

# יחידה 29: חקירת מערכת משוואות

## שיעור 1. מערכת משוואות עם פתרונות רבים



**אלישבע ודבורה** קנו מחברות ועפרונות בחנות למכשירי כתיבה.  
**אלישבע** קנתה 2 עפרונות ו- 3 מחברות, ושילמה 20 שקלים.  
**דבורה** קנתה 4 עפרונות ו- 6 מחברות, ושילמה 40 שקלים.  
האם אפשר לדעת מה מחיר עיפרון ומה מחיר מחברת? הסבירו.  
**נכיר מערכות של משוואות עם פתרונות רבים.**

במשימות 1 ו- 2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. נסמן ב-  $x$  מחיר עיפרון בשקלים ( $x \geq 0$ ). נסמן ב-  $y$  מחיר מחברת בשקלים ( $y \geq 0$ ).

$$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ 4x + 6y = 40 \end{cases} \quad \text{רותי רשמה את מערכת המשוואות:}$$

בדקו: האם מערכת המשוואות שרשמה **רותי** מתארת את הבעיה?

2. נתונים זוגות של מספרים.

$$(1, 6) \quad (6.25, 2.5) \quad (5, 3) \quad (2.5, 5) \quad (-2, 8)$$

א. המשוואה המתארת את המחיר ששילמה **אלישבע** היא  $2x + 3y = 20$

אילו מבין זוגות המספרים הם פתרונות המשוואה?

ךשמו שני זוגות נוספים שהם פתרונות המשוואה.

ב. המשוואה המתארת את המחיר ששילמה **דבורה** היא  $4x + 6y = 40$

אילו מבין זוגות המספרים הם פתרונות המשוואה?

ךשמו שני זוגות נוספים שהם פתרונות המשוואה.

ג. ציינו אילו מבין זוגות המספרים הם פתרונות של מערכת המשוואות:  
$$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ 4x + 6y = 40 \end{cases}$$
ךשמו שני זוגות נוספים שהם פתרונות של המערכת.



### תזכורת

אם כופלים את האגפים של משוואה באותו מספר (שונה מאפס), מקבלים משוואה עם אותם פתרונות.

במשימה 2, כופלים ב- 2 את אגפי המשוואה:  $2x + 3y = 20 / \cdot 2$  נחמה:

מקבלים את המשוואה:  $4x + 6y = 40$

כל הזוגות הסדורים שהם פתרונות המשוואה:  $2x + 3y = 20$

הם גם פתרונות של מערכת המשוואות:  
$$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ 4x + 6y = 40 \end{cases}$$

למשל:  $(4, 4)$ ,  $(1, 6)$ ,  $(7, 2)$

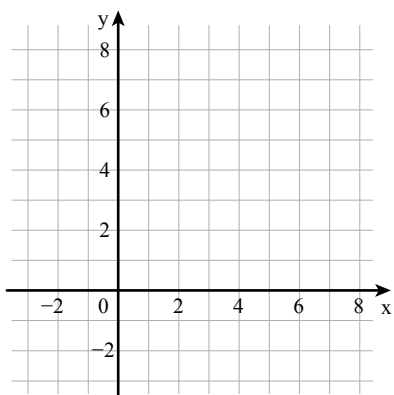
3. נתונה המשוואה:  $2x + 3y = 20$

בכל סעיף, קבעו אם למשוואה אותם פתרונות כמו למשוואה הנתונה.

א.  $6x + 9y = 60$     ב.  $4x - 6y = 40$     ג.  $x + 1.5y = 10$     ד.  $20x + 30y = 200$

4. א. נתונה המשוואה  $2x + y = 5$

השלימו את הטבלה, סמנו את הנקודות במערכת הצירים, ושרטטו גרף מתאים.



x	-1	0	1	2	3.5	4
y						

ב. שרטטו באותה מערכת צירים,

את גרף המשוואה  $4x + 2y = 10$

ג. מצאו את הייצוג הגאומטרי של מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

ד. מצאו את פתרון מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$



5. המחיר של 3 כרטיסים למוזיאון ו- 5 כרטיסים לתערוכה הוא 400 שקלים.

