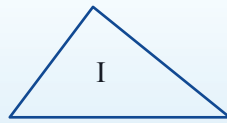


יחידה 14: אי שוויונות במשולש

שיעור 1. זווית חיצונית במשולש

כמה זוויות חיצוניות למשולש?



בשרטוט II מסומנת זווית חיצונית אחת.

האם זווית חיצונית גדולה מכל זווית פנימית של המשולש?

נבדוק קשרים בין זווית חיצונית במשולש לזוויות הפנימיות.

זווית חיצונית במשולש

1. בכל סעיף, שרטטו משולש מתאים.

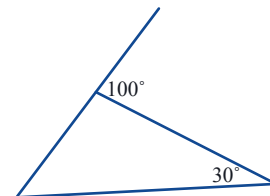
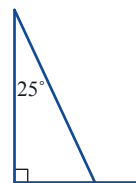
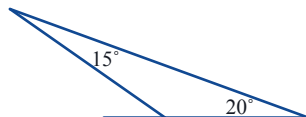
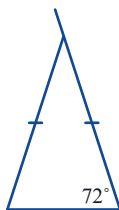
א. הזווית החיצונית גדולה מהזווית הפנימית הצמודה לה.

ב. הזווית החיצונית שווה לזווית פנימית הצמודה לה.

ג. הזווית החיצונית קטנה מהזווית הפנימית הצמודה לה.

2. א. חשבו את הזוויות הפנימיות ואת הזוויות החיצוניות המשורטטות במשולשים הבאים.

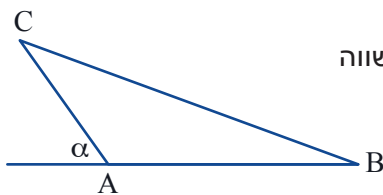
ב. מצאו קשרים בין הזווית החיצונית במשולש (המשורטטת) והזוויות הפנימיות.



ג. אפרת אמרה: זווית חיצונית גדולה מכל זווית פנימית.

ניתאי אמר: זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

מי מהם צודק? הסבירו.



3. א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט: זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

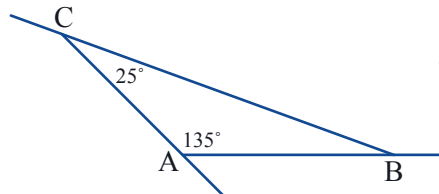
ב. הוכיחו את המשפט.

ג. במקו את המסקנה: זווית חיצונית במשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה (היעזרו בסעיף א).

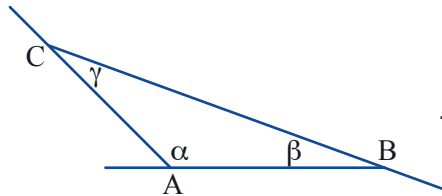


משפט: זווית חיצונית במשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
מסקנה מהמשפט: זווית חיצונית במשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה.

סכום זוויות חיצוניות ופנימיות במצולע



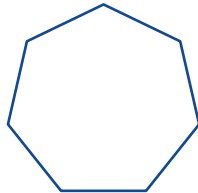
4. חשבו את סכום הזוויות החיצוניות, המשורטטות במשולש ABC.



5. משורטטת זווית חיצונית אחת ליד כל קודקוד.

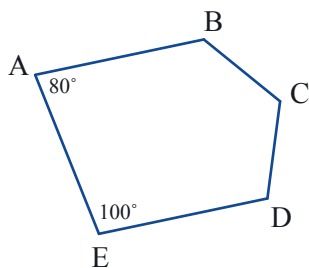
א. בטאו כל זווית חיצונית באמצעות הזווית הפנימית הצמודה לה.

ב. מצאו את סכום שלוש הזוויות החיצוניות.



תזכורת

- סכום הזוויות החיצוניות (אחת בכל קודקוד) בכל מצולע קמור הוא 360°
- סכום הזוויות הפנימיות במצולע בעל n צלעות הוא $180^\circ(n - 2)$



6. במחומש ABCDE, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D$.

א. חשבו את הזוויות הפנימיות של המחומש.

ב. שרטטו זווית חיצונית אחת בכל קודקוד. מה סכום כל הזוויות ששרטטתם?



