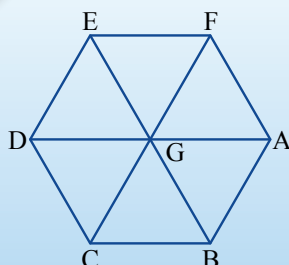




יחידה 10: מעוין וריבוע

שיעור 1. הכרת המעוין

כל המשולשים במשושה ABCDEF הם משולשים שווי צלעות.



כמה מעוינים בשרטוט? קשמו אותם.

נחקור את תכונות המעוין.



הגדרה: מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות נקראת **מעוין**.

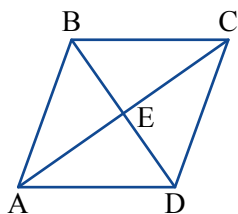
צלעות וזוויות

1. מהגדרת המעוין לומדים כי המעוין הוא מקבילית בעלת צלעות שוות. אילו תכונות של המקבילית מתקיימות במעוין?
2. **אייל** אמר: אפשר להגדיר מעוין כמרובע שכל הצלעות שלו שוות.
א. בדקו אם ההגדרה של אייל מתאימה להגדרה שבמסגרת. מה צריך להוכיח כדי להראות זאת?
ב. על מה מסתמכים כדי להוכיח?



משפט: אם מרובע הוא מעוין, אז כל הצלעות שלו שוות.

אלכסונים במעוין



3. נתון: ABCD מעוין

$$\sphericalangle ABD = 50^\circ$$

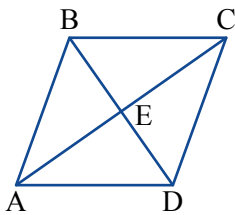
- א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט (כולל הזוויות בין האלכסונים).
- ב. האם האלכסונים מאונכים? האם מצאתם עוד תכונות של האלכסונים?



4. קפלו דף נייר מלבני לשניים.
קפלו קיפול נוסף (ראו תמונה).
גזרו משולש (כמו בתמונה).
א. איזה משולש גזרתם?

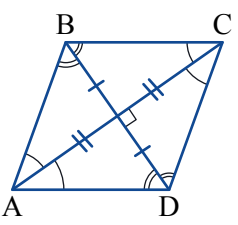
- ב. פתחו את המשולש הגזור, איזה מרובע קיבלתם?
ג. בדקו בעזרת קיפולים: האם האלכסונים חוצים את הזוויות?
האם האלכסונים חוצים זה את זה?
האם האלכסונים מאונכים זה לזה?

5. א. שרטטו במחברת מעוין ABCD ואת האלכסון AC.
האם המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ADC$ חופפים? הסבירו.
איזו מסקנה אפשר להסיק מהחפיפה? האם המסקנה נכונה גם לאלכסון BD? הסבירו.
ב. האם אפשר להגיע למסקנה זו ללא חפיפת משולשים?



6. נתון: ABCD מעוין.
א. עומר אמר: מספיק להראות כי $\triangle CBE \cong \triangle ABE$. נוכל להסיק $\angle AEB = 90^\circ$?
הסבירו מדוע המשולשים חופפים, ומדוע המסקנה של עומר נכונה.
ב. עידן אמר: אין צורך לחפוף את המשולשים.
 $\triangle ABC$ הוא משולש שווה שוקיים ולכן BE הוא גם גובה. הסבירו.



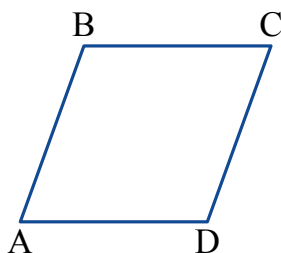


תכונות האלכסונים במעוין

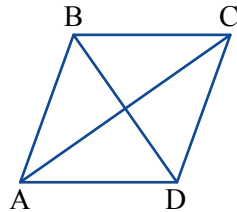
- האלכסונים חוצים זה את זה.
- האלכסונים מאונכים זה לזה.
- האלכסונים חוצים את הזוויות.



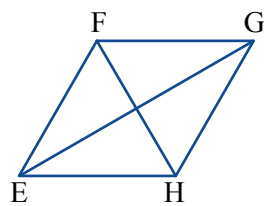
7. הראו בשלוש דרכים שונות, שהאלכסונים במעוין חוצים זה את זה.



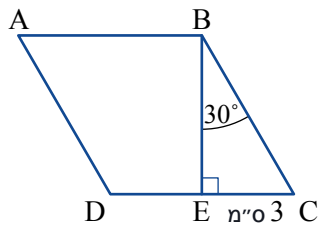
8. ABCD מעוין.
א. שרטטו גובה BM לצלע AD וגובה BP לצלע CD.
ב. הוכיחו: $BP = BM$.
ג. האם כל הגבהים במעוין שווים? הסבירו.



