

# יחידה 18: משוואות ריבועיות ואי-שוויונות

## שיעור 1. פתרון גרפי של מערכת משוואות



לפניכם מספר מערכות של משוואות.

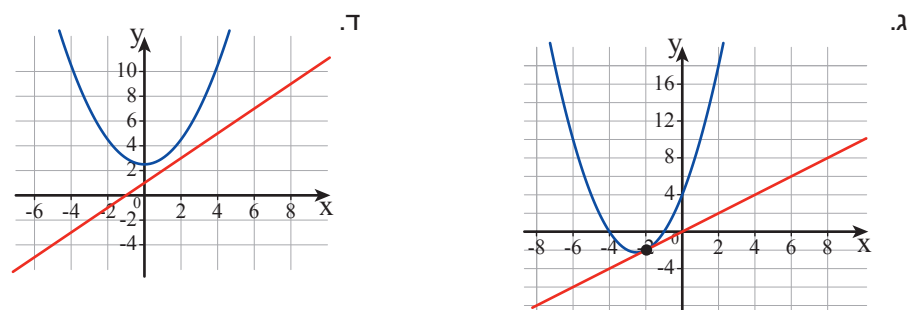
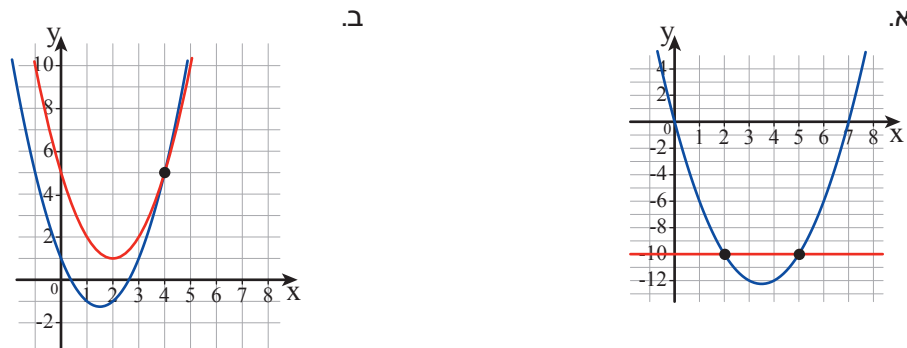
$$\begin{cases} y = x^2 - 7x \\ y = -10 \end{cases} \quad \text{ד.} \quad \begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = x^2 - 4x + 5 \end{cases} \quad \text{ג.} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2} \\ y = x + 1 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \begin{cases} y = x^2 + 5x + 4 \\ y = x \end{cases} \quad \text{א.}$$

הציעו דרכים לפתור את המערכות.

נכיר דרך גרפית לפתרון מערכות.

1. אייל הציע לשרטט גרפים מתאימים ולקרוא מתוכם את הפתרונות.

הוא שרטט את הגרפים:



א. התאימו כל גרף למערכת. הסבירו.

ב. האם אפשר לפתור את המערכות בעזרת הגרפים? הסבירו.

ג. כמה פתרונות מצאתם לכל אחת מהמערכות? הסבירו.



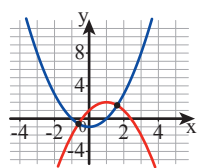
2. כמה פתרונות יכולים להיות למערכת משוואות ריבועיות? אף נקודה? נקודה אחת? שתי נקודות? שלוש נקודות? אולי יותר? הציגו סקיצה לכל אפשרות.



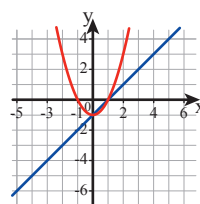
למערכת משוואות ריבועיות יכולים להיות: שני פתרונות, פתרון אחד, או אף פתרון.  
צולמאות:

● שני פתרונות.

הגרפים המתאימים נחתכים בשתי נקודות.



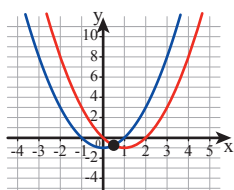
$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = -(x - 1)^2 + 2 \end{cases}$$



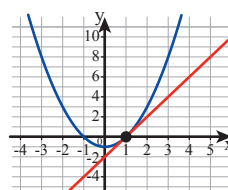
$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

● פתרון יחיד (שני פתרונות זהים).

הגרפים המתאימים נחתכים בנקודה אחת.



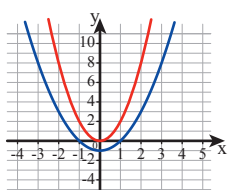
$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = (x - 1)^2 - 1 \end{cases}$$



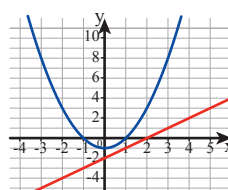
$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

● אין פתרון.

לגרפים המתאימים אין נקודות חיתוך.



$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

● אפשר לפתור מערכת משוואות בדרך גרפית.

הפתרון הוא שיעורי הנקודות המשותפות לשני הגרפים. אם אין נקודת חיתוך לשני הגרפים, אין פתרון למערכת המשוואות המתאימה, ולהיפך.



3. נתון חוק הפונקציה:  $y = x^2 + 6x + 8$

א. כמה נקודות חיתוך לכל אחד מהישרים הבאים עם גרף הפונקציה הנתונה? הסבירו.  
 $y = -x$  ,  $y = x - 3$  ,  $y = 2x + 4$  ,  $y = x + 2$  ,  $y = 6x + 8$   
 ב. האם מצאתם מספר ישרים שיש להם אותו מספר נקודות חיתוך עם הפרבולה?  
 הסבירו.

4. שרטטו גרפים מתאימים ופתרו את המערכות.

**זוגות:**

$$\begin{cases} y + 25 = 5x \\ y + x^2 = 5x \end{cases}$$

**גרף:**

מציאת ערכי ה- $x$  של נקודות החיתוך, ומציאת ערכי ה- $y$  המתאימים מתוך הגרף או בעזרת הצבה וחישוב:  
 בדיקה על ידי הצבה בשתי המשוואות:

$$\begin{aligned} 50 + 5 \cdot (-5) &= 25 \quad \checkmark & 0 + 5 \cdot 5 &= 25 \quad \checkmark \\ 50 + (-5)^2 &= 5 \cdot (-5) \quad \checkmark & 0 + 5^2 &= 5 \cdot 5 \quad \checkmark \end{aligned}$$

ג.  $\begin{cases} y = 8 \\ y + x^2 = 5x \end{cases}$

ג.