המחיר של 6 כרטיסים למוזיאון ו- 10 כרטיסים לתערוכה הוא 800 שקלים.

א. רשמו מערכת משוואות מתאימה לבעיה.

ב. רשמו שתי אפשרויות שונות למחיר כרטיס אחד למוזיאון, ולמחיר כרטיס אחד לתערוכה.

ג. האם קיימות אפשרויות נוספות למחיר כרטיס אחד למוזיאון, ולמחיר כרטיס אחד לתערוכה? הסבירו.



זמנה: במשימה 4,

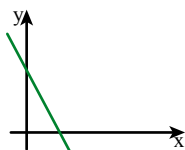
המשוואה  $4x + 2y = 10$  מתקבלת על-ידי כפל ב- 2

של אגפי המשוואה  $2x + y = 5$

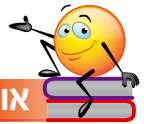
לכן, הגרף המתאים למערכת המשוואות

הוא **ישר אחד**,

ופתרון מערכת המשוואות הוא **כל הזוגות הסדורים הנמצאים על הישר**.



$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$



1. בביקור במוזיאון, קבוצה שבה 4 מבוגרים ו- 20 ילדים שילמה עבור הכניסה 800 שקלים.  
 א. כמה תשלם קבוצה שבה 2 מבוגרים ו- 10 ילדים?  
 ב. כמה תשלם קבוצה שבה 6 מבוגרים ו- 30 ילדים?  
 ג. רשמו שתי אפשרויות שונות למחיר כרטיס אחד למבוגרים, ולמחיר כרטיס אחד לילדים.  
 כמה אפשרויות יש?



2. התאימו לכל משוואה מהטור הימני, משוואה בעלת אותם פתרונות מהטור השמאלי.

$6x + 2y = 10$	•	$3x - y = 5$	•
$6x - 2y = 10$	•	$3x = y - 5$	•
$2x - 6y = 10$	•	$3x + y = -5$	•
$6x = 2y - 10$	•	$3x + y = 5$	•
$6x + 2y = -10$	•	$x - 3y = 5$	•



3. בכל סעיף, סמנו משוואות שלהן אותם פתרונות כמו למשוואה שבמסגרת.

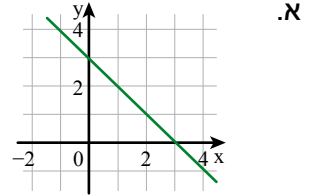
$4x + 5y = 6$	$2x + 5y = 3$	$16x + 20y = 24$	$8x + 10y = 12$ א.
$8x - 12y = 30$	$2x - 3y = 5$	$12x - 18y = 10$	$4x - 6y = 10$ ב.
$y = 2x + 5$	$3y = 12x + 30$	$2y = 4x + 20$	$y = 4x + 10$ ג.
$x + 1.5y = 4$	$6x + 9y = 24$	$2x + 6y = 16$	$2x + 3y = 8$ ד.
$x + 2.5y = -2$	$6x + 15y = 12$	$4x + 10y = -8$	$2x + 5y = -4$ ה.



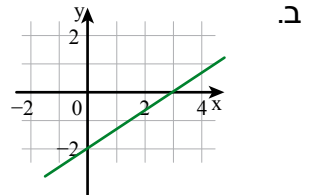
4. כתבו משוואה שיש לה אותם פתרונות כמו למשוואה  $3x - 4y = 5$



5. ליד כל גרף רשומות 4 משוואות. הקיפו את המשוואות המתאימות לגרף.



$2x - 2y = 6$      $2x + 2y = 6$      $x - y = 3$      $x + y = 3$



$4x - 6y = 12$      $3x - 2y = 6$      $6x - 4y = 12$      $2x - 3y = 6$



6. המחיר של שתי קופסאות צבע ומברשת אחת הוא 58 שקלים.

א. מה המחיר של 4 קופסאות צבע ו-2 מברשות?

