

# יחידה 17: ישרים מקבילים

## שיעור 1. האם הישרים מקבילים?

**דינה** רוצה להכין תרשים מדויק לבניית חנוכייה עם שתי רביעיות של כנים מקבילים. איך תוכל **דינה** לשרטט במדויק את הכנים מקבילים?

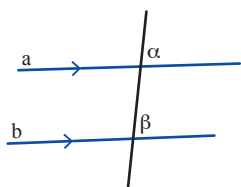
נלמד לזהות ישרים מקבילים לפי זוויות.



### תזכורת

נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם.

- אם הישרים **מקבילים**, אז הזוויות **המתאימות** שוות בגודלן.

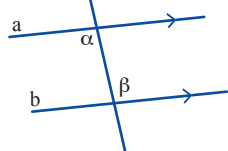


**נצ/מ:** בשרטוט הישרים a ו-b מקבילים זה לזה, ולכן  $\alpha = \beta$  שוות בגודלן.

כלומר: אם  $a \parallel b$

אז  $\alpha = \beta$

- אם הישרים **מקבילים**, אז הזוויות **המתחלפות** שוות בגודלן.



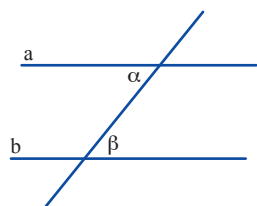
**נצ/מ:** הישרים a ו-b מקבילים זה לזה, ולכן  $\alpha = \beta$  שוות בגודלן.

כלומר: אם  $a \parallel b$

אז  $\alpha = \beta$

### 1. משפט הפוך: נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם.

אם קיים זוג זוויות מתחלפות שוות בגודלן, אז הישרים מקבילים.



העתיקו והשלימו את ההוכחה.

\_\_\_\_\_ ניגון

\_\_\_\_\_ ניצ

הוכחה

ביחידה הקודמת ראינו כי אפשר לשרטט

מנקודה A קטע AB המאונך לישר b

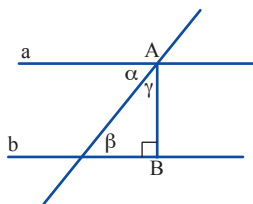
\_\_\_\_\_  $\alpha = \beta$

\_\_\_\_\_  $\beta + \gamma =$  \_\_\_\_\_

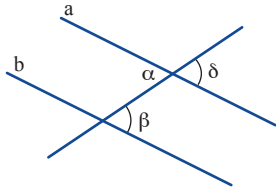
↓

\_\_\_\_\_  $\alpha + \gamma =$  \_\_\_\_\_

↓



אם אותו ישר מאונך לשני ישרים, אז הישרים מקבילים.  $a \parallel b$



2. **ניסן** זוג זוויות מתאימות שוות בגודלן ( $\beta = \delta$ )  
 א. האם אפשר להסיק שהישרים מקבילים? הוכיחו.  
 ב. נסחו את המשפט שהוכחתם.

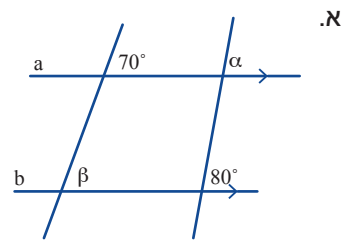
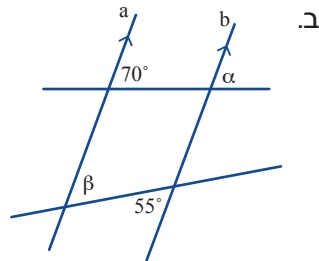
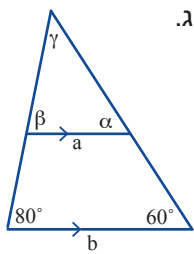


במשימות 1 ו-2 הוכחנו כי כאשר נתונים שני ישרים ושלישי החותך אותם, אם קיים זוג זוויות **מתחלפות שוות בגודלן** או זוג זוויות **מתאימות שוות בגודלן**, אז הישרים מקבילים.

