



יחידה 1: חוקי חזקות

שיעור 1. נזכרים בחזקות

הגדרת החזקה וסימן התוצאה

לפניכם מספר סדרות של מספרים:

א. $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, \dots$

ב. $(-2), (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-2)^5, (-2)^6, \dots$

ג. $\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{1}{2}\right)^4, \left(\frac{1}{2}\right)^5, \left(\frac{1}{2}\right)^6, \dots$

ד. $\left(-\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}\right)^2, \left(-\frac{1}{2}\right)^3, \left(-\frac{1}{2}\right)^4, \left(-\frac{1}{2}\right)^5, \left(-\frac{1}{2}\right)^6, \dots$

בכל סדרה, נבדוק אם המספרים בסדר עולה. אם לא, נסדר אותם.

נבדוק מהי תוצאת החזקה כאשר בסיס החזקה חיובי או שלילי.

1. השוו בין סדרות המספרים, מצאו זוגות של סדרות שיש להן תכונות דומות.



תזכורת

חזקה היא כתיבה מקוצרת של מכפלה בה מופיע אותו מספר פעמים.

למשל:

קוראים: a בחזקת שניים או a בריבוע $a^2 = a \cdot a$

חמש בחזקת שניים או חמש בריבוע חמש בחזקת: $5 \cdot 5 = 5^2$

קוראים: a בחזקת שלוש או a בשלישית $a^3 = a \cdot a \cdot a$

חמש בחזקת שלוש או חמש בשלישית $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

ובאופן כללי: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ קוראים: a בחזקת n .

n פעמים

a נקרא בסיס החזקה, n נקרא מעריך החזקה.

2. קרשו את המספרים הבאים בכתיב חזקות (בחרו בבסיס הקטן ביותר האפשרי). $125 = 5^3$ חמש בחזקת: $125 = 5^3$

א. 16 ג. 121 ה. 64

ב. 81 ד. 144 ו. 125



3. כתבו כמכפלות וקבעו אם התוצאה חיובית או שלילית.

א. 2^3 ג. $(-3)^7$ ה. 4^5

ב. $(-3)^4$ ד. $(-4)^5$ ו. $(-5)^6$

סכמו את מסקנותיכם.
מתי מתקבלת תוצאה שלילית ומתי מתקבלת תוצאה חיובית?



• אם בסיס החזקה חיובי, מתקבל מספר חיובי.

דוגמה: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 > 0$

• אם בסיס החזקה שלילי ומעריך החזקה זוגי, מתקבל מספר חיובי.

דוגמה: $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) > 0$

• אם בסיס החזקה שלילי ומעריך החזקה אי-זוגי, מתקבל מספר שלילי.

דוגמה: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) < 0$



4. סדרו את התרגילים הבאים על פי ערכם, מן הקטן אל הגדול.

שימו לב, ייתכנו תרגילים שונים שערכם שווה.

א. 2^4 ג. -2^4 ה. $(-2)^5$

ב. $(-2)^4$ ד. 2^5 ו. -2^5



תזכורת

פעולת חזקה קודמת לארבע פעולות חשבון. סוגריים קודמים לכל הפעולות.

דוגמה: במשימה 4, בסעיף ב מחשבים $(-2)^4$, כך: $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

ואילו בסעיף ג מחשבים -2^4 , כך: $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$

5. מי מהבאים שווה ל- 10^4 ?

- א. $10^5 - 10$ ג. $10^3 \cdot 10$ ה. $10^3(2^3 + 2)$
ב. $10^5 : 10$ ד. $10 + 10^3$ ו. 10000



6. א. מצאו מספר מתאים כך ש: $\square^2 = 16$. כמה מספרים כאלה יש?
ב. האם אפשר למצוא מספר מתאים כך ש: $\square^2 = -16$? הסבירו.
ג. מצאו מספר מתאים כך ש: $\square^3 = 8$. כמה מספרים כאלה יש?
ד. האם אפשר למצוא מספר מתאים כך ש: $\square^3 = -8$?
ה. הסבירו את ההבדל בתשובותיכם בסעיפים ב ו- ד.



אוסף משימות



1. מצאו את בסיס החזקה.

- א. $\square^3 = 8$ ב. $\square^3 = 125$ ג. $\square^3 = 1000$



2. מצאו את מעריך החזקה.

- א. $2^{\square} = 32$ ב. $2^{\square} = 64$ ג. $4^{\square} = 64$ ד. $8^{\square} = 64$



3. מצאו מעריך חזקה מתאים.

- א. $2^{\square} > 1000$ ב. $3^{\square} > 1000$ ג. $5^{\square} > 1000$



4. נתון: $a^n < 1$. הציעו בסיס חזקה (a) ומעריך חזקה (n) מתאימים.



5. סדרו את התרגילים הבאים על פי ערכם, מהקטן אל הגדול.

- א. $12 : 2^2$ ב. $12 - 2^2$ ג. $(12 - 2)^2$ ד. $(12 : 2)^2$



6. חשבו. (זכרו, חזקה קודמת לארבע פעולות חשבון).

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 9 = \frac{1}{27} \cdot 9 = \frac{1}{3} \quad \text{בואנה!}$$

- א. $2 \cdot 10^3$ ג. $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 125$ ה. $4 : 2^5$
 ב. $2^3 - 3^2$ ד. $\frac{3^2}{5^3}$ ו. $10 + 10^2$



7. מינו את התרגילים למספרים חיוביים ולשליליים. הסבירו כיצד מיינתם.



- א. $(-1)^7$ ב. -1^7 ג. $(-1)^8$ ד. -1^8



8. מצאו זוגות של מספרים שווים.