ב. רשמו שתי אפשרויות שונות למחיר של קופסת צבע אחת, ולמחיר של מברשת אחת.



7. המחיר של 3 ק"ג עגבניות ו-4 ק"ג מלפפונים הוא 39 שקלים.

א. מה המחיר של 6 ק"ג עגבניות ו-8 ק"ג מלפפונים?

ב. מה המחיר של 1.5 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים?

ג. רשמו שתי אפשרויות שונות למחיר של ק"ג אחד עגבניות, ולמחיר של ק"ג אחד מלפפונים. כמה אפשרויות יש?

## שיעור 2. מערכת משוואות ללא פתרון



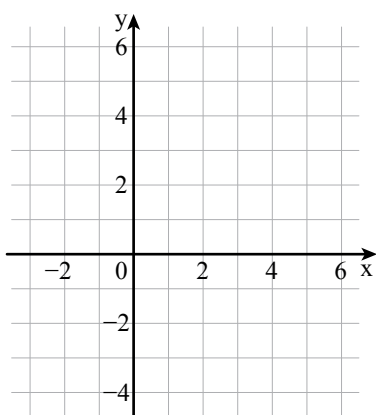
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

**רינה** אמרה: למערכת המשוואות פתרונות רבים, והם כל הנקודות

$$3x + 2y = 6$$

**עדינה** אמרה: אי-אפשר למצוא זוג מספרים שהם פתרונות המערכת. מי צודקת?

**נכיר מערכות של משוואות שאין להן פתרון.**



1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. נתונה המשוואה  $3x + 2y = 6$

השלימו את הטבלה, סמנו במערכת הצירים את הנקודות ושרטטו גרף מתאים.

x	-1	0	1	2.5	3	4	5
y							

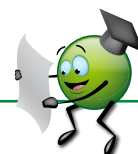
ב. שרטטו באותה מערכת צירים את גרף המשוואה

$$3x + 2y = 12$$

ג. מה קיבלתם? הסבירו.

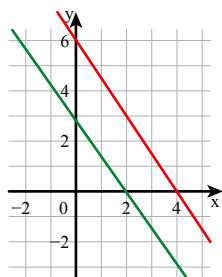
ד. מצאו את פתרון מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$



אם במערכת משוואות, **אותו ביטוי אלגברי** מופיע בשתי המשוואות, ובכל משוואה הוא שווה למספר אחר, למערכת **אין פתרון**.

הייצוג הגרפי של מערכת משוואות כזו הוא שני **ישרים מקבילים**.



נזכר: במשימה 1, במערכת המשוואות

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

הביטוי האלגברי  $3x + 2y$  שווה ל-6 במשוואה הראשונה,

ואותו הביטוי שווה ל-12 במשוואה השנייה.

לכן **אין פתרון** למערכת.

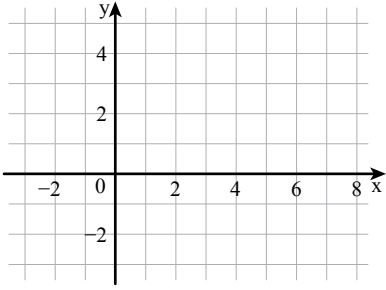
הייצוג הגרפי של המערכת הוא שני **ישרים מקבילים**.

ולשני הישרים האלה אין נקודת חיתוך.

2. שרטטו את הגרפים של המשוואות הבאות במערכת צירים אחת.

$$2x + 2y = 4 \quad x + y = 5$$

מה קיבלתם? הסבירו.



3. נתונה המשוואה  $3x - 5y = 4$

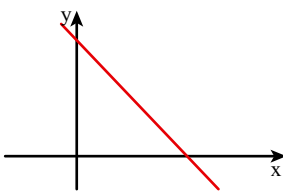
הוסיפו משוואה, כך שתתקבל מערכת משוואות שאין לה פתרון.

כל המצבים



לייצוג הגרפי של מערכת משוואות בשני משתנים שלושה מצבים אפשריים.

