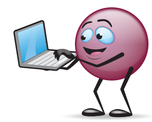
יחידה 25: מעגל

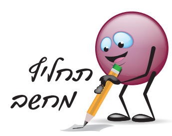
שיעור 1. קשתות, מיתרים, וזוויות מרכזיות

נהלל הוקמה בשנת 1921 בצפון עמק יזרעאל והיא מושב העובדים הראשון בארץ.
נהלל נבנתה בצורת עיגול*. תכנון זה שיקף את הרצון להקים מושב שיושתת על עקרונות השוויון:
צריפיהם של החקלאים נבנו על היקף המעגל (ראו בתמונה), כך **שמרחק כל צריף משפחתי מן המרכז הינו שווה**. בנוסף, בטבעת החיצונית של העיגול הוכשרו החלקות החקלאיות, וכך היה גודל כל החלקות שווה. בחלק הפנימי של העיגול נבנו מוסדות הציבור וצריפיהם של עובדי הציבור.
בשיעור זה נכיר מושגים הקשורים במעגל.

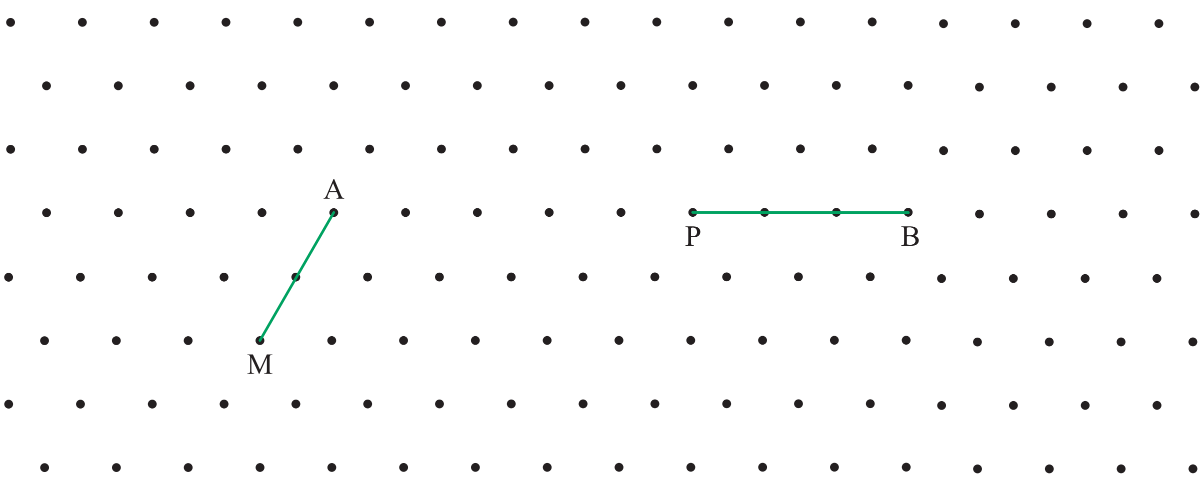
מהו מעגל?



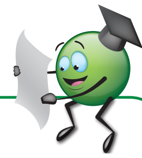
1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "מרחק קבוע מנקודה". בפעילות משרטטים אוסף נקודות שנמצאות במרחק קבוע מנקודה נתונה.
בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



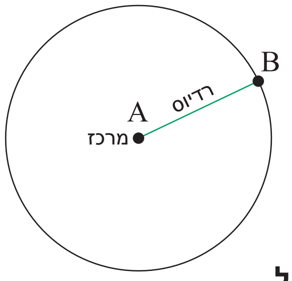
2. א. סַמנו 5 נקודות הנמצאות במרחק השווה לאורך הקטע MA מהנקודה M.
שַרטטו באמצעות מחוגה, את כל הנקודות הנמצאות במרחק MA מהנקודה M.
ב. סַמנו 5 נקודות הנמצאות במרחק השווה לאורך הקטע PB מהנקודה P.
שַרטטו באמצעות מחוגה, את כל הנקודות הנמצאות המרחק PB מהנקודה P.



* התמונה לקוחה מן האתר Google Maps Israel



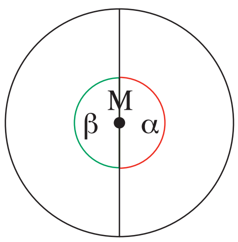
הגדרות



- קבוצת כל הנקודות במישור הנמצאות באותו מרחק מנקודה (A בשרטוט) נקראת **מעגל**.
- הנקודה A (בשרטוט) נקראת **מרכז המעגל**.
- קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה על המעגל נקרא **רדיוס המעגל**.

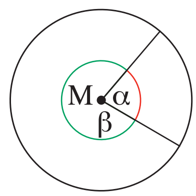
זוויות וקשתות במעגל

3. M מרכז המעגל.

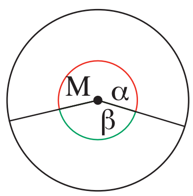


א. בת כמה מעלות הזווית α?
בת כמה מעלות הזווית β?
בת כמה מעלות הזווית $\alpha + \beta$?

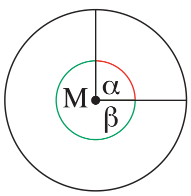
ב. הַשלימו את הגדלים של הזווית β.



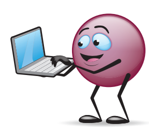
$\alpha = 80^\circ$
$\beta =$ ______$^\circ$



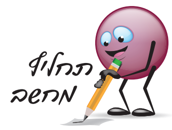
$\alpha = 210^\circ$
$\beta =$ ______$^\circ$



$\alpha = 90^\circ$
$\beta =$ ______$^\circ$

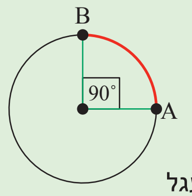


4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "זוויות מרכזיות וקשת". בפעילות מתאימים קשתות, לזוויות שקודקודן במרכז מעגל.
בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



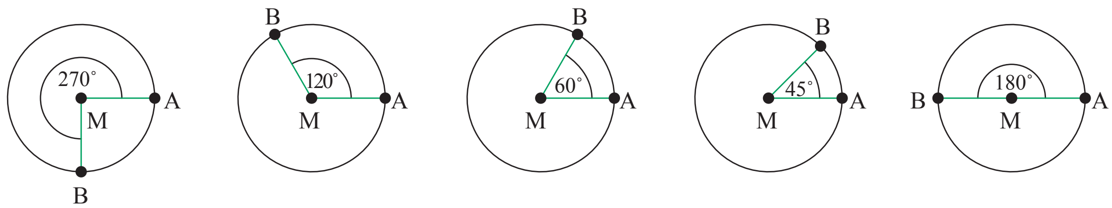
5. לפניכם מעגלים וזוויות שקודקודן במרכז המעגל.
בכל מעגל, הַדגישו את חלק המעגל שבין A ל- B.
רִשמו איזה חלק של המעגל הדגשתם.

דוגמה:

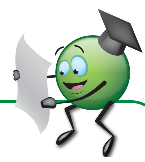


החלק: $\frac{1}{4}$ מעגל

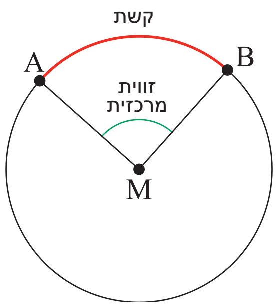
א. ב. ג. ד. ה.



