
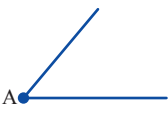
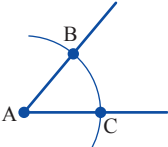


יחידה 16: בניות באמצעות סרגל ומחוגה

שיעור 1. שימוש בסרגל ומחוגה

כיצד בונים באמצעות סרגל (ללא מידות) ומחוגה שני קטעים שווים באורכם מנקודה נתונה A?

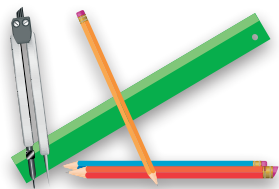
בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> • נתונה נקודה A.
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים בעזרת סרגל זווית שקדקודה בנקודה A.
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים בעזרת מחוגה, קשת שמרכזת A, וחותכת את שוקי הזווית בנקודות B ו-C.

נלמד לבצע בניות גאומטריות בסרגל ובמחוגה ונבסס אותן על הגדרות ועל משפטים שלמדנו.

שרטוט קטעים שווים מנקודה נתונה

1. א. בצעו את הבנייה לפי התיאור שבמסגרת.

ב. הסבירו מדוע $AC = AB$.



משתמשים ב**סרגל** לשרטוט ישרים ולשרטוט קטע בין שתי נקודות. אין משתמשים ביחידות שעל הסרגל למדידה.



משתמשים ב**מחוגה** לשרטוט מעגלים וקשתות. בעזרת מעגלים או קשתות משרטטים נקודות הנמצאות במרחק שווה מנקודה נתונה או נקודה הנמצאת במרחקים שווים מנקודות נתונות.



בתקופה שבה חי אוקלידס (כמשוער בין השנים 330 ל- 275 לפנה"ס) לא היו כלי הנדסה למדידת אורכי קטעים וגדלים של זוויות. תכנון מבנים ומקדשים התבצע באמצעות סרגל (ללא מידות) ומחוגה. בעקבות זאת פיתח אוקלידס גאומטרייה המבוססת על הנחות יסוד שאפשרו שרטוט ישרים ומעגלים בלבד. סרגל, מחוגה ומשפטים גאומטריים מאפשרים ליצור בניות יסודיות ובניות של צורות מורכבות יותר.

שרטוט נקודה הנמצאת במרחק שווה משתי נקודות נתונות

2. נתונות שתי נקודות A ו-B. יש לבנות שני קטעים שווים באורכם מהנקודות A ו-B.

בנייה	תיאור בנייה
	• מסמנים שתי נקודות A ו-B.
	• משרטטים שתי קשתות באותו רדיוס. אחת מהנקודה A והשנייה מהנקודה B.
	• מסמנים את נקודת החיתוך* של הקשתות באות C. * נקודת חיתוך נוספת נמצאת מתחת לקטע AB באותו מרחק.
	• מחברים את AC ואת BC.

- א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.
ב. הסבירו מדוע $BC = AC$.



3. נקודה C נמצאת על ישר.

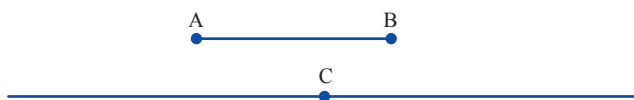
- א. בנו בעזרת מחוגה וסרגל משולש שווה-צלעות ABC, שאחת מצלעותיו על הישר. תארו את מהלך הבנייה.
ב. הסבירו מדוע המשולש שבניתם שווה-צלעות.



העתקת קטע נתון בנקודה נתונה על ישר

4. נתונים קטע AB , וישר שעליו נקודה C .

יש להעתיק את הקטע AB על הישר, בנקודה C .



בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים ישר ועליו נקודה C.
	<ul style="list-style-type: none"> • פותחים את המחוגה ברדיוס הקטע AB ומשרטטים קשת ברדיוס הזה מהנקודה C.
	<ul style="list-style-type: none"> • מסמנים אחת מנקודות החיתוך של הקשת והישר באות D.

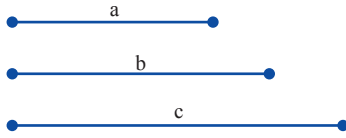
א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.

ב. הסבירו מדוע $AB = CD$.



5. נתונים שלושה קטעים a , b ו- c .

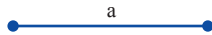
א. בְּנוּ, לפי תיאור הבנייה, משולש ABC שאורכי צלעותיו כאורכי הקטעים הנתונים.



תיאור בנייה

- שרטטו ישר וסמנו נקודה B על ישר.
 - העתיקו את הקטע a בנקודה B על הישר, וסמנו את קצה הקטע באות C.
 - שרטטו קשת ברדיוס אורך הקטע b מהנקודה C.
 - שרטטו קשת ברדיוס אורך הקטע c מהנקודה B.
 - סמנו את נקודת החיתוך של שתי הקשתות באות A.
- ב. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? נמקו.

6. נתון קטע a . בְּנוּ קטע הארוך פי 3 מאורכו של a .
(אין להשתמש במידות שעל הסרגל.)



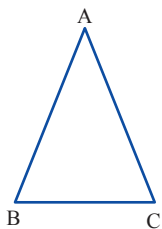
אוסף משימות

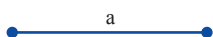


1. א. בְּנוּ קטע שאורכו כסכום שני הקטעים הנתונים.
ב. בְּנוּ באמצעות מחוגה וסרגל קטע שאורכו כהפרש שני הקטעים הנתונים.

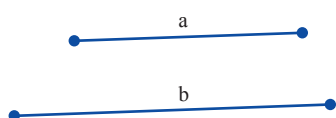


2. משולש ABC הוא שווה-שוקיים.
בְּנוּ משולש חופף למשולש המשורטט.