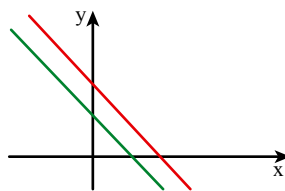
**הישרים מתלכדים לישר אחד**



למערכת המשוואות פתרונות רבים, והם כל זוגות המספרים המתאימים לנקודות שעל הישר.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \text{ דוגמה:}$$

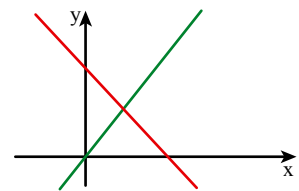
**הישרים מקבילים**



למערכת המשוואות אין פתרון. אין לישרים נקודה משותפת.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \text{ דוגמה:}$$

**הישרים נחתכים**



למערכת המשוואות פתרון יחיד, והוא הזוג הסדור המתאים לנקודת החיתוך של הישרים.

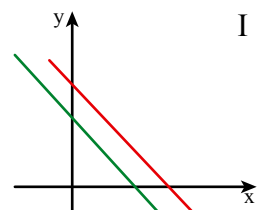
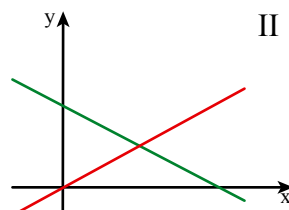
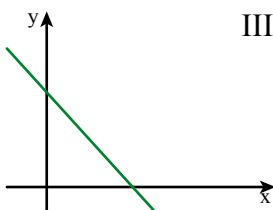
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \text{ דוגמה:}$$

4. התאימו בין מערכת משוואות ובין הגרפים.

א.  $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$



5. נתונה המשוואה  $2x + 5y = 10$

בכל סעיף, הוסיפו משוואה כך שתתקבל מערכת משוואות מתאימה.  
 א. פתרון אחד.      ב. אינסוף פתרונות.      ג. ללא פתרון.



אוסף משימות

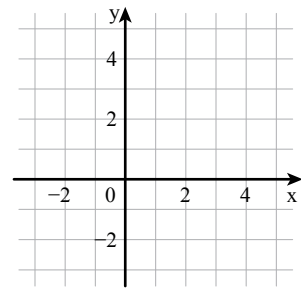
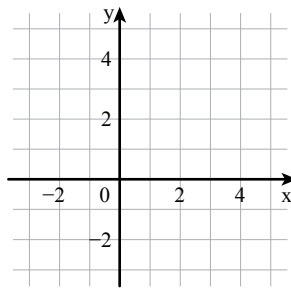
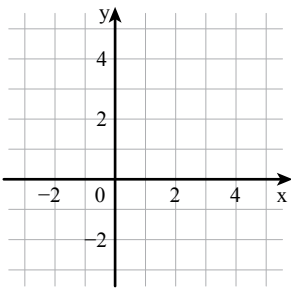


1. בכל סעיף, שרטטו את הגרפים של מערכת המשוואות, ורשמו מהו פתרון המערכת.

א.  $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

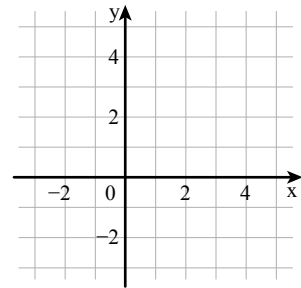
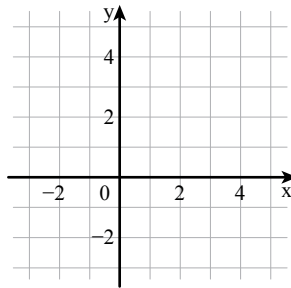
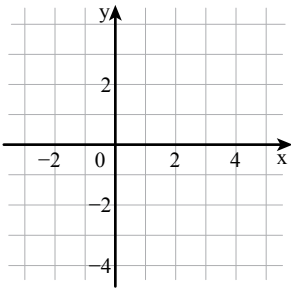


2. בכל סעיף, שרטטו את הגרפים של מערכת המשוואות, ורשמו מהו פתרון המערכת.