ב.  $\begin{cases} y - 3x = 1 \\ y + x^2 = 5x \end{cases}$

ב.

א.  $\begin{cases} y - x = 3 \\ y + x^2 = 5x \end{cases}$

א.



יהיו:  $\begin{cases} y = \square \\ y + x^2 = 5x \end{cases}$

5. כתבו חוק פונקציה קווית משלכם, כך שלמערכת

א. שני פתרונות

ב. אף פתרון

ג. פתרון אחד.



1. בכל סעיף, שרטטו במערכת צירים את הגרפים המתאימים, ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א.  $y = 2x$  ,  $y = x^2$       ב.  $y = -x^2 + 4x$  ,  $y = x^2 + 2$



2. בכל סעיף, שרטטו במערכת צירים את הגרפים המתאימים, ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א.  $y = x - 2$  ,  $y = x^2 - 6x + 8$       ב.  $y = -x^2 + 6x - 5$  ,  $y = x^2 - 1$



3. בכל סעיף, שרטטו במערכת צירים את הגרפים המתאימים, ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך.

א.  $x - y - 3 = 0$  ,  $y = x^2 + 5x - 8$       ב.  $y = -x^2 + x + 12$  ,  $y = x^2 + 2x - 3$



4. בכל סעיף, שרטטו סקיצות מתאימות וקבעו כמה פתרונות יש לכל מערכת משוואות.

א. $y = x$	ג. $y = 2x + 3$	ה. $y = (x - 2)^2$
<u><math>y = x^2 - 2x</math></u>	<u><math>y = -2x^2 + 7</math></u>	<u><math>y = -x^2 + 6</math></u>

ב. $y = x - 5$	ד. $y = x^2 - 8$	ו. $y = x^2 - 4x$
<u><math>y = x^2 - 3</math></u>	<u><math>y = x^2 + 4x</math></u>	<u><math>y = x^2 - 4x + 3</math></u>



5. בכל סעיף, שרטטו סקיצות מתאימות וקבעו כמה פתרונות יש לכל מערכת משוואות.

א. $y = x - 1$	ג. $y = 7$	ה. $y = -x^2 + 4$
<u><math>y = x^2 - 4x + 3</math></u>	<u><math>y = x^2 - 2</math></u>	<u><math>y = (x - 2)^2 + 2</math></u>

ב. $y = 2x + 1$	ד. $y = x^2 - 1$	ו. $y = x^2 + 4$
<u><math>y = x^2 + 3</math></u>	<u><math>y = (x - 1)(x - 5)</math></u>	<u><math>y = -x^2 + 2x + 3</math></u>



6. בכל סעיף, שרטטו סקיצות מתאימות וקבעו כמה פתרונות יש לכל מערכת משוואות.

א.	$x + y = 10$	ג.	$y = x - 1$	ה.	$y = (x - 2)^2$
	$y = (x - 4)^2$		$y = -x^2 + 4x - 3$		$y = (x - 5)^2 - 3$
ב.	$y = x - 1$	ד.	$y = x^2 - 6x + 7$	ו.	$y = x^2 - 4x + 3$
	$y = x^2 - 2x + 3$		$y = -x^2 + 6x - 5$		$y = -x^2 + 4x - 3$



7. רשמו דוגמה לחוק של פרבולה וחוק של ישר, כך ש:

- לפרבולה ולישר שתי נקודות משותפות.
- לפרבולה ולישר נקודה משותפת אחת בלבד.
- לפרבולה ולישר אין נקודות משותפות.



8. רשמו דוגמה לחוקים של שתי פרבולות כך שיתקיים:

- לשתי הפרבולות שתי נקודות משותפות.
- לשתי הפרבולות נקודה משותפת אחת בלבד.
- לשתי הפרבולות אין נקודות משותפות.



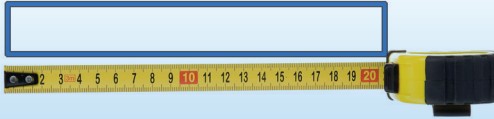
9. נקודות החיתוך של הישר  $y = 2x - 4$  ופרבולה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), נמצאות על הצירים.

- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הישר והפרבולה.
- מהו ערך  $c$  של הפונקציה הריבועית?
- אילו מבין הפונקציות הריבועיות הבאות מקיימות את תנאי השאלה? הסבירו.
 

I. $y = 2x^2 - 2x - 4$	II. $y = (x - 1)^2 - 5$	III. $y = -\frac{1}{3}(x - 2)(x - 6)$
------------------------	-------------------------	---------------------------------------
- רשמו שלוש דוגמאות משלכם לחוק של פונקציה ריבועית מתאימה.

## שיעור 2. ריבועים, מלבנים ועוד

### פתרון אלגברי של מערכת משוואות



היקפו של מלבן 48 ס"מ ושטחו 80 סמ"ר.  
מצאו את אורכי הצלעות של המלבן.

נפתור מערכת משוואות ריבועיות בעזרת אלגברה.

1. סמנו ב-  $x$  את אורך אחת מצלעות המלבן, וב-  $y$  את אורך הצלע השנייה.

א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?  
אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפני נתוני השאלה? הסבירו.

ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.

ג. **עידן** הציע לפתור את המערכת על-ידי שיקולים, ניחוש והצבה.  
**עידן** אמר: אני צריך למצוא שני מספרים חיוביים שמכפלתם 80, וסכומם 24.  
לפחות אחד המספרים צריך להיות זוגי וקטן מ- 24.  
הסבירו את דברי עידן ומצאו את שני המספרים בעזרת השיטה שלו.

ד. **אָלָה** רשמה את המערכת והתחילה בפתרונה:

$$x > 0, y > 0, \begin{cases} x + y = 24 \\ xy = 80 \end{cases}$$

$$y = 24 - x$$

מהמשוואה הראשונה, היא בודדה את  $y$ :

$$x(24 - x) = 80 \quad \text{היא הציבה את הביטוי שקיבלה במקום } y \text{ במשוואה השנייה:}$$

$$-x^2 + 24x - 80 = 0$$

וקיבלה משוואה ריבועית:

$$x_1 = 20, x_2 = 4$$

פתרונות המשוואה הריבועית הם:

השלימו את פתרון המערכת של אָלָה.