החלק המודגש ______ ______ ______ ______ ______



- חלק המעגל בין שתי נקודות על המעגל, נקרא **קשת**.
- זווית ששוקיה במרכז המעגל ושוקיה רדיוסים, נקראת **זווית מרכזית**.



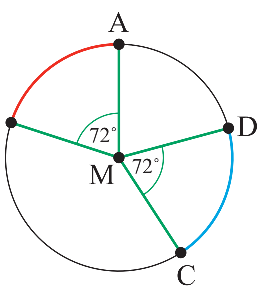
הקשת המודגשת AB, **מתאימה** לזווית המרכזית $\sphericalangle AMB$.

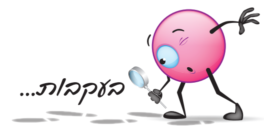
6. מה גודל הזווית המרכזית המתאימה:

ל- $\frac{1}{4}$ מעגל? ל- $\frac{1}{3}$ מעגל? ל- $\frac{2}{3}$ מעגל?

ל- $\frac{1}{5}$ מעגל? ל- $\frac{3}{5}$ מעגל? ל- $\frac{1}{2}$ מעגל?

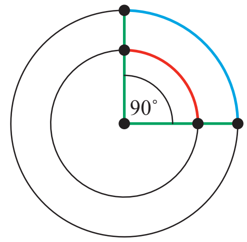
7. איזה חלק של המעגל מהווה הקשת האדומה?
איזה חלק של המעגל מהווה הקשת הכחולה?





8. רִשמו **איזה חלק** מהווה הקשת האדומה מהמעגל הקטן, איזה חלק מהווה הקשת הכחולה מהמעגל הגדול.

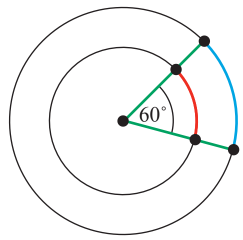
א.



הקשת האדומה: ______

הקשת הכחולה: ______

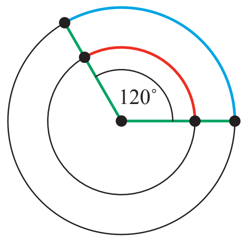
ב.



הקשת האדומה: ______

הקשת הכחולה: ______

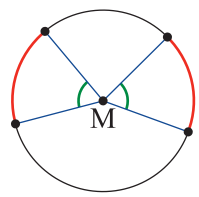
ג.

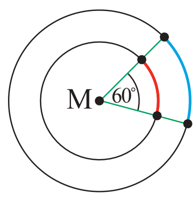


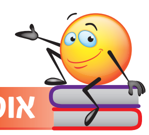
הקשת האדומה: ______

הקשת הכחולה: ______

לזוויות מרכזיות שוות מתאימים **חלקים שווים** של המעגל, גם אם המעגלים שונים.



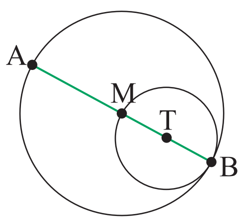




אוסף משימות

1. אורך רדיוס המעגל שמרכזו T הוא 3 ס"מ.

מְצאו את אורך רדיוס המעגל שמרכזו M ואת אורכי הקטעים AM, ו- AB.



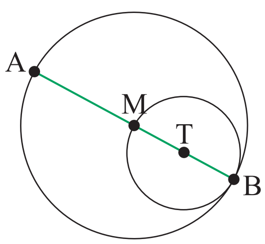
2. r מייצג את רדיוס המעגל שמרכזו T.

בַּטאו בעזרת r:

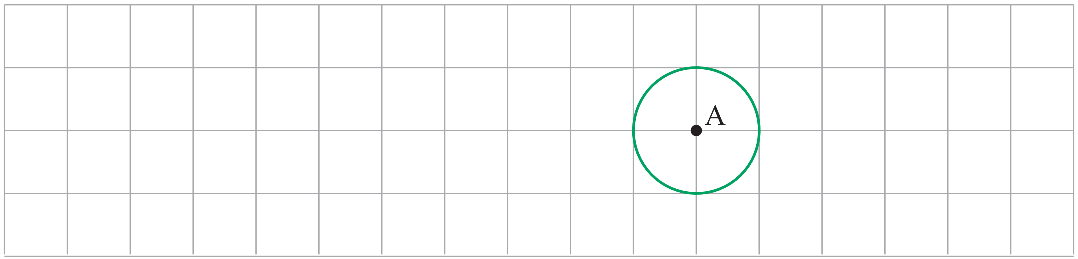
א. את אורך הקטע MB,

ב. את רדיוס המעגל שמרכזו M,

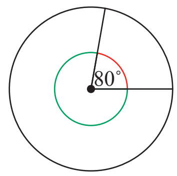
ג. את אורך הקטע AB.



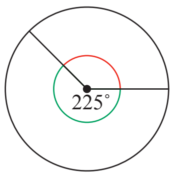
3. שַׁרטטו (באמצעות מחוגה) מעגל שרדיוסו גדול פי 2 מרדיוס המעגל שמרכזו A.



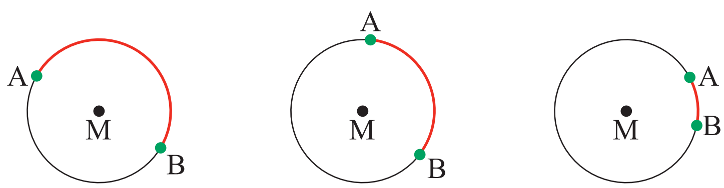
4. א. מה מידת הזווית המרכזית הירוקה?



ב. מה מידת הזווית המרכזית האדומה?



5. שַׁרטטו זווית מרכזית המתאימה לקשת AB



6. א. איזה חלק של המעגל מתאים לזווית מרכזית של: °360? °45? °135? °40? °60? °30?

ב. מה גודל הזווית המרכזית המתאימה ל:

1/8 מעגל? 5/8 מעגל? 1/9 מעגל? 1/10 מעגל? 3/10 מעגל? 1/12 מעגל?

7. חִילקו מעגל לשתי קשתות שאחת מהן גדולה פי 2 מהשנייה.

איזו זווית מרכזית מתאימה לכל אחת מהקשתות?

8. א. איזה חלק של המעגל עובר **מחוג השעות**:

משעה 12:00 עד שעה 6:00? משעה 3:00 עד שעה 6:00?

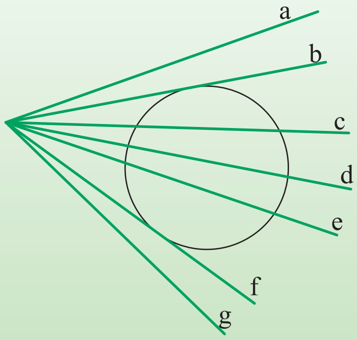
משעה 2:00 עד שעה 6:00? משעה 2:00 עד שעה 11:00?

ב. מה גודל הזווית המרכזית בין המחוגים בשעות הבאות:

4:00? 7:00? 1:00? 12:30? 3:30?

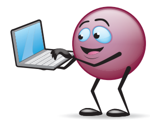
שיעור 2. מעגל וישר

בשִרטוט ישרים ומעגל.
אם יש נקודות משותפות לישרים ולמעגל, סַמנו אותן.
כמה נקודות משותפות יש לכל אחד מהישרים עם המעגל?