- א. 0.5^3 ג. -5^3 ה. 0.125
 ב. $(-0.5)^3$ ד. $(-5)^3$ ו. $-\frac{1}{8}$



סדרו את התרגילים על פי ערכם, מן הקטן אל הגדול. הסבירו כיצד סידרתם.



9. קבעו $>$, $=$ או $<$.

- א. $(-2)^3$; -2^3 ג. 5^2 ; $(-5)^2$ ה. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{3}^2$
 ב. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; $-\frac{1}{2}^4$ ד. $-\left(\frac{1}{4}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ ו. $(-1)^{100}$; -1^{10}

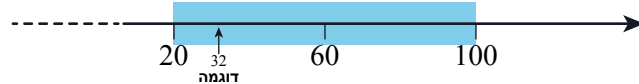


10. אָמדו את התוצאות וקבעו איזו מהתוצאות היא מספר הנמצא בתחום המודגש על ישר המספרים.

- א. $2 \cdot 3.2^2$ ב. $2 \cdot 6.3^2$ ג. $2 \cdot 10.4^2$

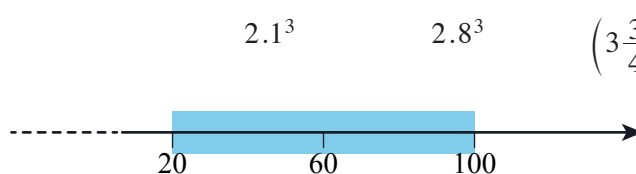
$$2 \cdot 4.3^2 \approx 2 \cdot 2^4 \quad \text{בואנה!}$$

$$2 \cdot 16 = 32$$





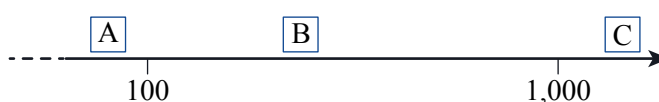
11. א. אָמדו את התוצאות וקבעו איזו מהן היא מספר הנמצא בתחום המודגש על ישר המספרים.



- ב. העתיקו את ציר המספרים וסמנו עליו את המספר שבחרתם בסעיף א.
 ג. מצאו בסיסי חזקה \square^3 , כך שהתוצאה שתתקבל תהיה בתחום המודגש של ישר המספרים. כמה מספרים כאלה יש? הסבירו.



12. בכל סעיף, אָמדו את התוצאה וקבעו מהו המיקום המתאים A, B או C.



- א. 6.3^4
 ב. 3.2^5
 ג. 8.7^2



13. הייתכן? הסבירו או הדגימו.

- א. המספר והריבוע שלו שווים.
 ב. המספר שווה למחצית הריבוע שלו.
 ג. הריבוע של מספר שווה למחצית המספר.



משימות נוספות



14. כתבו את המכפלות הבאות בכתיב חזקות.

- א. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ ג. $2 \cdot 2 \cdot 2$ ה. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 ב. $4 \cdot 4 \cdot 4$ ד. $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ ו. $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$



- 15.** א. מהי ספרת היחידות במספר 5^{79} ? נמקו את תשובתכם.
 ב. מהי ספרת היחידות במספר 6^{102} ? נמקו את תשובתכם.
 הדרכה: מצאו את החזקות הראשונות של כל אחד מהמספרים וגלו את החוקיות.



שיעור 2. כופלים ומחלקים

חוקי חזקות: כפל וחילוק חזקות בעלות בסיסים שווים

תלמידי כיתה ח פתרו את התרגיל: $2^3 \cdot 2^4 =$

שירה אמרה: $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ כי: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

3 פעמים 4 פעמים 7 פעמים

יעל אמרה: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$ כי: הפעולה היא כפל, ו- $3 \cdot 4 = 12$

מי מהן צודקת?

נכפול ונחלק חזקות בעלות בסיסים שווים.

1. קבעו בכל שורה את התשובה המתאימה. (בדקו את הפתרון בעזרת המחשבון).

- | | | | | |
|----|-----------------|-----------|----------|----------|
| א. | $2^3 \cdot 2^2$ | 2^6 | 2^9 | 2^5 |
| ב. | $3^4 \cdot 3^2$ | 3^{16} | 3^6 | 3^8 |
| ג. | $2^3 \cdot 2^4$ | 2^7 | 2^{12} | 2^{81} |
| ד. | $a^3 \cdot a^5$ | a^{125} | a^8 | a^{15} |

2. כתבו את התוצאה בכתיב חזקות. בדקו.

- א. $4^3 \cdot 4^2$ ב. $5^4 \cdot 5^2$ ג. $3^5 \cdot 3^3$



אם **כופלים** חזקות בעלות בסיסים שווים, מעריך החזקה של המכפלה שווה ל**סכום** המעריכים.

כתיב חזקות רושמים: $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$, n, k טבעיים.

זלזלאלת:

במשימה 1: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$, $a^3 \cdot a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^8$

3. היעזרו בדרך של שירה, חשבו בדרך דומה והסבירו.

- א. $\frac{2^5}{2^4}$ ב. $\frac{3^6}{3^4}$ ג. $\frac{a^7}{a^3}$ ($a \neq 0$)



אם מחלקים חזקות בעלות בסיסים שווים, מעריך החזקה של המנה שווה להפרש המעריכים.

בכתיב חזקות רושמים: $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$, $n > k, a \neq 0$

דוגמה: $\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a^{5-2} = a^3$

4. חשבו.

א. $a^2 \cdot a$ ג. $a^2 \cdot a^3$ ה. $a \neq 0, \frac{a^7}{a^4}$

ב. $a \cdot a^4$ ד. $a \neq 0, \frac{a^4}{a}$ ו. $a \neq 0, \frac{a^9}{a^4}$

אם פתרתם נכון, קיבלתם שני פתרונות שונים בלבד.