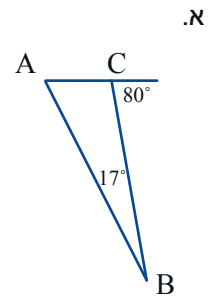
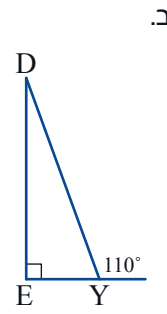
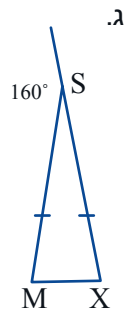
7. משורטטת משושה משוכלל.

א. חשבו כל אחת מהזוויות הפנימיות שלו.

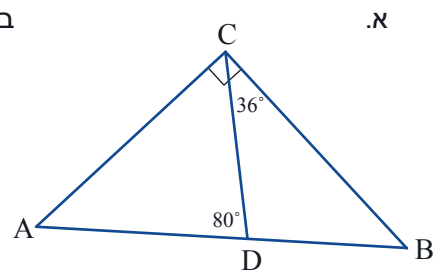
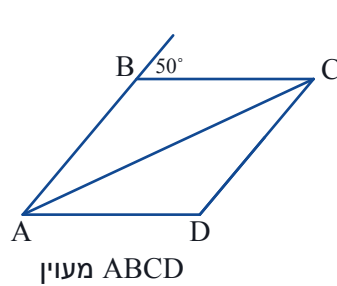
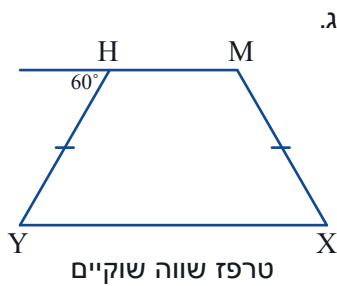
ב. שרטטו זווית חיצונית אחת בכל קודקוד. מה סכום כל הזוויות ששרטטתם?



1. בכל סעיף, חשבו את כל זוויות המשולש.



2. בכל סעיף, חשבו את כל הזוויות.



3. חשבו את זוויות המשולש, אם אפשר.

- א. המשולש ישר זווית ואחת מזוויותיו החיצוניות 125° .
- ב. המשולש בעל זווית אחת של 42° וזווית חיצונית אחת 80° .
- ג. המשולש בעל זווית חיצונית אחת 95° וזווית חיצונית שנייה 112° .
- ד. המשולש בעל זווית אחת של 140° וזווית חיצונית אחת 40° .

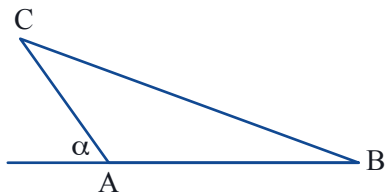


4. קבעו אם הטענות נכונות. הסבירו.

- א. אם במשולש יש זווית חיצונית אחת קהה, אז המשולש חד זווית.
- ב. אם במשולש יש שתי זוויות חיצוניות קהות, אז המשולש חד זווית.
- ג. אם במשולש יש שלוש זוויות חיצוניות קהות, אז המשולש חד זווית.



5. α זווית חיצונית הצמודה ל- $\sphericalangle A$.
קבעו: $<$, $>$, $=$.



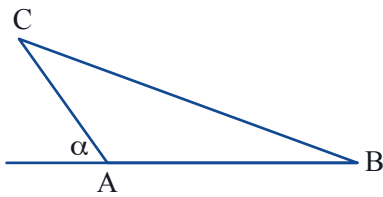
ג. α ; $\sphericalangle C$

ב. α ; $\sphericalangle B$

א. α ; $\sphericalangle B + \sphericalangle C$



6. α זווית חיצונית הצמודה ל- $\sphericalangle A$. קבעו נכון או לא נכון.



ה. $\alpha < \sphericalangle B$

ג. $\alpha + \sphericalangle B = 180^\circ$

א. $\alpha + \sphericalangle A = 180^\circ$

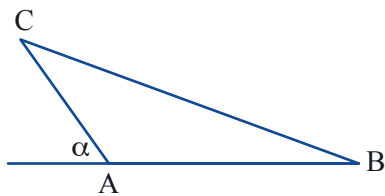
ו. $\alpha > \sphericalangle C$

ד. $\alpha = \sphericalangle A + \sphericalangle C$

ב. $\alpha = \sphericalangle B + \sphericalangle C$



7. α זווית חיצונית הצמודה ל- $\sphericalangle A$.
קבעו נכון או לא נכון.