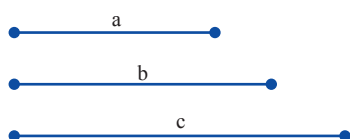




3. בְּנוּ משולש שווה-צלעות, שאורך צלעו כאורך הקטע a המשורטט. בְּדקו באמצעות מד-זווית שגודל כל זווית 60° .



4. בְּנוּ דלתון שאורכי צלעותיו כאורך הקטעים הנתונים a ו- b . האם כל הדלתונים הנבנים לפי נתונים אלה, חופפים זה לזה? הסבירו.



5. בְּנוּ דלתון שאורכי צלעותיו כאורך הקטעים הנתונים a ו- b . ואורך אלכסונו הראשי כאורך הקטע c . האם כל הדלתונים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה? הסבירו.



6. א. שרטטו משולש כלשהו.

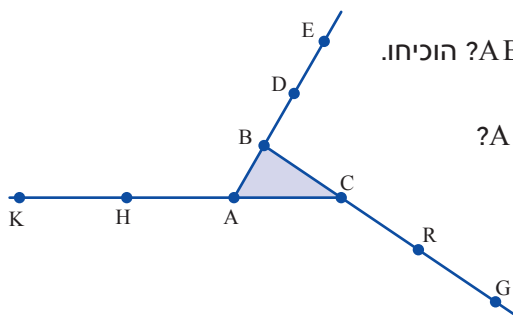
האריכו, באמצעות סרגל ומחוגה, את צלעות המשולש פעמיים כאורכן. (ראו שרטוט.)

ב. חברו את קדקודי המשולש DRH.

פי כמה גדול שטח המשולש DRH משטח המשולש ABC? הוכיחו.

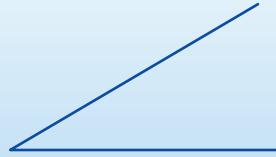
ג. חברו את קדקודי המשולש EGK.

פי כמה גדול שטח המשולש EGK משטח המשולש ABC? הוכיחו.



שיעור 2. העתקת זווית

איך נעתיק זווית נתונה בלי לדעת את גודלה?
איך נבטיח שהזווית שהעתקנו שווה בגודלה לזווית הנתונה?



נלמד להעתיק זווית באמצעות סרגל ומחוגה.

1. נתונה זווית A.

יש להעתיק את הזווית A על ישר בנקודה D.



בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> מהנקודה A משרטטים קשת החותכת את שוקי הזווית הנתונה בנקודות B ו-C.
	<ul style="list-style-type: none"> בונים משולש שווה-שוקיים החופף למשולש ABC לפי צ.צ.צ.

א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.

ב. הסבירו מדוע $\triangle ABC$ הוא משולש שווה-שוקיים.

ג. הוכיחו: $\sphericalangle D = \sphericalangle A$ (הוכיחו תחילה כי $\triangle ABC \cong \triangle DER$).



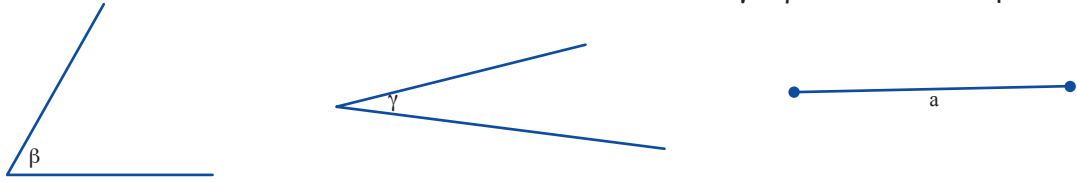
העתקת זווית בעזרת סרגל ומחוגה מבוססת על בניית משולשים חופפים לפי צ.צ.צ.

זמנה:

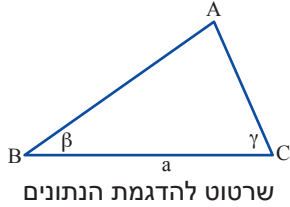
במשימה 1 בונים משולש DER חופף למשולש שווה-השוקיים ABC, לפי צ.צ.צ. על-פי השלבים הבאים:

- משרטטים ישר ועליו נקודה D.
- משרטטים קשת ברדיוס אורך הקטע AB מהנקודה D, ומסמנים את נקודת החיתוך של הקשת עם הישר באות E.
- משרטטים קשת ברדיוס אורך הקטע BC מהנקודה E.
- מסמנים את נקודת החיתוך של הקשתות באות R.
- משרטטים את DR, $\sphericalangle RDE = \sphericalangle CAB$

2. נתונים קטע a ושתי זוויות β ו- γ .



א. בנו $\triangle ABC$ כך שהצלע BC תהיה באורך הקטע a , $\sphericalangle B$ תהיה בגודל הזווית β , ו- $\sphericalangle C$ תהיה בגודל הזווית γ .
(היעזרו בתיאור הבנייה.)

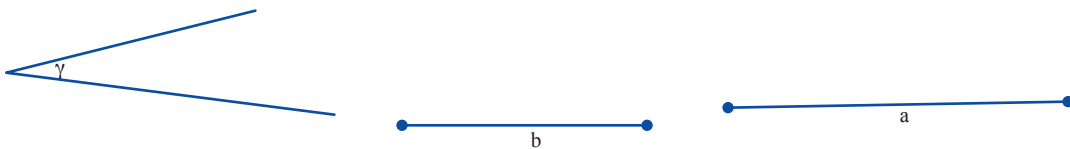


תיאור בנייה

- העתיקו את הקטע a על ישר בנקודה B וסמנו את קצה הקטע באות C .
- העתיקו את הזווית β על הישר בנקודה B .
- העתיקו את הזווית γ על הישר בנקודה C .
- סמנו את נקודת החיתוך של שוקי הזוויות שהעתקתם באות A .
התקבל משולש ABC .