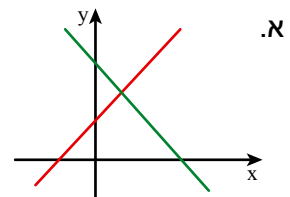
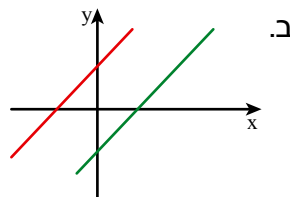
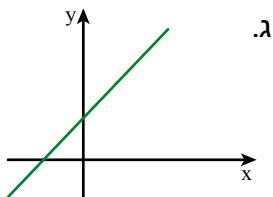
א.  $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$



3. לפניכם גרפים המתאימים למערכות משוואות בשני משתנים.  
 בכל סעיף, קבעו כמה פתרונות יש למערכת המשוואות. הסבירו.



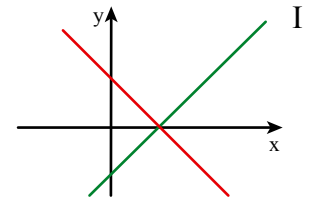
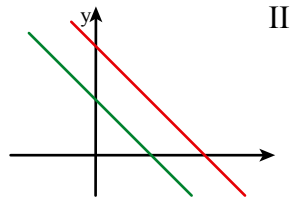
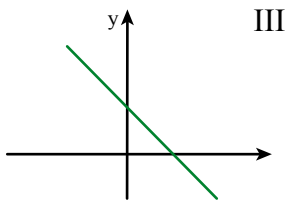


#### 4. התאימו בין מערכת משוואות ובין הגרפים.

א. 
$$\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

ב. 
$$\begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

א. 
$$\begin{cases} 3x + 3y = 6 \\ x + y = 2 \end{cases}$$



#### 5. בכל סעיף, קבעו אם למערכת המשוואות פתרון יחיד, פתרונות רבים או אין לה פתרון. ציינו: מה יהיה הייצוג הגרפי של כל מערכת משוואות?

א. 
$$\begin{cases} 2x - 2y = 8 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ב. 
$$\begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

א. 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$$



#### 6. התאימו פתרון לכל מערכת משוואות.

• 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

• (4, 1)

• 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

• אין פתרון

• 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

• 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

• כל הנקודות שעל הישר  $x + y = 5$

• 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$



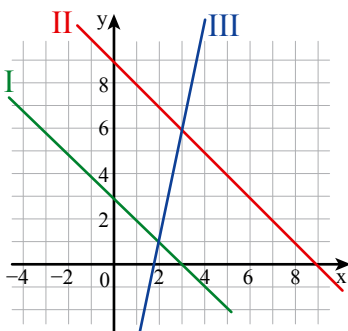
#### 7. הישרים שבשרטוט מתארים את המשוואות:

$4x - y = 6$        $x + y = 3$        $x + y = 9$

א. התאימו משוואות לישרים.

ב. הרכיבו מערכת משוואות שלה פתרון יחיד. מהו הפתרון?

ג. הרכיבו מערכת משוואות שאין לה פתרון.



## שיעור 3. כושר... כושר...



למדנו לפתור בדרכים שונות מערכות משוואות בשני משתנים, ופתרנו בעיות מילוליות.

**נפתור בדרכים שונות מערכות משוואות ובעיות נוספות.**

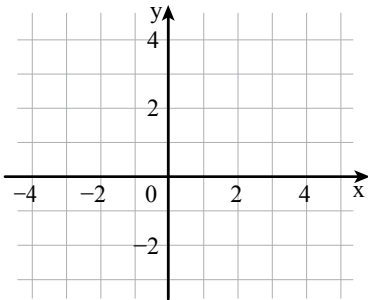
### מערכת משוואות וגרפים

1. נתונות שתי משוואות.

$$x - 2y = 0 \quad x + y = 3$$

א. שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של שתי המשוואות, ורשמו את שיעורי נקודת החיתוך.

ב. מה פתרון מערכת המשוואות  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$  ?

