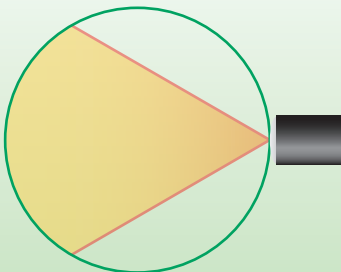


יחידה 26: זווית היקפית במעגל

שיעור 1. זווית היקפית וזווית מרכזית



בתרגיל צבאי גדול, חונים החיילים במחנה שצורתו עיגול.
 על הגדר של המחנה הציבו מגדל השמירה.
 רוצים שהמגדל יאיר שליש מגדר המחנה.
 באיזו זווית יאיר המגדל?
 נכיר קשרים בין זוויות במעגל.



זוויות במעגל נקראות על שם המיקום של הקודקוד שלהן, יחסית למעגל.

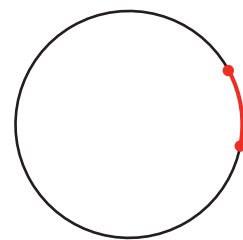
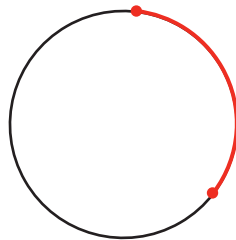
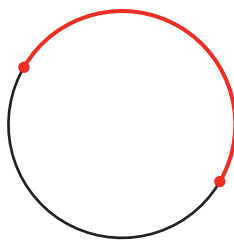
- זווית **שקודקודה על המעגל** ושוקיה מיתרים נקראת **זווית היקפית** במעגל.
 זלזנה: α היא זווית היקפית
- זווית **שקודקודה במרכז המעגל** ושוקיה רדיוסים נקראת **זווית מרכזית** במעגל.
 זלזנה: β היא זווית מרכזית

1. בכל מעגל, שרטטו זווית מרכזית וזווית היקפית הנשענות על הקשת האדומה.

ג.

ב.

א.



2. כתבו **מ** בתוך כל זווית מרכזית, כתבו **ה** בתוך כל זווית היקפית (בזוויות אחרות השאירו ריק).

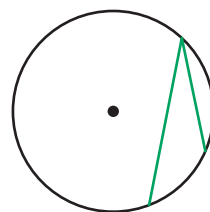
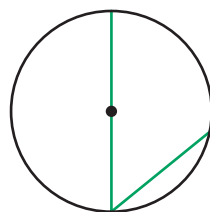
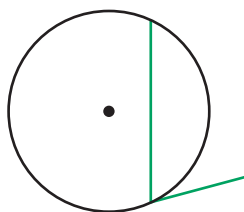
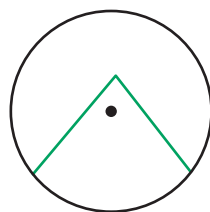
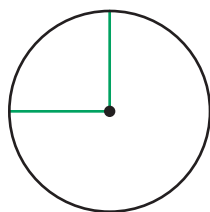
ה.

ד.

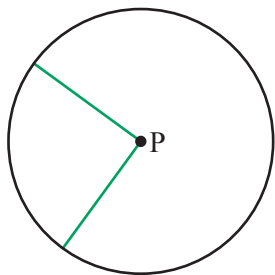
ג.

ב.

א.



זווית היקפית וזווית מרכזית הנשענות על אותה קשת



3. P מרכז המעגל. במעגל משורטטת זווית מרכזית.

א. סמנו את הקשת המתאימה לזווית המרכזית.

ב. שרטטו זווית היקפית הנשענת על הקשת שסימנתם.

ג. שרטטו זווית היקפית נוספת הנשענת על אותה קשת.

ד. כמה זוויות היקפיות נשענות על הקשת שסימנתם?

ה. כמה זוויות מרכזיות נשענות על הקשת הזו?

4. P מרכז המעגל. בכל מעגל משורטטת זווית מרכזית, וקודקוד של זווית היקפית.

הוסיפו לשרטוט זווית היקפית הנשענת על אותה קשת.