ה. דונו בפתרון של מערכת המשוואות:

- כמה פתרונות למערכת?
- כמה פתרונות לשאלת המלבן?





### תזכורת

- הפתרון האלגברי של מערכת משוואות הוא זוג סדור (או זוגות סדורים) של מספרים המקיימים את שתי המשוואות.
- אם אין זוגות סדורים המקיימים את שתי המשוואות, אין פתרון למערכת המשוואות.

צילמאלות:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 1 \\ y = x^2 - 4x + 7 \end{cases} \quad \blacklozenge$$

לפי המשוואה הראשונה,  $x = 2 - 2y$

מציבים במשוואה השנייה:  $y = (2 - 2y)^2 - 4(2 - 2y) + 7$

$$y = 4 - 8y + 4y^2 - 8 + 8y + 7$$

$$4y^2 - y + 3 = 0$$

$b^2 - 4ac < 0$  לכן למשוואה אין פתרון.

כלומר אין פתרון למערכת.

$$\begin{cases} y = 2x - 16 \\ y = x^2 - 6x \end{cases} \quad \blacklozenge$$

משווים את חוקי הפונקציות זה לזה:

$$2x - 16 = x^2 - 6x$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

פותרים בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר:  $(x - 4)^2 = 0$  כלומר:  $x = 4$

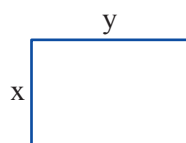
מציבים ומוצאים את הערך המתאים של  $y$ :  $y = 2 \cdot 4 - 16 = -8$

לכן למערכת פתרון יחיד:  $(4, -8)$

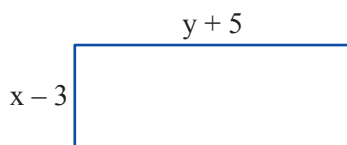
$$\begin{cases} -8 = 2 \cdot 4 - 16 \quad \checkmark \\ -8 = 4^2 - 6 \cdot 4 \quad \checkmark \end{cases}$$

מציבים בשתי המשוואות המקוריות ובודקים:

2. נתון מלבן.



הגדילו צלע אחת של המלבן והקטינו את הצלע השנייה כך:



א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה? אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה? פרטו את השיקולים.

ב. היקפו של המלבן הנתון 56 ס"מ, ושטחו של המלבן שהתקבל הוא 200 סמ"ר. מצאו את המידות של המלבן המקורי.

כמה אפשרויות יש? הסבירו.

ג. מצאו את מידות המלבן החדש.

3. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 2 \\ y = -4x^2 + 16 \end{cases}$$

זלזנה:

$$x^2 + 3x + 2 = -4x^2 + 16$$

$$5x^2 + 3x - 14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 280}}{10}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 17}{10} = 1\frac{2}{5}, \quad x_2 = \frac{-3 - 17}{10} = -2$$

$$y_1 = -4 \cdot \left(1\frac{2}{5}\right)^2 + 16, \quad y_2 = -4 \cdot (-2)^2 + 16$$

$$y_1 = 8\frac{4}{25}, \quad y_2 = 0$$

$$\left(1\frac{2}{5}, 8\frac{4}{25}\right), \quad (-2, 0)$$

מכיוון ששני הביטויים הם מצורה  $y = \dots$ , אפשר להשוות את שתי המשוואות שבמערכת כך:

בעזרת פעולות על אגפים מקבלים:

פותרים את המשוואה:

מוצאים את ערכי ה- $y$  המתאימים על-ידי הצבה באחת המשוואות:

פתרונות המערכת הם:

בודקים על-ידי הצבה בשתי המשוואות המקוריות.

א.  $\begin{cases} y = -2x^2 + 3x - 1 \\ y = x^2 - 5x + 4 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} y = x^2 + 3x - 2 \\ y = -x^2 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = 5x - 11 \end{cases}$



אוסף משימות



1. פתרו את מערכות המשוואות.

ה.  $\begin{cases} y = x^2 + 5x + 6 \\ y = x + 3 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = -2x^2 + 13 \end{cases}$

א.  $\begin{cases} y = x^2 - 5x \\ y = x - 9 \end{cases}$

ו.  $\begin{cases} y = 2x^2 + 3x + 1 \\ y = -x^2 + x \end{cases}$

ד.  $\begin{cases} y = 4x - 4x^2 \\ y = 1 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ y = x - 1 \end{cases}$



2. פתרו את מערכות המשוואות.

ה.  $\begin{cases} 2x^2 + 3x = y + 1 \\ x^2 + 10x = y + 13 \end{cases}$

ג.  $\begin{cases} x^2 - y = 5x \\ 4x + y = 12 \end{cases}$

א.  $\begin{cases} y = x(x - 3) + 3x \\ y = x + 2 \end{cases}$

ו.  $\begin{cases} x^2 - 2x = y - 3 \\ x^2 + x = y + 6 \end{cases}$

ד.  $\begin{cases} y = x^2 \\ 3x + y = 2x^2 + 2 \end{cases}$

ב.  $\begin{cases} x^2 = 3x + y \\ y = x - 5 \end{cases}$



3. פתרו את מערכות המשוואות.

א.	$x^2 - y = 2x - 3$	ג.	$y = 2x + 1$	ה.	$y = (2x - 1)(x + 1)$
	$5x - y = 7$		$y = (x + 1)(x - 7) + 6x$		$x^2 - y = 11 - 10x$
ב.	$y = (x - 2)^2 - 9$	ד.	$y = x(x - 9) + 5$	ו.	$y = (3x - 2)(x - 2)$
	$2x - y = 5$		$y = (x - 1)^2 - 10$		$x^2 - y = 3x - 2$



4. פתרו את מערכות המשוואות.

א.	$x + y = 10$	ב.	$x - y = 5$	ג.	$x + y = 7$	ד.	$(x - 2)(y + 1) = xy$
	$xy = 24$		$xy = 24$		$x^2 + y^2 = 25$		$(x + 3)(y - 1) = xy$



5. פתרו את מערכות המשוואות.

א.	$2x - y + 2 = 0$	ב.	$3x - 2y = 6$	ג.	$x + y = 42$	ד.	$(x - 5)(y - 1) = xy - 10$
	$x(1 + y) = 44$		$xy = 12$		$x^2 + y^2 = 900$		$(x + 3)(y + 7) = xy + 62$



6. פתרו את מערכות המשוואות.