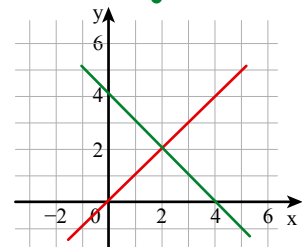
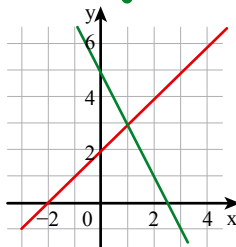
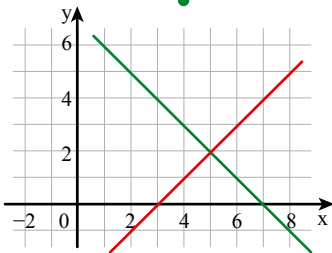


2. התאימו ייצוג גאומטרי לכל מערכת משוואות. הסבירו.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

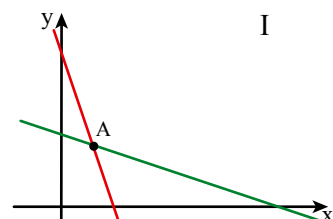
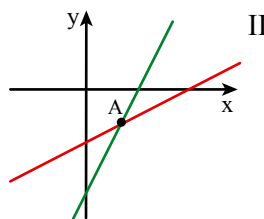
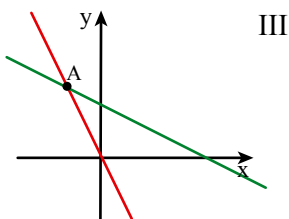
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

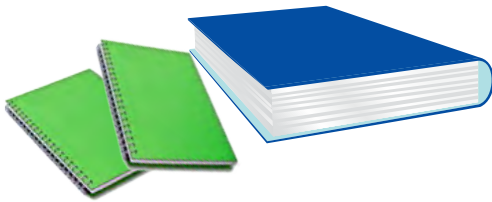


3. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, התאימו ייצוג גאומטרי, ורשמו את שיעורי הנקודה A.

א.  $2x + 7 = 10 + y$     ב.  $x + 2(y - 2) + 1 = 0$     ג.  $x + 3(y - 1) = 4$   
 $3x - 2(x + y) = 3$      $3y + 2(x - y) = 0$      $3(x + 1) + y = 8$



4. א. בחנות משחקים התקבלה הזמנה ל- 8 משחקי הרכבה ול- 4 משחקי קופסה. מחיר ההזמנה 1,000 שקלים.  
 נסמן ב-  $x$  את המחיר בשקלים של משחק הרכבה ( $x \geq 0$ ).  
 נסמן ב-  $y$  את המחיר בשקלים של משחק קופסה ( $y \geq 0$ ).  
 כתבו משוואה מתאימה.  
 ב. למחרת שינו את ההזמנה. הוסיפו להזמנה 2 משחקי הרכבה, וביטלו 2 משחקי קופסה. מחיר ההזמנה היה לאחר השינויים 1,100 שקלים. כתבו משוואה מתאימה.  
 ג. כתבו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה. מה מחיר משחק הרכבה? מה מחיר משחק קופסה?



5. עבור ספר ו- 2 מחברות שילמו 58 שקלים.

- א. גילה תרגמה זאת כך:  $x + y = 58$   
 מה מייצג  $x$ , ומה מייצג  $y$ , לפי התרגום של גילה?  
 ב. יהודית תרגמה זאת כך:  $x + 2y = 58$   
 מה מייצג  $x$ , ומה מייצג  $y$  לפי התרגום של יהודית?



### אוסף משימות

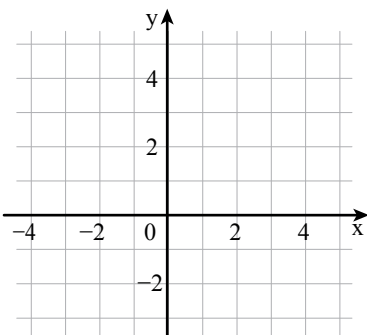


1. נתונות שתי משוואות.

$$2x + y = 5 \quad x - y = 1$$

- א. שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של שתי המשוואות, ורשמו את שיעורי נקודת החיתוך.