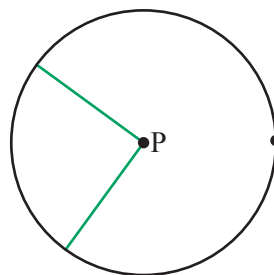
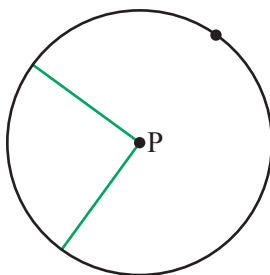
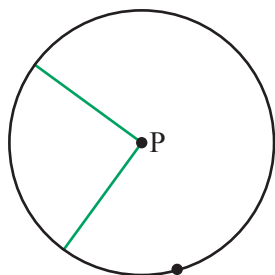
היכן נמצא מרכז המעגל:

בתוך הזווית ההיקפית? על שוק הזווית ההיקפית? מחוץ לזווית ההיקפית?

א.

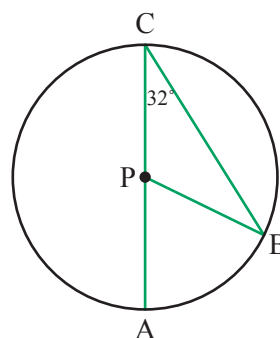
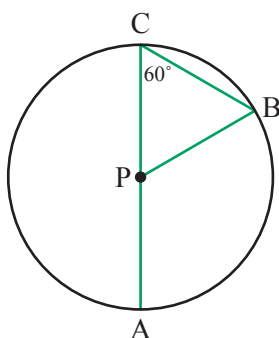
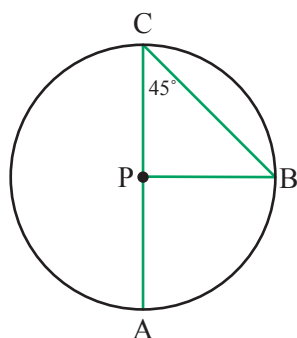
ב.

ג.



5. בכל המעגלים, נתון: P מרכז המעגל, זווית היקפית וזווית מרכזית הנשענות על הקשת \widehat{AB} .

חשבו לפי הנתונים בשרטוט.



השלימו:

$\sphericalangle PBC = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle PBC = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle PBC = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle CPB = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle CPB = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle CPB = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle APB = \underline{\hspace{2cm}}$

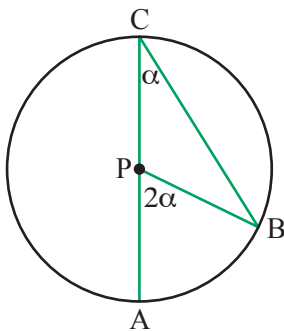
$\sphericalangle APB = \underline{\hspace{2cm}}$

$\sphericalangle APB = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. פי כמה גדולה הזווית המרכזית מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת?

ג. יעל אמרה: זווית היקפית שווה לחצי הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת.

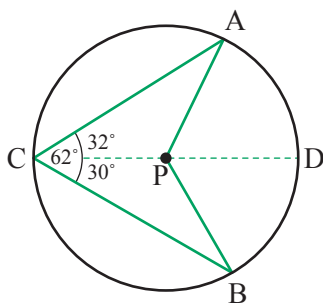
האם לדעתכם, יעל צודקת? הסבירו.



במשימה 5, מרכז המעגל נמצא על שוק הזווית ההיקפית. במקרים אלו, מצאנו כי **זווית היקפית במעגל**, שווה לחצי הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת. במשימות הבאות, נבדוק מה גודלה של זווית היקפית במקרים בהם מרכז המעגל נמצא **בתוך** הזווית או **מחוץ** לה.



6. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב" תמצאו את הקובץ "זווית היקפית וזווית מרכזית". בפעילות מודדים גדלים של זוויות היקפיות ומרכזיות הנשענות על אותה קשת. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.



7. בשרטוט זווית היקפית וזווית מרכזית הנשענות על אותה קשת. מרכז המעגל P נמצא **בתוך** הזווית ההיקפית.

א. מצאו בשרטוט זווית מרכזית וזווית היקפית הנשענות על הקשת \widehat{AD} .
מה הקשר בין הגודל של שתי הזוויות?

ב. מצאו בשרטוט זווית מרכזית וזווית היקפית הנשענות על הקשת \widehat{BD} .
מה הקשר בין הגודל של שתי הזוויות?

ג. הזווית ההיקפית C בת 62° . מה גודל הזווית המרכזית P? הסבירו.



ראינו כי **זווית היקפית במעגל שווה לחצי הזווית המרכזית** הנשענת על אותה קשת. הקשר הזה מתקיים אם מרכז המעגל נמצא על שוק הזווית ההיקפית, או בין שוקי הזווית.