א.	$2x + 3y = 11$	ג.	$x - y + 1 = 0$	ה.	$(x + 3)(y + 2) = xy + 13$
	$x^2 - 3xy = 4$		$3x + 2y - xy = 5$		$(x + 2)(y + 1) = xy + 6$
ב.	$xy = 15$	ד.	$(x + 2)(y - 1) = 2$	ו.	$y = x^2 - 2x + 1$
	$(x + 6)(y - 3) = 18$		$(x - 1)(y - 4) = 2$		$(x + 1)(y + 1) = xy + 4$



7. עובדים במפעל אספו כסף כדי לקנות מתנה לחבר, במחיר 360 שקלים.

3 עובדים החליטו לבסוף, לא להשתתף בקניית המתנה, לכן כל אחד מהעובדים האחרים היה צריך לשלם

6 שקלים יותר מהמתוכנן.

כמה עובדים בקבוצה? הסבירו.

הדרכה:  $\square = \square + 6$   
 התשלום המתוכנן  
 התשלום בפועל



8. קבוצה של חניכי תנועת נוער אספה כסף כדי לתרום, לבית אבות, מחשב חדש שמחירו 4,500 שקלים. לפני שנסגרה הרשימה נוספו 6 חניכים, לכן תרם כל אחד 25 שקלים פחות ממה שהיה צריך לתת תחילה. כמה חניכים היו בקבוצה בתחילה? הסבירו.



9. שטחו של מלבן נתון 150 סמ"ר. אם מאריכים צלע אחת ב- 4 ס"מ, ומקצרים את הצלע השנייה ב- 10 ס"מ, מקבלים מלבן חדש ששטחו שווה לשטח המלבן הנתון.

- סמנו ב-  $x$  את אורך אחת מצלעות המלבן, וב-  $y$  את אורך הצלע השנייה.
- א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?  
אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה?
- ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.
- ג. פתרו ומצאו אורכי צלעות המלבן הנתון.



10. שטחו של מלבן נתון 48 סמ"ר. אם נקצר צלע אחת ב- 3 ס"מ ואת השנייה נאריך ב- 4 ס"מ יתקבל מלבן ששטחו גדול ב- 2 סמ"ר משטח המלבן הנתון.

- סמנו ב-  $x$  את אורך אחת מצלעות המלבן, וב-  $y$  את אורך הצלע השנייה.
- א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?  
אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה?
- ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.
- ג. פתרו ומצאו אורכי צלעות המלבן הנתון.



11. א. פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 8 \quad (\text{ii}) \\ y = -x^2 + 4x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 8 \quad (\text{i}) \\ y = 4 - x \end{array}$$

ב. פתרו את מערכת המשוואות באמצעות שיקולים. (רמז, מצאו קשר לפתרון המערכת מהסעיף הקודם).

$$\begin{array}{l} y = 4 - x \\ y = -x^2 + 4x \end{array}$$



## שיעור 3. מציאת נקודות חיתוך של גרפים

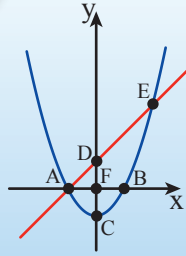
לפניכם הגרפים של הפונקציות:  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = x + 1$$

מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E. הסבירו.

נמצא שיעורי נקודות על הגרפים, ונחשב שטחים.



1. נתייחס לפונקציות משאלת הפתיחה.

א. עבור אילו ערכים של  $x$  מתקיים:  $f(x) = g(x)$ ?

ב. מה משותף לנקודות C ו-D?

ג. חשבו את שטח המשולש  $\triangle AFD$ .

2. נתון גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 - 3x + 4$ .

א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C.

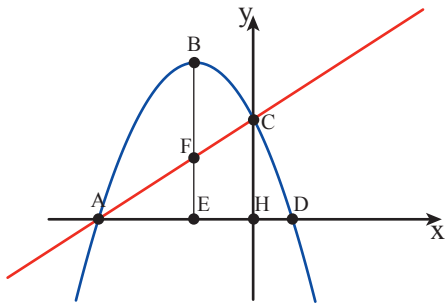
ב. חשבו את שטח  $\triangle ACH$ . הסבירו.

ג. רשמו את משוואת הישר AC.

ד. הישר BE מאונך לציר ה- $x$ . מצאו את שיעורי הנקודה F.

ה. חשבו את שטח המרובע EFCH. הסבירו.

ו. חשבו את שטח  $\triangle ACD$ . הסבירו.



3. נתונים הגרפים של הפונקציות:

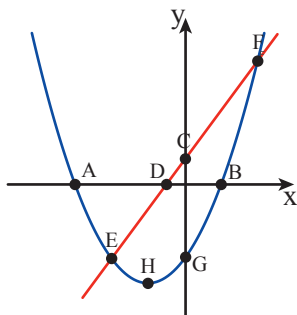
$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = 4x + 2$$

א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E, F, G, H.

ב. חשבו את שטח המשולש  $\triangle ABH$ . הסבירו.

ג. עבור אילו ערכים של  $x$  מתקיים:  $f(x) > g(x)$ ?



4. נתונים הגרפים של הפונקציות שקודקדיהן P ו-Q.

$$f(x) = 2x^2 - x - 15$$

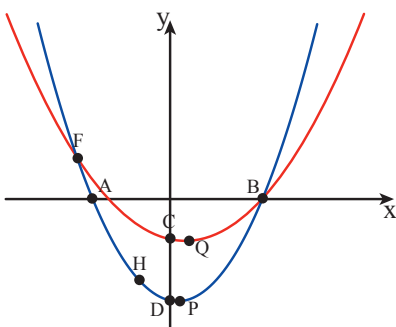
$$g(x) = x^2 - x - 6$$

א. זהו את הגרף המתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות:

A, B, C, D, F, P, Q

ג. עבור אילו ערכים של  $x$  מתקיים:  $f(x) < g(x)$ ?





## אוסף משימות



1. בשרטוט הגרפים של הפונקציות

$$g(x) = x^2 - x - 6, \quad f(x) = 2x - 6$$

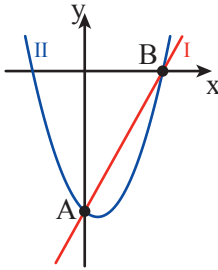
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. פתרו את מערכת המשוואות

$$y = 2x - 6$$

$$y = x^2 - x - 6$$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.



2. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = 4 - x^2, \quad f(x) = x^2 - 2x$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

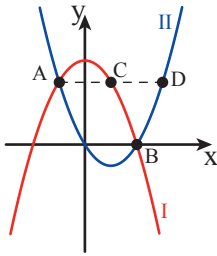
ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים:  $f(x) < g(x)$ ?

ד. AD מקביל לציר x.

ה. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ו. מצאו אורך הקטע AD.



3. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

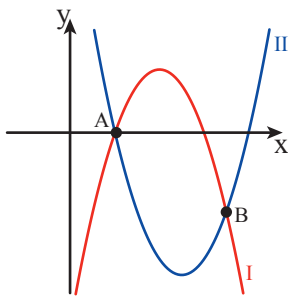
$$g(x) = -x^2 + 8x - 12, \quad f(x) = x^2 - 10x + 16$$

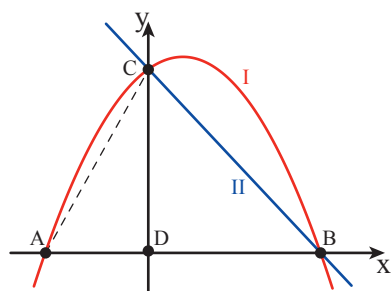
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. מצאו את אורך הקטע AB (הדרכה: היעזרו במשולש ישר זווית).

ד. באיזה תחום מתקיים  $f(x) > g(x)$ ?

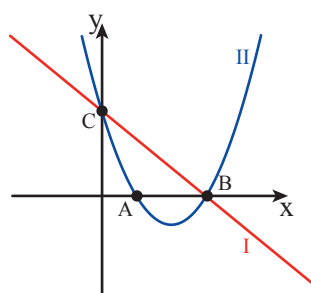




4. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -3x + 15, \quad f(x) = -x^2 + 2x + 15$$

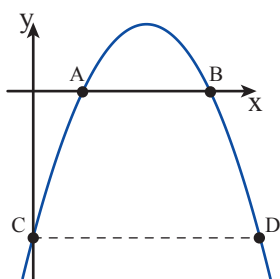
- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- חיברנו A עם C, והתקבל המשולש  $\Delta ABC$ . חשבו את שטחו.
- חשבו את אורכי הקטעים AC ו- CB (היעזרו במשפט פיתגורס).
- חשבו בקירוב, את היקף המשולש  $\Delta ABC$ .



5. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

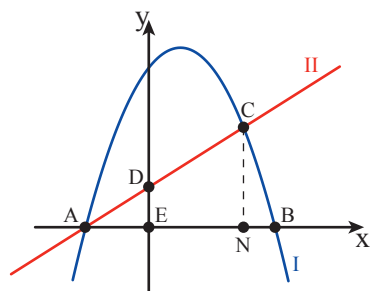
$$f(x) = x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = -x + 3$$

- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- חשבו את שטח המשולש  $\Delta ABC$ .
- חשבו את אורכי הקטעים AC ו- BC (היעזרו במשפט פיתגורס).
- חשבו בקירוב, את היקף המשולש  $\Delta ABC$ .



6. בשרטוט גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 8x - 12$

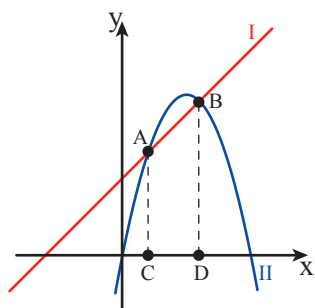
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- מה משוואת הישר העובר דרך B ו- C?
- CD מקביל לציר x, וחותר את הפרבולה בנקודות C ו- D. חשבו שיעורי הנקודה D.
- מהו סוג המרובע ABDC? הסבירו.
- חשבו את שטח המרובע ABDC.
- חשבו בקירוב, את היקף המרובע ABDC.



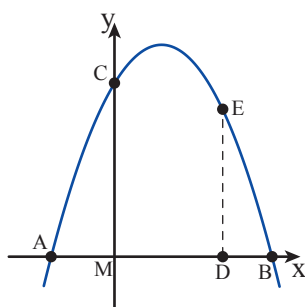
7. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 2x + 8, \quad g(x) = x + 2$$

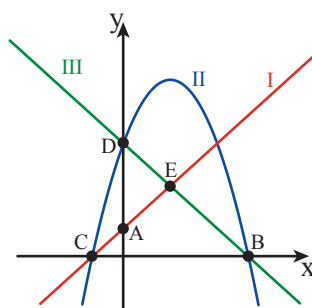
- התאימו גרף לכל פונקציה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- DENC הוא טרפז. מי הם בסיסי הטרפז?
- מצאו אורך כל בסיס, ואת אורך הגובה של הטרפז.
- חשבו את שטח הטרפז.



8. בשרטוט הגרפים של הפונקציות  
 $g(x) = x + 3$  ,  $f(x) = -x^2 + 5x$
- התאימו גרף לכל פונקציה.
  - מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
  - ABCD הוא טרפז ישר זווית. מי הם בסיסי הטרפז?  
מצאו אורך כל בסיס, ואת אורך הגובה של הטרפז.
  - מצאו את שטח הטרפז.



9. בשרטוט גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 3x + 10$
- מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C.
  - ED מאונך לציר x ואורכו 6 יחידות. מהו סוג המרובע MCED?  
מצאו את שטחו.
  - מצאו את היקף המרובע MCED.



10. בשרטוט הגרפים של שלוש הפונקציות  
 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$   
 $g(x) = x + 1$   
 $m(x) = 4 - x$
- התאימו גרף לכל פונקציה.
  - חשבו את שטח המשולש  $\Delta AED$ .
  - חשבו בקירוב, את היקף המשולש  $\Delta AED$ .





## שיעור 4. "סבתא סורגת"

שאלות עם אי שוויונות

**סבתא יוכבד** סרגה סרט קישוט באורך 10 מ' לקטט בו שוליים של מפת שולחן מלבנית. סבתא יוכבד רוצה להשתמש בכל הסרט שסרגה. בגלל גודל השולחן אורך המפה צריך להיות **גדול מ- 60 ס"מ**, ושטחה צריך להיות **גדול מ- 3.5 מ"ר**.

בדקו אפשרויות שונות לחלוקת הסרט.

**נפתור שאלות בעזרת אי-שוויונות.**

1.  $x$  מייצג את אורך אחת הצלעות של המפה המלבנית.