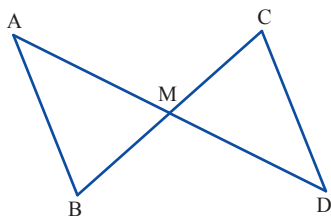
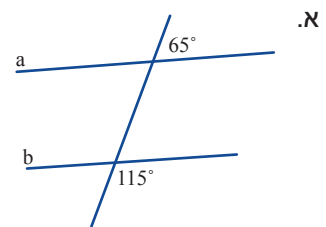
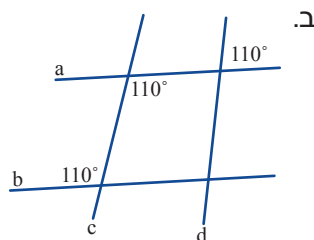
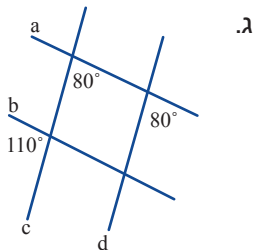


3. שרטטו בעזרת סרגל ומחוגה ישר המקביל לישר a ועובר דרך נקודה A. תארו את הבנייה. (היעזרו בבניה של העתקת זוויות).

4. בכל סעיף נתון:  $a \parallel b$   
 חשבו את הגדלים של זוויות  $\alpha$  ו- $\beta$  ו- $\gamma$ , ורשמו את המשפט שבו השתמשתם.

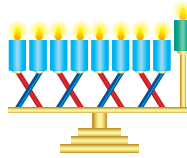


5. בכל סעיף מצאו זוגות של ישרים מקבילים, ורשמו את המשפט בו השתמשתם.



6. **ניסן** נקודה M היא אמצע קטע BC ואמצע הקטע AD  
**ניסן**  $AB \parallel CD$

7. נחזור למשימת הפתיחה.



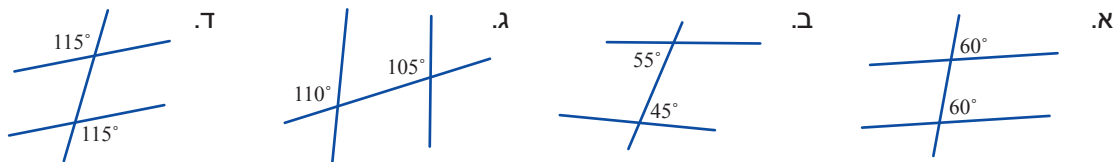
- א. העתיקו והשלימו את התרשים.  
 היעזרו בסרגל ובמד-זווית.  
 ב. כיצד אתם יודעים שהכנים מקבילים?



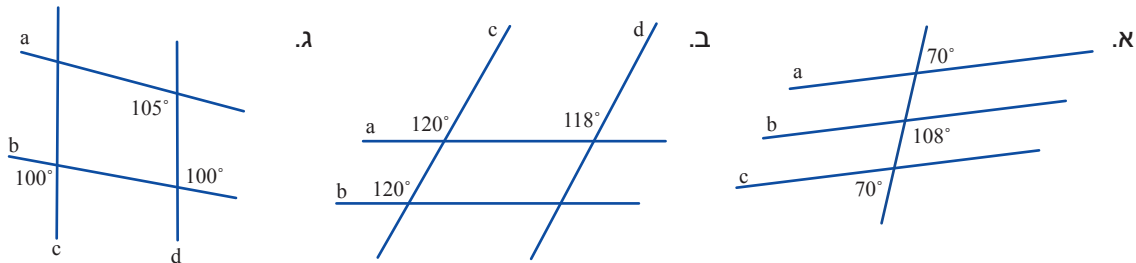
אוסף משימות



1. בכל סעיף קבעו אם הישרים מקבילים. קשמו את המשפט שבו השתמשתם.

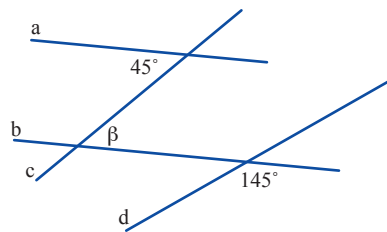


2. בכל סעיף מצאו זוגות של ישרים מקבילים. קשמו את המשפט שבו השתמשתם.



