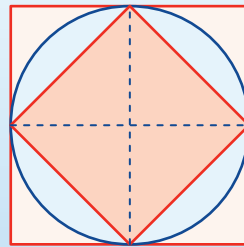


יחידה 26: שטח עיגול והיקף מעגל

שיעור 1. מצולעים משוכללים ומעגל



בשרטוט ריבוע פנימי החסום בתוך מעגל, וריבוע חיצוני החוסם את המעגל. רדיוס המעגל הוא r .



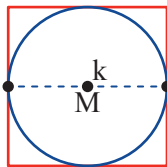
- מהו היקף הריבוע החיצוני?
- מהו היקף הריבוע הפנימי?
- מהו, בערך, היקף המעגל?
- מהו שטח הריבוע החיצוני?
- מהו שטח הריבוע הפנימי?
- מהו, בערך, שטח העיגול?

נחשב היקף של מעגל ושטח של עיגול.

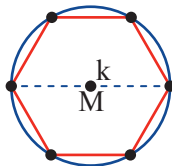
היקף מעגל

1. אורך קוטר המעגל בשרטוט מיוצג על ידי k .

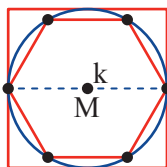
א. בטאו, בעזרת k , את היקף הריבוע החוסם את המעגל.



ב. בטאו, בעזרת k , את היקף המשושה החסום במעגל.

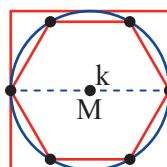


ג. מצאו קשר בין היקף הריבוע, היקף המעגל והיקף המשושה.



היקף המעגל קטן מהיקף הריבוע החוסם את המעגל, וגדול מהיקף המשושה החסום במעגל.

$$3k < \text{היקף המעגל} < 4k$$

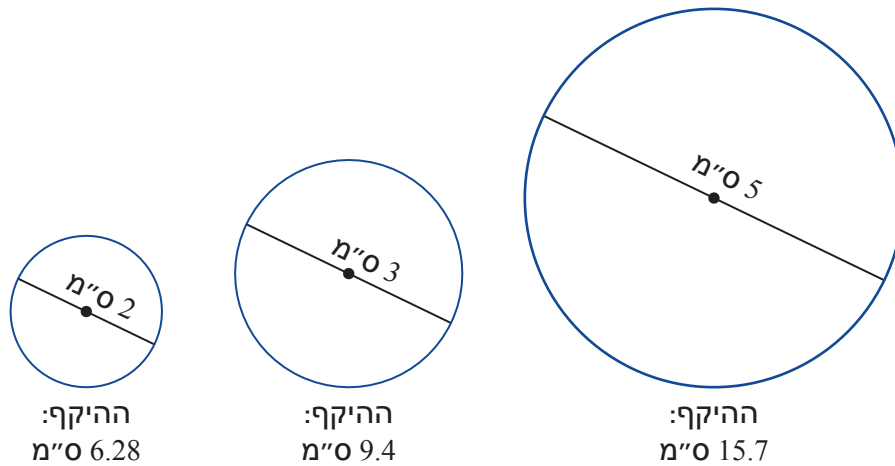




2. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "ההיקף והקוטר". בפעילות בודקים אם היחס בין ההיקף לקוטר קבוע. בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



3. נתונים אורכי הקטרים וההיקפים של המעגלים (בקירוב). חשבו פי כמה גדול היקף המעגל מהקוטר בכל אחד מהמעגלים.



4. השלימו: $\frac{\text{היקף המעגל}}{\text{קוטר המעגל}} = \text{_____}$ קוטר המעגל x _____ = היקף המעגל



המספרים שמצאתם במשימות 2 ו-3, הם קירובים של מספר הנקרא π (פאי). המספר π מראה פי כמה גדול היקף המעגל מקוטרו. π הוא מספר עשרוני אינסופי $\pi = 3,141592654\dots$. אם k מבטא את קוטר המעגל אז היקף המעגל $k \cdot \pi$. אם r מבטא את רדיוס המעגל אז היקף המעגל הוא $2\pi r$.