ב. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים במשימה זו, חופפים זה לזה? השוו עם חבריכם ונמקו.

3. נתונים שני קטעים a ו- b וזווית γ .



א. בנו משולש שאורכי שתיים מצלעותיו כאורכי הקטעים a ו- b וגודל הזווית שבין הצלעות האלה כגודל הזווית γ . שרטטו תחילה שרטוט להדגמת הנתונים.

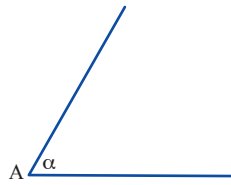
ב. תארו את שלבי הבנייה.

ג. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים במשימה זו חופפים זה לזה? השוו עם חבריכם ונמקו.



4. נתונה זווית α (גודלה 60°).

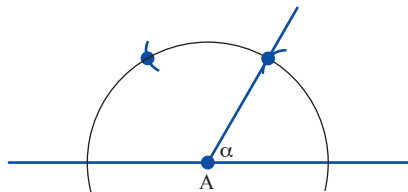
א. בְּנו זווית שגודלה 2α .
(רמז: ראו שרטוט.)



ב. בְּנו זווית שגודלה 3α .



ג. מה גודלה של הזווית 3α במעלות?
הסבירו.



אוסף משימות



1. נתונות שתי זוויות α , ו- β .

בְּנו זווית שגודלה $\alpha + \beta$.

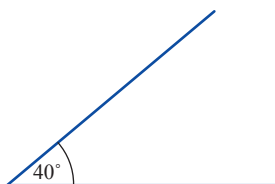


2. העתיקו את הזווית שגודלה 40° .

א. בְּנו זווית בת 80° .

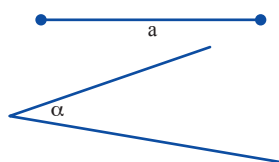
ב. בְּנו זווית בת 120° .

ג. הוסיפו בשרטוט זווית בת 60° .

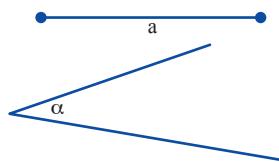




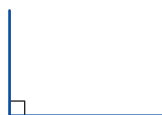
3. א. בְּנוּ מִשׁוֹלֵשׁ שׁוּוּה-צִלְעוֹת וְתָאֲרוּ אֶת הַבְּנִייה.
 ב. הָאֵם הַמִּשְׁוֹלֵשִׁים שְׁבוּנִים כֹּל הַתְּלִמִּידִים חוֹפְפִים זֶה לְזֶה? נִמְקוּ.
 ג. הָאֵם הַמִּשְׁוֹלֵשִׁים שְׁבוּנִים כֹּל הַתְּלִמִּידִים דּוּמִים זֶה לְזֶה? נִמְקוּ.
 ד. הִיעֲזְרוּ בַּמִּשְׁוֹלֵשׁ שְׁבִנִיתֵם וּבְנוּ בְּעֲזָרְתוֹ זְווֹיֵת בֵּת 120° .



4. נתון קטע a וזווית α .
 א. בְּנוּ מִשׁוֹלֵשׁ שׁוּוּה-שׁוֹקִיִּים שְׂאוּרֵךְ כֹּל שׁוֹק שְׁלוֹ כְּאוּרֵךְ הַקְּטֵעַ α ,
 וְגוּדֵל זְווֹיֵת הָרֵאשׁ שְׁלוֹ כְּגוּדֵל הַזְּווֹיֵת α .
 ב. תָּאֲרוּ אֶת שְׁלֵבֵי הַבְּנִייה.
 ג. הָאֵם כֹּל הַמִּשְׁוֹלֵשִׁים הַנִּבְנִים לְפִי הַנְּתוּנִים הָאֵלֶּה חוֹפְפִים זֶה לְזֶה? נִמְקוּ.



5. נתונים קטע a וזווית α .
 א. בְּנוּ מִשׁוֹלֵשׁ שׁוּוּה-שׁוֹקִיִּים שְׂאוּרֵךְ הַבְּסִיס שְׁלוֹ כְּאוּרֵךְ הַקְּטֵעַ a ,
 וְגוּדֵל כֹּל זְווֹיֵת בְּסִיס כְּגוּדֵל הַזְּווֹיֵת α .
 ב. תָּאֲרוּ אֶת שְׁלֵבֵי הַבְּנִייה.
 ג. הָאֵם כֹּל הַמִּשְׁוֹלֵשִׁים הַנִּבְנִים לְפִי הַנְּתוּנִים הָאֵלֶּה חוֹפְפִים זֶה לְזֶה? נִמְקוּ.



6. לפניכם זווית ישרה.
 א. הִיעֲזְרוּ בְּהַעֲתֵקֵת זְווֹיֵת וּבְנוּ מִשׁוֹלֵשׁ יִשְׂר-זְווֹיֵת שׁוּוּה-שׁוֹקִיִּים.
 ב. בְּנוּ מִשׁוֹלֵשׁ יִשְׂר-זְווֹיֵת שׁוּוּה-שׁוֹקִיִּים נּוֹסֵף, שְׂאִינוּ חוֹפֵף לַמִּשְׁוֹלֵשׁ שְׁבִנִיתֵם בְּסַעִיף א.