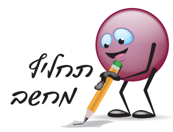


נלמד משפטים הקשורים למעגל וישר.

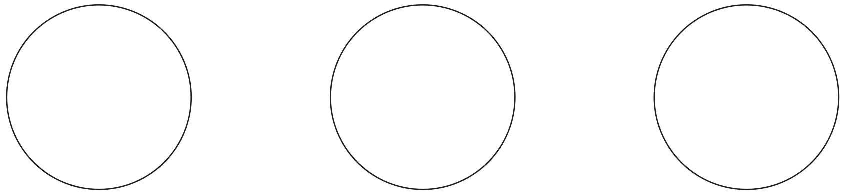
מספר נקודות חיתוך של מעגל וישר



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "ישר ומעגל". בפעילות חוקרים כמה נקודות חיתוך יכולות להיות למעגל וישר.
בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



2. כמה נקודות משותפות יכולות להיות למעגל ולישר?
לפניכם שלושה מעגלים.
לכל מעגל שַרטטו ישר, עם מספר שונה של נקודות חיתוך בינו לבין המעגל.

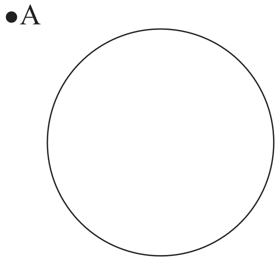


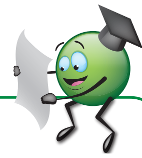
3. דרך הנקודה A שַרטטו.

א. ישר שיש לו **שתי נקודות** משותפות עם המעגל.
כמה ישרים כאלה אפשר לשַרטט?

ב. ישר שיש לו רק **נקודה משותפת אחת** עם המעגל.
כמה ישרים כאלה אפשר לשַרטט?

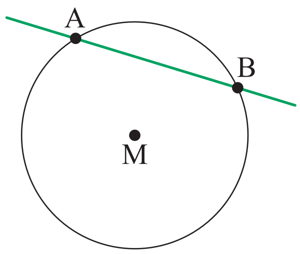
ג. ישר **שאין לו נקודות** משותפות עם המעגל.



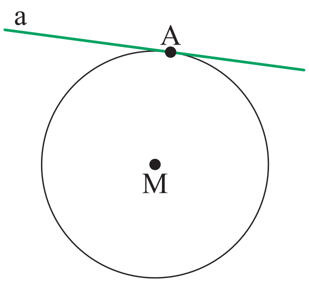


למעגל וישר יכולות להיות שתי נקודות משותפות, או נקודה משותפת אחת, או שאין להם כלל נקודות משותפות.

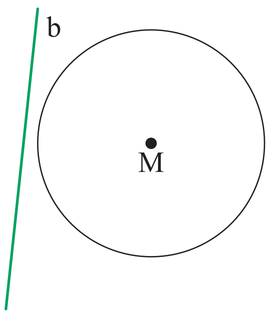
ישר שיש לו **שתי נקודות משותפות** עם המעגל נקרא ישר **החותך את המעגל**.
הקטע שבין הנקודות המשותפות נקרא **מיתר**.
לדוגמה: AB מיתר.



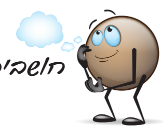
ישר שיש לו **נקודה משותפת יחידה** עם המעגל נקרא **משיק למעגל**.
הנקודה המשותפת נקראת **נקודת השקה**.
לדוגמה: A נקודת ההשקה של המשיק a.



ישר **שאין לו נקודות משותפות** עם המעגל נקרא **ישר חיצוני למעגל**.
לדוגמה: b ישר חיצוני.



מיתרים וזוויות מרכזיות



חושבים על...

4. משפט: אם במעגל, זוויות מרכזיות שוות, אז המיתרים המתאימים להן שווים.

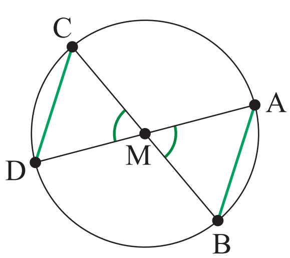
א. רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. שוויון המיתרים נובע מ: $\Delta AMB \cong \Delta CMD$.
על סמך איזה משפט חפיפה?

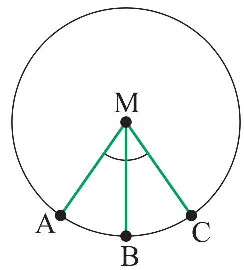
ג. נַסחו משפט הפוך למשפט הנתון.

ד. רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט ההפוך.

ה. שוויון הזוויות נובע מ: $\Delta AMB \cong \Delta CMD$.
על סמך איזה משפט חפיפה?



5. הרדיוס MB חוצה את הזווית $\measuredangle AMC$.
שַׂרטטו את המיתר המתאים לזווית המרכזית $\measuredangle AMB$
ואת המיתר המתאים לזווית המרכזית $\measuredangle BMC$.
מהו סוג המרובע $MABC$? הַסבירו.

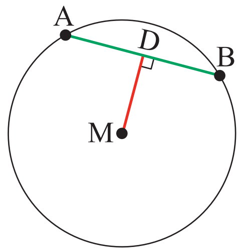


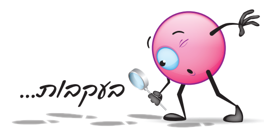
מיתר ואנך למיתר

6. AB מיתר במעגל שמרכזו M. MD אנך מהמרכז למיתר.
משפט: אנך ממרכז מעגל **למיתר**, חוצה את המיתר
וחוצה גם את הזווית המרכזית המתאימה לו.

א. שַׂרטטו רדיוסים MA ו- MB.
רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הַסבירו מדוע המשפט נכון.



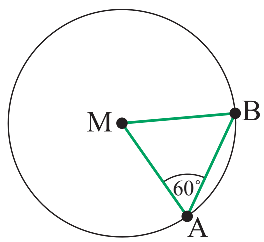


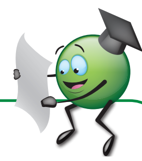
7. המיתר AB בשרטוט, **יוצר** זווית של $60°$ עם הרדיוס MA.

א. מהו סוג המשולש ΔMAB? הַסבירו.

ב. רדיוס המעגל 10 ס"מ. מה אורך המיתר AB?

ג. שַׂרטטו אנך מהמרכז M למיתר AB, וחַשבו את אורכו.





אם במעגל זוויות מרכזיות שוות, אז המיתרים מתאימים להן שווים.

הפוכים זה לזה

אם במעגל מיתרים שווים אז הזוויות המרכזיות ומתאימות להן שווֹת

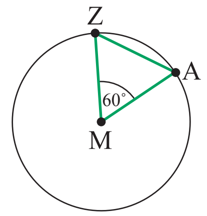
אנך ממרכז מעגל **למיתר** חוצה את המיתר וחוצה גם את הזווית המרכזית המתאימה לו.

אוסף משימות

1. גודל הזווית המרכזית שבשִׂרטוט 60°.

$AZ = 5$ ס״מ

מה אורך רדיוס המעגל? הַסבירו.



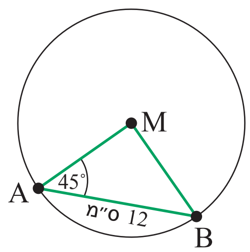
2. במעגל שמרכזו M, נתון: $AB = 12$ ס״מ ו- $\measuredangle MAB = 45^\circ$

א. חַשבו את זוויות ΔMAB.