5. א. מה משותף לתרגילים הבאים?

$a \neq 0, \frac{a^3}{a^3}$ $\frac{3^6}{3^6}$ $b \neq 0, \frac{b}{b}$ $\frac{7}{7}$

ב. **דני** רשם: $\frac{3^6}{3^6} = 3^{6-6} = 3^0 = 1$ לכן $3^0 = 1$ האם דני צדק?



דוגמה:

$$\frac{3^6}{3^6} = 3^{6-6} = 3^0$$

$$\frac{3^6}{3^6} = 1$$

$$\frac{3^6}{3^6} = 3^0 = 1$$

• אם מחלקים חזקות בעלות בסיסים שווים (**שאינם אפס**), מחסרים את המעריכים. אם גם המעריכים שווים, מקבלים מעריך אפס.

• המנה של כל מספר (**שאינו אפס**), בעצמו שווה ל-1.

לכן, המנה של שתי החזקות היא 1.

כלומר, חזקה שבה המעריך אפס שווה ל-1.

• באופן כללי: $a \neq 0, \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$

6. קבעו אם המנה גדולה, קטנה או שווה ל-1. הסבירו.

א. $\frac{3^5}{3^4}$ ב. $\frac{3^4}{3^5}$ ג. $\frac{5^4}{5^2}$ ד. $\frac{4^7}{4^7}$ ה. $\frac{5^2}{5^4}$



אוסף משימות



1. קבעו = או \neq .

א. $5^{20} \cdot 5^{15}$; 5^{35} ב. $5^{10} \cdot 5$; 5^{11} ג. $5^{10} \cdot 5^7$; 5^{70}



2. קבעו >, = או <.

א. $3^{17} \cdot 3^{19}$; 3^{17+19} ב. $3^{17} \cdot 3^{19}$; 3^{17+19} ג. $a^5 \cdot a^3$; a^{15} ד. $a^5 \cdot a^3$; a^8



3. רשמו את התוצאה בכתיב חזקות.

א. $\frac{3^8}{3^2}$ ב. $\frac{2^7}{2^5}$ ג. $\frac{5^7}{5^3}$ ד. $\frac{8^5}{8^3}$
 ה. $\frac{4^5}{4^3}$ ו. $\frac{3^9}{3}$ ז. $\frac{6^3}{6^2}$ ח. $\frac{3^5}{3^4}$



4. כתבו ביטוי שווה ערך בכתיב חזקות.

א. $b \neq 0$, $\frac{b^5}{b^2}$ ב. $a \neq 0$, $\frac{a^6}{a^4}$ ג. $c \neq 0$, $\frac{c^2}{c}$ ד. $x \neq 0$, $\frac{x^9}{x^8}$



5. רשמו את התוצאה בכתיב חזקות. **בזמנה:** $2^3 \cdot 5^4 \cdot 5^3 \cdot 2^5 = 5^7 \cdot 2^8$

א. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 10^7$ ב. $c^3 \cdot d^2 \cdot d^5 \cdot c^6$
 ג. $\frac{5^2 \cdot a^3}{5 \cdot a}$ ד. $\frac{3^4 \cdot 8^7}{3^4 \cdot 8^5}$
 ה. $\frac{3 \cdot 5 \cdot 5^6}{3 \cdot 5^2}$ ו. $\frac{a \cdot b^4 a^2 \cdot b}{a \cdot b^2}$



6. קבעו מי מהבאים שווה ל-1.

א. 5^0 ג. $8^3 - 8^3$ ה. $\frac{4^2 \cdot 4^3}{4^5}$

ב. $\frac{6^3}{6^3}$ ד. $3^4 - 3^3$ ו. $\frac{7^0}{7}$



7. קבעו בכל סעיף, אם התוצאה גדולה, שווה, או קטנה, מ-1. הסבירו.

א. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{2^6}$ ג. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{3^6 \cdot 2^3}$ ה. $\frac{3^4}{2^7 \cdot 3^5}$

ב. $\frac{2^5 \cdot 3^2}{2^9}$ ד. $\frac{2^7 \cdot 3^2}{3^2 \cdot 2^7}$ ו. $\frac{3^6 \cdot 2^3}{2^7 \cdot 3^2}$



אֶמְבָּה (חילופית בעברית) היא יצור חד-תאי המתרבה על ידי חלוקה ל-2. מניחים בצלחת פֶּטְרִי אמבה אחת. אחרי דקה כבר יש שתי אֶמְבּוֹת.



היעזרו במידע זה במשימות 8-10.



8. א. כמה אֶמְבּוֹת יהיו בצלחת אחרי 2 דקות, 3 דקות, 5 דקות?
ב. כעבור כמה זמן יהיו בצלחת יותר מ-1,000 אֶמְבּוֹת? הסבירו.



9. שערו ובדקו את השערותיכם.

א. כעבור כמה זמן יהיו בצלחת יותר מ-1,000 אֶמְבּוֹת?
ב. כעבור כמה זמן יהיו בצלחת יותר מ-2,000 אֶמְבּוֹת? הסבירו.
ג. כעבור כמה זמן יהיו בצלחת יותר מ-4,000 אֶמְבּוֹת, יותר מ-8,000 אֶמְבּוֹת? הסבירו.



10. חשבו את 10 החזקות הראשונות של 2. קבעו על-סמך ממצאיכם את ספרת היחידות של: 2^{13} , 2^{20} , 2^{55} . הסבירו.