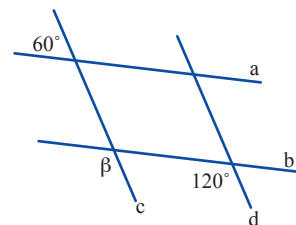
3. א.  $a \parallel b$  **נכון**

- חשבו את גודל זווית  $\beta$ .
- האם  $d \parallel c$ ? נמקו.



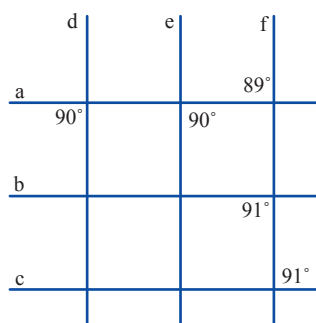
ב.  $a \parallel b$  **נכון**

- חשבו את גודל זווית  $\beta$ .
- האם  $d \parallel c$ ? נמקו.





4. מצאו בשרטוט זוגות של ישרים מקבילים. הסבירו.



5. שרטטו לפי הנתונים ומצאו זוגות של ישרים מקבילים.

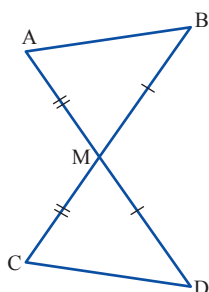
א.  $c \perp b$     $a \perp b$    נכון

ב.  $c \perp d$     $b \perp c$     $a \perp b$    נכון



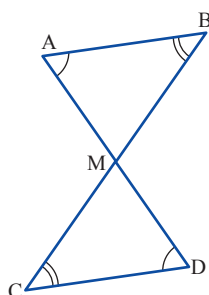
6.  $AD$  ו- $BC$  הם ישרים נחתכים נכון

- א. רשמו את הנתונים המסומנים בכתיב מתמטי.  
 ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
 אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.  
 ג. האם אפשר להסיק ש- $AB \parallel CD$ ? הסבירו.



7.  $AD$  ו- $BC$  הם ישרים נחתכים נכון

- א. רשמו את הנתונים המסומנים בכתיב מתמטי.  
 ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
 אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.  
 ג. האם אפשר להסיק ש- $AB \parallel CD$ ?  
 אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו או שרטטו דוגמה נגדית.



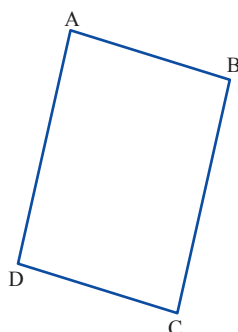
8.  $AB = DC$    נכון

$AD = BC$

א.  $AB \parallel DC$    נכון

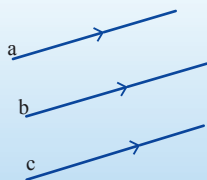
$AD \parallel BC$

- ב. נסחו את המשפט שהוכחתם.  
 ג. החליפו את הנתונים במסקנות הרשומות בסעיף א והוכיחו.  
 ד. נסחו את המשפט שהוכחתם בסעיף ג.



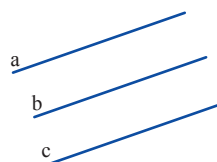
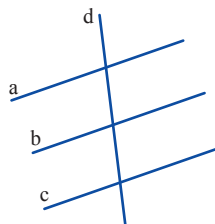
## שיעור 2. האם הישרים מקבילים? (המשך)

בשרטוט  $a \parallel b$ ,  $a \parallel c$  האם  $b \parallel c$ ? הסבירו.



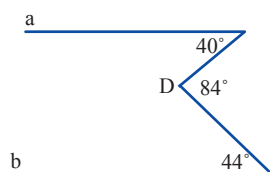
נבדוק אם הישרים מקבילים.