א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. **שחר** כתב:  $x(5-x) > 3.5$ , הוא קיבל:  $-x^2 + 5x - 3.5 > 0$

הוא פתר את השוויון:  $-x^2 + 5x - 3.5 = 0$

וקיבל:  $x_1 \approx 0.8$ ,  $x_2 \approx 4.2$

הוא שרטט את גרף הפונקציה  $y = -x^2 + 5x - 3.5$

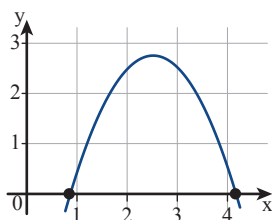
וסימן את נקודות האפס.

**רועי** אמר: שחר מצא את נקודת האפס אבל לא ענה על השאלה.

האם רועי צודק?

מהו חלק הגרף שמתאים לפתרון האי-שוויון?

מה פתרון שאלת המפה?



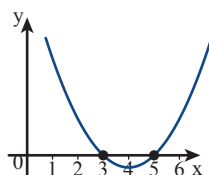
פותרים אי שוויון ריבועי לפי השלבים הבאים:

• פותרים משוואה ריבועית מתאימה

$$x^2 - 8x + 15 < 0 \quad \text{זלזל:}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

פתרונות המשוואה הם:  $x_1 = 3$   $x_2 = 5$



• על-סמך הפתרון, משרטטים סקיצה של הפונקציה הריבועית המתאימה ומסמנים בשרטוט את נקודות האפס.

• מוצאים את פתרון האי-שוויון על-סמך השרטוט.

פתרון האי-שוויון  $x^2 - 8x + 15 < 0$

הוא התחום בו הפונקציה שלילית

כלומר: כל המספרים בין 3 ובין 5,

כותבים:  $3 < x < 5$

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

א. קבעו  $<$ ,  $=$  או  $>$ .

$f(5) \text{ ? } 0$  ,  $f(0) \text{ ? } 0$  ,  $f(-1) \text{ ? } 0$  ,  $f(1) \text{ ? } 0$

ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.

ג. באיזה תחום מתקיים  $f(x) < 0$ ?

מהו פתרון האי-שוויון  $2x^2 - 4x - 6 < 0$ ?

4. פתרו את האי-שוויונות.

א.  $x^2 - 5x > 0$

א.  $x^2 - 2x - 3 < 0$

ב.  $-x^2 + 6x - 8 > 0$

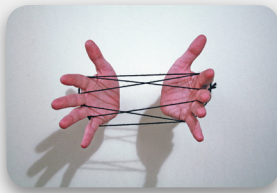
ב.  $x^2 - 7x + 12 < 0$



5. **עמית** אמר: לאי-שוויון  $x^2 + 9 > 0$  אין פתרון כי למשוואה  $x^2 + 9 = 0$  אין פתרון.

**אסף** אמר: הפונקציה  $y = x^2 + 9$  חיובית תמיד, לכן פתרון האי-שוויון  $x^2 + 9 > 0$  הוא כל המספרים.

מי צודק? הסבירו.

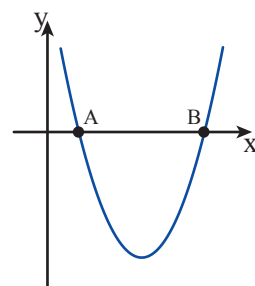


צילום: שני כהן

"סבתא סורגת" הוא שמו של ספר מאת אורי אורלב. הספר מתאר את סיפורה של סבתא שסרגה את כל עולמה מצמר. בנוסף, "סבתא סורגת" הוא משחק ילדים בו שני משתתפים לפחות, יוצרים צורות שונות מחוט הכרוך סביב אצבעות הידיים ומעבירים את הצורות מיד ליד. תוכלו למצוא באתרי אינטרנט סרטונים המדגימים מהלכים במשחק וכן משחקי "סבתא סורגת" אינטראקטיביים.



### אוסף משימות



1. בשרטוט גרף הפונקציה  $f(x) = x^2 - 6x + 5$

א. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 6x + 5 > 0$ ?

ב. מה פתרון האי-שוויון  $x^2 - 6x + 5 < 0$ ?



2. פתרו את האי-שוויונות.

א.  $x^2 + 4 > 0$

ג.  $x^2 - 4x + 4 > 0$

ב.  $-x^2 + 4x > 0$

ד.  $x^2 - 2x - 8 > 0$



3. פתרו את האי-שוויונות.

א.  $x^2 - 8x + 12 < 0$

ג.  $-x^2 + 6x - 9 < 0$

ב.  $x^2 - 6x + 9 > 0$

ד.  $x^2 + 4 < 0$



4. פתרו את האי-שוויונות.

א.  $2(x - 2)^2 + 8 < 0$

ג.  $2(x - 2)(x + 2) < 0$

ב.  $-2x^2 - 8 < 0$

ד.  $x^2 - 8x + 16 < 0$



5. לכל סעיף, שרטטו סקיצה ומצאו את התחום עבורו  $f(x) > g(x)$ .

א.  $f(x) = x^2$   
ג.  $g(x) = -x^2 + 8$

ב.  $f(x) = -2x + 2$   
ג.  $g(x) = x^2 - 3x$

א.  $f(x) = 3x$   
ג.  $g(x) = x^2 + 2$



6. לכל סעיף, שרטטו סקיצה ומצאו את התחום עבורו  $f(x) > g(x)$ .

א.  $f(x) = x^2 - 8$   
ג.  $g(x) = x^2 + 4x$

ב.  $f(x) = x - 2$   
ג.  $g(x) = x^2 - 6x + 8$

א.  $f(x) = x - 6$   
ג.  $g(x) = -x^2 + 6x$



7. לכל סעיף, שרטטו סקיצה ומצאו את התחום עבורו  $f(x) > g(x)$ .

א.  $f(x) = -x^2 + 3x + 1$   
ג.  $g(x) = x^2 - 4$

ב.  $f(x) = x^2 - 4x - 5$   
ג.  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

א.  $f(x) = 3x - 5$   
ג.  $g(x) = x^2 - 5x - 14$



8. מספר אחד גדול ב- 3 ממספר שני, ומכפלתם גדולה מ- 40. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים?



9. סכום הריבועים של שני מספרים עוקבים קטן מ- 145. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים? הסבירו.