משימות נוספות



11. כתבו את התוצאה בכתיב חזקות. בדקו.

א. $5^2 \cdot 5^4$ ב. $7^3 \cdot 7$ ג. $3^2 \cdot 3^6$ ד. $5 \cdot 5^2$



12. כתבו ביטוי שווה ערך, קצר יותר.

א. $a^4 \cdot a^{10}$ ב. $b^3 \cdot b^2$ ג. $c^3 \cdot c^7$ ד. $x \cdot x^4$



13. כתבו ביטוי שווה ערך, קצר יותר.

זלזלה: $2a^5 \cdot 4a^2 = 2 \cdot a^5 \cdot 4 \cdot a^2 = 8a^7$

א. $4a^4 \cdot 5a^5$ ב. $7a^6 \cdot 8a^3$ ג. $7a^9 \cdot 9a^7$ ד. $\frac{1}{2}a^7 \cdot 10a^7$



14. כתבו ביטוי קצר יותר, אם אפשר. אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.

א. $a^5 \cdot a^4$ ד. $a^5 \cdot a^1$ ז. $b \cdot b$
ב. $a^5 \cdot b^4$ ה. $a \cdot a^3$ ח. $a^2 + b^2$
ג. $a \cdot b$ ו. $a^5 + a^5$ ט. $a^2 \cdot a^2$



15. מצאו את כל הפתרונות של המשוואה: $x^4 = x^2$ ($x \neq 0$). כמה פתרונות כאלה יש?




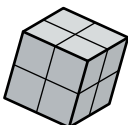
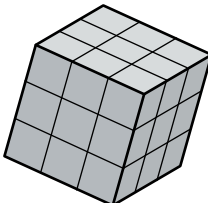
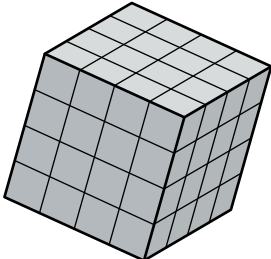
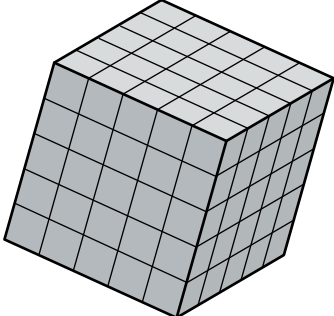
שיעור 3. עוגות בצורת קובייה

חוקי חזקות: חזקה של מכפלה וחזקה של מנה, בעלות בסיסים שונים

מר שְׁמִיל אופה עוגות גדולות בצורת קובייה, וטובל אותן בשוקולד מכל הצדדים. הוא פורס את העוגות לעוגות קטנות ליחיד, לפי הסימנים שהוא מסמן על העוגה הגדולה.

נחקור כיצד משתנה נפח הקובייה כאשר משנים את אורך הצלע שלה.

1. העתיקו את הטבלה והשלימו אותה.

מספר עוגות קטנות ליחיד	גודל העוגה
1	$1 \times 1 \times 1$ 
8	$2 \times 2 \times 2$ 
	$3 \times 3 \times 3$ 
	$4 \times 4 \times 4$ 
	$5 \times 5 \times 5$ 
	$a \times a \times a$



תזכורת

למספר קוביות היחידה ($1 \times 1 \times 1$) שמכילה קובייה קוראים **נפח** הקובייה.

$$\text{נפח קובייה שצלעה } a \text{ הוא: } a \cdot a \cdot a = a^3$$

2. מגדילים את צלע הקובייה פי 2

- א. מצאו בטבלה (ממשימה 1) שתי קוביות: שצלע הקובייה האחת, גדולה פי 2 מצלע הקובייה השנייה. פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה מנפח הקובייה הקטנה?
- ב. מהו נפח קובייה שצלעה a ? מהו נפח קובייה שצלעה $2a$? פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה יותר, מנפח הקובייה הקטנה?
- ג. **אילנה** אמרה: נפח הקובייה שצלעה 10 גדול פי 8 מנפח הקובייה שצלעה 5. האם אילנה צודקת? אם כן, הדגימו והסבירו. אם לא, הראו בעזרת דוגמה נגדית.
- ד. **צופית** אמרה: אורך צלע הקובייה הוא $2a$ לכן נפחה $(2a)^3$.
מעין אמרה: אם אורך צלע הקובייה $2a$, נפחה הוא $2a \cdot 2a \cdot 2a$.
שולמית אמרה: נפחה הקובייה הקטנה הוא a^3 , ולכן נפח הקובייה שהצלע שלה גדולה פי 2, הוא $2^3 \cdot a^3$.
דונו בהצעות השונות.

3. מגדילים את צלע הקובייה פי 5

- א. מצאו בטבלה (ממשימה 1) שתי קוביות: שצלע הקובייה האחת גדולה פי 5 מצלע הקובייה השנייה. פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה מנפח הקובייה הקטנה? הסבירו.

4. מקטינים את צלעותיה של הקובייה פי 2

- א. מצאו בטבלה (ממשימה 1) קוביות מתאימות, כך שצלע קובייה אחת קטנה פי 2 מצלע הקובייה השנייה. פי כמה קטן נפח הקובייה הקטנה מנפח הקובייה הגדולה?
- ב. **צופית** אמרה: אורך צלע הקובייה הוא $\frac{1}{2}a$ לכן נפחה $\left(\frac{1}{2}a\right)^3$.
מעין אמרה: אם אורך צלע הקובייה $\frac{1}{2}a$, נפחה הוא $\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a$.
שולמית אמרה: נפחה של הקובייה שצלעה a הוא a^3 , ולכן נפח הקובייה שהצלע שלה קטנה פי 2, הוא $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot a^3$.
דונו בהצעות השונות.