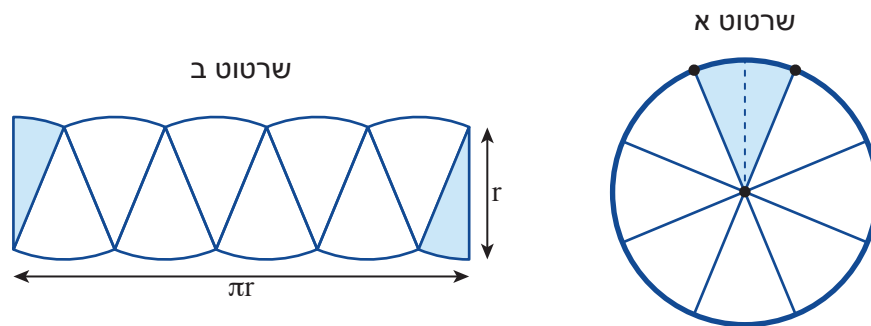


האות π היא הראשונה במילה היוונית "περίμετρος" (פרימטרוס) שמשמעותה היקף. לראשונה השתמש בסימון זה המתמטיקאי הוולשי ויליאם ג'ונס, בשנת 1706. במשך מאות שנים עסקו מתמטיקאים רבים במציאת קירוב מדויק יותר של π . הם השתמשו בכלים מתמטיים שונים, והצליחו להגיע למספר רב של ספרות לאחר הנקודה העשרונית. כיום, בעזרת מחשב אפשר לחשב את π עד לכל מספר רצוי של מקומות לאחר הנקודה העשרונית. במסגרת של השרטוט במשימה 13 (באוסף משימות), רשום קירוב למספר π עד 310 ספרות ראשונות בכתב עשירי.

שטח עיגול



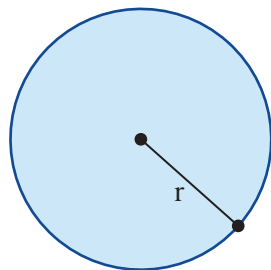
5. כיצד אפשר להגיע מנוסחת ההיקף לנוסחת השטח? גוזרים את "המשולשים" שבשרטוט א, ואת המשולש הכחול גוזרים לאורך הרדיוס המקווקו. מסדרים את החלקים כשרטוט ב.



מתקבל מעין "מלבן". אורך "הצלע" של "המלבן" היא πr ורוחבו r . הסבירו. מהו בקירוב שטח "המלבן" הזה?



שטח העיגול קשור גם הוא למספר π .
שטח עיגול הוא: πr^2 כאשר r מבטא את רדיוס העיגול.



6. א. היקף המעגל הוא בערך 31.4 ס"מ.
מהו רדיוס המעגל? מה שטח העיגול?
ב. שטח העיגול הוא בערך 28.26 סמ"ר.
מה רדיוס המעגל? מה היקפו?



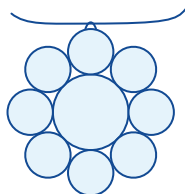
אוסף משימות



1. ברטה אפתה עוגה בתבנית עגולה. קוטר התבנית 28 ס"מ.
א. מה רדיוס התבנית?
ב. מה היקף התבנית?
ג. מה שטח התבנית?



2. בונים בריכת שחייה עגולה לילדים. קוטר הבריכה 4 מטרים.
א. מרצפים את קרקעית הבריכה. מחיר אריחי הריצוף נקבע לפי מ"ר.
כמה מ"ר אריחי ריצוף דרושים לריצוף קרקעית הבריכה?
ב. רוצים לגדר את הבריכה. כמה מטרים של גדר דרושים לגידור הבריכה?



3. בחנות תכשיטים מוצע למכירה תליון כזה:
רדיוס המעגל הפנימי 1 ס"מ.
רדיוס כל אחד מהמעגלים החיצוניים 0.6 ס"מ.
מהו שטח התליון?



4. האם ייתכן? אם כן, מצאו את רדיוס המעגל.
א. שטח העיגול 25π מ"ר, והיקף המעגל 10π מטר.
ב. שטח העיגול 49π מ"ר, והיקף המעגל 15π מטר.