ב. שַׂרטטו אנך מהמרכז M למיתר AB רִשמו את אורכו.

ג. חַשבו את שטח המשולש.

ד. חַשבו את רדיוס המעגל. (היעזרו במשפט פיתגורס.)



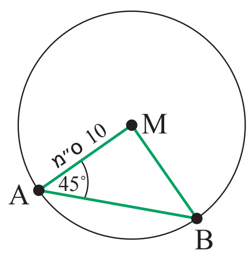
3. המיתר AB בשִׂרטוט, יוצר זווית של 45° עם הרדיוס MA.

אורך רדיוס המעגל 10 ס״מ.

א. שַׂרטטו אנך מהמרכז למיתר וחַשבו את אורכו.

ב. חַשבו את אורך המיתר.

ג. חַשבו את שטח המשולש.

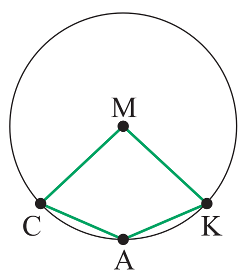


4. המיתרים AK ו- AC הם מיתרים שווים.

א. לפי איזה משפט $\Delta AKM \cong \Delta ACM$?

ב. הַקיפו את הטענה הנכונה:

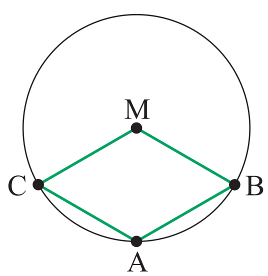
מרובע MCAK הוא: מקבילית, דלתון, מעוין, מלבן, ריבוע. הַסבירו.



5. המיתרים AB ו- AC הם מיתרים השווים לרדיוס המעגל.

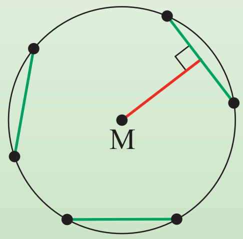
מַחקו את הטענות שאינן נכונות.

מרובע MCAB הוא: מקבילית, דלתון, מעוין, מלבן, ריבוע. הַסבירו.

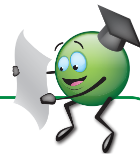


שיעור 3. מיתרים ומרחקם מהמרכז

לפניכם מעגל שמרכזו M ובו שלושה מיתרים **שווים**.
הקטע האדום הוא אנך מהמרכז לאחד המיתרים.
שַׂרטטו אנכים מהמרכז לשני המיתרים האחרים, (היעזרו בזווית ישרה)
הַציעו השערה לגבי אורכי האנכים למיתרים השווים.
ומה אם המיתרים אינם שווים?



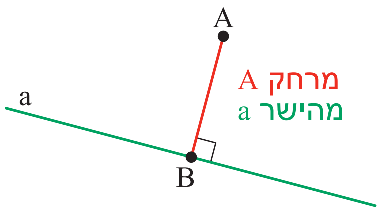
נעסוק במיתרים ומרחקם ממרכז.



תזכורת

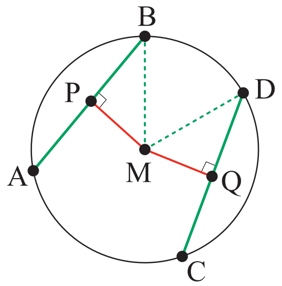
מרחק של נקודה מישר הוא אורך האנך מהנקודה אל הישר.

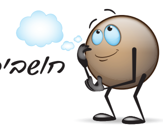
דוגמה: הקטע AB בשִׂרטוט הוא המרחק של **נקודה מהישר a.**



מיתרים שווים

1. אורך רדיוס המעגל 10 ס״מ.
AB = CD = 12 ס״מ.
חַשבו את המרחק של המיתרים AB ו- CD
ממרכז המעגל.





2. **משפט:** אם במעגל מיתרים שווים אז הם נמצאים במרחקים שווים מהמרכז.

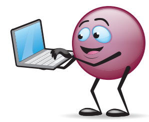
א. רִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

ב. הַסבירו מדוע המשפט נכון (הֵיעזרו בחישוב שביצעתם במשימה 1).

ג. נַסחו משפט הפוך למשפט הנתון.

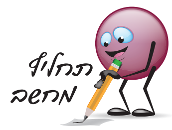
ד. בסעיף ב ורִשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט ההפוך.

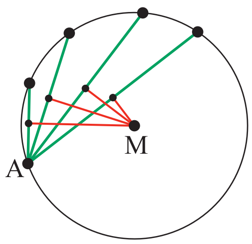
ה. האם המשפט ההפוך נכון? האם אפשר להסביר גם אותו בעזרת משפט פיתגורס?



מיתרים שונים

2. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "מיתרים ומשיק ומרחקם מהמרכז". בפעילות זו חוקרים את הקשר בין אורך מיתר למרחקו מהמרכז. בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.





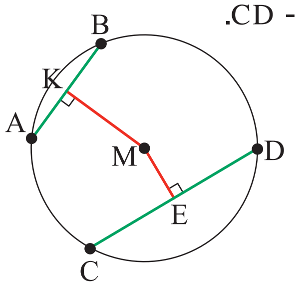
3. בשִׂרטוט מיתרים ומרחקיהם מהמרכז.

א. הַשלימו את המשפט:

"ככל שאורך המיתר גדול יותר, מרחקו מהמרכז....."

ב. שַׂרטטו מהנקודה A את המיתר הארוך ביותר במעגל.

מה מרחקו מהמרכז?



4. במעגל שמרכזו M ואורך הרדיוס שלו 10 ס"מ, שַׂרטטו שני מיתרים AB ו- CD.

אורך CD = 12 ס"מ ואורך AB = 16 ס"מ.

חַשבו את המרחקים של כל אחד מהמיתרים מהמרכז.

האם התוצאות מתאימות למשפט שניסחתם במשימה הקודמת?

אם במעגל מיתרים שווים, אז הם נמצאים במרחקים שווים מהמרכז

הפוכים זה לזה

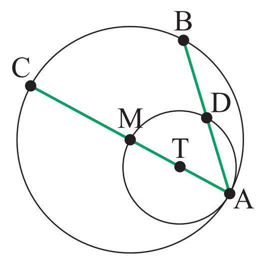
אם במעגל מיתרים הנמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל, אז הם שווים.

ככל שאורך המיתר גדול יותר מרחקו מהמרכז קטן יותר

המיתר הארוך ביותר הוא **מיתר דרך המרכז**, כלומר ה**קוטר**.

אוסף משימות

1. רִשמו בכל סעיף, אם הקטע הוא מיתר, רדיוס או קוטר.



א. במעגל שמרכזו M, הקטע MA הוא ______.

ב. במעגל שמרכזו M, הקטע AB הוא ______.

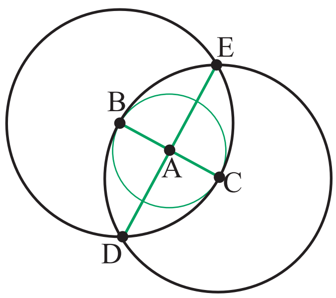
ג. במעגל שמרכזו M, הקטע AC הוא ______.

ד. במעגל שמרכזו T, הקטע MA הוא ______.

ה. במעגל שמרכזו T, הקטע AD הוא ______.

