات بمساعدة رؤية قالب

جِدُوا حلّ المعادلات.

أ. $3x = 48$

ب. $3(x + 6) = 48$

ت. $3(x - 2) = 48$

ث. $3 \cdot 2x = 48$

ج. $3 \cdot \frac{1}{2}x = 48$

قال **وسام**: قمت بحلّ المعادلة في بند أ، ووجدت بمساعدتها حلول المعادلات الأخرى.

اِشرحُوا اقتراح وسام وأعطُوا أمثلة. اِنتبهُوا إلى العلاقة بين المعادلة الأولى والمعادلات الّتي تليها.

نميِّز تكرار قوالب معيّنة، نستعين بالتّقدير ونحلّ المعادلات.

نحلّ بمساعدة رؤية قالب

1. أ. جِدُوا حلّ المعادلة $4x = 24$

ب. اِستعينُوا ببند أ وجِدُوا حلول المعادلات الآتية.
اعرضُوا اعتبارات رياضيّة.

$4 \cdot (3x) = 24$ $\quad$ $4(x + 3) = 24$ $\quad$ $4(x - 3) = 24$ $\quad$ $4(3x + 9) = 24$

أحيانًا، يمكن أن نحلّ معادلات بواسطة **رؤية قالب** - تمييز تكرار قالب في سلسلة تمارين.
في هذه الحالات، يمكن حلّ معادلة واحدة، ونستنتج منها حلول المعادلات الأخرى في المتوالية.

مثال: يوجد للمعادلات الآتية نفس القالب:

$3 \cdot x = 30 \;,\; 3\cdot(2x + 2) = 30 \;,\; 3\cdot(25 - x) = 30 \;,\; 3\cdot\frac{x+2}{5} = 30$

حلّ المعادلة: $3x = 30$ هو $x = 10$.

نحلّ المعادلات الأخرى **بواسطة نفس القالب**، كالآتي:

$3 \cdot x = 30 \longrightarrow x = 10$

$3 \cdot (2x + 2) = 30 \longrightarrow 2x + 2 = 10 \longrightarrow x = 4$

$3 \cdot (25 - x) = 30 \longrightarrow 25 - x = 10 \longrightarrow x = 15$

$3 \cdot \frac{x+2}{5} = 30 \longrightarrow \frac{x+2}{5} = 10 \longrightarrow x = 48$

نقدِّر الحلّ

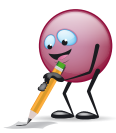
2. أيّ معادلة لها الحلّ الأكبر، وأي معادلة لها الحلّ الأصغر؟ اِشرحُوا.

أ. $2{,}000 - x = 193$ ت. $2{,}000 \cdot x = 193$

ب. $2{,}000 + x = 193$ ث. $2{,}000 : x = 193$ $(x \neq 0)$

3. يمكنكم التّمرُّن على حل معادلات في التّطبيق المسمَّى "تفجير كرات" "פיצוץ כדורים".
في هذا التّمرُّن، يجب عليكم "تفجير كرات" بحسب ترتيب حلول المعادلات المسجَّلة على الكرات، من الحلّ الأصغر إلى الحلّ الأكبر.
حلُّوا بسرعة، الوقت ينتهي!
تعليمات:

- أُدخلُوا الموقع: http://www.sheppardsoftware.com
- اِختارُوا: math games
- أُدخلُوا إلى القسم الّذي يبحث في الجبر (في أسفل الصفحة)
- أشيرُوا إلى العنوان: NUMBER BALLS GAME
- اِلعبُوا اللّعبة الآتية: ALGEBRA2 أو ALGEBRA1



فعّاليّة بديلة للفعّاليّة المحوسبة

4. قدِّرُوا وحدِّدُوا ما إذا كان حلّ كلّ معادلة أكبر من 1، بين 0 إلى 1 أو أصغر من 0.

أ. $5x = 0.1$ ب. $0.1x = -5$ ت. $\frac{x}{5} = -0.1$ ث. $\frac{x}{5} = 0.1$ ج. $\frac{5}{x} = 0.1$ $(x \neq 0)$

نفكّر بـ ...

5. قدِّرُوا وحدِّدُوا ما إذا كان حلّ كلّ معادلة هو عدد موجب أم عدد سالب.