1. התייחסו לנתונים במשימת הפתיחה.  
בשרטוט ישר  $d$  החותך את הישרים  $a$ ,  $b$  ו- $c$   
**הוכחו:**  $b \parallel c$

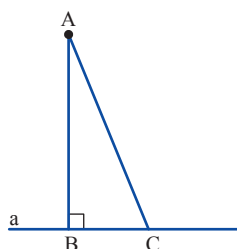


הוכחנו כי אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי, אז הם מקבילים זה לזה.  
אם  $a \parallel c$  וגם  $a \parallel b$  אז  $b \parallel c$

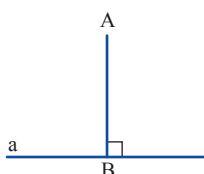
2. האם הישרים  $a$  ו- $b$  מקבילים? הסבירו.  
**רמז:** שרטטו ישר העובר דרך נקודה  $D$  ומקביל לישר  $a$ .



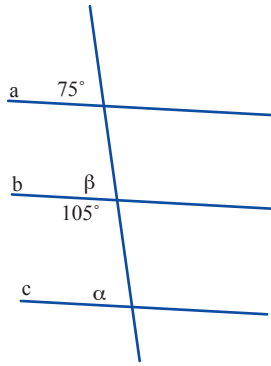
3. ישר  $a$  ונקודה  $A$  מחוץ לישר  $a$  מאונך לישר  $a$



דרך הנקודה  $A$  מעבירים קטע נוסף החותך את ישר  $a$  בנקודה  $C$ .  
האם ייתכן כי גם  $AC$  מאונך לישר  $a$ ? הסבירו.

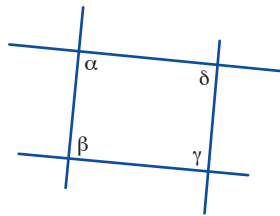


במשימה 3 הוכחנו כי דרך נקודה מחוץ לישר אפשר לשרטט אנך אחד ויחיד לישר.  
אורך קטע האנך שבין הנקודה שמחוץ לישר ובין נקודת החיתוך של האנך עם הישר נקרא **המרחק של הנקודה מהישר**.  
**מש/3:** בשרטוט הקטע  $AB$  הוא המרחק של נקודה  $A$  מן הישר  $a$ .

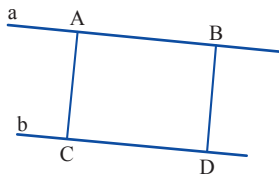


4. נתיב/  $a \parallel c$  והגדלים של הזוויות מסומנים בשרטוט. מצאו את כל זוגות הישרים המקבילים בשרטוט. הסבירו. העתיקו והשלימו:

(נתון)  $a \parallel c$   
 $\Downarrow$   
 \_\_\_\_\_  $\alpha =$  \_\_\_\_\_  
 (זוויות צמודות)  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
 $\Downarrow$   
 $\alpha = \beta$   
 $\Downarrow$   
 \_\_\_\_\_  $b \parallel c$   
 $\Downarrow$   
 \_\_\_\_\_  $a \parallel b$



5. בשרטוט נתון:  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ . האם גם זווית  $\delta$  חייבת להיות זווית ישרה? הסבירו.



6. נתיב/  $a \parallel b$   
 $AC \perp a$   
 $BD \perp a$

א. הסבירו מדוע AC ו-BD מאונכים גם לישר b.  
 ב. שרטטו אלכסון במרובע ABDC.  
**הוכיחו:**  $BD = AC$



במשימה 6 הוכחנו:

אנכים לישרים מקבילים שווים באורכם. **Geon**

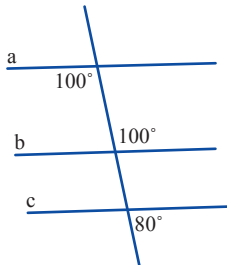


### אוסף משימות

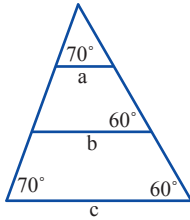


1. שרטטו לפי הנתונים ומצאו זוגות של ישרים מקבילים.

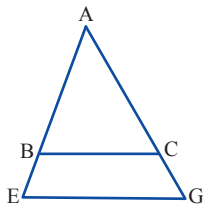
$d \perp e$     $c \perp d$     $b \perp c$     $a \perp b$



2. מצאו את כל זוגות הישרים המקבילים בשרטוט. הסבירו.



3. מצאו את כל זוגות הישרים המקבילים בשרטוט. הסבירו.