ו. במעגל שמרכזו T, הקטע TA הוא ______.

2. בשִׂרטוט שלושה מעגלים שמרכזיהם A, B ו- C.
רִשמו בכל סעיף, אם הקטע הוא:
רדיוס, קוטר, או מיתר שאינו קוטר.



א. במעגל שמרכזו A, הקטע BC הוא ______

ב. במעגל שמרכזו B, הקטע BC הוא ______

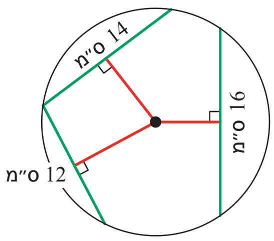
ג. במעגל שמרכזו C, הקטע BC הוא ______

ד. במעגל שמרכזו A, הקטע AC הוא ______

ה. במעגל שמרכזו B, הקטע DE הוא ______

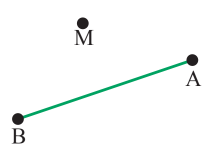
ו. במעגל שמרכזו C, הקטע DE הוא ______

3. אורכי המיתרים המשורטטים רשומים בשִׂרטוט.
מרחקי המיתרים המשורטטים מהמרכז הם:
6 ס״מ, 7 ס״מ ו- 8 ס״מ.
רִשמו ליד כל מרחק את גודלו.

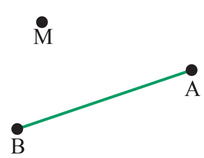


4. אם אפשר, שַׂרטטו מעגל שמרכזו M והקטע AB מיתר במעגל. אם אי-אפשר, הַסבירו.

א.

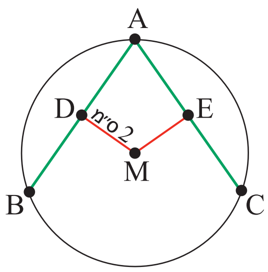


ב.

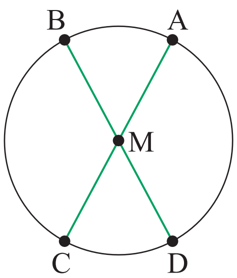


ג.

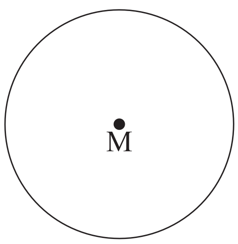
5. AB ו- AC הם שני מיתרים שווים במעגל שמרכזו M.
הקטעים MD ו- ME הם מרחקי המיתרים האלה מהמרכז.
א. קִבעו, לפי הנתון שבשִׂרטוט, מה אורך ME. הַסבירו.
ב. מַהו סוג המרובע ADME? הַסבירו.
ג. מַהו סוג המרובע ABMC? שַׂרטטו והַסבירו.



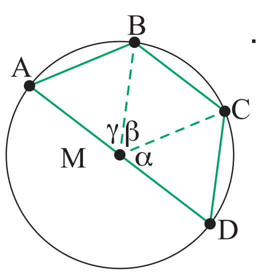
6. AC ו- BD הם שני קטרים במעגל שמרכזו M.
מַהו סוג המרובע ABCD?
שַׂרטטו את המרובע והַסבירו.



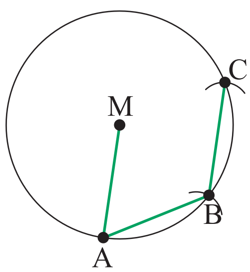
7. א. שַׂרטטו שני קטרים **מאונכים** במעגל שמרכזו M.
ב. שַׂרטטו את המרובע שהקטרים המשורטטים הם אלכסוניו.
ג. הַסבירו מדוע כל הצלעות של המרובע שוות זו לזו.
ד. הַסבירו מדוע זוויות המרובע הן זוויות ישרות.
ה. מַהו סוג המרובע?



8. המיתר AD עובר דרך מרכז המעגל. הזוויות המרכזיות α, β ו- γ שוות בגודלן.
א. מִצאו את גודלן של α, β ו- γ.
ב. חַשבו את זוויות המשולש ΔBMC.
ג. מַהו סוג המרובע ABCD? הַסבירו.



9. שַׂרטטו באמצעות מחוגה שני מיתרים, AB ו- BC, שאורכם שווה לרדיוס המעגל.
הַמשיכו לשרטט מיתרים כאלה באמצעות מחוגה וסרגל, עד שתחזרו לנקודה A.
איזה מצולע קיבלתם?
מה גודל כל אחת מזוויותיו? הַסבירו.

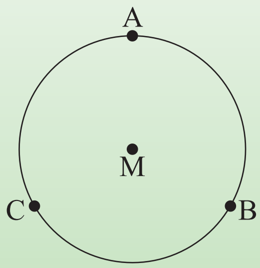


שיעור 4. משיק למעגל

איך נעביר משיקים למעגל בנקודות A, B ו- C?

תזכורת:

ישר שיש לו נקודה משותפת יחידה עם המעגל נקרא **משיק** למעגל.



נעסוק במשפטים שיעזרו בשִׁרטוט משיקים למעגל,
ובשִׁרטוט מעגל שישרים נתונים משיקים לו.

שרטוט משיק למעגל

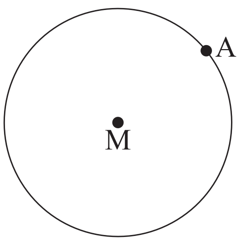
1. A נקודה על מעגל.

כיצד נשרטט ישר שרק הנקודה A תהיה משותפת לו ולמעגל?

יותם אמר: נשַׂרטט תחילה רדיוס מהמרכז לנקודה A ואז אנך לרדיוס בנקודה הזו.

בַּצעו את הבנייה שהציע יותם. (הֵיעזרו בזווית ישרה.)

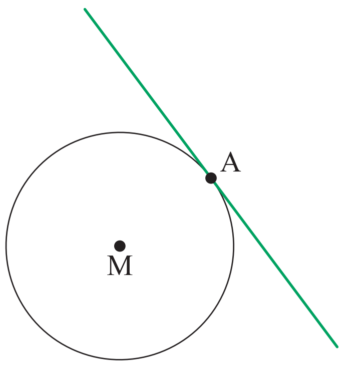
האם הישר משיק למעגל?

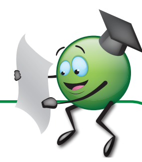


2. לישר a ולמעגל שמרכזו M יש רק נקודה משותפת אחת A.

שַׂרטטו רדיוס אל נקודת ההשקה.

בִּדקו, בעזרת זווית ישרה, אם הרדיוס מאונך למשיק.





משפט: המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

לא נוכיח משפט זה כאן, במשימות 1 ו- 2 ראיתם דוגמאות.

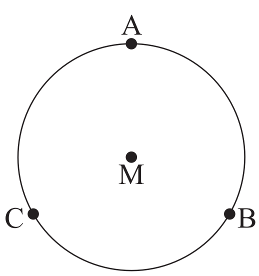
3. נחזור לשאלה בפתיחת השיעור.

א. שַׂרטטו רדיוסים לנקודות A, B ו- C.

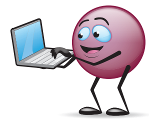
ב. שַׂרטטו אנכים לרדיוסים בנקודות A, B ו- C.

ג. הנקודות A, B, C מחלקות את המעגל לשלוש קשתות שוות.
מה גודל הזוויות המרכזיות? רִשמו בשרטוט.