במשימות 2, 3, 4, חישבנו את הנפח של קובייה שצלעה a ושל קוביות נוספות.

מצאנו כי:

• כאשר **מגדילים** את הצלע של קובייה שצלעה a פי b, אפשר לחשב את הנפח,

$$\text{כך: } (a \cdot b)^3 \text{ או כך: } a^3 \cdot b^3.$$

• כאשר **מקטינים** את הצלע של קובייה שצלעה a פי b, אפשר לחשב את הנפח,

$$\text{כך: } \left(\frac{a}{b}\right)^3 \text{ או כך: } \frac{a^3}{b^3}, b \neq 0.$$

• **בכתיב חזקות רושמים:**

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$b \neq 0, \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

• **לפי הגדרת החזקה:**

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ פעמים}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ פעמים}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ פעמים}} = a^n \cdot b^n$$

$$b \neq 0, \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{a}{b}\right)}_{n \text{ פעמים}} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ פעמים}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ פעמים}}} = \frac{a^n}{b^n}$$



5. צלע של קובייה הוא a. מגדילים או מקטינים את צלע הקובייה.

פשוטו וקבעו מה מייצגים הביטויים הבאים (שטח ריבוע שצלעו..., נפח קובייה שצלעה... מקטינים צלע של קובייה פי..., מגדילים צלע של קובייה פי...):

א. $(3a)^3 = 3a \cdot \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (\underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}}) = 3^{\square} \cdot a^{\square}$

ב. $\left(\frac{a}{3}\right)^3 = \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^{\square}}{3^{\square}}$



1. מגדילים את צלע הקובייה פי 3

- א. כיצד ישתנה הנפח של הקובייה כתוצאה מהשינוי?
 ב. בדקו את השערתכם בעזרת דוגמאות.



2. הראו בעזרת ביטויים אלגבריים, כיצד ישתנה הנפח של קובייה כאשר מגדילים את הצלע שלה פי 3.



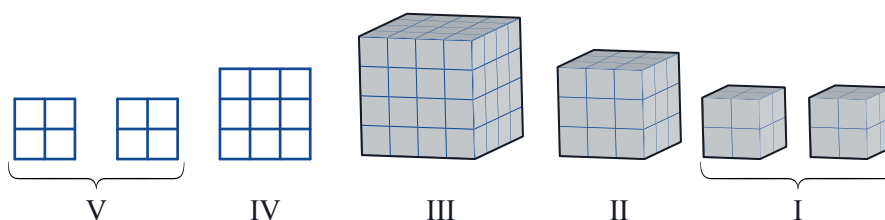
3. הראו בעזרת ביטויים אלגבריים, כיצד ישתנה שטח הפנים של קובייה כאשר מגדילים את הצלע שלה פי 3. (זכרו: שטח הפנים של קובייה הוא מספר הריבועים 1×1 שעל פני פאות הקובייה).



4. לפניכם תרגילים:

א. $3^3 =$ ב. $2^3 + 2^3 =$ ג. $2^2 + 2^2 =$ ד. $3^2 =$ ה. $4^3 =$

קבעו איזה מהשרטוטים (של קוביות ושל ריבועים) מתאים לכל אחד מהתרגילים.

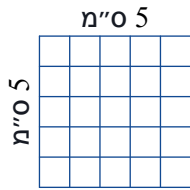


5. כתבו בכתב חזקות את מספר הקוביות של 1 סמ"ק הדרושות לבניית קובייה עליגבי כל אחד מהריבועים הבאים.

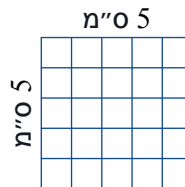
א. ב. ג.



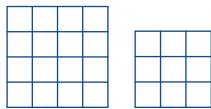
6. א. כמה קוביות של 1 סמ"ק דרושות כדי להניח על הריבוע שלפניכם שכבה אחת?
 ב. כמה שכבות כאלה יש להניח זו על גבי זו, כדי לקבל קובייה?
 ג. כמה קוביות של 1 סמ"ק דרושות כדי לבנות את הקובייה?
 רשמו גם בכתיב חזקות.



7. לפניכם ריבוע גדול:



ושני ריבועים קטנים:



- א. מה יותר: מספר המשבצות בריבוע הגדול, או סך-כל מספר המשבצות בשני הריבועים הקטנים?
 ב. מה יותר: מספר הקוביות הדרוש לבניית קובייה על הריבוע הגדול, או סך-כל מספר הקוביות הדרושות לבניית קוביות על שני הריבועים הקטנים? הסבירו.



8. מצאו שלשות של מספרים שווים.

- | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|-----------|--------------------|--------------------|-----------|----------|---------------------|---------------------|
| א. $2^3 \cdot 4^3$ | ב. $3^4 \cdot 2^4$ | ג. $5^2 \cdot 3^2$ | ד. $3^6 \cdot 4^6$ | ה. 8^3 | ו. 15^2 | ז. $(3 \cdot 4)^6$ | ח. $(3 \cdot 2)^4$ | ט. 12^6 | י. 6^4 | יא. $(5 \cdot 3)^2$ | יב. $(2 \cdot 4)^3$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|-----------|--------------------|--------------------|-----------|----------|---------------------|---------------------|



9. קבעו = או \neq .

- | | | | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|
| א. $(3 \cdot a)^4$; $3 \cdot a^4$ | ב. $(b \cdot 2)^5$; $b^5 \cdot 2^5$ | ג. $16 \cdot x^4$; $(2 \cdot x)^4$ | ד. $\frac{3^2}{b}$; $\left(\frac{3}{b}\right)^2$, $b \neq 0$ | ה. 50^2 ; $\frac{50^2}{10^2}$ | ו. 5 ; $\frac{10^3}{2^3}$ |
|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|



10. העלו בחזקה וצמצמו לפי הצורך.

זכירה: $b \neq 0$, $\frac{(2 \cdot b)^4}{b} = \frac{2^4 \cdot b^4}{b} = 16b^3$

- | | | | | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--|--------------------|----------------------------|-----------------------|
| א. $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ | ב. $b \neq 0$, $\frac{(2b)^3}{b^2}$ | ג. $x \neq 0$, $\left(\frac{x}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{x}$ | ד. $(8 \cdot a)^2$ | ה. $(5 \cdot a)^3 \cdot a$ | ו. $b^4 \cdot (2a)^3$ |
|---------------------------------|--------------------------------------|--|--------------------|----------------------------|-----------------------|



שיעור 4. מחזקים חזקות

חוקי חזקות: חזקה של חזקה

שי, ברק ונתנאל, חשבו את התרגיל $(a^2)^3$.

שי חיבר $2 + 3$ וקיבל a^5 , ברק כפל $2 \cdot 3$ וקיבל a^6 , נתנאל חישב 2^3 וקיבל a^8 .
מי צודק?

נלמד לחשב חזקה של חזקה.

1. ברק, אבי וזיו השתמשו בחוקים.

ברק אמר: כדי לבדוק מי צודק נשתמש בחוקים שלמדנו.

אבי רשם: $(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$

זיו רשם: $(a^2)^3 = (a \cdot a)^3$

בדקו מה מקבלים בכל אחת משתי הדרכים. אם הם צודקים, רשמו כחזקה.

2. קבעו בכל שורה את התשובה המתאימה.

א. 2^5 2^8 2^6 $(2^2)^3$

ב. 3^9 3^6 3^5 $(3^3)^2$

ג. 3^6 3^8 3^{16} $(3^4)^2$

3. מצאו מספרים שווים.

81^2

$2^{3 \cdot 4}$

3^8

$3^{2 \cdot 4}$

2^{12}

9^4

$(3^4)^2$

$(2^3)^4$

$(3^2)^4$

8^4



אם מעלים חזקה בחזקה, המעריך שווה למכפלת המעריכים.

זלזל:

$(a^2)^3$

כדי לחשב את התוצאה של:

$a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$ או $(a \cdot a) \cdot (a \cdot a) \cdot (a \cdot a)$

נעזרים בהגדרת החזקה:

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

לפי חוק הקיבוץ של הכפל, אפשר לכתוב:

$(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$

לכן,

באופן כללי, רושמים בכתיב חזקות: $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$, n ו- k טבעיים



4. חשבו בשלוש דרכים שונות וכתבו את התוצאה כחזקה.

זלזל: אפשר לחשב בעזרת הגדרת החזקה: $(5^2)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^6$
או בעזרת חוקי חזקות: $(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$
או לשלב בין השניים: $(5^2)^3 = (5^2) \cdot (5^2) \cdot (5^2) = 5^{2+2+2} = 5^6$

- א. $(2^3)^4$ ג. $(a^3)^2$ ה. $a \neq 0, \left(\frac{a^5}{a^3}\right)^2$
ב. $(b^2)^5$ ד. $(2a^3)^2$ ו. $a \neq 0, \frac{(a^3)^2}{(a^4)^3}$



אוסף משימות



1. קבעו מהו המעריך החסר.

- א. $(5^2)^4 = 5^{\square}$ ב. $(3^{\square})^2 = 3^{10}$ ג. $(2^3)^{\square} = 2^9$



2. חשבו.

- א. $(a^3)^4$ ב. $(a^4)^2$ ג. $(a^2)^5$ זלזל: $(a^2)^7 = a^{2 \cdot 7} = a^{14}$



3. קבעו מהו המעריך החסר.

- א. $(a^{\square})^2 = a^{10}$ ב. $(b^2)^{\square} = b^6$ ג. $(3^4)^2 = 3^{\square}$



4. כתבו את התוצאה בכתוב חזקות.

- א. $(2a^3)^2$ ב. $a \neq 0, \frac{(2a^3)^2}{a^4}$ ג. $a \neq 0, \frac{(2a^3)^2}{(a^4)^3}$ ד. $(3a^0)^2$



5. קבעו מהו המעריך החסר כדי שהתוצאה תהיה 64^2 .

- א. 2^{\square} ג. 4^{\square} ה. 8^{\square}
 ב. $(2^{\square})^2$ ד. $(4^{\square})^2$ ו. $(8^{\square})^2$



6. חשבו.

- א. $(3^2)^4 \cdot 3$ ג. $\frac{2^4 \cdot 2^5}{(2^3)^3}$ ה. $\frac{(7^2 \cdot a^6)^2}{7^3}$
 ב. $\frac{5^3 \cdot 5^4}{(5^2)^6}$ ד. $a \neq 0, \frac{a^5 \cdot (a^2)^3}{a^2 \cdot a^4}$ ו. $(2^4 \cdot 3^2)^5$



7. קבעו איך להשלים כדי שהתוצאה תהיה 729^5 (אין צורך לחשב).