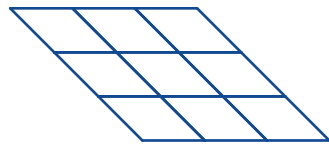
- 1. נתון:** ABCD מעוין.
 $\sphericalangle ACD = 22^\circ$, $AC = 8$ ס"מ, $DB = 6$ ס"מ
 א. חשבו את זוויות המעוין.
 ב. חשבו את אורך צלעות המעוין.
 ג. חשבו את היקף המעוין.



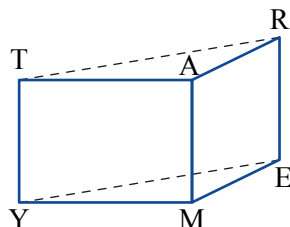
- 2. נתון:** FGHE מעוין.
 $\sphericalangle EFG = 120^\circ$, $FH = 10$ ס"מ
 חשבו את היקף המעוין.



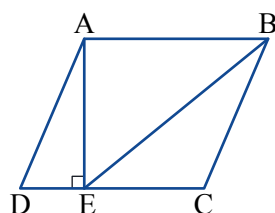
- 3. מצאו את אורכי הצלעות ואת גודל הזוויות במעוין.**



- 4. השרטוט מורכב מתשעה מעוינים קטנים.**
 א. כמה מקביליות יש בשרטוט?
 ב. כמה מעוינים יש בשרטוט?



- 5. נתון:** TAMY מלבן.
 AREM מעוין.
 א. הוכיחו: $AR = TY$
 ב. הוכיחו: מרובע TREY מקבילית



- 6. נתון:** ABCD מעוין.
 $AE \perp DC$
 $\sphericalangle D = 82^\circ$
 האם ייתכן $\sphericalangle EBC = 41^\circ$? הסבירו.

שיעור 2. עוד על מעוין



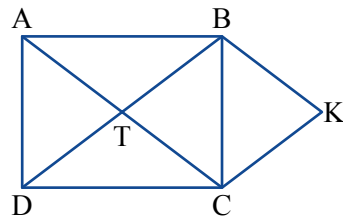
בצילום מראָה עם זרוע מתכווננת. אילו צורות נוצרות כשמרחיקים את הזרוע של המראָה מהקיר? מה משתנה ומה לא משתנה כשמותחים את הזרוע של המראָה?

נעסוק בזיהוי מעוין ובשטח מעוין.

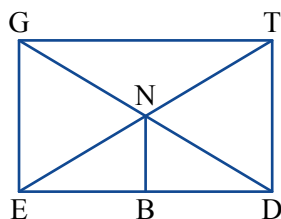
1. בשיעור הקודם הוכחנו: אם מרובע הוא מעוין, אז כל הצלעות שלו שוות.
 א. המשפט ההפוך הוא: אם במרובע כל הצלעות שוות, אז הוא מעוין. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
 ב. האם המשפט ההפוך נכון? הסבירו.



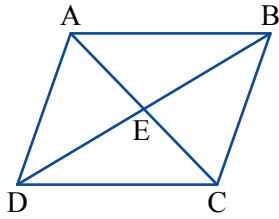
משפט: אם מרובע הוא מעוין, אז כל הצלעות שלו שוות.
המשפט ההפוך: אם במרובע כל הצלעות שוות, אז הוא מעוין.



2. נתון: ABCD מלבן.
 $AT = BK$
 $DT = KC$
 א. האם מרובע BKCT הוא מעוין? הסבירו.
 ב. איזה מרובע היה מתקבל אם מרובע ABCD היה מקבילית ולא מלבן? הסבירו.



3. נתון: GTDE מלבן.
 $ED \perp NB$
 שרטטו BL תיכון לצלע EN ב- $\triangle BEN$
 BK תיכון לצלע DN ב- $\triangle BDN$
 הוכיחו: מרובע LNKB מעוין.



4. א. במעוין ABCD אורכי האלכסונים הם:

$$AC = 8 \text{ ס"מ}, BD = 10 \text{ ס"מ}$$

מצאו את שטח המעוין.

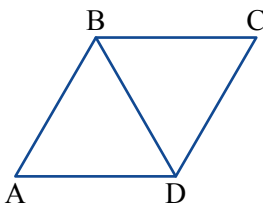
ב. הוכיחו בשלוש דרכים שונות כי שטח המעוין שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.



משפט: שטח מעוין שווה למחצית מכפלת אלכסוניו.



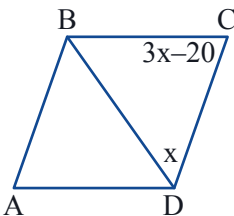
אוסף משימות



1. במעוין ABCD נתון $BC = BD$

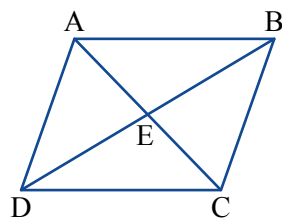
א. חשבו את זוויות המעוין.