أ. $x + \frac{1}{12} = 3$ ث. $\frac{1}{2} + x = \frac{1}{12}$

ب. $x + 3 = \frac{1}{12}$ ج. $x + \frac{1}{12} = -3$

ت. $x - 3 = \frac{1}{12}$ ح. $3x = -\frac{1}{12}$

مجموعة مهامّ

1. أ. جِدُوا حلّ المعادلة: $8x = 4$

ب. اِستعينُوا ببند أ وجِدُوا حلول المعادلات الآتية:

$8(x - 2) = 4$ $\qquad$ $8(x + 2) = 4$ $\qquad$ $8 \cdot 2x = 4$

2. أ. جِدُوا حلّ المعادلة: $8x = -4$

ب. اِستعينُوا ببند أ وجِدُوا حلول المعادلات الآتية:

اِعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

$8(x + 2) = -4$ $\qquad$ $8(x - 2) = -4$ $\qquad$ $8 \cdot 2x = -4$ $\qquad$ $8(2x + 2) = -4$

3. جِدُوا حلول المعادلات الآتية. اِعرضُوا اعتباراتكم الرّياضيّة.

اِنتبهُوا إلى العلاقة بين المعادلة في بند أ والمعادلات الأخرى.

في جميع المعادلات، المقام لا يساوي صفر.

أ. $\frac{1}{3x} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ ت. $\frac{1}{3 \cdot (x+2)} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ ج. $\frac{1}{3 \cdot (2x+2)} = \frac{1}{12}$

ب. $\frac{1}{3 \cdot (2x)} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ ث. $\frac{1}{3 \cdot (x-2)} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ ح. $\frac{1}{3 \cdot (2x-2)} = \frac{1}{12}$

4. مُعطى: $x + y = 5$

أ. اِحسبُوا قيم التّعابير الجبريّة الّتي أمامكم بمساعدة المعطى. اِشرحُوا.

$(x + y)^2 - 3(x + y)$ $\qquad$ $1 - \frac{x+y}{2}$

ب. أُكتُبوا تعبيرًا إضافيًّا، من خلال استعمال التعبير $x + y$ واحسبُوا قيمته.

5. في كلّ بند، قدِّرُوا وحدِّدُوا ما إذا كان حلّ كلّ معادلة هو عدد موجب أم عدد سالب.

أ. $x + 15 = 740$ ت. $x \cdot 15 = 740$ ج. $x \cdot (-15) = -740$

ب. $x + 740 = 15$ ث. $x : 740 = 15$ ح. $740 - x = 15$

6. في كلّ بند، قدِّروا وحدِّدُوا ما إذا كان حلّ كلّ معادلة أكبر من 1، أم أصغر من 1.

أ. $12x = 7$ ت. $\frac{1}{7}x = 12$ ج. $-12x = 7$

ب. $\frac{1}{12}x = 7$ ث. $7x = 12$ ح. $-7x = 12$

7. في كلّ بند، قدِّرُوا وحدِّدُوا ما إذا كان حلّ كلّ معادلة هو عدد موجب أم عدد سالب.

حلُّوا المعادلات، وافحصوا تقديراتكم.

أ. $\frac{x}{2} + 4 = 3$ ت. $\frac{x+4}{3} = 2$ ج. $\frac{x}{4} + 3 = 2$

ب. $\frac{x+4}{2} = 3$ ث. $\frac{x}{3} + 4 = 2$ ح. $\frac{x}{4} + 2 = 3$

8. قدِّرُوا وحدِّدُوا ما إذا كان الحلّ هو:

عدد أكبر من 1، عدد موجب أصغر من 1، صفر، عدد سالب أكبر من (1−)، أم عدد أصغر من (1−).

أ. $\frac{1}{4}x = \frac{1}{7}$ ت. $-\frac{1}{4}x = \frac{1}{7}$ ج. $-\frac{1}{4}x = -\frac{1}{7}$ خ. $\frac{1}{4}x = \frac{1}{7}x$

ب. $\frac{1}{7}x = \frac{1}{4}$ ث. $-\frac{1}{7}x = \frac{1}{4}$ ح. $-\frac{1}{7}x = -\frac{1}{4}$ د. $-\frac{1}{7}x = \frac{1}{4}x$

حلُّوا المعادلات، وافحصُوا الحلول.

الدّرس الرّابع: حلّ معادلات بواسطة تبسيط تعابير

في الدّروس السّابقة، قمنا بحلّ معادلات بمساعدة اعتبارات رياضيّة، أو بمساعدة رؤية قالب.