ג. $180^\circ - \sphericalangle A = \sphericalangle B + \sphericalangle C$

ב. $\sphericalangle A > 180^\circ - \alpha$

א. $\alpha - \sphericalangle B = \sphericalangle C$



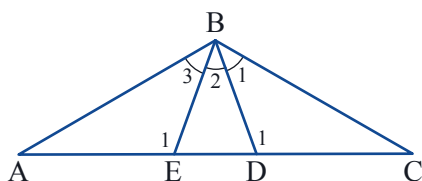
8. נתון: BE חוצה זווית ABD. BD חוצה זווית EBC.

$$\sphericalangle D_1 = \sphericalangle E_1$$

א. הוכיחו שמשולש BED שווה שוקיים.

ב. $\sphericalangle B_1 = 40^\circ$ חשבו את יתר הזוויות.

ג. איזה סוג הוא משולש ABC?





9. נתון: BE חוצה זווית DBC. BD חוצה זווית EBA.

$$\angle D_1 = \angle E_1, \angle B_1 = \alpha$$

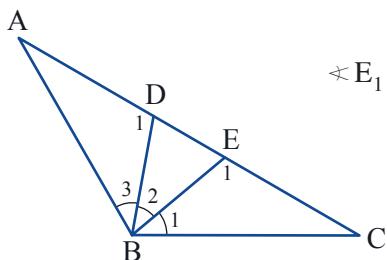
א. האם ייתכן?

$$\angle E_1 = 2\alpha \quad (1) \quad \angle E_1 = 1.5\alpha \quad (2) \quad \angle E_1 = 2.5\alpha \quad (3)$$

יש רק מקרה אפשרי אחד. הסבירו.

ב. מהו הערך של α המתאים למקרה האפשרי.

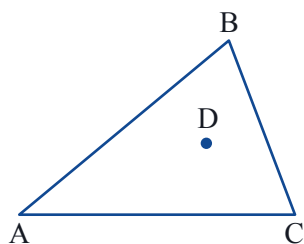
ג. חשבו את זוויות המשולש ABC.



10. D נקודה כלשהי בתוך משולש ABC.

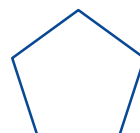
האם $\angle ADC$ גדולה, קטנה או שווה ל- $\angle B$? הסבירו.

כדאי לשרטט ישר דרך הנקודות B, D.



11. משורטטים מצולעים משוכללים.

א.



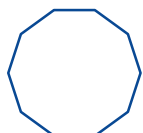
מחומש משוכלל

ב.



מתומן משוכלל

ג.



מעושר משוכלל

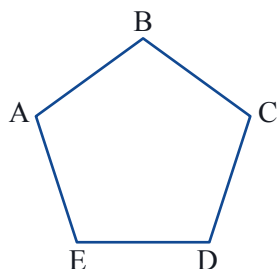
חשבו כל אחת מהזוויות הפנימיות של כל מצולע.



12. ABCDE מחומש משוכלל.

א. חשבו את כל הזוויות בשרטוט.

ב. מהו סוג המשולש ABC? הסבירו.



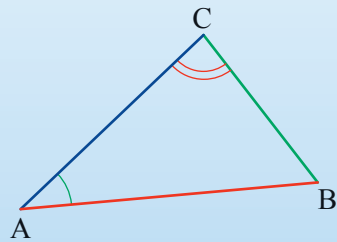
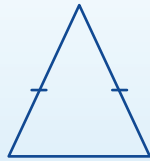
ג. מהו סוג המרובע ACDE? הסבירו.



שיעור 2. קשרים בין צלעות במשולש ובין זוויותיו

שני המשפטים הבאים נכונים. הסבירו.

- אם במשולש שתי צלעות **שוות**, אז שתי הזוויות שמולן **שוות**.
- אם במשולש שתי צלעות **שונות**, אז שתי הזוויות שמולן **שונות**.