- א. 3^{\square} ג. \square^{15} ה. \square^{10}
 ב. $(3^{\square})^5$ ד. $(\square^3)^5$ ו. $(\square^2)^5$



משימות נוספות



8. קבעו איזה מהביטויים הבאים שווה ערך לביטוי $2a$

- א. $\frac{(2a)^2}{2a}, a \neq 0$ ב. $\frac{2a^2}{2a}, a \neq 0$ ג. $2a^1$ ד. $(2a)^0$ ה. $2ab^0$



9. קבעו איזה מהביטויים הבאים אינו שווה ערך לביטוי: $16a^4b^6$

- א. $16b^2 \cdot (ab)^4$ ב. $(2b^2)^4 \cdot a^4$ ג. $(2ab)^4 \cdot b^2$ ד. $8a^4 \cdot 2b^6$



10. פרקו לגורמים וכתבו בכתיב חזקות.

צוואה: $20^{15} = (2^2 \cdot 5)^{15} = 2^{30} \cdot 5^{15}$

- א. 50^{10} ב. 48^6 ג. 36^9 ד. 196^5



שיעור 5. מתרגלים בחזקות

בשיעורים הקודמים ראינו כי חזקה היא כתיבה מקוצרת של מכפלות, ולמדנו כיצד כופלים ומחלקים חזקות.

בכתיב חזקות	כמכפלות
a^n	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ n פעמים
$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ n ו-k טבעיים	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_k$ n פעמים k פעמים
$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ $n > k, a \neq 0$	$\frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_k}$ n פעמים k פעמים
$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ $a \neq 0$	$\frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}$ n פעמים n פעמים
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$\underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_n =$ n פעמים $= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_n$ n פעמים n פעמים
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$	$\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{a}{b}\right)}_n = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_n}$ n פעמים n פעמים
$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$ n ו-k טבעיים	$\underbrace{a^n \cdot a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_k =$ k פעמים $= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \dots \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ n פעמים n פעמים n פעמים k פעמים

נתרגל בעזרת כתיבה כמכפלות או בעזרת חוקי החזקות.

1. כתבו דוגמה מספרית לכל אחד מהחוקים שבמסגרת שבפתיחת השיעור.

2. קבעו = או \neq .

א. $2^6 ; 4^3$ ג. $2^4 ; 4^2$ ה. $2^5 ; 5^2$

ב. $3^4 ; 9^2$ ד. $3^9 ; 9^3$ ו. $3^4 ; 6^2$

3. כתבו את המכפלות הבאות בכתיב חזקות, וקבעו אם התוצאה חיובית או שלילית.

א. $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$ ב. $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ ג. $(-b) \cdot (-b) \cdot (-b)$

4. קבעו = או \neq .

א. $(-3)^4 ; -3^4$ ג. $(-2)^3 ; -2^3$

ב. $-2^4 ; (-2)^4$ ד. $(-1)^{10} ; -1^{10}$

5. קבעו אילו מבין הבאים לא שווה ל- 2^{10} .

א. $\frac{2^{20}}{2^2}$ ג. $(2^5)^2$ ה. $\left(\frac{10}{5}\right)^{10}$

ב. $2^3 \cdot 2^7$ ד. $2^5 \cdot 2^2$ ו. $(2^5)^5$

6. בכל סעיף, קבעו מה חסר.

א. $2a^2b \cdot \square = a^3b^3$ ג.

א. $a \cdot \square = 2a^2$

ב. $\frac{2a^3b^5}{\square} = \frac{1}{2}a$ ד.

ב. $a^2 \cdot \square = a$

		$\left(\frac{a}{2}\right)^2$
$2a$	$(2a)^2$	$(2a)^3$

7. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם,

כך שתתקבל אותה מכפלה,

בכל שורה, בכל טור, ובשני האלכסונים.



8. קבעו, בכל סעיף, אילו ביטויים שווים ערך לביטוי המודגש.

$x^3 \cdot x^4$ I

א. $x^2 \cdot x^5$ ג. $x^{3 \cdot 4}$ ה. x^{12}

ב. $x \neq 0, \frac{x^{14}}{x^2}$ ד. x^7 ו. $(x^3)^4$

$\frac{x^{12}}{x^2}$ II $x \neq 0$

א. $(x^2)^3$ ג. $x \neq 0, x^{\frac{12}{2}}$ ה. x^8
 ב. x^{10} ד. x^{12-2} ו. $x^{12} - x^2$

x^0 III

א. $x \neq 0, \frac{x^7}{x^7}$ ג. x^{7-7} ה. $x - x$
 ב. $x \neq 0, x^7 \cdot \frac{1}{x^7}$ ד. 0 ו. 1

$x^3 + x^4$ IV

א. $x(x^2 + x^3)$ ג. $2 \cdot x^3$ ה. x^7
 ב. x^9 ד. $x^2(x + x^2)$ ו. $(x^3)^4$



אוסף משימות



1. כתבו כמכפלה.

א. 6^3 ב. 3^2 ג. 4^2 ד. 2^5 ה. 8^4 ו. 5^3



2. חשבו.

א. $3 + 2^3$ ב. $5 + 3^3$ ג. $48 : 4^3$ ד. $100 - 5^2$ ה. $4 \cdot 8^2$ ו. $6^2 + 4^2$



3. חשבו. אם פתרתם נכון, קיבלתם שני פתרונות שונים. מהם?

א. $75 + 5^2$ ב. $1 + 3^2$ ג. $4 \cdot 5^2$ ד. $4^2 - 6$ ה. $6^2 + 8^2$ ו. $12^2 - 2^3 - 6^2$



4. קבעו "נכון" או "לא נכון".

- א. $2^5 = 10$ ג. $3^4 - 5^2 = 56$ ה. $5^8 - 5^4 > 0$
- ב. $4^3 = 64$ ד. $6^3 - 7^3 > 0$ ו. $2.7^3 + 1.2^3 < 10$



5. רשמו את כל הפתרונות האפשריים.