4. א.  $\Delta AEG \sim \Delta ABC$  **נניח**

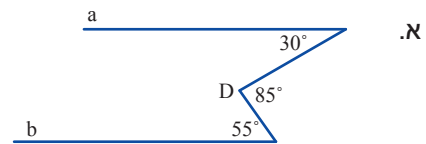
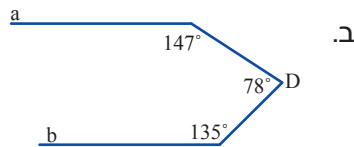
האם אפשר להסיק כי  $BC \parallel EG$ ? הסבירו.

ב.  $\Delta AGE \sim \Delta ABC$  **נניח**

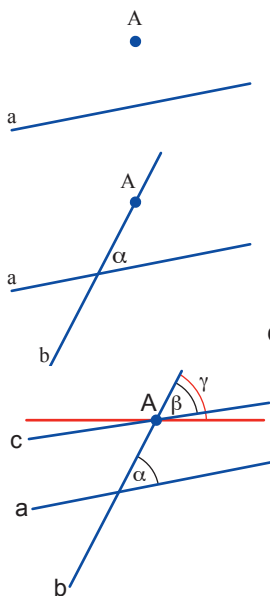
האם אפשר להסיק כי  $BC \parallel EG$ ? הסבירו.



5. בכל סעיף קבעו אם הישרים a ו-b מקבילים.



6. נתונים זוג זוויות מתאימות בין שני ישרים מקבילים וישר חותך. האם חוצי הזוויות שלהן מקבילים אף הם? שרטטו והסבירו.



7. **נניח** דרך נקודה מחוץ לישר עובר מקביל אחד ויחיד לישר a.

א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הישר b עובר דרך הנקודה A וחותר את הישר a.

הישר b יוצר זווית  $\alpha$  עם הישר a.

- שרטטו ישר c העובר דרך הנקודה A ויוצר זווית  $\beta$  עם הישר b כך ש:  $\alpha = \beta$

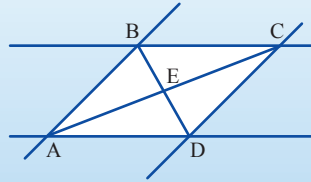
- האם  $a \parallel c$ ? הסבירו.

ג. הסבירו מדוע אי-אפשר לשרטט שני ישרים העוברים דרך הנקודה A

ומקבילים לישר a.



## שיעור 3. הוכחה בשלבים



$$AB = BC \quad \text{ניתון}$$

$\sphericalangle ABC$  חוצה זווית  $BD$

$\sphericalangle DAB$  חוצה זווית  $AC$

האם אפשר להוכיח כי  $BC \parallel AD$ ?

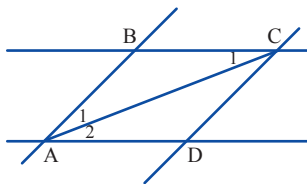
האם אפשר להוכיח כי  $BA \parallel CD$ ?

בנה הוכחות המורכבות ממספר שלבים.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

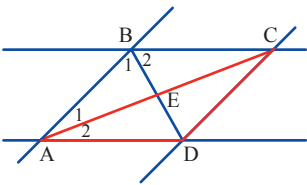
שלב א

$$BC \parallel AD \quad \text{פ"ג}$$



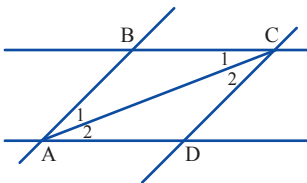
שלב ב

$$\triangle ACD \text{ שווה-שוקיים} \quad \text{פ"ג}$$



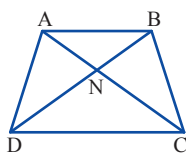
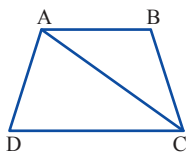
שלב ג

$$BA \parallel CD \quad \text{פ"ג}$$



תזכורת

בהוכחה המורכבת מכמה שלבים, בכל שלב מסתמכים על הנתונים ועל המסקנות מהשלבים הקודמים.