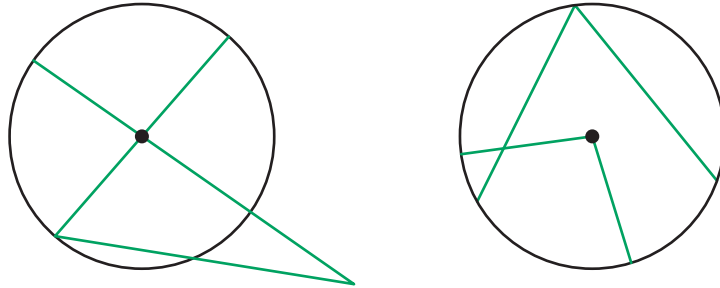


אוסף משימות



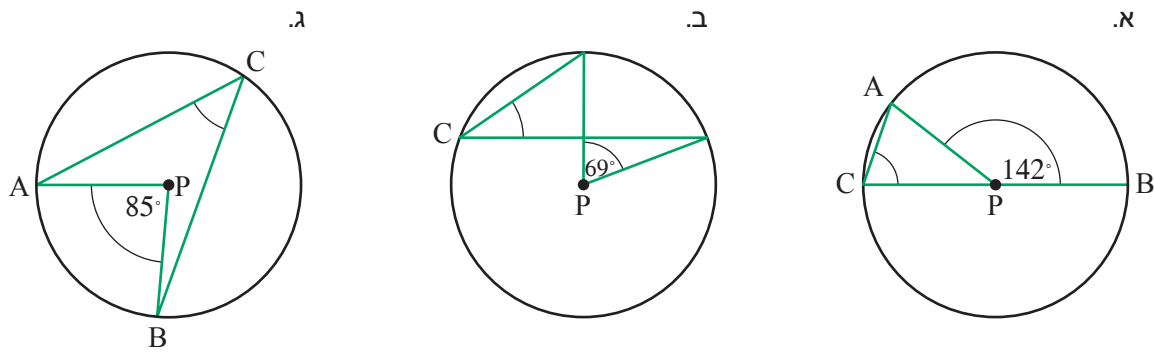
1. כתבו **מ** בתוך כל זווית מרכזית, כתבו **ה** בתוך כל זווית היקפית.

א. ב.



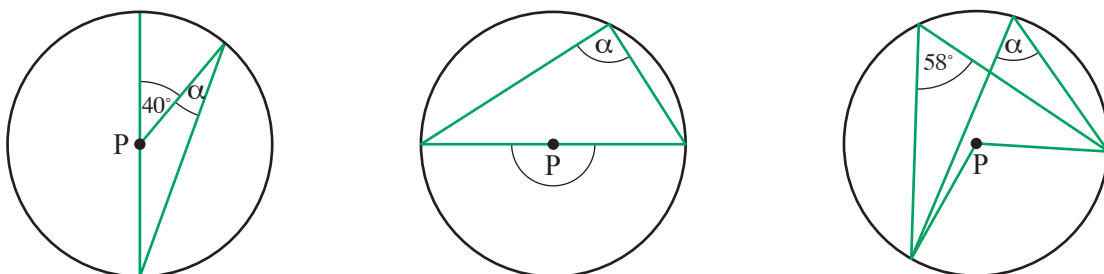
2. חשבו את גודל הזווית ההיקפית **C** בכל מעגל (**P** מרכז המעגל).

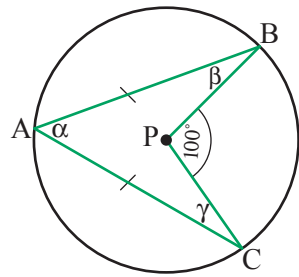
א. ב. ג.



3. בכל מעגל חשבו את גודל הזווית α (**P** מרכז המעגל).

א. ב. ג.





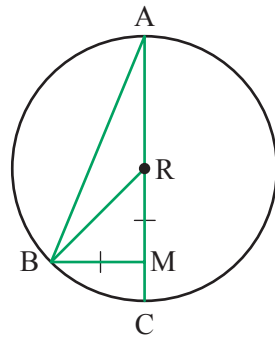
4. בשרטוט מעגל שמרכזו P.

נתון: $AB = AC$

א. מה סוג המרובע ABPC? הסבירו.

ב. נתון גם: $\angle BPC = 100^\circ$.

חשבו את גודל הזוויות α, β, γ .



5. בשרטוט מעגל שמרכזו R.

נתון: $BM \perp AM, RM = BM$

א. מה סוג המשולש BMR?

מה גודל הזוויות במשולש BMR?