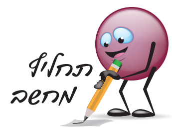
ד. חַשבו את זוויות המשולש שיוצרים המשיקים.



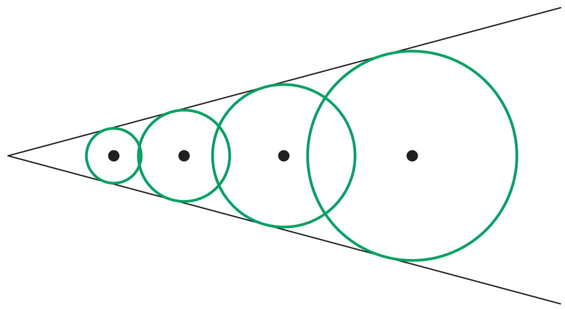
היכן נמצא מרכז המעגל ששוקי זווית משיקים לו?



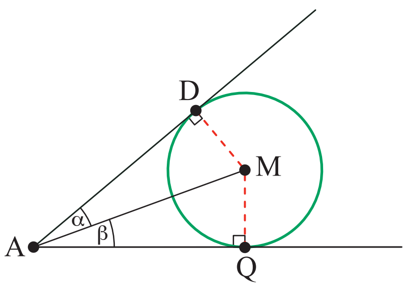
4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "היכן המרכז?" בפעילות זו תמצאו היכן נמצא המרכז של מעגל ששוקי זווית משיקים לו. בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



5. בשרטוט ארבעה מעגלים ששוקי הזווית משיקים להם.
בִּדקו ושַערו היכן נמצאים מרכזי המעגלים האלה. (תוכלו לחבר את המרכזים עם קודקוד הזווית).



6. הנקודה M היא מרכז מעגל ששוקי הזווית משיקים לו.
הקטעים האדומים הם רדיוסים לנקודות ההשקה.
א. הַסבירו מדוע הם מאונכים לשוקיים.
ב. הַסבירו, באמצעות משפט חפיפה, מדוע AM חוצה את זווית A.

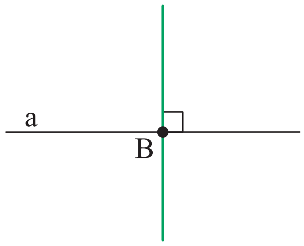


המשיק מאונך לרדיוס בנקודה ההשקה	מרכז מעגל המשיק לשוקי זווית, נמצא על חוצה הזווית

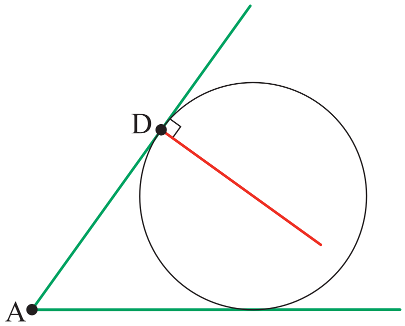
אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. משימות אלה מסומנות ב- *. מתחת למשימות אלה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.

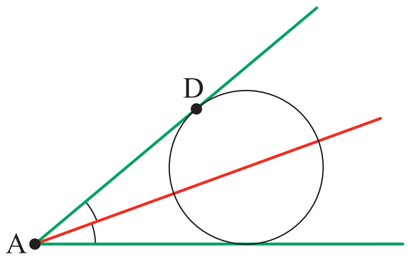
1*. שַרטטו שלושה מעגלים שהישר a משיק להם בנקודה B.
היכן נמצאים כל מרכזי המעגלים שהישר a משיק להם?
(שם המשימה החֲלופית: מעגלים משיקים לישר a.)



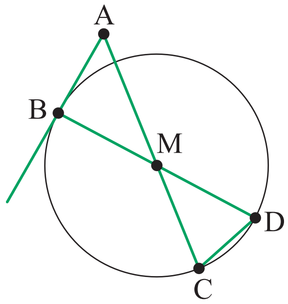
2*. המעגל בשרטוט משיק לשוקי הזווית.
הקרן הצבועה אדום היא אנך בנקודת ההשקה.
מְצאו את מרכז המעגל והַסבירו.
(שם המשימה החֲלופית: מציאת המרכז 1.)



3*. המעגל בשִרטוט משיק לשוקי הזווית.
הקרן הצבועה באדום היא חוצה הזווית A.
הנקודה D היא נקודת השקה של המעגל עם שוק הזווית.
מְצאו את מרכז המעגל והַסבירו.
(שם המשימה החֲלופית: מציאת המרכז 2.)



4. הקטע BD קוטר במעגל שמרכזו M.
הקרן AB משיקה למעגל.
$\measuredangle CDM = 70^\circ$
חַשבו את $\measuredangle A$

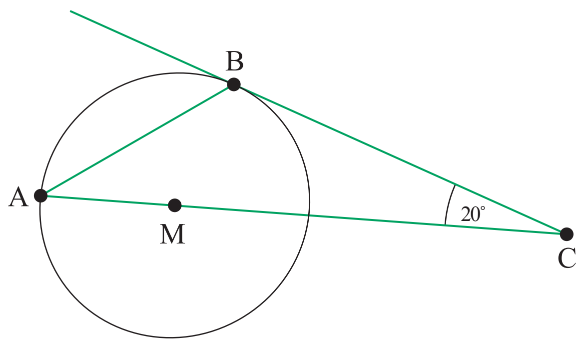


5. הקטע BC משיק למעגל שמרכזו M.

$\sphericalangle C = 20^\circ$

חַשבו את $\sphericalangle A$.

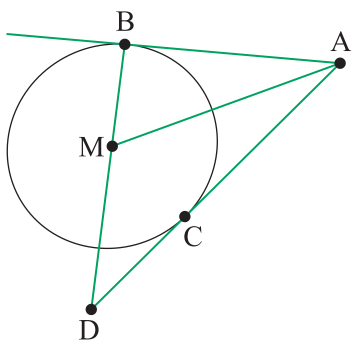
(רמז: שַרטטו את הרדיוס MB.)



6. המשיקים למעגל AB ו- AC נחתכים בנקודה A.

$\sphericalangle BAM = 25^\circ$

חַשבו את $\sphericalangle D$



7. מהנקודה A שִרטטו שני משיקים למעגל AB ו- AC.

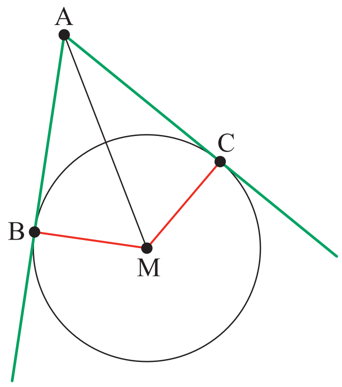
אורך רדיוס המעגל 5 ס״מ.

מרחק הנקודה A מהמרכז 13 ס״מ.

א. חַשבו את האורכים של AB ושל AC.

ב. החליפו את הנתונים המספריים (5 ס״מ ו- 13 ס״מ) בנתונים אחרים כרצונכם.

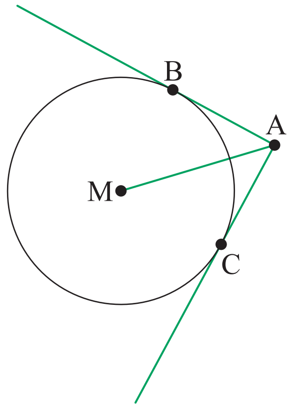
האם גם אז יהיו אורכי AB ו- AC שווים? הַסבירו.