2.  $ABCD$  מרובע  $\text{ניתון}$

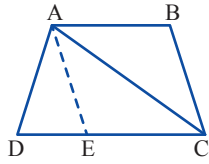
$$DA = AB = BC$$

האלכסון  $AC$  חוצה את  $\sphericalangle BCD$

א.  $AB \parallel CD \quad \text{פ"ג}$

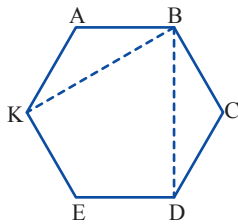
ב. האלכסון  $BD$  חוצה  $\sphericalangle ADC \quad \text{פ"ג}$

ג.  $\triangle ANB \sim \triangle CND \quad \text{פ"ג}$

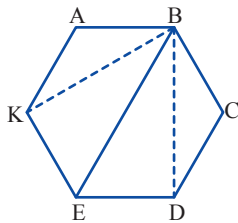


3. **נ/נ** מרובע ABCD  
 $DA = AB = BC$   
 האלכסון AC חוצה את  $\angle BCD$   
 $AE \parallel BC$

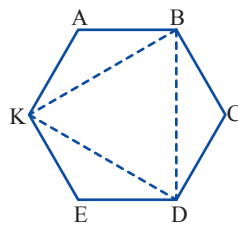
- א. **3'** ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים
- ב. **3'** AC חוצה את  $\angle BAE$
- ג. **3'** מרובע ABCE הוא מעויין
- ד. **3'**  $\triangle ADE$  הוא שווה-שוקיים



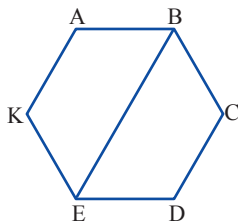
4. **נ/נ** משושה ABCDEK משוכלל  
 $BK = BD$  **3'** א.



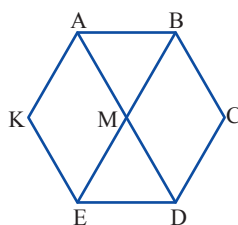
ב. **3'** BE חוצה את  $\angle KBD$



ג. **3'**  $\triangle KBD$  הוא שווה-צלעות



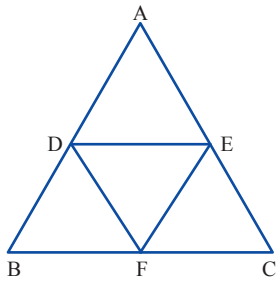
ד. **3'**  $KA \parallel EB \parallel DC$   
 ה. לאיזה צלעות מקביל האלכסון AD? הסבירו.



ו. **3'** המשולשים AMB ו- DME שווים-צלעות וחופפים



## אוסף משימות



1.  $\triangle ABC$  שווה-צלעות נ/נ/נ

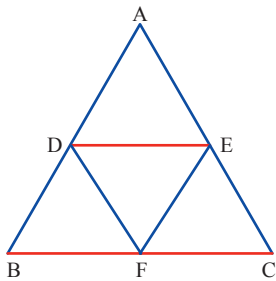
$\triangle ABC \sim \triangle ADE$  יחס הדמיון של המשולשים הוא 2:1

$\triangle ABC \sim \triangle EFC$  יחס הדמיון של המשולשים הוא 2:1

$\triangle ABC \sim \triangle DBF$  יחס הדמיון של המשולשים הוא 2:1

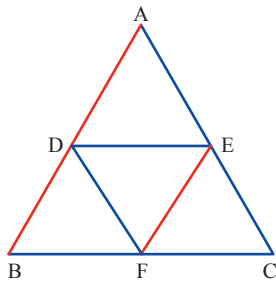
שלב א

$BC \parallel DE$  נ"ב



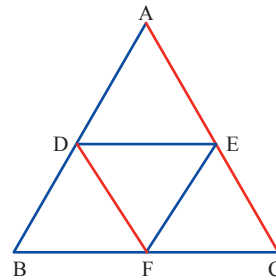
שלב ב

$AB \parallel EF$  נ"ב



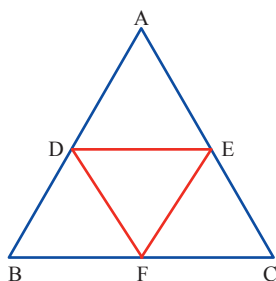
שלב ג

$AC \parallel DF$  נ"ב



שלב ד

$\triangle DEF$  שווה-צלעות נ"ב





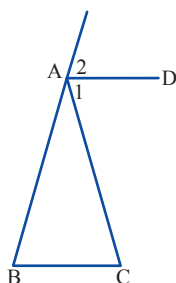
2. במשולש שווה-שוקיים שרטטו את חוצה הזווית החיצונית הצמודה לזווית הראש.