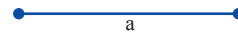
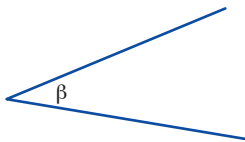
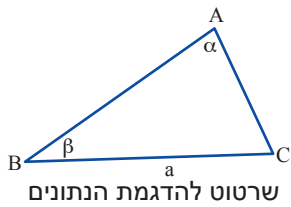
7. בְּנו מלבן באמצעות העתקת זוויות ישרות.
 כמה זוויות ישרות העתקתם? הסבירו.
 האם כל המלבנים המתקבלים מבנייה כזו חופפים זה לזה? הסבירו.



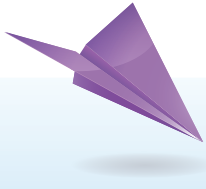
8. בְּנו, משושה משוכלל חסום במעגל.
 (שרטטו תחילה את המעגל שיחסום את המשושה.)



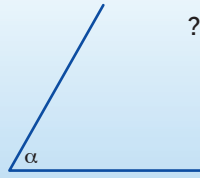
9. נתונים קטע a , זווית α וזווית β .
 בְּנו $\triangle ABC$ שבו אורך הקטע BC כאורך הקטע a ,
 גודל הזווית B כגודל הזווית β ,
 גודל הזווית A (שמול הצלע a) כגודל הזווית α .



שיעור 3. חציית זווית



בנינו זווית שגודלה 2α באמצעות העתקת זווית שגודלה α (במעלות).
האם אפשר לבנות זווית שגודלה מחצית מגודלה של זווית נתונה?
האם אפשר לבנות זווית ישרה באמצעות זווית שטוחה?



נלמד לחצות זווית באמצעות סרגל ומחוגה.

1. נתונה זווית A. יש לחלק אותה לשתי זוויות שוות בגודלן.

בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים זווית כלשהי A. • משרטטים קשת החותכת את שוקי הזווית, ומסמנים את נקודות החיתוך ב-B ו-C.
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים שתי קשתות בעלות רדיוסים שוות באורכם: קשת אחת מ-B וקשת אחת מ-C.
	<ul style="list-style-type: none"> • מסמנים את נקודת החיתוך של הקשתות באות D ומשרטטים קרן דרך AD.

א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.

ב. הוכיחו כי AD חוצה את זווית A.
(חברו את BD ו-CD).



חציית זווית באמצעות סרגל ומחוגה מבוססת על בניית דלתון ועל תכונת האלכסון הראשי בדלתון.
(אפשר להוכיח גם בעזרת חפיפת משולשים לפי צ.צ.צ.)

2. שרטטו זווית כלשהי וחלקו אותה, בעזרת סרגל ומחוגה, ל-4 זוויות שוות בגודלן.



חלוקת זווית לשלושה חלקים שווים

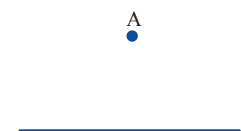
בעיית שילוש הזווית (טריסקציה של זווית), העסיקה את היוונים, בהקשר של תכנון מבנים. בעקבותיהם עסקו מתמטיקאים רבים בבעיה זו, ובמשך 2700 שנים היא נחשבה לאחת מהבעיות הגאומטריות הבלתי פתורות. המתמטיקאי הצרפתי אווריסט ג'וזף (1811 - 1832) עסק באלגברה ופיתח את תורת החבורות ואת תורת ג'וזף הנקראת על שמו. בעקבות התפתחות תורתו של ג'וזף, הצליחו מתמטיקאים להוכיח כי ברוב המקרים אי-אפשר לחלק זווית לשלושה חלקים שווים בעזרת סרגל ומחוגה.

אנך לישר בנקודה שעל הישר



3. שרטטו זווית שטוחה A וקצו אותה. שרטטתם אנך לישר בנקודה A על הישר.

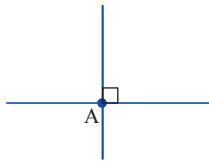
אנך לישר מנקודה שמחוץ לישר



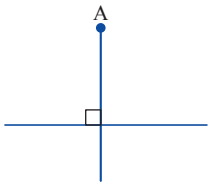
4. נתון ישר ונקודה A מחוץ לישר. בְּנוּ, בעזרת סרגל ומחוגה אנך לישר מהנקודה A.

בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים קשת שמרכזה בנקודה A והיא חותכת את הישר בשתי נקודות B ו-C.
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים שתי קשתות בעלות רדיוסים שווים מהנקודה B ומהנקודה C.
	<ul style="list-style-type: none"> • מסמנים את נקודת החיתוך של שתי הקשתות באות D, ומחברים את AD.

- א. בצעו את הבנייה לפי התיאור.
 ב. חברו את המרובע ABDC והוכיחו כי $AD \perp BC$.



• **בניית אנך לישר** בנקודה שעל הישר משמעותה חציית זווית שטוחה.



• **בניית אנך לישר** מנקודה שמחוץ לישר מבוססת על תכונת האלכסונים בדלתון.



אוסף משימות



1. א. שרטטו ישר ועליו נקודה.
ב. בנו אנך לישר בנקודה הנתונה.
ג. בנו זווית בת 45° על-ידי חציית אחת מהזוויות הישרות שהתקבלו.
ד. בנו באמצעות סרגל ומחוגה זווית בת 225° .



2. א. שרטטו משולש ישר-זווית ובנו גובה מקדקוד הזווית הישרה.
ב. אם יש צורך לשרטט גובה מקדקודי הזוויות החדות, שרטטו. אם לא, הסבירו.
ג. תארו את הבנייה.



3. שרטטו משולש.
א. בנו גובה לאחת הצלעות.
ב. בנו מלבן ששטחו כפול משטח המשולש.
ג. תארו את הבנייה.



4. א. בְּנוּ משולש שווה-צלעות.

ב. חֲצוּ אחת מהזוויות של המשולש. מה גודלה של כל אחת מהזוויות שהתקבלו?