ב. איזה סוג משולש הוא $\triangle BDC$?



2. חשבו את זוויות מעוין ABCD לפי הנתונים בשרטוט.

(הזוויות נתונות במעלות).

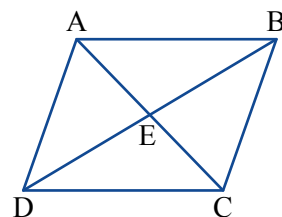


3. ABCD מעוין.

אורך אלכסון אחד 12 ס"מ ואורך אלכסון שני 16 ס"מ.

א. חשבו את שטח המעוין.

ב. חשבו את היקף המעוין.

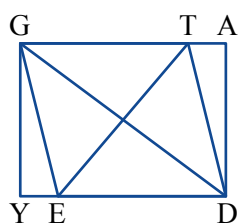


4. נתון: ABCD מעוין.

$$AC = 12 \text{ ס"מ}$$

$$\angle EDC = 30^\circ$$

חשבו את השטח וההיקף של המעוין.



5. נתון: $GADY$ מלבן.

$$AT = EY$$

$$GT = TD$$

מהו סוג המרובע $GTDE$? הוכיחו.



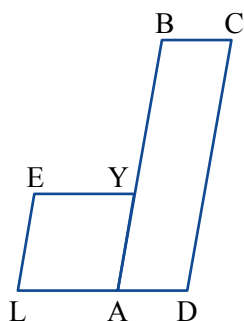
6. נתון: $EYAL$ מעוין.

$ABCD$ מקבילית.

רק מסקנה אחת מבין המסקנות הבאות נכונה, איזו היא? הוכיחו אותה.

א. $EA \parallel BD$

ב. $\angle EYA = \angle BCD$



7. נתון: $ABCD$ מעוין.

$ERTC$ מקבילית.

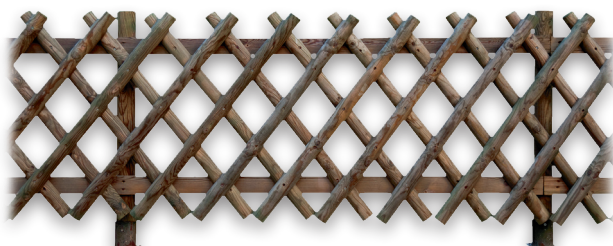
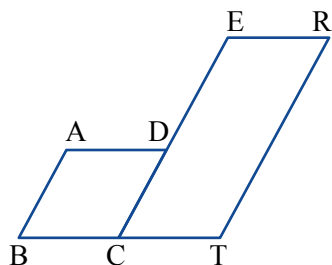
$$AB = ER$$

אילו מהמסקנות הבאות נכונות? הוכיחו.

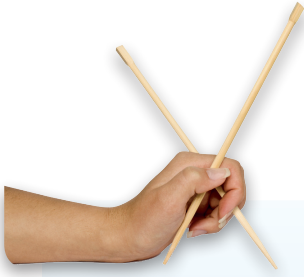
א. $\angle A = \angle T$

ב. $\triangle BDT$ הוא משולש שווה שוקיים.

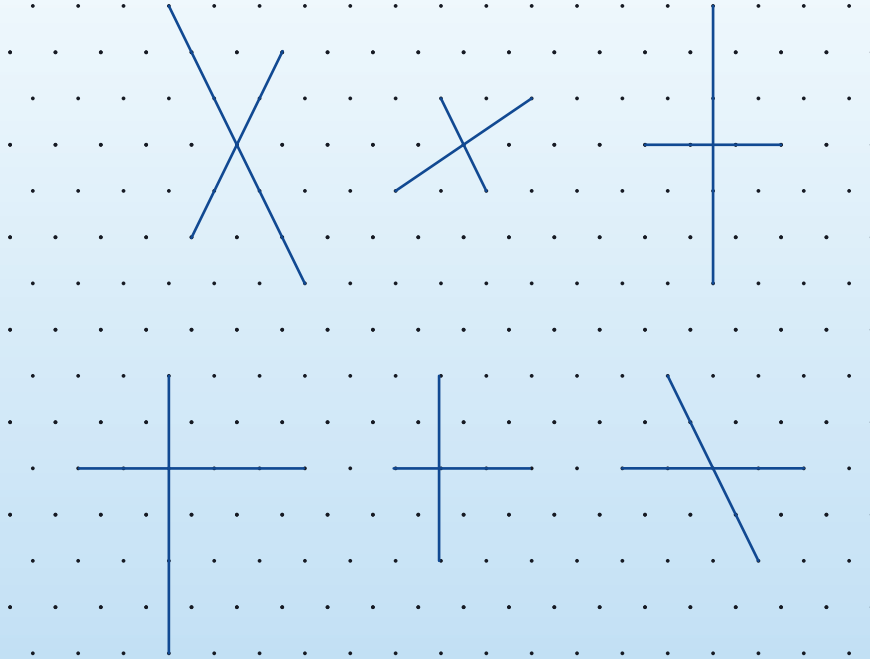
ג. מרובע $ADCT$ מקבילית.