مُعطى معادلة: $5(x - 6) - 2x = 0$

اِقترحُوا طريقة لإيجاد حلّها.

نتعرّف على طرق إضافيّة لحلّ المعادلات.

نبسِّط ونحلّ

1. حلُّوا المعادلات الآتية. اِفحصُوا الحلّ بمساعدة التّعويض.

مثال: مُعطى معادلة: $5(x - 6) - 2x = 0$

نضرب بحسب قانون التّوزيع ونحصل على: $5x - 30 - 2x = 0$

نبسِّط ونحصل على: $3x - 30 = 0$

الفرق بين عدد ونفسه هو 0، لذا: $3x = 30$

نحصل على: $x = 10$

نفحص من خلال تعويض $x = 10$ في المعادلة، $5(10 - 6) - 2\cdot10 = 0$

نحصل على مساواة. $5\cdot4 - 20 = 0$ √

لذا، $x = 10$ هو حلّ المعادلة.

أ. $6x + 2x - 6 = 10$

ب. $6x - 2x + 6 = 10$

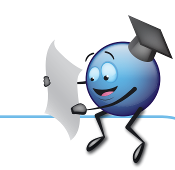
ت. $6x - 2x - 6 = 10$

ث. $6x + 2(x - 3) = 10$

ج. $6x - 2(x + 3) = 10$

ح. $6x - 2(x - 3) = 10$

إذا كان حلّكم صحيحًا، حصلتم على ثلاثة أزواج من المعادلات الّتي يوجد لها نفس الحلّ.
اِشرحُوا، لماذا حدث ذلك؟



عندما نحلّ معادلة من خلال **التّبسيط**:

- نحصل على تعبير أبسط، من خلال استعمال اتّفاقيّات وقوانين ترتيب العمليّات الحسابيّة.
- نجد حلّ المعادلة،
- نفحص ما إذا كان الحلّ صحيحًا بمساعدة **التّعويض** في المعادلة الأصليّة.

نغيِّر ونحلّ

2. أ. مُعطى معادلة $40 = 5(x + 3)$

كَتب **جواد** المعادلة كالآتي: $5 \cdot 8 = 5(x + 3)$

لذا: $8 = x + 3$

هل يساعد اقتراح جواد على إيجاد x؟ اِشرحُوا.

ب. اِستعينُوا باقتراح جواد وجِدوا حلول المعادلات الآتية:

$8 = 2(x + 3)$ $\quad$ $3(x - 7) = 30$ $\quad$ $6(2x - 3) = -6$

3. أ. مُعطى معادلة $40 = 5x + 15$

كَتبت **رانية** المعادلة كالآتي: $25 + 15 = 5x + 15$

اِستعينُوا باقتراح رانية وجِدُوا حلول المعادلات الآتية.

$2x + 4 = 15$ $\quad$ $10 + 3x = 7$

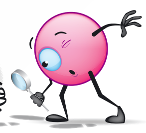
ب. مُعطى معادلة: $3(x - 6) + 5 = 17$

بدأت **رانية** الحلّ كالآتي: $3(x - 6) + 5 = 12 + 5$

سجَّل **سامح**: $3(x - 6) = 12$

هل كان حلّ سامح صحيحًا؟

هل يمكن معرفة حلّ المعادلة؟ اِشرحُوا واستمرُّوا في الحلّ.



في أعقاب...

4. في مسابقة إصابة الهدف، يحصل المتسابق على 3 نقاط إذا أصاب الهدف مرّة واحدة، ويخسر نقطتين إذا لم يصب الهدف.
صوَّب **رائد** 20 مرّة نحو الهدف.

أ. ما هو العدد الأكبر من النّقاط الّذي يمكن أن يحصل عليه رائد؟ اِشرحُوا.

ب. ما هو العدد الأصغر من النّقاط الّذي يمكن أن يحصل عليه رائد؟ اِشرحُوا.

ت. أرمُزوا بـ x إلى عدد المرّات التي أصاب فيها رائد الهدف.
أكتُبوا تعبيرًا جبريًّا لعدد المرّات الّتي أخطأ فيها.

ث. ما هي الأعداد المناسبة لعدد المرّات الّتي أصاب فيها رائد الهدف؟ اِشرحُوا.

ج. حصل **رائد** على 35 نقطة. أكتُبوا معادلة مناسبة وحلّوها.