10. סכום שני מספרים 10, וסכום ריבועיהם קטן מ- 52. מהם הערכים המתאימים למספר הקטן מבין שני המספרים? הסבירו.



11. נתון מלבן שהיקפו 20 ס"מ.  
א. סמנו ב-  $x$  אורך אחת הצלעות. קשמו ביטוי לאורך הצלע השנייה. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.  
ב. שטח המלבן גדול מ- 16 סמ"ר. מהם הערכים המתאימים לאורך הצלע שסימנתם ב-  $x$ ? הסבירו.



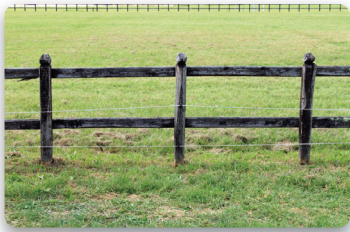
12. היקפו של מגרש מלבני 100 מטר, ושטחו גדול מ- 600 מ"ר. מהם הערכים המתאימים למידות המגרש? הסבירו.



13. אורכי הצלעות של מגרש משחקים הם 30 מטר ו- 40 מטר. העירייה החליטה להגדיל את המגרש כך: להוסיף לצלע הקצרה כפליים מאשר לצלע הארוכה, אבל ששטח המגרש יהיה קטן מ- 1800 מ"ר. מהם הערכים המתאימים לתוספת לצלע הארוכה?



14. בחורש 5000 עצים. כל שנה גדל מספר העצים ב-  $p$  אחוזים. באיזה תחום צריך להימצא  $p$  על מנת שמספר העצים לאחר שנתיים יהיה גדול מ- 7200 עצים?



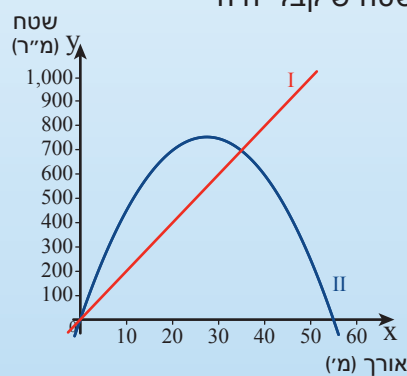
## שיעור 5. שכנים שכנים

### פתרון משימה אוריינית בעזרת משוואה ריבועית



**מר מזרחי** גר במושב. יש לו חלקת אדמה שמידותיה 55 מ' x 20 מ'. מדרום וממזרח לחלקה שלו שוכנת חלקה של משפחת קדם. מר קדם מעוניין, מטעמים השמורים עימו, שהחלקה שלו מדרום תגדל על חשבון חלקתו ממזרח. הוא מציע למר מזרחי להתחלף בשטחים.  $x$  מייצג אורך (במ') של אחת מצלעות השטח המלבני שמר מזרחי ייתן ומר קדם יקבל ( $x > 0$ ). מר קדם מסכים אפילו לתת שטח גדול יותר מהשטח שהוא מקבל. מר מזרחי ומר קדם מחליטים על החלפה באופן המוצג בשרטוט.

מר מזרחי רוצה לדעת באילו מקרים, השטח שיקבל יהיה קטן מהשטח שייתן, ולכן צייר שני גרפים:



איזה גרף מתאר את השטח שמר מזרחי ייתן, ואיזה גרף מתאר את השטח שיקבל?

**נחקור מצבים שונים של החלקות בעזרת ביטויים, גרפים ומשוואות.**

1. א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.
- ב. **מר מזרחי** גידר את החלקה שלו בגדר מאוד יקרה. מר מזרחי אמר: לפחות על דבר אחד אני שמח. אינני צריך לשנות את אורך הגדר. האם הוא צודק? הסבירו.
- ג. איזה שטח מר מזרחי ייתן אם  $10$  מ'  $x =$ ? האם מר מזרחי מקבל שטח גדול יותר או קטן יותר במקרה זה (בהשוואה לשטח שהיה לו קודם)?
- ד. אם מר מזרחי ייתן 20% משטח החלקה שלו, מהו אחוז השטח שיקבל משטח החלקה? האילו מהביטויים הבאים מתאר את השטח שיישאר למר מזרחי לאחר החלפת השטחים? I.  $20(55 - x)$  II.  $20 \cdot 55 - 20x + (55 - x)$  III.  $(20 + x)(55 - x)$  VI.  $x(55 - x)$
- ו. מה צריך להיות ערכו של  $x$  כדי ששטח החלקה יישאר כפי שהיה לפני ההחלפה? הסבירו.
- ז. האם תוכלו למצוא מספר עבור  $x$  כך ששטח החלקה שיישאר **אחרי ההחלפה** יהיה: 1,250 מ"ר? 1,600 מ"ר? אם כן, מצאו והסבירו כיצד מצאתם. אם לא, הסבירו מדוע.
- ח. מה צריך להיות ערכו של  $x$ , כדי שהשטח של מר מזרחי **לאחר ההחלפה**, יהיה הגדול ביותר? הסבירו כיצד מצאתם.



1. כמה נקודות משותפות יש לכל זוג פונקציות? הסבירו.

א.  $f(x) = x^2 - 1$  ,  $g(x) = -2x^2$       ג.  $f(x) = 4x - x^2$  ,  $g(x) = 4$

ב.  $f(x) = x + 3$  ,  $g(x) = x^2 + 5x + 6$       ד.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$  ,  $g(x) = -x^2 + x$



2. פתרו את המשוואות ואת האי-שוויונות הבאים.

א.  $x^2 + 2(x - 5) = 5$       ג.  $x^2 + 3x + 4 > 0$

ב.  $(x - 5)^2 + (x + 3)^2 = 16x + 2$       ד.  $(x + 7)(x - 2) < 11 - (x - 4)^2$



3. פתרו את מערכות המשוואות.

א.  $5x - y = 11$       ג.  $y = (x + 3)^2 - 1$       ב.  $y = x(x - 5)$   
 ב.  $y = (x - 1)(x - 3)$       ד.  $y = (x + 3)(x + 4)$       ג.  $y = 6$



4. פתרו את מערכות המשוואות.

א.  $2x - y = 5$       ג.  $y = (x - 1)^2 + 5$       ב.  $x - y = 1$   
 ב.  $x(2x - 5) = y + 2$       ד.  $x^2 + y = 6x - 2$       ג.  $y = x(2 - x) + 3$



5. פתרו את מערכות המשוואות.