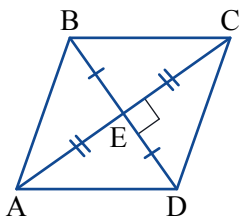
שיעור 3. האם המרובע הוא מעוין?



הקטעים המשורטטים הם זוגות אלכסונים של מרובעים. שרטטו את המרובעים.



אילו מרובעים קיבלתם?
נלמד לזהות מעוינים.



1. אילו מהמרובעים שקיבלתם הם מעוינים? הסבירו.

2. נתון: מרובע ABCD

$$BE = ED$$

$$CE = AE$$

$$BD \perp AC$$

א. כיצד תוכיחו כי ABCD מעוין?

ב. האם השתמשתם בהגדרה: מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות נקראת מעוין?



משפט: אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, אז המרובע הוא מעוין.
הוכחנו: אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, אז המרובע הוא מקבילית.
משפט: אם במקבילית האלכסונים מאונכים זה לזה, אז המקבילית היא מעוין.

3. נתון: ABCD מקבילית.

AC חוצה זווית A.

הוכיחו: ABCD מעוין.

א. שרטטו שרטוט מתאים.

ב. נסחו משפט מתאים, והסבירו מה צריך להוכיח.

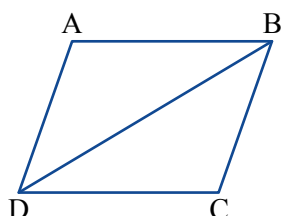
ג. הוכיחו כי $\triangle ABC$ שווה שוקיים.

ד. האם יש לכם מספיק מידע כדי לטעון שמרובע ABCD הוא מעוין? הסבירו.





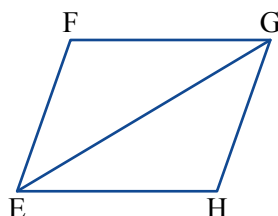
1. העתיקו את השרטוטים בכל סעיף, ורשמו אם מתקבל מעוין או מלבן. הסבירו כיצד ידעתם.



א. נתון: ABCD מקבילית.

$$\sphericalangle DAB = 100^\circ$$

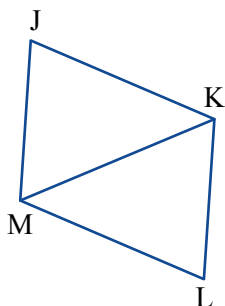
$$\sphericalangle BDC = 40^\circ$$



ב. נתון: FGHE מקבילית.