ح. كم مرّة أصاب رائد الهدف؟ اِفحصُوا ما إذا كانت إجاباتكم مناسبة لشروط المسألة.

5. حلُّوا:

أ. $3x - 3(x - 2) = 5x - 4$

ب. $3(x - 2) - 2(x - 3) = 12$

ت. $7x - 3 - 3(2x - 1) + 5 = 0$

ث. $3x - 2(x + 4) = 5(x - 2) - 5(x - 1)$

مجموعة مهامّ

1. حلّوا المعادلات.

أ. $5x + 4 - 2x = 7$

ب. $6x - 3 + 7 + 2x = 20$

ت. $8x - 4x - 3x = 16:2$

ث. $12 + 10x - 2x - 12 = 8$

2. حلّوا المعادلات.

أ. $2(x + 1) - 3 = 5$

ب. $4(x - 3) - 2 = 22$

ت. $3(5 + x) + 2 = 47$

ث. $6(2 - x) + 5 = 26$

3. حلّوا المعادلات.

أ. $4(x + 1) - 4 = 160$

ب. $2(x + 10) + 20 = 160$

ت. $2(x + 2) + 16 = 160$

ث. $7(x + 1) - 4x = 160$

4. حلّوا المعادلات.

أ. $3x - 7 - 2x + 2 + 5 = 3$

ب. $8x - 2x - 5x = 18:6$

ت. $7x + 10 - 4 - 6x - 5 = 3$

ث. $5 + 10 = 5(x + 3) - 4x$

5. حلّوا المعادلات.

أ. $(x + 5)\cdot 4 - 20 = 12$

ب. $(x - 7)\cdot 2 + 14 = 12$

ت. $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)\cdot 2 = 12$

6. جِدُوا المعادلات الّتي يوجد لها نفس الحلّ.

أ. $2x = 20$

ب. $1 - x = 3$

ت. $x + 6 = 3$

ث. $x - (4 - 10) = 3$

ج. $4 - (x + 3) = 3$

ح. $10 + 2x = 20$

خ. $3\ (x - 2) + 6 = -9$

د. $2(5 + x) - 10 = 20$

ذ. $x \cdot 3 = -9$

الدّرس الخامس: عمليّات على الأطراف

مُعطى تعابير جبريّة.

$2x \qquad \frac{1}{2}x \qquad x + 2 \qquad x - 2 \qquad -2x \qquad -\frac{1}{2}x$

أ. في أيّ تعبير من التّعابير المعطاة، نحصل على x إذا أضفنا 2 إلى التّعبير؟

ب. في أيّ تعبير من التّعابير المعطاة، نحصل على x إذا طرحنا 2 من التّعبير؟

ت. في أيّ تعبير من التّعابير المعطاة، نحصل على x إذا ضربنا التّعبير بـ (−2)؟

ث. في أيّ تعبير من التّعابير المعطاة، نحصل على x إذا قسّمنا التّعبير على (−2)؟

ج. ماذا يمكن أن نجري على كلّ تعبير من التّعابير الأخرى للحصول على x؟

نحلّ معادلات بمساعدة التّبسيط وعمليّات على الطّرفين.

تعابير جبريّة في سلسلة

1. في كلّ بند، حدِّدُوا العدد الّذي يجب أن نضيفه إلى التّعبير أو نضربه بالتّعبير للحصول على x.

أ. $x - 3 \xrightarrow{+\ \square} x$

ب. $x + 3 \xrightarrow{+\ \square} x$

ت. $-3 + x \xrightarrow{+\ \square} x$

ث. $-3x \xrightarrow{\cdot\ \square} x$

ج. $\frac{1}{3}x \xrightarrow{\cdot\ \square} x$

ح. $-\frac{2}{3}x \xrightarrow{\cdot\ \square} x$

2. في كلّ بند، حدِّدُوا العمليّة الّتي يجب تنفيذها في كلّ مرحلة للحصول على التّعبير المعطى.

أ. $x \xrightarrow{\bigcirc} 2x \xrightarrow{\bigcirc} 2x + 5$

ب. $x \xrightarrow{\bigcirc} 4x \xrightarrow{\bigcirc} 4x - 3$

ت. $x \xrightarrow{\bigcirc} \frac{2}{3}x \xrightarrow{\bigcirc} \frac{2}{3}x + 5$

ث. $x \xrightarrow{\bigcirc} 5x \xrightarrow{\bigcirc} 5x + \frac{1}{2}$

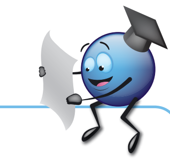
عمليّات على طرفِي المعادلة

3. في كلّ بند، جِدُوا المعادلة الّتي يوجد لها نفس حلّ المعادلة الّتي في الإطار.