ג. בְּנוּ באמצעות סרגל ומחוגה זווית שגודלה 15° .

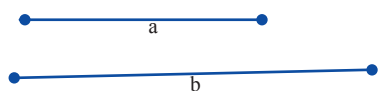


5. נתונים שני קטעים a, ו- b.

בְּנוּ מלבן שאורכי שתיים מצלעותיו הנגדיות כאורך הקטע a,

אורך שתי הצלעות האחרות כאורך הקטע b.

האם כל המלבנים הנבנים לפי הנתונים, חופפים זה לזה? הסבירו.

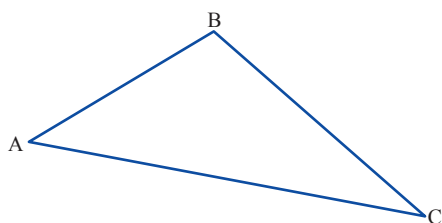


6. נתון $\triangle ABC$.

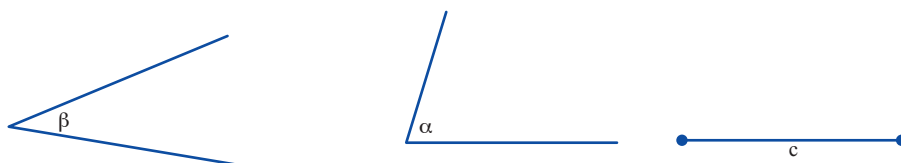
א. העתיקו את המשולש.

ב. חֲצוּ כל אחת מזוויות המשולש.

אם שרטטתם נכון, שלושת חוצי הזוויות נפגשים בנקודה אחת.



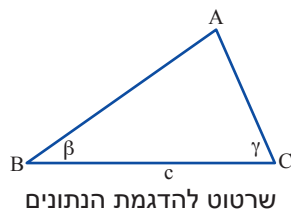
7. נתונים קטע a, זווית α וזווית β .



א. בְּנוּ $\triangle ABC$ כך ש:

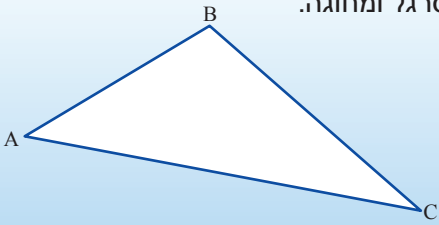
$$\sphericalangle A = \alpha, \sphericalangle B = \beta, AB = c$$

ב. חֲצוּ את $\sphericalangle C$.



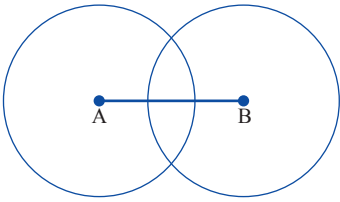
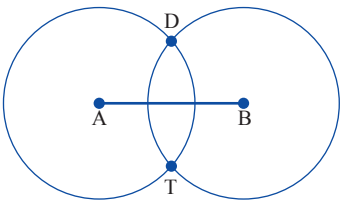
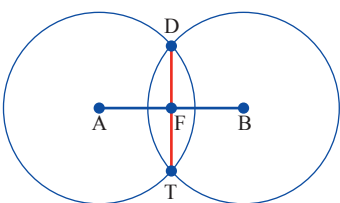
שיעור 4. חציית קטע

יש לחלק את משולש ABC לשני משולשים שווי-שטח באמצעות סרגל ומחוגה.



נלמד לחצות קטע באמצעות סרגל ומחוגה.

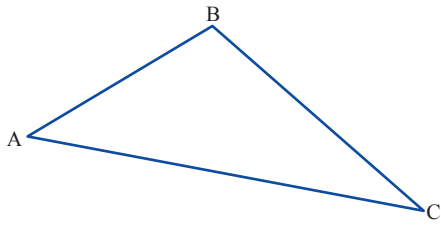
1. נתון קטע AB. יש לחלק אותו לשני קטעים שווים באורכם.

בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> משרטטים שני מעגלים בעלי אותו רדיוס: האחד שמרכזו A והאחר שמרכזו B.
	<ul style="list-style-type: none"> מסמנים את נקודות החיתוך של שני המעגלים (D ו-T בבנייה).
	<ul style="list-style-type: none"> מחברים את DT ומסמנים את נקודת החיתוך שלו עם הקטע AB.

- בצעו את הבנייה על פי התיאור.
- הוכיחו:** F היא אמצע AB.
- הוכיחו:** DT בבנייה שביצעתם, הוא אנך אמצעי של הקטע AB.

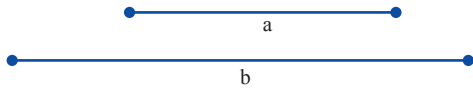


חציית קטע באמצעות סרגל ומחוגה מבוססת על בניית דלתון ועל תכונת האלכסון הראשי בדלתון. (אפשר להוכיח גם בעזרת חפיפת משולשים לפי צ.צ.צ.)
 אנך אמצעי לקטע הוא אנך מאמצע הקטע.
 חציית קטע זהה לבניית אנך אמצעי לקטע.



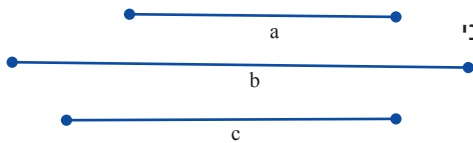
2. נחזור למשימת הפתיחה.

- א. חלקו משולש ABC שונה צלעות לשני משולשים שווי-שטח.
- ב. הוכיחו שהמשולשים שהתקבלו הם שווי-שטח.