$$\sphericalangle FEG = 42^\circ$$

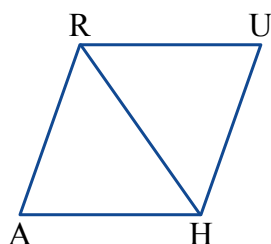
$$\sphericalangle FGE = 48^\circ$$



ג. נתון: JKLM מקבילית

$$\sphericalangle KML = 55^\circ$$

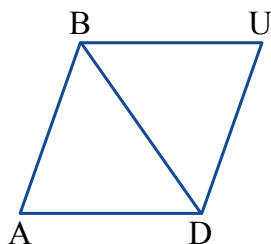
$$\sphericalangle JMK = 55^\circ$$



ד. נתון: RUHA מקבילית

$$\sphericalangle RUH = 60^\circ$$

$$\sphericalangle ARH = 60^\circ$$



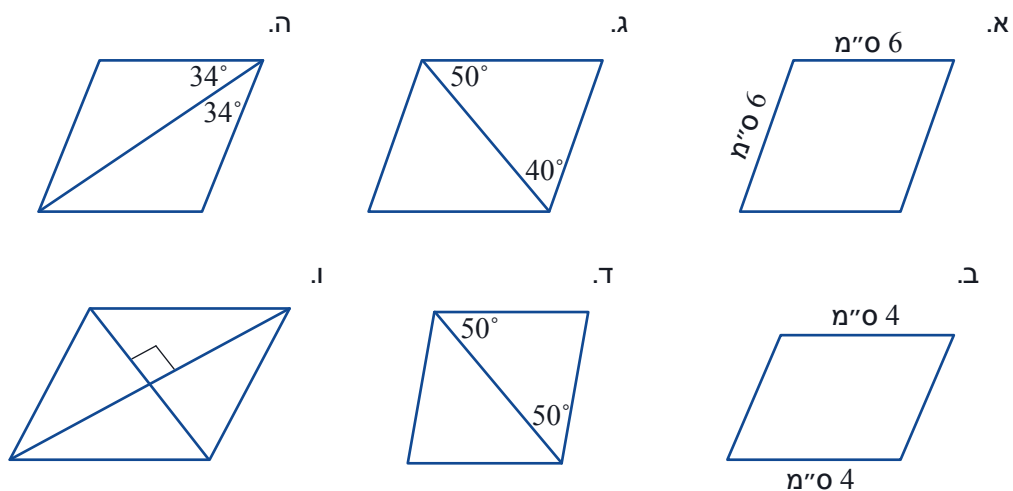
ה. נתון: BUDA מקבילית

$$\sphericalangle UDB = 70^\circ$$

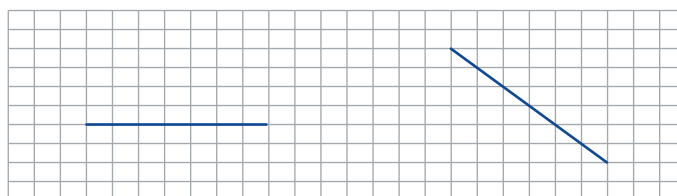
$$\sphericalangle ADB = 20^\circ$$



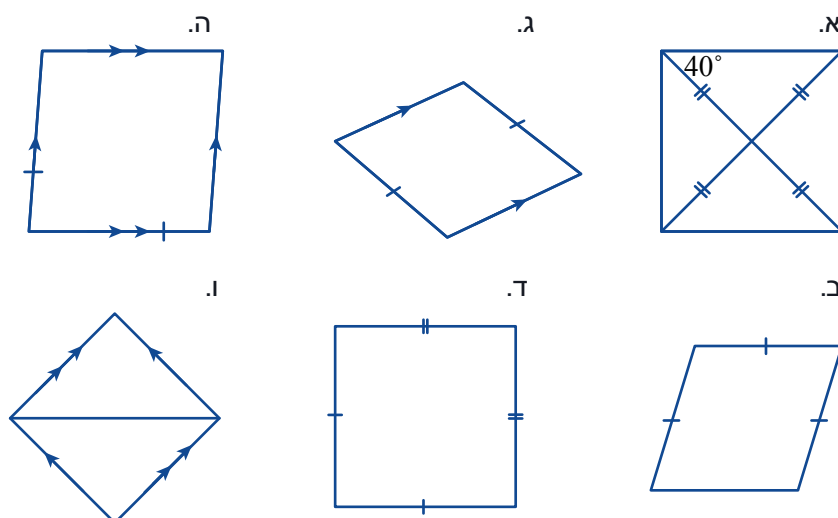
2. אילו מבין המקבילות הבאות הן מעוינים? הסבירו.

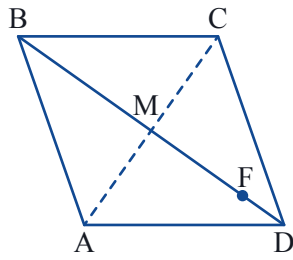


3. כל קו בשרטוט הוא אלכסון של מעוין. העתיקו את הקווים שבשרטוט על דף משובץ, ושרטטו לכל אלכסון שני מעוינים שונים.

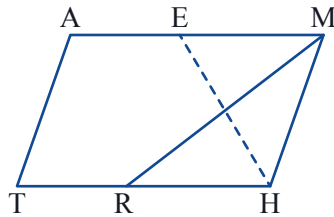


4. סמנו ליד כל מרובע, אם הוא מעוין. רשמו על איזה משפט הסתמכתם. (החיצים מייצגים ישרים מקבילים).

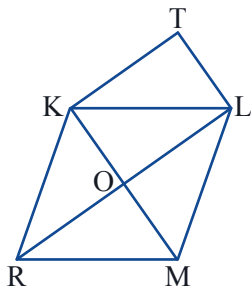




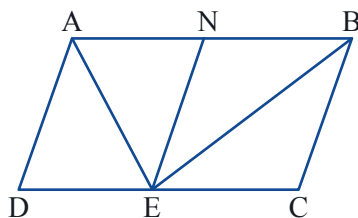
- 5. נתון:** ABCD מעוין.
 חברו את AF עם CF.
דני אמר: מרובע ABCF הוא מעוין.
 כי $AC \perp BF$ וגם $AM = MC$
 האם דני צודק? נמקו.



- 6. נתון:** AMHT מקבילית.
 RM חוצה זווית M.
 EH חוצה זווית H.
 הוכיחו:
 א. $EM = MH$
 ב. $EH \perp RM$
 ג. EMHR מעוין.



- 7. נתון:** KLMR מעוין.
 $TL = OM$
 $KT = OR$
 מהו סוג המרובע KTLO? הוכיחו.