أ.	$\boxed{3x + 5 = 14}$	$3x = 9$	$3x = 19$	$3x = 14$
ب.	$\boxed{8 - 3x = 0}$	$-3x = 0$	$-3x = -8$	$-3x = 8$
ت.	$\boxed{3x - 4 = 12}$	$3x = 8$	$3x = 16$	$3x = 12$

نفكّر بـ ...

4. مُعطى معادلة $3x + 7 = 5$
اِقترحُوا العمليّات الحسابيّة الّتي يجب تنفيذها على طرفَيِ المعادلة، لكي نتمكّن من حلّها.



عند حلّ معادلة من خلال تنفيذ عمليّات حسابيّة على طرفَيِ المعادلة، يمكن أن:

- نضيف (أو نطرح) نفس العدد إلى كِلا الطّرفين.
- نضرب (أو نقسِّم) بنفس العدد (لا يساوي صفر) طرفَيِ المعادلة.

في كلّ حالة، نحصل على معادلة لها نفس حلّ المعادلة الأصليّة.

مثال:

مُعطى معادلة: $2x + 3 = 15$

نطرح 3 من كِلا الطرفين: $2x + 3 - 3 = 15 - 3$

نحصل على: $2x = 12$

نضرب بـ $\frac{1}{2}$ طرفَيِ المعادلة: $2x \cdot \frac{1}{2} = 12 \cdot \frac{1}{2}$

نحصل على: $x = 6$

حلّ المعادلة هو $x = 6$.

الفحص: نعوِّض في المعادلة المعطاة 6 بدل x ونحصل على مساواة: $2 \cdot 6 + 3 = 15$ √

لكي نسهّل العمليّة، نستعين **بخطّ مائل /** ونسجِّل على يمينه العمليّة الحسابيّة الّتي يجب أن ننفِّذها.

مثال:

$2x + 3 = 15 \quad / -3$

$2x = 12 \quad / \cdot \frac{1}{2}$

$x = 6$

5. بسِّطوا وحلُّوا المعادلات بمساعدة عمليّات حسابيّة على كِلا الطرفين.

أ. $x + 2(x - 6) = 33$ ت. $6x - 2(5 + 3x) = 2x - 14$

ب. $4(x + 6) + 3(1 + x) = 6$ ث. $6x - 2(x + 4) = 20$

وجدنا حلّ المعادلة، بمساعدة:

- اعتبارات رياضيّة
- رؤية قالب
- تبسيط
- عمليّة على طرفَيِ المعادلة

6. حلّوا المعادلات (إستعينُوا بإحدى الطّرق أو بدمج عدّة طرق).

أ. $3(4x - 5) - 10x = 1$

ب. $5(x - 2) + 7 - 2x = 6$

ت. $7(x + 3) = 4(x + 6) - 3x + 9$

ث. $10(x - 2) - 4(3x - 6) = 2(x - 3)$

مجموعة مهامّ

1. حلّوا المعادلات.

أ. $5x - 7 - 4 - 4x = 20$

ب. $5(x + 2) - 4x = 10$

ت. $8x - 2(x + 3) = 24$

ث. $2(5 - x) + 3x + 2 = 15$

2. حلّوا المعادلات.

أ. $4(x + 6) + 3(x + 1) = 6$

ب. $5x - 7(x + 1) = 1$

ت. $3x + 2(1 - x) = 3$

ث. $8(x + 3) - 5x + 2(x - 5) = 24$

3. حلّوا المعادلات.

أ. $-x + 8x - 3(2x + 1) + 3 = 7 \cdot (-2)$

ب. $2x + 3(x - 8) + 4(6 - x) = 8$

ت. $3(3x - 2) - 5(x + 2) = 4$

ث. $6 - 3(3x + 1) + 7x = 8$

4. أمامكم مربّع سحريّ لتعابير جبريّة.
جِدُوا قيمة x إذا كان مجموع الأعداد في كلّ سطر، عمودًا أو قطرًا هو 3.
عوِّضُوا العدد الّذي وجدتموه بدل x وافحصُوا ما إذا حصلتم على مربّع سحريّ.