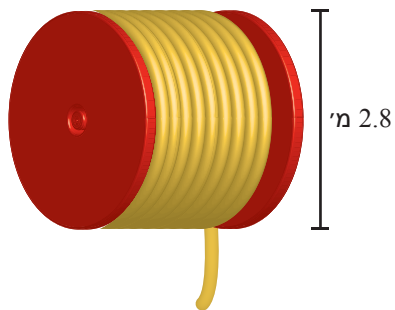
5. א. הקוטר של גלגל אופניים הוא 66 ס"מ. מה היקף הגלגל?
ב. הקוטר של גלגל מכונית הוא 60 ס"מ. מה היקף הגלגל?
ג. מה היקף של גלגל טרקטור שהקוטר שלו 130 ס"מ?



6. אורך מחוג השניות של שעון הוא 2 ס"מ. איזה מרחק עובר קצה המחוג במשך דקה אחת?



7. על גלגל שקוטרו 2.8 מטר ליפפו כבל. התברר שהיו 12 ליפופים. מהו בערך, אורך הכבל?



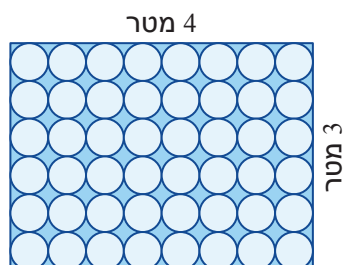
8. גלגל טרקטור בקוטר 130 ס"מ עובר 100 סיבובים. מה אורך הדרך שהוא עושה?



9. בתמונה "פְּנִי פֶּרְטִינֵג" שהם אחד מסוגי האופניים הראשונים. קוטר הגלגל הקדמי 1 מטר וקוטר הגלגל האחורי 0.2 מטר. כמה סיבובים יעשה כל גלגל לאורך דרך של קילומטר אחד? הסבירו. (1 קילומטר = 1000 מטר)



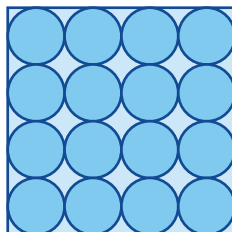
10. התלמידים רצו לגזור 48 עיגולים שווים, מבריסטול מלבני שאורכי צלעותיו 4 מטר ו- 3 מטר. א. מה שטח כל העיגולים שגזרו? ב. איזה חלק מהבריסטול זרקו?



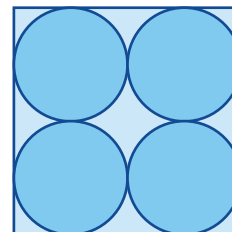


11. תלמידים קיבלו גליון ריבועי שאורך צלעו 64 ס"מ, והתבקשו לגזור ממנו עיגולים.

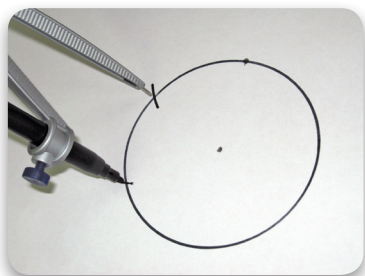
דנה גזרה 16 עיגולים



לאה גזרה 4 עיגולים



למי מהבנות נותר שטח גדול יותר? הסבירו.



12. בשיעור ערכנו חישובים במשושה משוכלל חסום במעגל.

א. בְּנוּ משושה משוכלל חסום במעגל בעזרת מחוגה וסרגל:

- שרטטו מעגל.
 - סִמְנוּ נקודה על המעגל.
 - פתחו את המחוגה ברוחב הרדיוס של המעגל,
 - הניחו את חוד המחוגה על הנקודה שסימנתם, ושרטטו קשת.
 - מנקודת החיתוך של הקשת עם המעגל שרטטו עוד קשת באותו רדיוס
 - המשיכו כך עד שתקבלו את כל הקודקודים של המצולע המשוכלל. חברו ביניהם.
- ב. קיבלתם משושה משוכלל. הסבירו מדוע.



13. בעיגולים רשומים קירובים שהם

- שברים פשוטים.
- בְּחַרו שניים מהשברים הפשוטים והפכו אותם (באמצעות מחשבון) למספר עשרוני.
- רְשְׁמו את התוצאה מתחת לעיגול המתאים.
- איזה משני השברים שבחרתם קרוב יותר ל- π ?