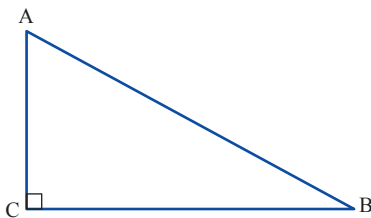
3. א. נתונים שני קטעים: a ו-b.

- בְּנו דלתון שאורך אלכסונו המשני כאורך הקטע a, ואורך אלכסונו הראשי כאורך הקטע b.
- (רמז: התחילו מהעתקת האלכסון המשני.)
- תארו את הבנייה.
- האם כל הדלתונים הנבנים לפי נתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם. ונמקו.



ב. נתונים שלושה קטעים: a ו-b ו-c.

- בְּנו באמצעות סרגל ומחוגה דלתון שאורך אלכסונו המשני כאורך הקטע a, אורך אלכסונו הראשי כאורך הקטע b, ואורך אחת מצלעות הדלתון כאורך הקטע c.
- האם כל הדלתונים הנבנים לפי נתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם ונמקו.



4. נתון משולש ישר-זווית ABC.

- א. בְּנו משולש ישר-זווית חופף למשולש הנתון ותארו את הבנייה.
- ב. בְּנו תיכון ליתר במשולש שבניתם.
- ג. כמה משולשים שווי-שוקיים בבנייה שיצרתם? נמקו.

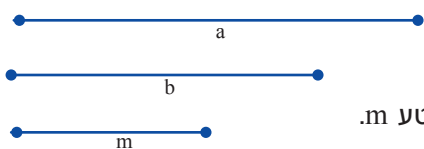


אוסף משימות



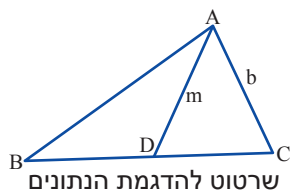
1. נתון קטע AB.

- העתיקו אותו וחלקו אותו לארבעה קטעים שווים באורכם.



2. נתונים שלושה קטעים: a , b , ו- m .

בנו משולש ABC , שבו אורך הצלע BC כאורך הקטע a ,
אורך הצלע AC כאורך הקטע b ואורך התיכון לצלע BC כאורך הקטע m .
(**רמז:** בנו תחילה את $\triangle ADC$)

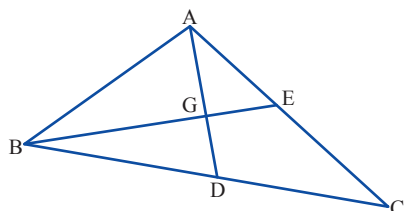


שרטוט להדגמת הנתונים



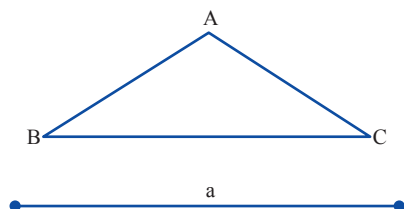
3. שרטוט משולש ABC .

- א. בנו תיכון AD לצלע BC ותיכון BE לצלע AC .
סמנו את נקודת החיתוך של שני התיכונים באות G .
ב. **הוכיחו:** שטח $\triangle AEG$ שווה לשטח $\triangle BDG$.



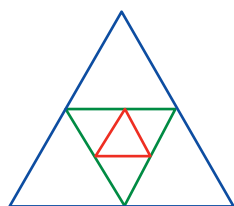
4. נתון משולש שווה-שוקיים ABC , וקטע a .

- א. בנו משולש חופף למשולש הנתון.
ב. השלימו את המשולש לדלתון שאורך אלכסונו הראשי
כאורך הקטע a .
ג. תארו את הבנייה.



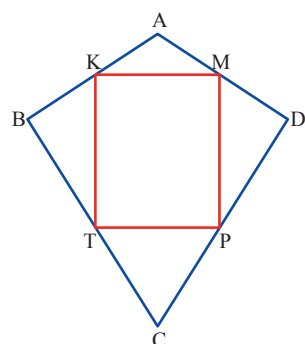
5. א. בנו משולש שווה-צלעות ABC , ובנו את אמצעי צלעותיו.

- ב. כמה משולשים שווי-צלעות בבנייה שיצרתם? הוכיחו.
ג. המשולש **הכחול** שווה-צלעות. קדקודי המשולש ה**ירוק** הם אמצעי הצלעות של המשולש ה**כחול**, וקדקודי המשולש ה**אדום** הם אמצעי הצלעות של המשולש ה**ירוק**. כמה משולשים שווי-צלעות בשרטוט?

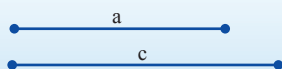


6. א. שרטוט דלתון $ABCD$.

- ב. בנו את אמצעי צלעותיו. יתקבל מרובע $KMPT$. (ראו שרטוט).
ג. **הוכיחו:** (I) $MP = KT$
(II) $\sphericalangle TKM = \sphericalangle KMP$
(III) $\sphericalangle KTP = \sphericalangle MPT$

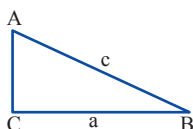


שיעור 5. בונים משולשים



נתונים אורכי שני קטעים: a ו- c .
יש לבנות באמצעות סרגל ומחוגה משולש ישר-זווית שאורך
אחד הניצבים שלו a ואורך היתר c .

נבנה משולשים לפי נתונים שונים ונחקור כמה משולשים מתקבלים בכל בנייה.



שרטוט להדגמת הנתונים

1. היעזרו בתיאור הבנייה ובנו משולש ישר-זווית לפי הנתונים במשימת הפתיחה.