$x + 2$	$2x - 7$	x
$x - 3$	$3x - 5$	$2x - 1$
$x - 2$	$2x + 1$	$x - 4$

5. أمامكم معادلات وبجانبها أعداد، جِدُوا العدد الّذي هو حلّ المعادلة.

أ.	$2x - 5(x + 1) = 10$	الأعداد:	-5	-4	5	10
ب.	$4x - (x + 3) = 9$	الأعداد:	2	-2	4	-4
ت.	$2x - (3x - 2) = 5$	الأعداد:	3	-3	-1	1
ث.	$18 - (5 - x) - 6 = 0$	الأعداد:	-7	-9	12	0

6. في كلّ بند، أُذكُروا المعادلات الّتي يوجد لها نفس حلّ المعادلة الموجودة في الإطار.

أ.	$\boxed{6x + 4 - 3x = 8}$	$3x = -12$	$3x = 4$	$3x = 12$
ب.	$\boxed{5(x + 1) = 15}$	$x + 1 = 3$	$x + 1 = 5$	$5x = 10$
ت.	$\boxed{5(x - 1) = 15}$	$x - 1 = 5$	$x - 1 = 3$	$5x = 20$
ث.	$\boxed{3(x - 4) + 2x = 3}$	$x = 3$	$x = 15$	$5x = 15$

7. سُجِّل شرط لـ x بجانب كلّ معادلة. جِدُوا حلّ المعادلة.

أ. $2(3x + 1) = 8$ x عدد طبيعيّ.

ب. $4x - 5 + 3x = 2$ x عدد سالب.

ت. $3(2 - 3x) + 5(2 - x) = 16$ x عدد صحيح.

ث. $3(3x + 2) - 5(x + 2) + 12 = 0$ x عدد سالب.

ج. $4 - (x + 3) = 3$ x عدد طبيعيّ.

8. جِدُوا عددًا إذا عوَّضناه في المكان الفارغ في المعادلة: $\boxed{} = 3x - 5$ فإنّ الحلّ يكون:

أ. $x = 3$ ب. $x = -3$ ت. عددًا زوجيًّا بحسب اختياركم   ث. عددًا صحيحًا سالبًا بحسب اختياركم

نحافظ على لياقة رياضيّة

مسائل حسابيّة

1. أكل **جمال** $\frac{1}{3}$ كعكة.
قسَّم باقي الكعكة على أصدقائه بالتّساوي.
حصل كلّ واحد من أصدقائه على $\frac{1}{18}$ من الكعكة.
على كم صديق، قسَّم جمال القسم الّذي تبقّى من الكعكة؟ اِشرحُوا.

2. قارنت أربع زميلات فيما بينهنَّ عدد الكتب التي قرأنها في عطلة الصيف.
قرأت **مريم** كتابين أقلّ من سهاد،
قرأت **سهاد** 3 كتب أكثر من رانية،
قرأت **رانية** 4 كتب أكثر من حنان،
قرأت **حنان** 5 كتب.
كم كتابًا قرأت كلّ واحدة منهنَّ؟ اِشرحُوا.

3. بمناسبة عيد غرس الأشجار، حصل تلاميذ مدرسة معيّنة على 300 شتلة لغرسها.
غُرسوا 35 تلمًا **متماثلاً** - نفس عدد الأشتال في كلّ تلم.
بقيت 90 شتلة غير مغروسة.
كم شتلة غُرست في كلّ تلم؟

4. في مخبز معيّن، يوجد وعاءان لتخزين الطّحين.
في أحد الوعائين، وزن الطحين أكبر بضعفين من وزن الطّحين في الوعاء الثّاني.
في الوعائين معًا، يوجد $13\frac{1}{2}$ كغم طحينًا.
ما هو وزن الطّحين في كلّ وعاء؟ اشرحوا.

5. ركض **يوسف** حول قاعة الرّياضة 4 مرّات، وقد قَطع 420 مترًا.
ركض **حامد** حول قاعة الرّياضة 5 مرّات.
كم مترًا قطع حامد؟ اِشرحُوا.

6. عدد طوابع **داود** أكبر بضعفين من عدد طوابع **رانية**.
أعطى داود رانية 15 طابعًا، وعندئذٍ أصبح نفس عدد الطّوابع مع كلّ واحد منهما.
كم طابعًا يوجد معهما معًا؟اِشرحُوا.