- ב. מצאו את פתרון מערכת המשוואות: 
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$





2. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, התאימו ייצוג גאומטרי, ורשמו את שיעורי הנקודה A.

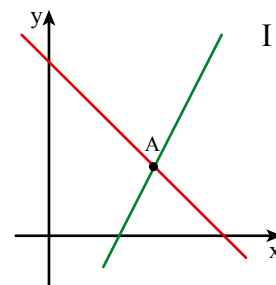
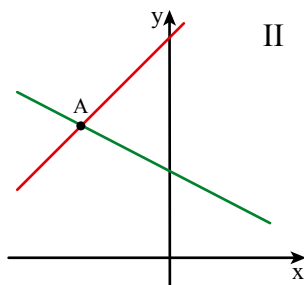
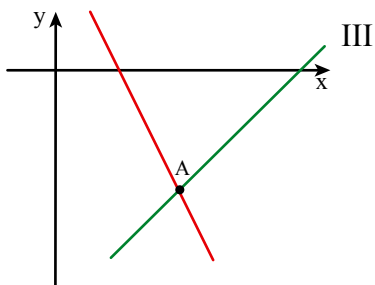
א.  $x - y = 5$

ב.  $2x - y = 4$

ג.  $2y + x = 4$

$x + y = 5$

$2x + y = 1$



3. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, התאימו ייצוג גאומטרי, ורשמו את שיעורי הנקודה A.

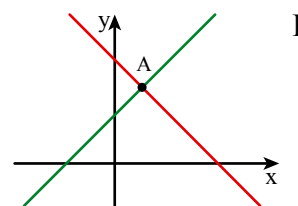
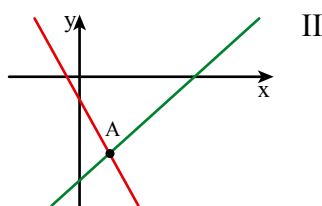
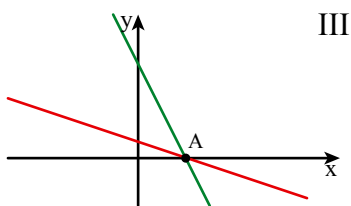
א.  $2x + y = 2$

ב.  $x - y = 4$

ג.  $y - x = 2$

$2(x + y) = 4x + 3y + 1$

$x + 3y = 1$



4. התאימו פתרון לכל מערכת משוואות.

$$\begin{cases} y - 3x = 7 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$$

•

(-2, 12)

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

•

(6, 4)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

•

(1, 6)

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

•

(-3, -2)



5. עבור 6 ק"ג אורז ו-11 ק"ג סוכר שילמו 103 שקלים.

עבור 3 ק"ג אורז ו-10 ק"ג סוכר שילמו 74 שקלים.

מה מחיר ק"ג אורז?

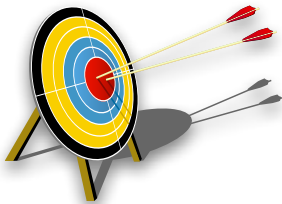
מה מחיר ק"ג סוכר?



6. בבניין הסמינר שני סוגי חדרים: חדרים גדולים וחדרים קטנים. בכל חדר גדול אותו מספר של מיטות, ובכל חדר קטן אותו מספר של מיטות. בקומה הראשונה 5 חדרים גדולים ו- 3 חדרים קטנים, ויש בה 29 מיטות. בקומה השנייה 4 חדרים גדולים ו- 4 חדרים קטנים, ויש בה 28 מיטות. כמה מיטות בכל חדר גדול? כמה מיטות בכל חדר קטן?