$\pi = 3.14159 \ 26535 \ 89793 \ 23846 \ 26433 \ 83279 \ 50288 \ 41971$

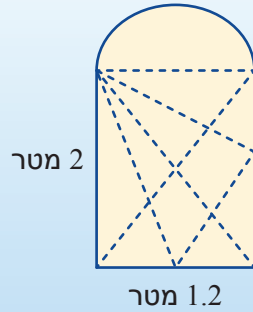
84102	70193	85211	05559	64462	29489	54930	38196
69399	37510	58209	774944	59230	78164	06286	20899
44288	10975	66593	34461	28475	64823	37867	
74502	48111	74502					
70066...							
72458	41276						
08128	41276						
53594	02491						
23172	60726						
50582	13393						
46095	66482						
09384	45432						
83165	45432						
34825	06647						
34211	06647						
70679	06647						
82148	06647						
08651	06647						
32823	06647						

$\frac{22}{7}$	$\frac{754}{240}$	$3\frac{1}{8}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{3927}{1250}$	$\frac{355}{113}$	$\frac{256}{81}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{4320}{1375}$	$3\frac{10}{71}$	$\frac{1964}{625}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

שיעור 2. שטחים והיקפים של צורות מורכבות



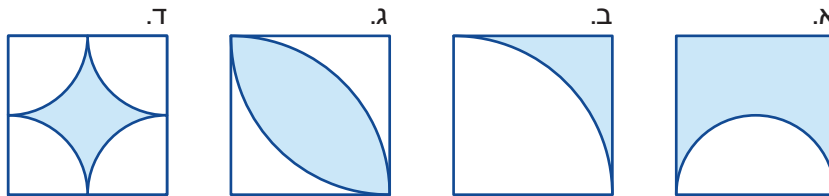
בחזית בית-הכנסת השכונתי חלון זכוכית, כמו בציור.



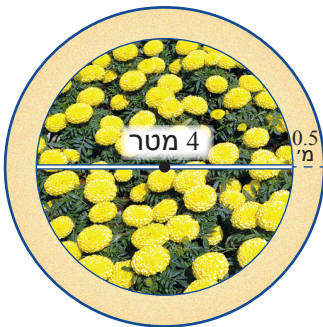
כמה מ"ר זכוכית דרושים לכל חלון?
כמה מטרים של מוט מתכת דרושים
ליצירת המסגרת של כל חלון?

נחשב שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממצולעים וממעגלים.

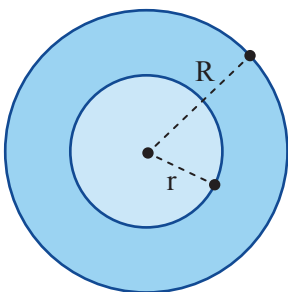
1. בכל שרטוט אורך צלע הריבוע הוא 2 ס"מ.
חשבו את השטח הצבוע. הסבירו איך חישבתם.



2. במעגל תנועה ברדיוס 2.5 מ', שתלו במרכז ערוגת פרחים עגולה.
רדיוס הערוגה 2 מ'.
א. מהו שטח הערוגה? הסבירו.
ב. מהו השטח המרוצף סביב הערוגה? הסבירו.



3. למעגל גדול שרדיוסו R , ולמעגל קטן שרדיוסו r , מרכז משותף.
א. כתבו נוסחה לחישוב שטח הטבעת הכלואה בין שני המעגלים.
ב. כתבו נוסחה לחישוב היקף הטבעת.





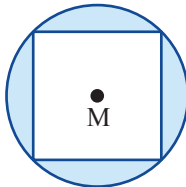
השטח הכלוא בין שני מעגלים בעלי מרכז משותף נקרא **טבעת**.
שטח הטבעת שווה להפרש השטחים של שני המעגלים היוצרים אותה.



4. עוגת חתונה מורכבת משלוש עוגות עגולות, המונחות זו על זו. אופים כל עוגה בתבנית עגולה מתאימה. קוטר התבנית של העוגה התחתונה הוא 40 ס"מ. בכל קומה, קוטר התבנית קטן ב- 10 ס"מ.
- א. מהו שטח התחתית של תבנית העוגה שבקומה העליונה? הסבירו.
ב. מהו היקף התבנית של העוגה בקומה האמצעית? הסבירו.