זכירה: $x^{10} = x^2$. הפתרונות האפשריים הם: $x = 1$ או $x = 0$ או $x = -1$

- א. $x^3 = 1$ ג. $x^8 = 1$ ה. $x^4 = x^0$
- ב. $x^9 = -1$ ד. $x^{17} = 0$ ו. $x^2 = x^3$



זכירה: $\frac{(a \cdot b)^3}{a^2 b^3} = \frac{a^3 \cdot b^3}{a^2 \cdot b^3} = a$. פשוט.

- א. $a \neq 0$, $\frac{2a^3 \cdot a^2}{a^4}$ ג. $b \neq 0$, $\left(\frac{b}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{b}$
- ב. $y \neq 0$, $x \neq 0$, $\frac{x^4 (xy)^2}{xy}$ ד. $y \neq 0$, $x \neq 0$, $\left(\frac{x}{2y}\right)^3 \cdot \frac{6y^4}{(3x)^2}$



7. קבעו מה צריך להיות המכנה כך ש: $\frac{a^3 b^5}{2ab^3} = 2ab^3$



8. קבעו = או \neq .

- א. 3^0 ; 3^1 ג. 8^2 ; $4^2 \cdot 2^2$ ה. 100^3 ; 10^5
- ב. $\left(\frac{10}{2}\right)^5$; $\frac{10^5}{2}$ ד. $\frac{1}{2^6}$; $\frac{1}{8^2}$ ו. $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$; $\frac{3^4}{2^4}$



9. קבעו אילו מהביטויים הבאים שווה ערך לביטוי: $\frac{a}{8b}$

- א. $b \neq 0, \frac{a}{(2b)^3}$
 ב. $a \neq 0, b \neq 0, \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2$
 ג. $\frac{a}{8} \cdot b$
 ד. $a \neq 0, b \neq 0, \frac{2a^4}{16a^3b}$



משימות נוספות

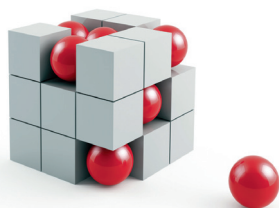


א.	ב.	ג.
ד.	ה.	ו.
ז.	ח.	ט.

10. העתיקו את לוח המשבצות. פתרו ורשמו כל תשובה במשבצת מתאימה.

- א. $3^3 - 21$ ד. 2^3 ז. $30 - 2^5$
 ב. $6 - 10$ ה. $8^2 - 60$ ח. $3^4 - 69$
 ג. $1 + 3^2$ ו. $4^3 - 64$ ט. $10^2 : 50$

אם פתרתם נכון, קיבלתם ריבוע קסם, בו יש אותו הסכום בכל טור, שורה ואלכסון.



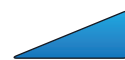
a^3		ab
	$(ab)^2$	
		ab^4

11. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שתתקבל אותה מכפלה, בכל שורה, בכל טור, ובכל אלכסון.



$\frac{a^5}{b^7}$		$\frac{a}{b}$
	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$	
		$\frac{b^3}{a}$

12. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שתתקבל אותה מכפלה, בכל שורה, בכל טור, ובכל אלכסון. (שימו לב: בכל המקרים $b \neq 0$.)



	$-2xy^2z^3$	
$-xy$		$2yz^3$

13. קבעו מה חסר בתאים של ריבוע הקסם, כך שבכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון, יתקבל ביטוי שווה ערך ל- $-8x^3y^6z^9$.



שומרים על כושר

1. כפלו (היעזרו בחוק הפילוג).

$$a \cdot (2 + m) = a \cdot 2 + a \cdot m \quad \text{זלזלה:}$$

א. $3 \cdot (x + 2)$ ד. $-3 \cdot (t - 7)$

ב. $2 \cdot (x + y)$ ה. $a \cdot (b + c)$

ג. $-2 \cdot (x + y)$ ו. $b \cdot (c - d)$

2. מצאו, בכל שורה, זוג ביטויים שווי ערך.

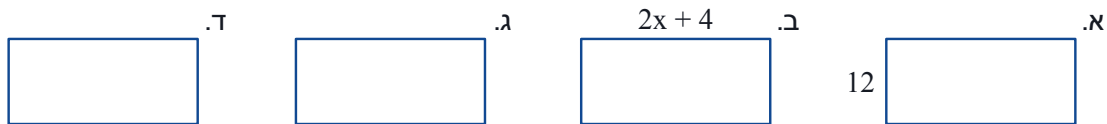
I. א. $18x - 24$ ב. $-6(4 - 3x)$ ג. $(8 - 6x) \cdot 3$

II. א. $-(x - x^2)$ ב. $-x(x + 1)$ ג. $-x + x^2$



3. לפניכם ארבעה מלבנים.

הביטוי $12x + 24$ מייצג את שטח המלבנים. רשמו מידות אפשריות לאורכי הצלעות.



4. כפלו (היעזרו בחוק הפילוג המורחב).

זלזלה:

$$(a + 5)(2 + m) = 2a + am + 10 + 5m$$

א. $(m + 5)(k + 3)$ ד. $(m + x)(4 + y)$

ב. $(2 + a)(b + 5)$ ה. $(7 + b)(c + d)$

ג. $(5 + a)(2 + b)$ ו. $(7 - b)(c + d)$

5. נתונים שלושה מספרים עוקבים.

כופלים את המספר האמצעי בעצמו, ואת שני האחרים כופלים זה בזה.

א. איזו מכפלה גדולה יותר? בכמה?

ב. האם זה נכון לכל שלושה מספרים עוקבים?

הראו בעזרת ביטויים או בעזרת דוגמה נגדית.