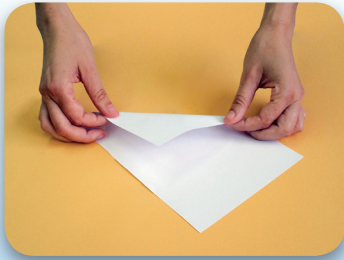
- 8. נתון:** ABCD מקבילית.
 N אמצע AB
 E נקודה על הצלע DC
 $AE \perp BE$
 (I) איזו מהטענות הבאות נובעת מתוך הנתונים? הסבירו.
 א. $NE \perp AB$
 ב. משולש AEB משולש ישר זווית ושווה שוקיים
 ג. $NE = NB$
 ד. $NE \parallel BC$

(II) הוסיפו נתון כך שאפשר יהיה להוכיח שמרובע NBCE הוא מעוין.

- 9.** שרטטו מלבן ABCD. R, S, T, V אמצעי צלעות המלבן. מהו סוג המרובע RSTV?

- 10.** הוכיחו את המשפט: אם במרובע האלכסונים חוצים את הזוויות אז המרובע הוא מעוין.

שיעור 4. הריבוע

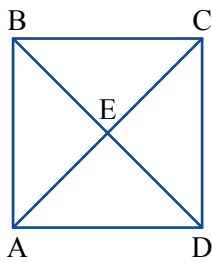


צרו מדף מלבני A4 ריבוע, ללא שימוש בסרגל.
הסבירו מדוע המרובע שקיבלתם הוא ריבוע.

נכיר את תכונות הריבוע ותנאים מספיקים לזיהוי ריבוע.



הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות, נקרא **ריבוע**.



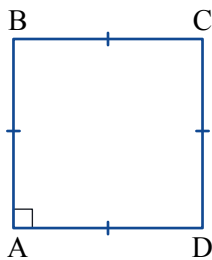
1. המורה ביקשה להגדיר ריבוע.

עידן אמר: ריבוע הוא מעוין בעל זווית ישרה.

יובל אמר: ריבוע הוא מלבן בעל זוג צלעות סמוכות שוות.

דויד אמר: ריבוע הוא מקבילית בה האלכסונים שווים ומאונכים זה לזה.

דונו בהגדרות השונות. האם כולן נכונות? הסבירו.

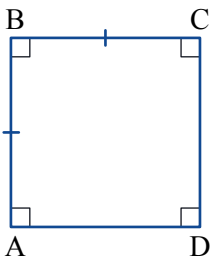


מזהים ריבוע

2. **נתון:** ABCD מעוין.

$$\sphericalangle A = 90^\circ$$

מה צריך לעשות כדי להוכיח שמרובע ABCD הוא ריבוע?



3. **משפט:** ריבוע הוא מלבן שבו זוג צלעות סמוכות שוות.

א. קשמו את הנתונים שבשרטוט בכתיב מתמטי.

ב. הוכיחו את המשפט.

4. הוכיחו את המשפט: ריבוע הוא מקבילית שבה האלכסונים שווים ומאונכים זה לזה.



כדי להוכיח שמרובע הוא ריבוע מספיק להראות שמתקיים אחד התנאים:

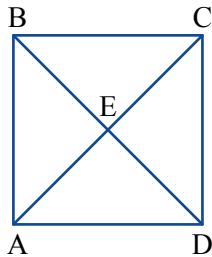
- מרובע שבו כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.
- מלבן בעל זוג צלעות סמוכות שוות.
- מעוין בעל זווית ישרה.
- מקבילית בעלת אלכסונים שווים ומאונכים זה לזה.



אוסף משימות



1. ABCD ריבוע.



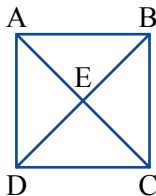
א. חשבו את גודל כל הזוויות בשרטוט.

ב. אילו סוגי משולשים יש בשרטוט?

ג. מצאו משולשים חופפים, וכתבו לפי איזה משפט חפיפה.



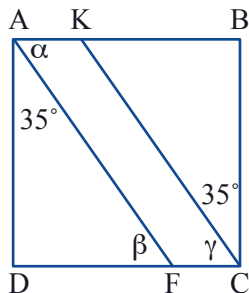
2. נתון: ABCD ריבוע.



האם ייתכן: $AE = AB$? הסבירו.



3. נתון: ABCD ריבוע.



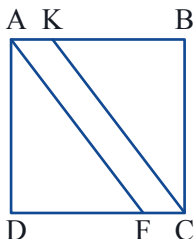
$\angle KCB = 35^\circ$, $\angle DAF = 35^\circ$

א. מצאו את גודל הזוויות: α , β , γ . נמקו.

ב. האם מרובע AKCF הוא מקבילית? הסבירו.

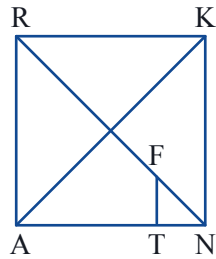


4. נתון: ABCD ריבוע.



$\angle KCB = \angle DAF$

האם מרובע AKCF הוא מקבילית? הסבירו.