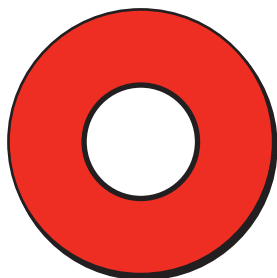
5. בחתונה של אלי ופנינה הכינו עוגת חתונה עם שלוש קומות. השתמשו בתבניות עגולות. ככל שהקומה גבוהה יותר, קוטר התבנית קטן פי 2.
- א. מהו היחס בין שטחי התחתיות של תבניות העוגות בשתי קומות סמוכות? הסבירו.
ב. מהו היחס בין היקפי התבניות של שתי עוגות בקומות סמוכות? הסבירו.



6. מעגל שאורך קוטרו 10 ס"מ חוסם ריבוע. א. חשבו את אורך צלע הריבוע, (אפשר להיעזר במשפט פיתגורס).
ב. מהו השטח הצבוע בשרטוט? הסבירו כיצד חיבתם.



אוסף משימות



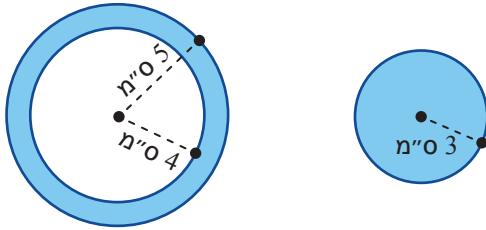
1. בלוח קליעה למטרה, אורכי הקטרים של העיגולים הם 15 ס"מ ו- 35 ס"מ.
- א. מהו שטח העיגול הפנימי?
ב. מהו שטח העיגול החיצוני?
ג. מהו שטח הטבעת הצבועה באדום?



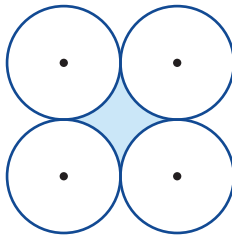
2. בלוח קליעה למטרה אורכי הקטרים של העיגולים הם 15 ס"מ, 30 ס"מ ו- 40 ס"מ. איזה שטח גדול יותר: הצהוב, הכחול או הירוק? הסבירו.



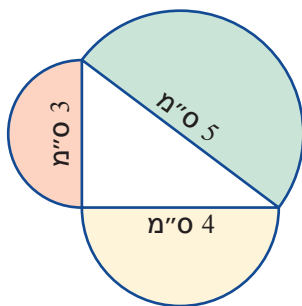
3. באיזה שרטוט השטח הצבוע בכחול גדול יותר? הסבירו.



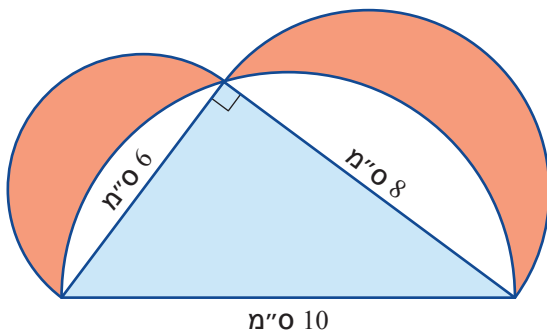
4. בציור 4 מעגלים שווים. רדיוס כל מעגל 10 ס"מ. חשבו את השטח הצבוע.

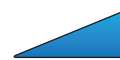


5. על כל צלע של משולש ישר זווית, בְּנו חצי מעגל שקוטרו הוא צלע המשולש. הראו כי סכום שטחי חצאי העיגולים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח חצי העיגול הבנוי על הקוטר.

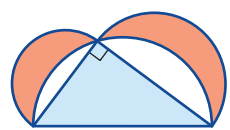
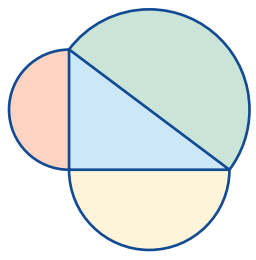


6. על כל צלע של משולש ישר זווית, בְּנו חצי מעגל שקוטרו הוא צלע המשולש. הוכיחו כי השטח הצבוע בכתום שווה לשטח המשולש.