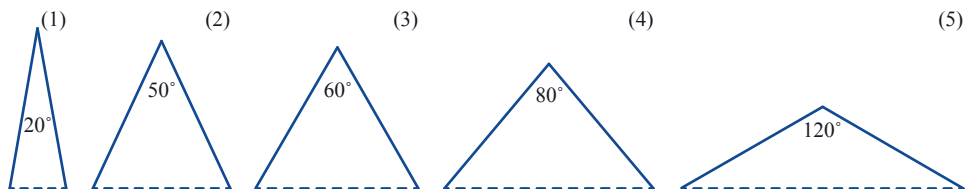
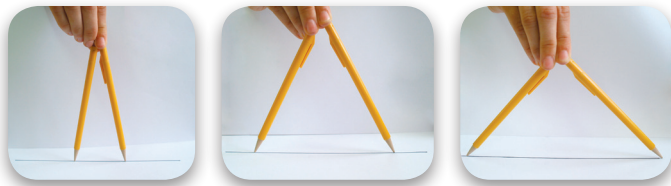


הצלע AB במשולש ABC גדולה מצלע CB. איזו זווית גדולה יותר, $\sphericalangle A$ או $\sphericalangle C$?

נעסוק בקשרים בין צלעות משולש ובין זוויותיו.

משולש שווה שוקיים

1. א. קחו שני עטים באורך שווה וצרו משולשים:



ב. רשמו את המשולשים בהם:

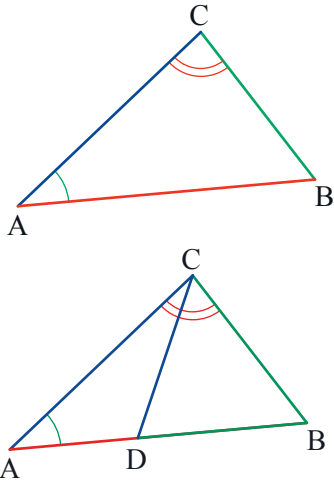
- השוק שווה לבסיס
- השוק קטנה מהבסיס
- השוק גדולה מהבסיס
- זווית הראש גדולה מזווית הבסיס
- זווית הראש קטנה מזווית הבסיס

ג. **דניאל** אמר: אם זווית הראש גדולה מזווית הבסיס, הבסיס גדול מהשוק.

אם הבסיס גדול מהשוק, זווית הראש גדולה מזווית הבסיס.

האם דניאל צודק?

ומה אם המשולש אינו שווה שוקיים?



2. במשולש המשורטט ABC, נתון כי $AB > CB$.

נוכיח כי: $\sphericalangle C > \sphericalangle A$.

נסמן על AB קטע BD, השווה ל-CB (ראו שרטוט).
השלימו את הנימוקים בכל שלב של ההוכחה:

א. $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BCD$

ב. $\sphericalangle BDC > \sphericalangle A$

ג. $\sphericalangle BCD > \sphericalangle A$

ד. $\sphericalangle BCA > \sphericalangle BCD$

ה. $\sphericalangle BCA > \sphericalangle A$



משפט: במשולש, אם צלע אחת גדולה מצלע שנייה, אז הזווית מולה גדולה מהזווית שמול הצלע השנייה.

3. א. נסחו את המשפט ההפוך למשפט הרשום במסגרת.

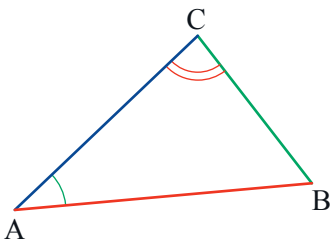
ב. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח לפי המשולש המשורטט. ($\sphericalangle C$ גדולה מ- $\sphericalangle A$)

ג. **אורן** אמר: לא ייתכן ש- $AB = CB$. אורן צודק. הסבירו.

נתנאל אמר: לא ייתכן ש- $CB > AB$. נתנאל צודק. הסבירו.

רותי אמרה: AB חייב להיות גדול מ-CB.

האם רותי צודקת? הסבירו.



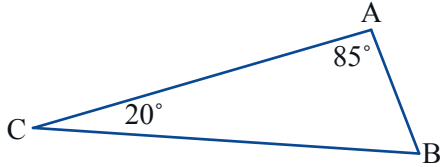
4. קבעו אם המשפטים הבאים נכונים. אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

א. במשולש ישר זווית, היתר הוא הצלע הגדולה ביותר.