5. נתון: RANK ריבוע.

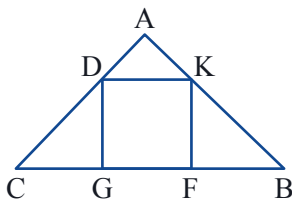
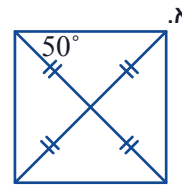
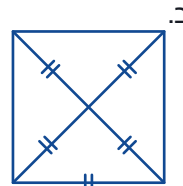
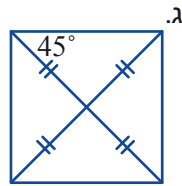
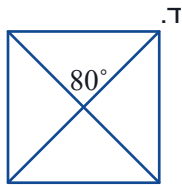
$$RA \parallel FT$$

מהו סוג המשולש $\triangle FTN$? הסבירו.



6. בשרטוטים ריבועים ובהם מסומנים נתונים.

סמנו ריבועים שנתוניהם שגויים. הסבירו.

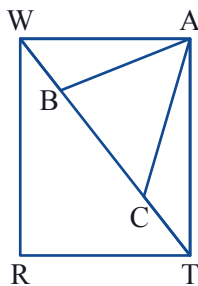


7. נתון: במשולש ABC חסום ריבוע DKFG.

$$CG = GF = FB$$

א. מהו סוג המשולש ABC? הסבירו.

ב. מצאו משולשים דומים. כמה מצאתם?

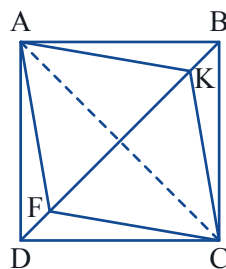


8. נתון: הנקודות B, C, נמצאות על אלכסון הריבוע ATRW.

$$\sphericalangle WAB = 15^\circ$$

$$\sphericalangle TAC = 15^\circ$$

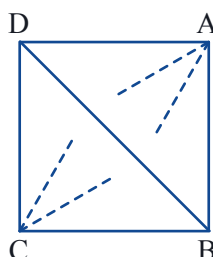
מהו סוג המשולש ABC?



9. נתון: ABCD ריבוע.

$$BK = DF$$

מהו סוג המרובע AKCF?

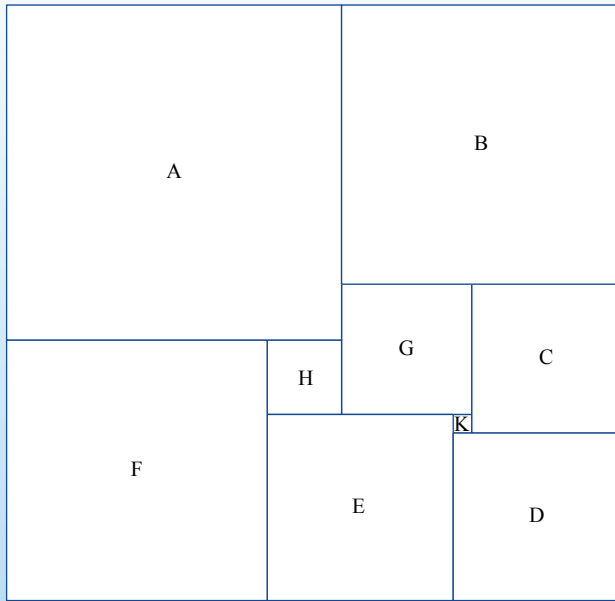


10. נתון: ABCD ריבוע.

חילקו את הזוויות A ו-C לשלוש זוויות שוות.

קווי החלוקה יוצרים מרובע. איזה סוג מרובע נוצר? הסבירו.

שיעור 5. האם המרובע הוא ריבוע?



המרובע בשרטוט מורכב מריבועים שונים.
שטח ריבוע C 64 מ"ר.
שטח ריבוע D 81 מ"ר.
היעזרו בנתונים כדי למצוא את המידות של הריבועים האחרים.
האם המרובע בשרטוט הוא ריבוע? נמקו.

נלמד לזהות ריבועים.

1. בכל סעיף, שרטטו מרובע מתאים, נסחו משפט, והוכיחו אותו.

א. נתון: ABCD מלבן.

$$AC \perp BD$$

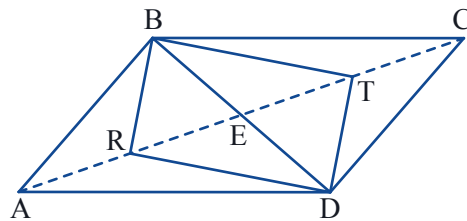
הוכיחו: ABCD ריבוע.

ב. נתון: ABCD מעוין.

$$AC = BD$$

הוכיחו: ABCD ריבוע.

ג. כתבו תנאי נוסף לקבל ריבוע. הוכיחו אותו.