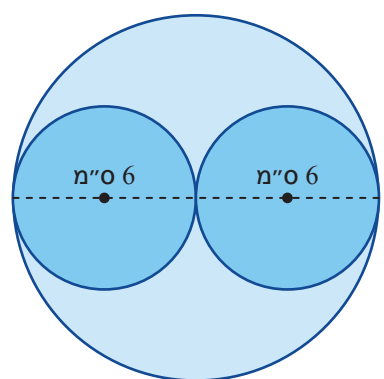
7. במשולש ישר זווית בְּנו חצאי מעגלים על הצלעות. הוכיחו:
 א. סכום שטחי חצאי העיגולים הבנויים על הניצבים שווה לשטח חצי העיגול הבנוי על היתר.



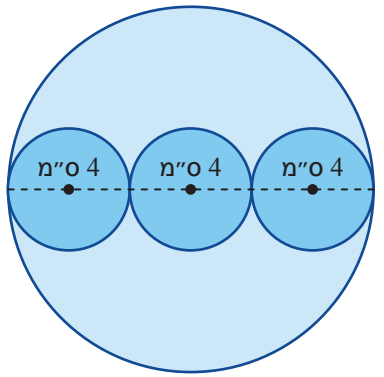
ב. השטח הצבוע בשרטוט שווה לשטח המשולש.



8. אורך הקוטר של כל אחד מהמעגלים הקטנים שבשרטוט 6 ס"מ.
 א. חשבו את שטחי העיגולים הקטנים.
 ב. מה אורך רדיוס המעגל הגדול? חשבו את שטחו.
 ג. פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח שני העיגולים הקטנים יחד?



9. אורך הקוטר של כל אחד מהמעגלים הקטנים שבשרטוט 4 ס"מ.
 א. חשבו את שטחי העיגולים הקטנים.
 ב. מה אורך רדיוס המעגל הגדול? חשבו את שטחו.
 ג. פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח שלושת העיגולים הקטנים יחד?



10. נורית אפתה עוגה בתבנית עגולה בקוטר 12 ס"מ.
נוגה אפתה עוגה בתבנית עגולה בקוטר 24 ס"מ. שתיהן ציפו את העוגה מלמעלה בשוקולד.
 א. פי כמה גדול השטח לציפוי העוגה של נוגה מהשטח לציפוי העוגה של נורית? הסבירו.
 ב. נורית השתמשה ב- $\frac{1}{4}$ חפיסת שוקולד.
 כמה שוקולד נחוץ כדי לצפות מלמעלה את העוגה של נוגה? הסבירו.



11. מחיר פיצה בקוטר 20 ס"מ הוא 30 ש"ח.
 מה צריך להיות המחיר ההוגן של פיצה שהקוטר שלה 40 ס"מ? הסבירו.



שיעור 3. מדידות וחישובים



שערו מה גדול יותר, גובה הנער או היקף הגלגל של אופניו. מדדו ובדקו את השערתכם.

נמשיך לעסוק בשטחי ובהיקפים של מעגלים ושל חלקי מעגלים.

אומדן, מדידות וחישובים של היקפי מעגלים



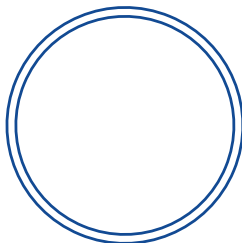
1. א. קבעו לכל קופסה (בלי למדוד): מה ארוך יותר; היקף הבסיס של הקופסה או הגובה שלה? ב. מדדו ובדקו את תשובותיכם. ג. **נועם** אמר: אם בקופסה גלילית, הגובה ארוך בערך פי 3 מן הקוטר, אז גובה הקופסה שווה להיקף בסיסה. האם נועם צודק? הסבירו.



2. רדיוס כדור הארץ הוא (בקירוב) 6,375 ק"מ. מהו בערך, אורך קו המשווה של כדור הארץ?

3. מבצע דמיוני

מקיפים את כדור הארץ בקו המשווה בחבל. לאחר מכן, מאריכים את החבל הזה ב- 10 מ', ומרימים אותו מעל פני האדמה במידה אחידה, לאורך כל קו המשווה. במבט מלמעלה זה נראה כך:



- א. שערו מי מהיצורים הבאים יוכלו לעבור מתחת לחבל בלי להתכופף.
נמלה עכבר חתול אריה
ילד אדם מבוגר ג'ירפה

- ב. חשבו את רדיוס המעגל שיוצר החבל. מהו רוחב הטבעת? (כלומר, לאיזה גובה מעל פני האדמה נוכל להרים את החבל המאורך?) (רמז: מצאו את ההפרש בין רדיוס המעגל שיוצר החבל ובין רדיוס קו המשווה)

שטח גזרה



4. קוטר פיצה משפחתית 80 ס"מ.
מחלקים את מגש הפיצה ל- 8 מנות שוות.
מה השטח של כל מנת פיצה?
הסבירו כיצד חישבתם.