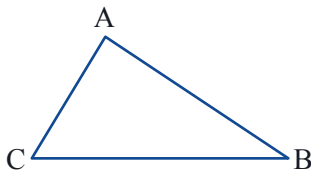
ב. במשולש שווה שוקיים, השוקים הן הצלעות הגדולות ביותר.

ג. במשולש קהה זווית, הצלע מול הזווית הקהה במשולש היא הגדולה ביותר.

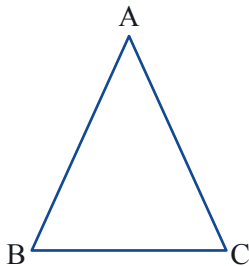
ד. אם במשולש שתי זוויות שונות זו מזו אז המשולש אינו שווה שוקיים.



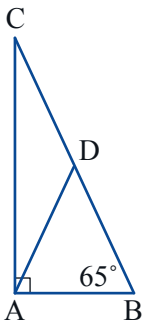
1. אורכי הצלעות במשולש ABC הם: 10 ס"מ, 3.4 ס"מ, 9.7 ס"מ. זזה את אורכה של כל צלע.



2. משורטט משולש ABC, שבו מתקיים: $CB > AB > CA$.
 א. מהי הזווית הגדולה במשולש?
 ב. מהי הזווית הקטנה במשולש?



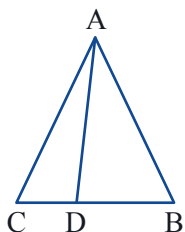
3. משולש שווה שוקיים, $AB = AC$, $\sphericalangle A = 52^\circ$.
 א. חשבו את זוויות המשולש.
 ב. מי גדול יותר, השוק או הבסיס? הסבירו.



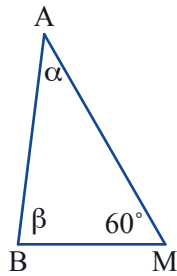
4. AD תיכון ליתר במשולש ABC.
 א. חשבו את כל הזוויות.
 ב. מי גדול יותר, הניצב AB או התיכון AD. הסבירו.
 ג. מי גדול יותר, הניצב AC או התיכון AD. הסבירו.



5. גדלי הזוויות של משולש שווה שוקיים הם: $120^\circ, 30^\circ$. אורכי שתיים מצלעותיו 15 ס"מ ו-8.6 ס"מ. מה אורכה של הצלע השלישית? הסבירו.



6. משולש ABC שווה שוקיים. D נקודה כלשהי על BC.
 א. האם $AD > AB$, $AD < AB$ או $AD = AB$? הוכיחו.
 ב. האם תשובתכם תשתנה אם D מימין ל-B? הסבירו.



7. $\sphericalangle M = 60^\circ$, $BA > BM$

האם $\alpha = \beta$? הסבירו. אם לא, איזו זווית גדולה יותר?



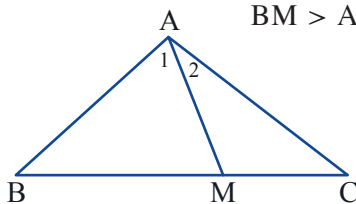
8. הוכיחו כי הגובה לצלע במשולש קטן מכל אחת משתי הצלעות האחרות.



9. M נקודה על קטע BC. $\sphericalangle A_1 > \sphericalangle C$.

קבעו: נכון / לא נכון / אי אפשר לדעת, לכל אחד מאי השוויונות הבאים:

א. $AC > AM$ ב. $BC > AM$ ג. $BC > AB$ ד. $BM > AB$

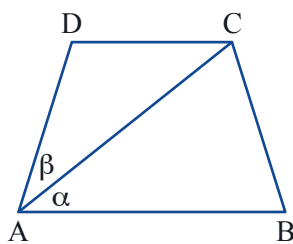


10. ABCD טרפז ($AB \parallel DC$)

האם DC גדולה, קטנה או שווה ל-AD במקרים הבאים. הוכיחו.

א. $\alpha = \beta$

ב. $\alpha < \beta$



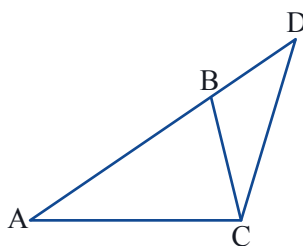
11. נתון: $BC < AB$. הוכיחו כי $AD > DC$.