8. המשיקים AB ו- AC מאונכים זה לזה.

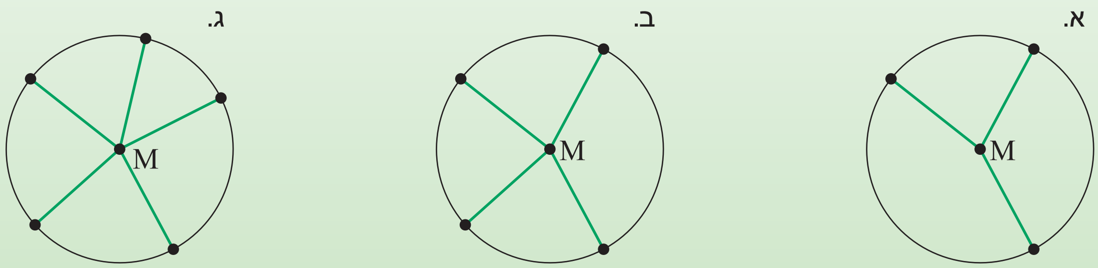
הַשלימו את שִרטוט המרובע ABMC.

מהו סוג המרובע ABMC? הַסבירו.



שיעור 5. מעגל חסום במצולע

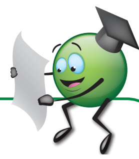
שַרטטו משיקים למעגל בקצות הרדיוסים.
(הֵיעזרו בזווית ישרה.)



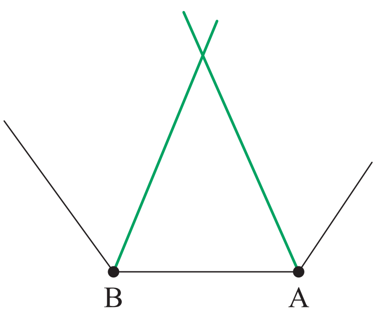
נעסוק במצולעים שצלעותיהם משיקות למעגל.

1. המשיקים ששרטטתם יוצרים מצולעים. רִשמו מתחת לכל מצולע את שמו.

מעגל חסום במשולש



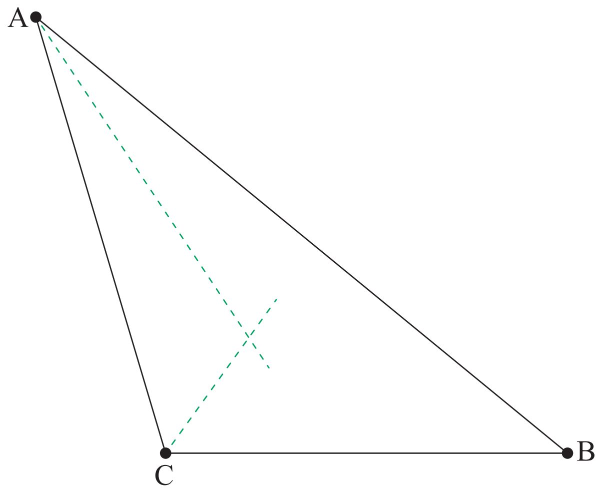
מעגל שכל הצלעות של מצולע משיקות לו, נקרא **מעגל חסום** במצולע.



2. בשיעור שעבר למדתם לשרטט מעגל משיק לשוקי זווית.
האם אפשר לשַרטט מעגל, המשיק לשוקיים של שתי זוויות?

א. הקרניים הצבועות בירוק הן חוצי הזוויות A ו- B.
היכן יימצא מרכז המעגל המשיק לשוקי הזווית A וגם לשוקי הזווית B? סַמנו את המרכז באות M.

ב. שַרטטו אנכים מן הנקודה M לשוקי שתי הזוויות.
שַרטטו מעגל שמרכזו M ורדיוסו אחד האנכים.
האם המעגל משיק לשוקי שתי הזוויות?

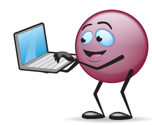


3. איך נשַרטט מעגל חסום במשולש?

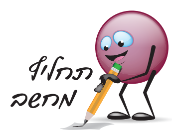
א. הקווים המקווקווים הם חוצי הזוויות A ו- C.
סַמנו את המרכז באות M.

ב. כדי למצוא את רדיוס המעגל,
שַרטטו אנך מ- M לאחת הצלעות.
שַרטטו את המעגל.
האם הוא חסום במשולש?

מעגל חסום במרובע?

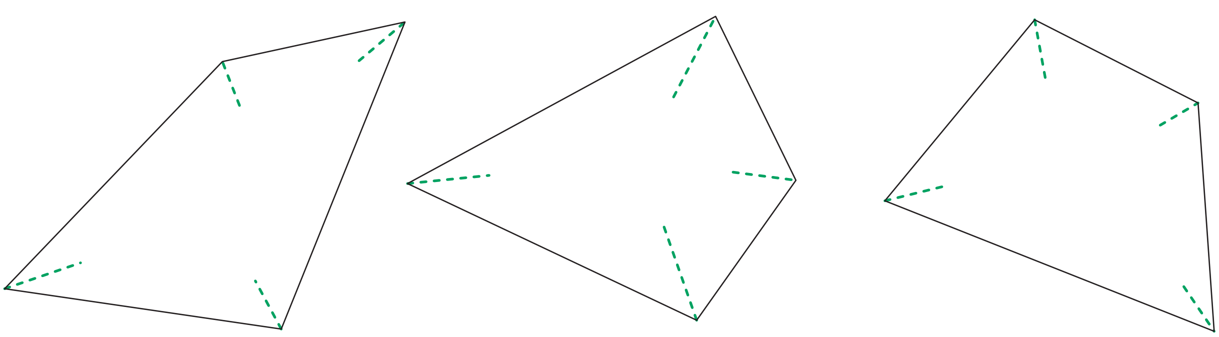


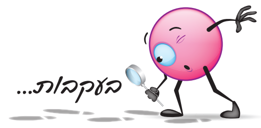
4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "האם תמיד קיים מעגל חסום במרובע?". בַּצעו את הפעילות בהתאם להוראות.

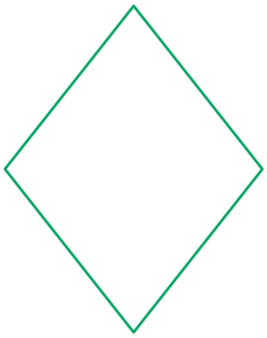


5. הקטעים המקווקווים בכל אחד מהמרובעים הם חוצי הזוויות של המרובע.
הַמשיכו את חוצי הזוויות ובִדקו אם אפשר לשרטט מעגל חסום במרובע.
אם אפשר, סַמנו את המרכז ושַרטטו את המעגל החסום. אם אי אפשר, הַסבירו.

א. ב. ג.



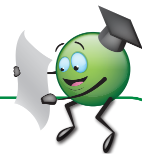




6. א. האם בכל מעוין אפשר לשרטט מעגל חסום? הַסבירו.

ב. היכן נמצא מרכז המעגל החסום? שַרטטו וסַמנו את המרכז.

ג. שַרטטו גם את המעגל החסום.
(שַרטטו תחילה אנך מהמרכז לאחת הצלעות.)