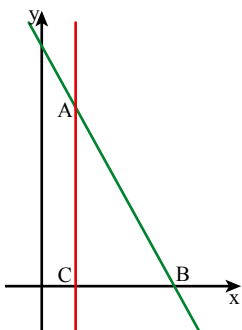
7. א. **הדסה** קנתה זר של ורדים וציפורנים. בזר 15 פרחים. נסמן ב-  $x$  את מספר הוורדים בזר ( $x$  מספר טבעי). נסמן ב-  $y$  את מספר הציפורנים בזר ( $y$  מספר טבעי). כתבו משוואה מתאימה.  
ב. מחיר ורד 2 שקלים ומחיר ציפורן 3 שקלים. **הדסה** שילמה עבור הזר 34 שקלים. כתבו משוואה מתאימה.  
ג. כתבו מערכת משוואות על-סמך הסעיפים הקודמים, ופתרו אותה. כמה ורדים בזר? כמה ציפורנים בזר?



8. בתחרות קליעה למטרה, עבור כל פגיעה במטרה מקבלים 3 נקודות, ועבור כל החטאה מורידים 2 נקודות. **שמואל** ירה 20 פעם וצבר 35 נקודות. כמה פעמים פגע **שמואל** במטרה? כמה פעמים החטיא **שמואל**?



9. **אסתר** קנתה 3 מחברות ו- 4 עפרונות ושילמה 27 שקלים. **גאולה** קנתה 5 מחברות ו- 4 עפרונות ושילמה 37 שקלים. **רחל** קנתה 4 מחברות ו- 3 עפרונות. כמה שילמה **רחל**?



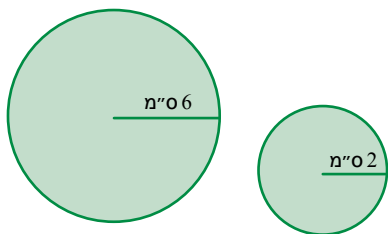
10. המשוואות  $2x + y = 8$  ו-  $x = 1$  מייצגות שני ישרים נחתכים, שיוצרים עם ציר  $x$  משולש  $\Delta ABC$ .  
א. מצאו את שיעורי קודקודי המשולש.  
ב. מה שטח המשולש?  
ג. מה היקף המשולש?



### מעגל ועיגול

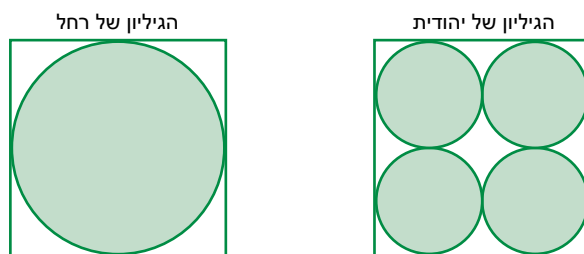
**תזכורת:** שטח עיגול הוא  $\pi r^2$

1. נתונים שני עיגולים.

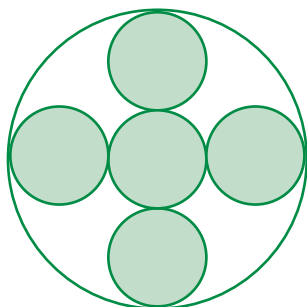


- פי כמה גדול רדיוס העיגול הגדול מרדיוס העיגול הקטן?
- חשבו את שטח כל אחד מהעיגולים.
- פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח העיגול הקטן?
- חשבו את ההיקף של כל אחד מהמעגלים.
- פי כמה גדול היקף המעגל הגדול מהיקף המעגל הקטן?

2. **יהודית ורחל** קיבלו כל אחת, גיליון ריבועי שאורך צלעו 16 ס"מ. הן גזרו ממנו עיגולים.



- למי מהן נותר שטח גדול יותר (השטח הלבן)?
- האם תשתנה תשובתכם לסעיף א אם אורך צלע הגיליון הוא 15 ס"מ?



3. נתון עיגול שאורך הקוטר שלו 24 ס"מ, ובתוכו חמישה עיגולים זהים (ראו ציור).

- חשבו את אורך הרדיוס של כל עיגול פנימי.
- פי כמה גדול רדיוס העיגול הגדול מרדיוס העיגול הפנימי?
- חשבו את השטח של כל עיגול פנימי.
- חשבו את שטח העיגול הגדול.
- פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח חמשת העיגולים הפנימיים?