ב. כתבו טענה הפוכה לזו בסעיף א.

ג. האם הטענה שרשמתם בסעיף ב נכונה?

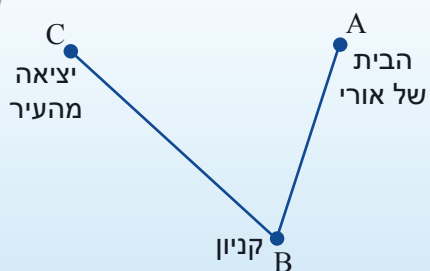
אם כן, הוכיחו.

אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

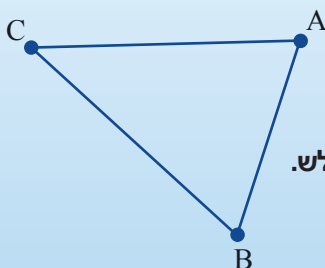




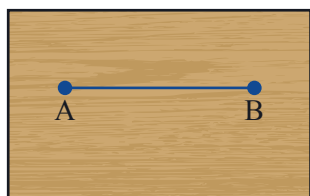
שיעור 3. סכום שתי צלעות במשולש



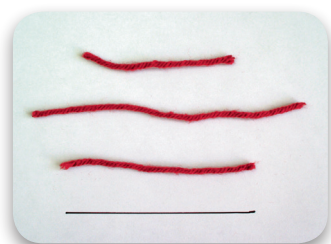
בשרטוט מתואר הכביש העובר מביתו של אורי (A) דרך הקניון (B), עד ליציאה מן העיר (C). לקראת הבחירות ראש העיר הודיע על סלילת כביש AC. כל תושבי השכונה הצביעו עבורו. מדוע?



נחקר תכונות של אורכי צלעות במשולש.

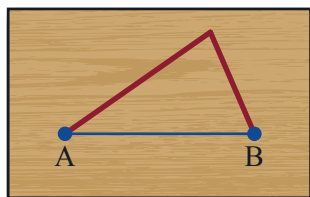


1. על משטח עץ משורטט הקטע AB.



אורכו קטן מ- AB
אורכו גדול מ- AB
שווה באורכו ל- AB

יותם קיבל שלושה חוטים בשלושה גדלים:



יותם צריך ליצור משולש כך:

- AB אחת מצלעות המשולש.
- אחד החוטים יוצר את שתי הצלעות האחרות.

א. **יותם** אמר: הצלחתי ליצור משולש רק בעזרת החוט שאורכו גדול מ- AB. האם יותם צודק? הסבירו.

ב. כמה משולשים כאלה אפשר ליצור? הסבירו.

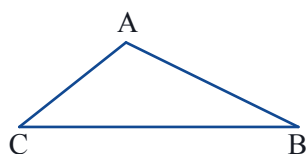


2. בשרטוט משולש ישר זווית.

הסבירו, אם אפשר, כל אחד מהאי שוויונות הבאים.

- א. $AB + BC > AC$ ב. $AB + AC > BC$ ג. $AC + BC > AB$

3. בשרטוט משולש קהה זווית (A \sphericalangle קהה).
הסבירו, אם אפשר, כל אחד מהאי שוויונות הבאים.

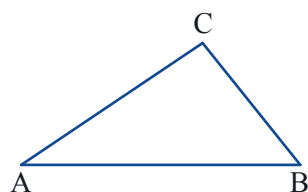


א. $AB + BC > AC$

ב. $AB + AC > BC$

ג. $AC + BC > AB$

האם תמיד סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית?



4. נוכיח כי $AC + CB > AB$

נוסיף לשרטוט את הגובה CD.

השלימו את הנימוקים בכל שלב של ההוכחה:

$AC > AD$

$CB > DB$

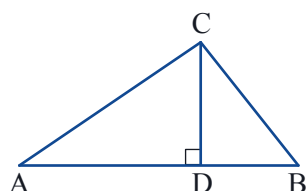
↓

$AC + CB > AD + DB$

$AD + DB = AB$

↓

$AC + CB > AB$



5. בטבלה הבאה בכל שורה גדלים של צלעות וזוויות, מהם אי אפשר לבנות משולש. נמקו בכל מקרה מדוע.