חלק של עיגול המוגבל על-ידי קשת ושני רדיוסים נקרא **גזרה**.

מציאה: הצורה של מנת פיצה היא גזרה.



אוסף משימות

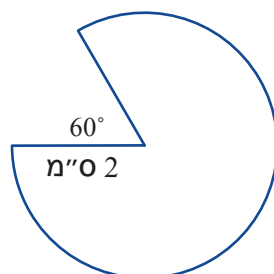


1. **רונית** אפתה פיצה ביתית בתבנית עגולה בקוטר 26 ס"מ. היא חילקה את הפיצה ל- 6 מנות שוות.
מה השטח של כל מנת פיצה?

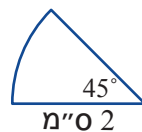


2. חשבו את ההיקף ואת השטח של כל גזרה.

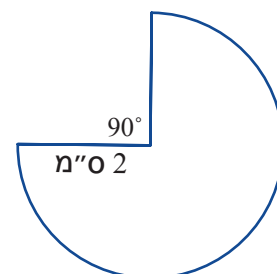
ג.



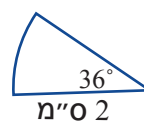
ב.



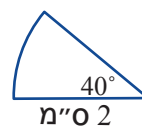
א.



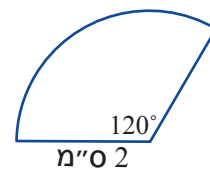
ו.



ה.

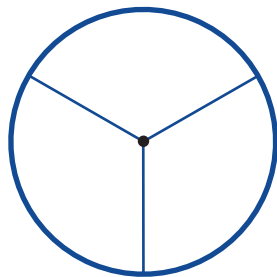


ד.

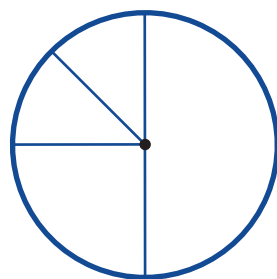




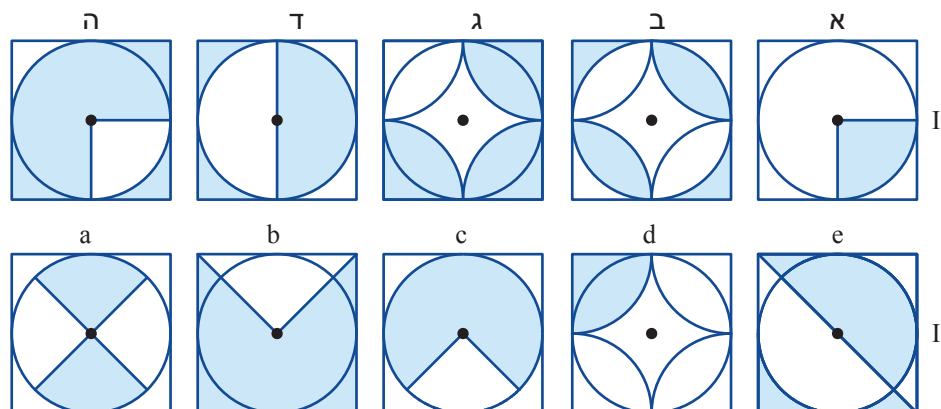
3. לוח משחק מחולק לשלוש גזרות שוות. קוטר הלוח 24 ס"מ.
 א. מהי הזווית המרכזית של כל גזרה?
 ב. מהו שטח כל גזרה?



4. לוח משחק עגול שרדיוסו 25 ס"מ, מחולק ל-4 גזרות, כך:
 א. חשבו את השטח של כל גזרה.
 ב. חשבו את אורכי 4 הקשתות.



5. מצאו לכל שטח צבוע בכחול בשורה I, שטח כחול שווה לו בשורה II.



6. מצאו לכל שטח צבוע בכחול בשורה I שטח כחול שווה לו בשורה II.