**טענה:** חוצה הזווית החיצונית מקביל לבסיס המשולש.

א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. העתיקו את השרטוט וסמנו  $\alpha$   $\sphericalangle B = \alpha$

בטאו זוויות נוספות בעזרת  $\alpha$  והוכיחו את הטענה.



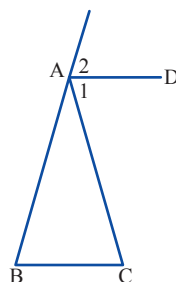
3. מחליפים בין נתון אחד ובין מה שצריך להוכיח במשפט שהוכחתם במשימה 2.

$$AB = AC \quad \text{נניח/}$$

$$AD \parallel BC$$

$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2 \quad \text{נניח/} \quad \text{א.}$$

ב. נסחו את המשפט שהוכחתם.



4. מחליפים בין נתון אחד ובין מה שצריך להוכיח במשפט שהוכחתם במשימה 2.

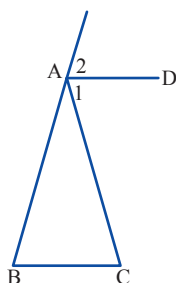
$$AD \parallel BC \quad \text{נניח/}$$

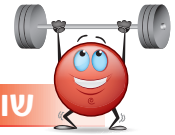
$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$$

$$AC = AB \quad \text{נניח/} \quad \text{א.}$$

ב. השלימו את ניסוח המשפט שהוכחתם.

אם חוצה הזווית החיצונית של משולש מקביל לצלע שמול הזווית, אז \_\_\_\_ .





## חוקי הפילוג

1. מצאו זוגות של ביטויים זהים.

- |   |                     |    |                  |
|---|---------------------|----|------------------|
| a | $ax + 2a$           | א. | $2(x + y)$       |
| b | $2x + 2y$           | ב. | $m(x + y)$       |
| c | $bx + 2b$           | ג. | $(2 + m)(x + y)$ |
| d | $mx + my$           | ד. | $a(x + 2)$       |
| e | $2x + 2y + mx + my$ | ה. | $b(x + 2)$       |
| f | $ax + 2a + bx + 2b$ | ו. | $(a + b)(x + 2)$ |

2. כפלו ופשטו.

$$x/צמח: (x - 2)(3 + y) = 3x + xy - 6 - 2y$$

- א.  $(3 + a)(p + 5)$     ב.  $(2 + t)(5 - a)$     ג.  $(2 + a)(5 - a)$     ד.  $(3 - p)(p - 5)$

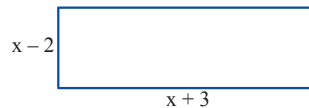
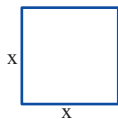
3. פתרו את המשוואות.

$$א. (x - 4)(x - 5) - (x + 5)(x + 4) = 36$$

$$ב. (x - 4)(x - 5) - (x - 5)(x + 4) = 64$$

$$ג. (x - 4)(x - 5) - (x + 5)(x - 4) = 80$$

4. לפניכם ריבוע ומלבן.



(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. כתבו ביטויים לשטח המלבן ולשטח הריבוע.

ב. קבעו אילו ערכים מתאימים ל- $x$  לפי הנתונים. הסבירו.

ג. שטח הריבוע שווה לשטח המלבן.

מצאו את אורכי הצלעות של כל אחד מהמרובעים.

5. פתרו את האי-שוויונות.

$$א. x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) > 0$$

$$ב. -4x + 2x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) > 0$$

$$ג. (x - 3)(x + 3) - (x - 2)(x + 2) < 0$$