2. נתון: ABCD מעוין.

$$AR = TC$$

$$BE = RE$$

הוכיחו: BTDR ריבוע.



3. מצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו וכל זוויותיו שוות.

א. מיהו המצולע המשוכלל בעל 3 צלעות? מה גודל כל זווית במצולע זה?

ב. מיהו המצולע המשוכלל בעל 5 צלעות? מה גודל כל זווית במצולע זה?



הדגם של ריבועים כהים ובהירים הוא דיוקן של איש מפורסם. מיהו האישי? (ככל שמרחיקים את התמונה, היא תתבהר יותר.) מסכי המחשב נוצרים לפי אותו עיקרון. המסך מחולק לריבועים קטנים מאד (פיקסלים). המצבור של אלפי ריבועים קטנים יוצרים תמונה "רציפה" מבלי שהעיניים שלנו יבחינו בריבועים המרכיבים אותה.



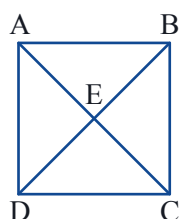
אוסף משימות



1. לפניכם טענות, קבעו לכל טענה אם היא נכונה. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
- א. כל מעוין הוא ריבוע.
 - ב. כל ריבוע הוא מעוין.
 - ג. כל ריבוע הוא מלבן.
 - ד. כל מלבן הוא ריבוע.



2. לפניכם טענות, קבעו, לכל טענה אם היא נכונה. נמקו או שרטטו דוגמה נגדית.
- א. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, אז הוא ריבוע.
- ב. אם במרובע יש שלוש צלעות שוות, אז הוא מעוין.
- ג. אם במרובע יש שלוש צלעות שוות וזווית ישרה, אז הוא ריבוע.
- ד. אם במרובע יש שלוש זוויות שוות, אז הוא מלבן.



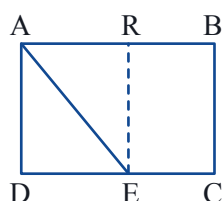
3. נתון: ABCD ריבוע.

$$AB = 8 \text{ ס"מ}$$

- א. חשבו את היקף משולש ABC.
- ב. חשבו את היקף משולש ABE.



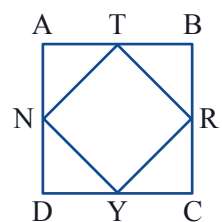
4. אורך אלכסון של ריבוע 10 ס"מ. מצאו את השטח וההיקף של הריבוע.



5. נתון: ABCD מלבן.

AE חוצה זווית A

האם מרובע ADER הוא ריבוע? הסבירו.



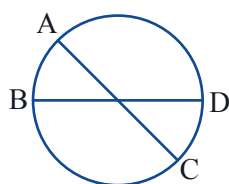
6. הנקודות T, R, Y, N הן אמצעי צלעות הריבוע ABCD הוכיחו כי מרובע RYNT הוא ריבוע.



7. AC ו-BD הם קטרים במעגל.

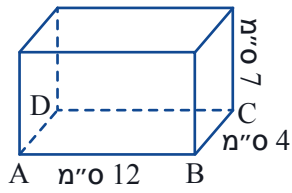
א. מהו סוג המרובע ABCD? הסבירו.

ב. קשמו תנאי נוסף כדי שמרובע ABCD יהיה ריבוע.

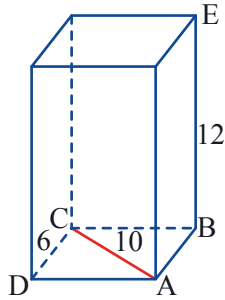




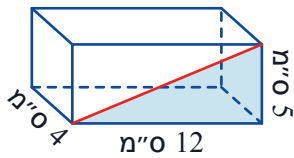
שומרים על כושר



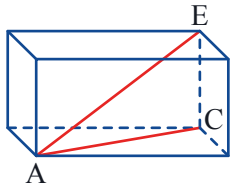
1. א. מצאו את נפח התיבה.
ב. מצאו את שטח הפנים של התיבה



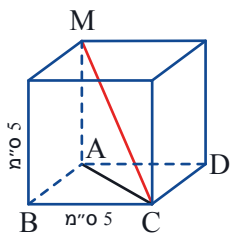
2. מצאו את נפח התיבה שבשרטוט.
(המידות בשרטוט נתונות בס"מ).



3. בשרטוט אלכסון של אחת מפיאות התיבה (באדום).
מצאו את אורכו.



4. בשרטוט: אורך $CE = 60$ ס"מ. אורך אלכסון הפיאה $AC = 80$ ס"מ.
מצאו את אורך אלכסון התיבה.



5. בשרטוט קובייה שאורך כל אחת מצלעותיה 5 ס"מ.
מצאו את אורך אלכסון הקובייה.

6. בכל סעיף משורטטת קובייה. זהו את סוג המשולש הצבוע.