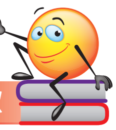


סיכום

מעגל שכל צלעות המצולע משיקות לו נקרא **מעגל חסום במצולע**

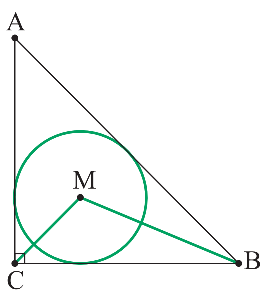
בכל משולש אפשר לשַרטט מעגל חסום.

אם במרובע כל חוצי הזוויות נפגשים בנקודה אחת אז אפשר לשרטט מעגל חסום במרובע.



אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. משימות אלה מסומנות ב- *. מתחת למשימות אלה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.

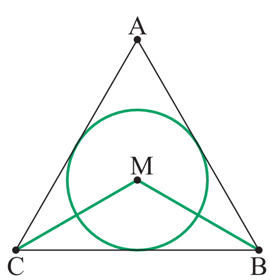


1. הנקודה M היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

$\sphericalangle A = 42°$

$AC \perp CB$

חַשבו את הזווית המרכזית M.



2. הנקודה M היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

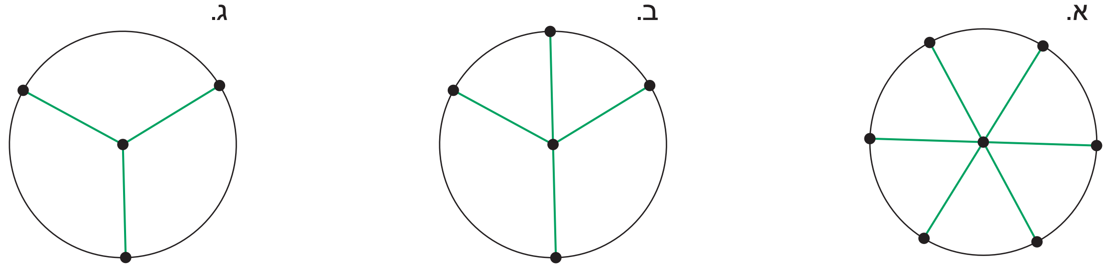
$\sphericalangle A = 60°$

$AC = AB$

חַשבו את הזווית המרכזית M. הַסבירו.

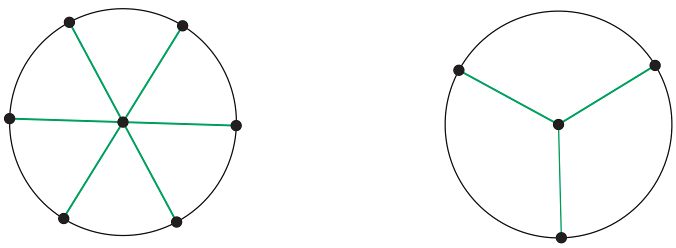
3. שַרטטו משיקים למעגל בנקודות המסומנות על המעגל. (הֵיעזרו בזווית ישרה.)
רִשמו בכל סעיף, איזה מצולע יוצרים המשיקים.

א. ב. ג.

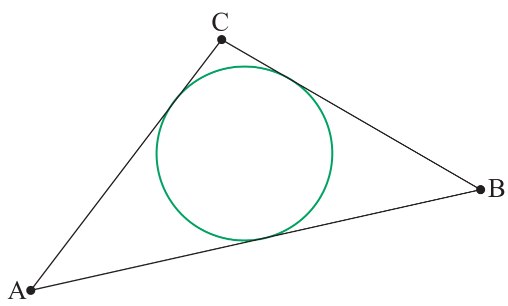


4. בכל סעיף, הזוויות בין כל שני רדיוסים סמוכים שוות זו לזו.
שַרטטו משיקים למעגל בנקודות המסומנות על המעגל. (הֵיעזרו בזווית ישרה.)
איזה מצולע יוצרים המשיקים? הַסבירו מדוע. (חַשבו זוויות.)

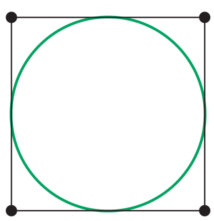
א. ב.



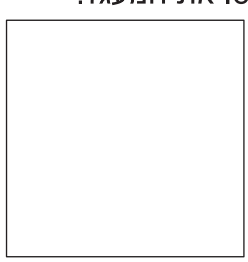
***5.** א. איך נמצא את מרכז המעגל החסום במשולש?
בַּצעו את הבנייה בסרגל ומחוגה.
ב. איך נשרטט את רדיוס המעגל החסום?
בַּצעו את הבנייה בסרגל ומחוגה.
(שם המשימה החֲלופית: איך נמצא את מרכז המעגל חסום במשולש?)



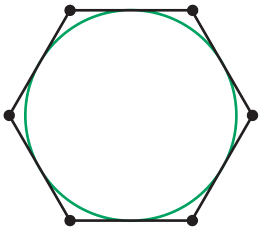
6. א. איך נמצא את מרכז המעגל החָסום בריבוע? שַרטטו והַסבירו.



ב. מִצאו את מרכז המעגל החסום בריבוע, שַרטטו את המעגל.

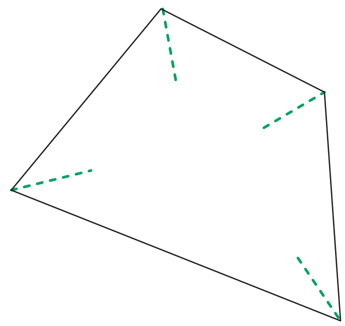


7. איך נמצא את מרכז המעגל החסום במשושה משוכלל? שַׂרטטו והַסבירו.

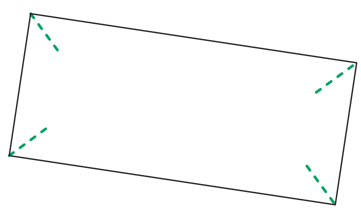


8. כל אחד מהמרובעים המשורטטים, הקטעים הירוקים המקווקווים הם חוצי הזוויות של המרובע.
באיזה מהמרובעים אפשר לשרטט מעגל חסום? הַסבירו.

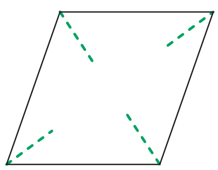
א.



ב.



ג.



9. הֵיעזרו בתשובותיכם למשימה הקודמת וקִבעו:

א. האם **בכל מלבן** אפשר לשרטט מעגל חסום? נַמקו.

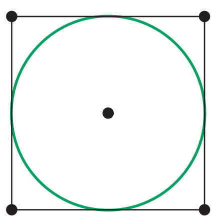
ב. האם **בכל מעוין** אפשר לשרטט מעגל חסום? נַמקו.

ג. האם **בכל ריבוע** אפשר לשרטט מעגל חסום? נַמקו.

ד. האם **בכל טרפז** אפשר לשרטט מעגל חסום? נַמקו.

ה. האם **בכל מרובע** אפשר לשרטט מעגל חסום? נַמקו.

10. אורך צלע הריבוע 10 ס"מ.
שַׂרטטו ומִצאו את אורך רדיוס המעגל החסום.
שַׂרטטו ומִצאו את אורך חוצה הזווית מקודקוד של הריבוע אל המרכז.



11. רדיוס המעגל החסום בריבוע 8 ס"מ.
שַׂרטטו ומִצאו את אורך צלע הריבוע ואת אורך אלכסון הריבוע.