א.  $x(x - 3) = y + 7$       ג.  $y = (3x - 1)(x - 2)$       ב.  $x + y + 11 = (x - 4)^2$   
 ב.  $x^2 + y = x - 1$       ד.  $x(x - 5) = y + 6$       ג.  $(x - 1)^2 = y + 10$



6. דני אוהב להשתעשע במספרים.

יום אחד מצא דני חמישה מספרים שלמים עוקבים, אשר סכום הריבועים של שלושת המספרים הראשונים שווה לסכום הריבועים של שני המספרים האחרונים. מהם המספרים שמצא דני? הסבירו.



7. סכום הניצבים של משולש ישר זווית 14 ס"מ, ואורך היתר 10 ס"מ.

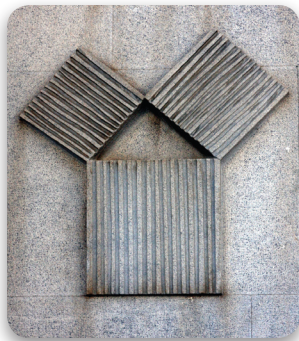
סמנו ב-  $x$  את אורך אחד הניצבים, וב-  $y$  את אורך הניצב השני.

א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?

אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.

ג. פתרו ומצאו את אורכי הניצבים.



8. סכום הניצבים של משולש ישר זווית 21 ס"מ, ואורך היתר 15 ס"מ.

סמנו ב-  $x$  את אורך אחד הניצבים, וב-  $y$  את אורך הניצב השני.

א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?

אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.

ג. פתרו ומצאו את אורכי הניצבים.

ד. מצאו את היקף המשולש ואת שטחו.



9. היקפו של משולש ישר זווית 90 ס"מ, ואורך היתר 41 ס"מ.

סמנו ב-  $x$  את אורך אחד הניצבים, וב-  $y$  את אורך הניצב השני.

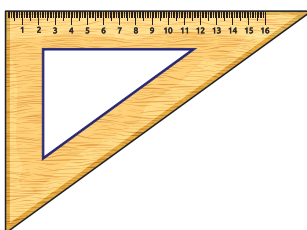
א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?

אילו מספרים מתאימים ל-  $y$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. קשמו מערכת משוואות מתאימה.

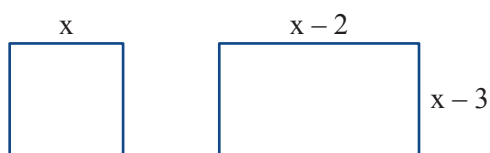
ג. פתרו ומצאו את אורכי הניצבים.

ד. מצאו את שטח המשולש.





**10.** סכום השטחים של הריבוע והמלבן שבשרטוט הוא 156 סמ"ר.

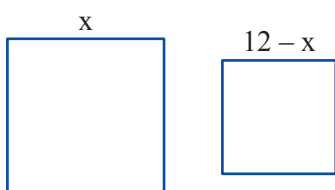


א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה?  
הסבירו.

ב. מה אורך צלע הריבוע?



**11.** סכום השטחים של שני הריבועים שבשרטוט הוא 80 סמ"ר.



א. אילו מספרים מתאימים ל-  $x$  לפי נתוני השאלה? הסבירו.

ב. מצאו את אורכי צלעות הריבועים.



**12.** אורכי צלעות של משולש 5 ס"מ, 12 ס"מ, 14 ס"מ.

האריכו כל אחת מצלעות המשולש באותו אורך. התקבל משולש ישר זווית.

א. מצאו בכמה האריכו כל צלע.

ב. מצאו את ההיקף ואת השטח של המשולש ישר הזווית.



**13.** השטח של תמונה מלבנית 720 סמ"ר.

רוחב המסגרת סביב התמונה הוא 3 ס"מ.

השטח הכולל של התמונה עם המסגרת הוא 1080 סמ"ר.

מצאו את מידות התמונה.



**14.** הפרבולה  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), חותכת את ציר  $x$  בשתי נקודות.

הראו כי הישר  $y = 2ax + b$  חותך את הפרבולה בשתי נקודות.



## שומרים על כושר

### פירוק וצמצום שברים אלגבריים

1. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו, אם אפשר.

א.  $\frac{2x+6}{x-3}$       ב.  $\frac{2x+6}{x(x+3)}$       ג.  $\frac{2x+6}{(x+3)^2}$       ד.  $\frac{2x+6}{(x-3)(x+3)}$

2. בכל סעיף, רשמו תחום הצבה, וצמצמו ככל האפשר (היעזרו בפירוק לגורמים).

בואו/אנחנו:

ביטוי מצומצם	תחום הצבה	פירוק לגורמים	ביטוי
$\frac{2}{(x+3)^2}$	$x \neq -3$	$\frac{2}{(x+3)^2}$	$\frac{2}{x^2+6x+9}$
$\frac{1}{x+3}$	$x \neq -3, x \neq 1$	$\frac{x-1}{(x-1)(x+3)}$	$\frac{x-1}{x^2+2x-3}$

א.  $\frac{x-2}{x^2-4}$       ג.  $\frac{x+2}{x^2+4x+4}$       ה.  $\frac{x^2+9}{x^2+18x+81}$

ב.  $\frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$       ד.  $\frac{x-9}{x^2-18x+81}$       ו.  $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$

3. צמצמו. כל המכנים שונים מאפס.

א.  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b}$       ב.  $\frac{a^2-b^2}{a-b}$       ג.  $\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}$       ד.  $\frac{a+b}{a^2-b^2}$

4. רשמו את תחום ההצבה וצמצמו.

א.  $\frac{x^2+6x+9^2}{x+3}$       ב.  $\frac{x^2-25}{x+5}$       ג.  $\frac{x^2-25}{3x+15}$       ד.  $\frac{x^2-10x+25}{3x-15}$

5. בכל סעיף, מצאו את הביטוי החסר במקום הריק, כך שיתקבל שוויון נכון.

א.  $\frac{x^2-16}{\square} = \frac{1}{2}$       ד.  $\frac{x^2-16}{\square} = \frac{x-4}{2}$

ב.  $\frac{x^2-16}{\square} = -\frac{1}{2}$       ה.  $\frac{x^2-16}{\square} = \frac{x+4}{4}$

ג.  $\frac{x^2-16}{\square} = 1$       ו.  $\frac{x^2-16}{\square} = x+4$