בנייה	תיאור בנייה
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים ישר ועליו נקודה C. • מעתיקים את הקטע a בנקודה C על הישר (מתקבל קטע CB).
	<ul style="list-style-type: none"> • בונים אנך לקטע CB מהנקודה C.
	<ul style="list-style-type: none"> • משרטטים קשת שמרכז B ואורך הרדיוס שלה כאורך הקטע c. • הקשת חותכת את האנך בנקודה A.
	<ul style="list-style-type: none"> • מחברים את BA.

ב. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים במשימה זו חופפים זה לזה? השוו עם חברים ונמקו.

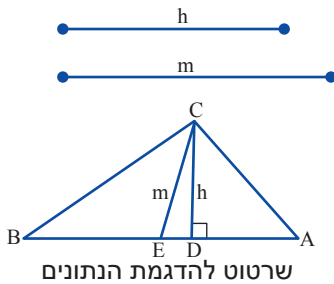


בניית משולש ישר-זווית לפי אורך אחד הניצבים ואורך היתר, מבוססת על חפיפת משולשים ישרי-זווית לפי ניצב ויתר.



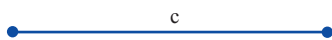
חושבים על...

2. נתונים שני קטעים h ו- m .



א. בְּנוּ משולש ABC שאורך הגובה לצלע AB שלו כאורך הקטע h , ואורך התיכון לאותה צלע כאורך הקטע m .
(**רמז:** בְּנוּ את משולש CDE לפי ניצב ויתר והשלימו למשולש ABC .)

האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם ונמקו.



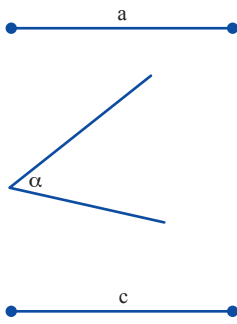
ב. נתון גם קטע c .

- בְּנוּ משולש שאורך הגובה לאחת הצלעות שלו כאורך הקטע h , אורך התיכון לאותה צלע כאורך הקטע m ואורך הצלע AB כאורך הקטע c .
(**רמז:** בְּנוּ את משולש CDE כמו בסעיף א, חצו את הקטע הנתון c והעתיקו כל חצי קטע על הישר DE משני צידי הנקודה E .)
- האם כל המשולשים הנבנים לפי נתונים אלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם ונמקו.



אם לבעיית בנייה יש פיתרון יחיד, אז כל הצורות המתקבלות בבנייה חופפות זו לזו. אם במהלך הבנייה ניתן לשרטט נקודה שרירותית, יכולות להתקבל צורות שאינן חופפות. (כמו בסעיף א במשימה 2.)

3. נתונים קטע a , וזווית α .



א. בְּנוּ משולש ABC שגודל $\sphericalangle A$ שלו כגודל הזווית α , ואורך חוצה הזווית A כאורך הקטע a . (שרטטו תחילה שרטוט להדגמת הנתונים). תארו את שלבי הבנייה.
האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם ונמקו.

ב. נתון קטע נוסף c .

בְּנוּ משולש ABC שגודל $\sphericalangle A$ שלו כגודל הזווית α , אורך חוצה הזווית A כאורך הקטע a , ואורך הצלע AB כאורך הקטע c . תארו את שלבי הבנייה.
האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם, ונמקו.



4. נתון קטע c .



- בְּנוּ משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, שבו אורך היתר כאורך הקטע c . (שרטטו תחילה שרטוט להדגמת הנתונים).
- תארו את שלבי הבנייה.
- האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? השוו עם חבriכם ונמקו.



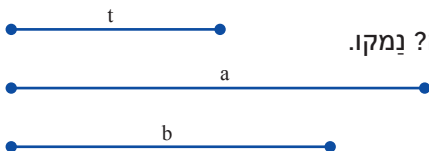
אוסף משימות

בכל אחת ממשימות הבנייה שרטטו תחילה שרטוט להדגמת הנתונים ובסוף הבנייה רשמו תיאור של שלבי הבנייה.

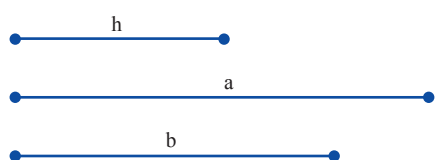


1. נתונים שלושה קטעים, a , b , ו- t .

א. בְּנוּ $\triangle ABC$ שאורך הצלע BC שלו כאורך הקטע a , אורך הצלע AC כאורך הקטע b , ואורך התיכון לצלע BC כאורך הקטע t .



ב. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? נמקו.



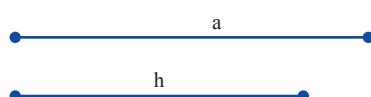
2. בְּנוּ $\triangle ABC$ שבו אורך הצלע BC כאורך הקטע a , אורך הצלע AC כאורך הקטע b , ואורך הגובה לצלע BC כאורך הקטע h .



3. שרטטו שני קטעים.

א. בְּנוּ משולש שווה-שוקיים שבו אורך הבסיס כאורך אחד הקטעים, ואורך גובה לשוק כאורך הקטע השני. איזה משני הקטעים צריך להיות ארוך יותר: הקטע שאורכו כאורך הבסיס או הקטע שאורכו כאורך הגובה לשוק? הסבירו.

ב. האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? נִמְקוּ.



4. נתונים שני קטעים a ו- h .

בְּנוּ משולש שווה-שוקיים שבו אורך הבסיס כאורך הקטע a , ואורך הגובה לבסיס כאורך הקטע h .

האם כל המשולשים הנבנים לפי הנתונים האלה חופפים זה לזה? נִמְקוּ.



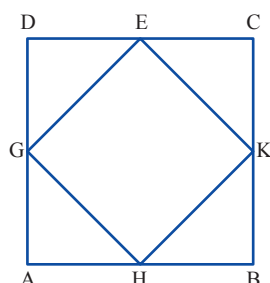
5. שרטטו קטע a וזווית α .