$\sphericalangle C$	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle A$	AB	AC	BC	
82°	60°	38°	17	10	5	א.
40°	30°	125°	30	22	35	ב.
50°	30°	100°	14	18	30	ג.
40°	40°	100°	25	30	25	ד.
110°	40°	30°	30	18	18	ה.



משפט: סכום אורכי שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית.



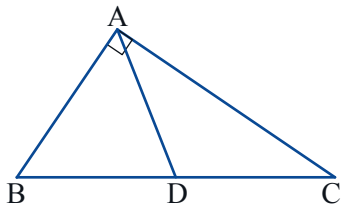
1. בכל סעיף, אורכים של שלושה קטעים (בס"מ). מי משלושת הקטעים יכולים להיות צלעות של משולש?
 א. 18, 5, 15 ב. 5, 6, 12 ג. 12, 12, 4 ד. 10, 10, 30



2. נתונים האורכים (בס"מ) של 5 קטעים: 2, 2, 3, 4, 5. מצאו אילו 3 קטעים יכולים לשמש כצלעות של משולש (רשמו את כל הפתרונות האפשריים). הסבירו.

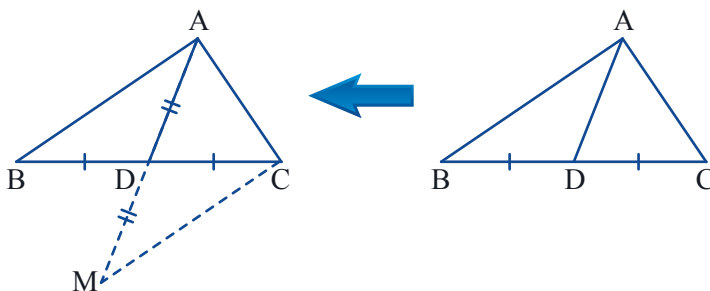


3. א. במשולש שווה שוקיים, אורכי שתי צלעות הם: 14 ס"מ, 28 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.
 ב. במשולש שווה שוקיים, אורכי שתי צלעות הם: 15 ס"מ, 8 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? הסבירו.



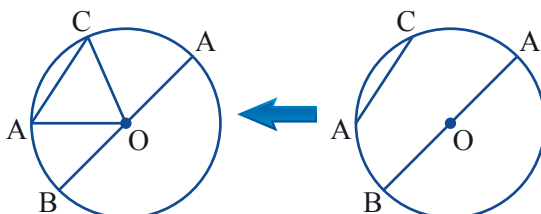
4. AD תיכון ליתר.
 א. $2AD = BC$. הסבירו.
 ב. הוכיחו כי $2AD > AB + AC$.

5. AD תיכון במשולש ABC. הוכיחו כי $2AD > AB + AC$, בכל משולש. (שימו לב בשרטוט הנוסף האריכו את התיכון כאורכו.)

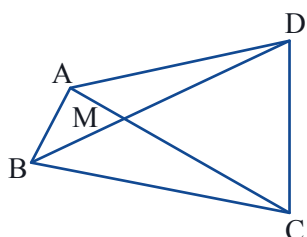




6. הוכיחו כי הקוטר הוא הארוך ביותר מכל המיתרים במעגל.
 קשמו תחילה מה נתון ומה צריך להוכיח.
 (שימו לב בשרטוט הנוסף חיברו את קצות המיתר למרכז המעגל)



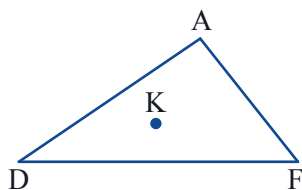
7. משורטט מרובע קמור ABCD.



- א. הוכיחו את הטענה: סכום אורכי האלכסונים גדול ממחצית היקף המרובע.
- ב. הוכיחו את הטענה: סכום אורכי האלכסונים קטן מהיקף המרובע.



8. K היא נקודה כלשהי בתוך משולש DFA.



- א. טענה: סכום המרחקים של נקודה K מקודקודי המשולש, גדול ממחצית היקף המשולש. הוכיחו.
- ב. בדקו אם הטענה נכונה, אם הנקודה K על אחת הצלעות.
- ג. בדקו אם הטענה נכונה, אם הנקודה K מחוץ למשולש.