בְּנוּ משולש שווה-שוקיים שבו אורך הגובה לשוק כאורך הקטע a , וגודל זווית בסיס כגודל הזווית α .



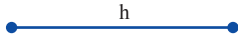
6. נתון ריבוע ובתוכו מרובע.

המרובע הפנימי נוצר על-ידי חיבור אמצעי הצלעות של הריבוע החיצוני. העתיקו את השרטוט באמצעות סרגל ומחוגה. הוכיחו, על-סמך הבנייה שביצעתם, שהמרובע הפנימי הוא ריבוע.





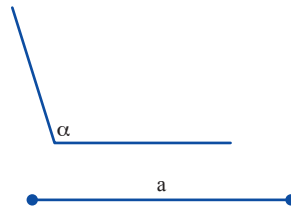
7. נתון קטע h .



בנו משולש שווה-צלעות שבו אורך הגובה לצלע כאורך הקטע h .



8. נתונים קטע a וזווית α .



א. בנו משולש שווה-שוקיים שגודל זווית הראש שלו כגודל הזווית α ואורך חוצה הזווית הזו כאורך הקטע a .

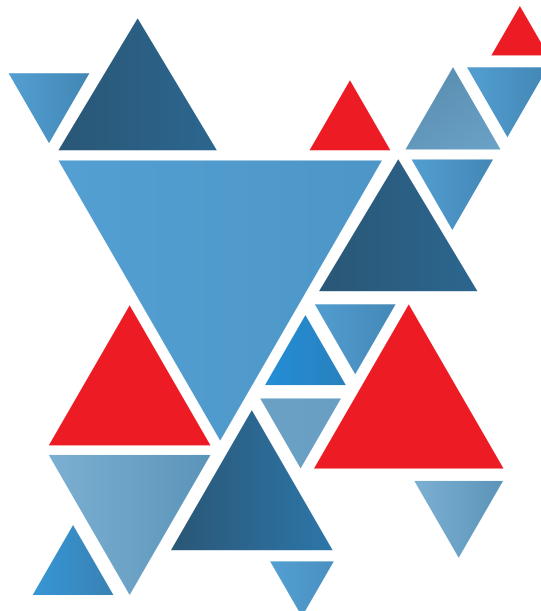
ב. האם אפשר לבנות משולש שווה-שוקיים שבו אורך זווית הבסיס כגודל הזווית α ? הסבירו.

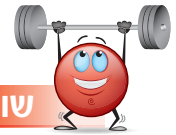


9. שרטטו שני קטעים h ו- b .

בנו משולש שווה-שוקיים שאורך השוק שלו כאורך הקטע b , ואורך הגובה לבסיס המשולש כאורך הקטע h .

איזה משני הקטעים צריך להיות ארוך יותר: b או h ? נמקו.





שומרים על כושר

סטטיסטיקה והסתברות

1. לפניכם תוצאות של סקר שנעשה בכיתה. 20 ילדים ציינו את העונה שהם הכי אוהבים.

עונה	חורף	אביב	קיץ	סתיו
שכיחות	4	6	8	2

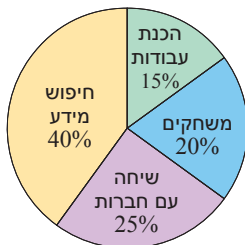
- א. שרטטו דיאגרמת עמודות להציג את המידע.
 ב. בוחרים תלמיד באקראי. מה ההסתברות שהתלמיד אינו אוהב את עונת הקיץ?

2. לפניכם ציונים במתמטיקה של תלמידי כיתה ט:

ציון	4	5	6	7	8	9	10
מס' תלמידים	1	2	4	8	9	4	2

- א. כמה תלמידים בכיתה?
 ב. מהו הציון השכיח?
 ג. מהו הציון הממוצע של התלמידים?
 ד. שם של תלמיד מהכיתה נבחר באקראי, מה ההסתברות:
 שציונו יותר מ-7? שציונו לפחות 6? שציונו 8? שציונו פחות מהממוצע?

3. לפניכם דיאגרמה המתארת את הסיבות העיקריות להגעה לספריה אצל תלמידות כיתות ט.



- א. מהו אחוז התלמידות שמגיעות לספריה בעיקר לשם חיפוש מידע?
 ב. מהו אחוז התלמידות שמגיעות לספריה לא לשם חיפוש מידע?
 ג. בכיתות ט יש 200 תלמידות.
 כמה תלמידות מגיעות לספריה בעיקר להכנת עבודות?

4. בכד 3 כדורים שחורים, 2 כדורים לבנים. מוציאים מהכד, בלי להסתכל, 4 כדורים.

- רשמו לכל מאורע, אם הוא: בלתי אפשרי, אפשרי או וודאי.
 א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.
 ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים שחורים.
 ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.
 ד. שלושה מהכדורים לבנים וכדור אחד שחור.
 ה. לשניים מארבעת הכדורים צבע זהה.
 ו. שלושה מהכדורים שחורים וכדור אחד לבן.

5. בקופסה 12 פתקים עליהם רשומים המספרים הבאים:



- א. מוציאים מבלי להסתכל, פתק אחד. חשבו את ההסתברות של המאורעות הבאים:
 המספר הנבחר קטן מ-30, המספר הנבחר זוגי, המספר הנבחר מתחלק ב-3.
 ב. לאיזה מהמאורעות הבאים סיכוי גדול יותר? הסבירו.
 להוציא פתק עליו רשום מספר גדול מ-50 או להוציא פתק עליו רשום מספר קטן מ-40.
 ג. רשמו מאורע מתאים להסתברות $\frac{1}{3}$.