ב. חשבו את גודל הזווית A.



6. נחזור למשימה במסגרת בפתחת השיעור:

מגדל שמירה מוצב על גדר של בסיס שצורתו עיגול.

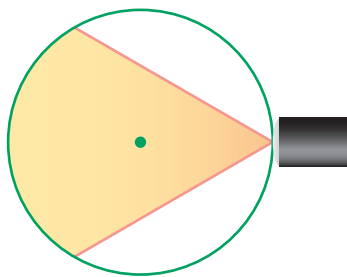
מגדל השמירה מאיר שלישי של הגדר.

א. שרטטו את הזווית המרכזית המתאימה לשליש הגדר.

מה גודל הזווית?

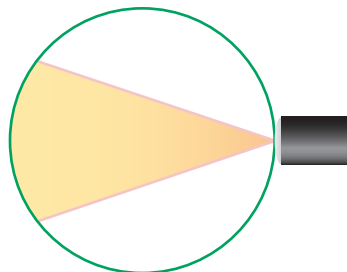
ב. מה גודל הזווית ההיקפית המתאימה לאותה קשת?

ג. מה גודל הזווית שיוצר המגדל? הסבירו.



7. מגדל שמירה מוצב על גדר של בסיס שצורתו עיגול. מגדל השמירה יוצר זווית בת 36° .

איזה חלק של הגדר מאיר מגדל השמירה? הסבירו.



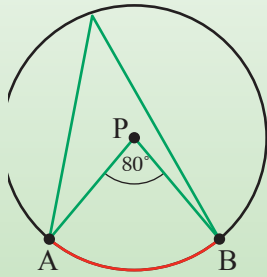


שיעור 2. זוויות היקפיות שוות

במעגל שמרכזו P , הזווית המרכזית הנשענת על הקשת \widehat{AB} היא 80° .

חשבו את גודל הזווית ההיקפית בשרטוט.

האם תוכלו למצוא זוויות היקפיות נוספות באותו גודל?

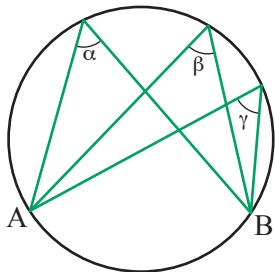


נחקר תכונות נוספות של זווית היקפית במעגל.

1. הוסיפו לשרטוט במשימת הפתיחה, זווית היקפית הנשענת על הקשת \widehat{AB} .

א. מה גודל הזווית ששרטטתם? הסבירו.

ב. כמה זוויות כאלה יש? הסבירו.



זוויות היקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת, שוות.
 נזכר: α, β, γ נשענות על הקשת \widehat{AB}



2. סימי אמרה: כל הזוויות ההיקפיות בשרטוט שוות כי כולן נשענות על הקשת \widehat{AB} ..

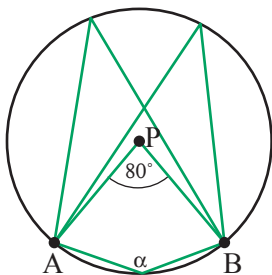
מיטל אמרה: זווית α אינה שווה לזוויות ההיקפיות האחרות,

היא אינה נשענת על אותה קשת כמו שתי הזוויות

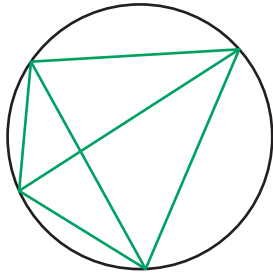
ההיקפיות האחרות.

א. מי מהבנות צודקת?

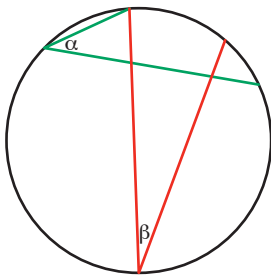
ב. חשבו את גודל הזווית α .



3. מצאו בשרטוט זוגות של זוויות שוות.
סמנו זוויות שוות באותו צבע.



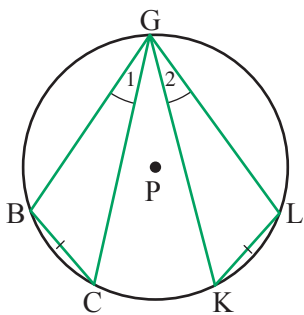
4. א. איזו זווית היקפית בשרטוט גדולה יותר: α או β ? הסבירו.
ב. הוסיפו לשרטוט, זווית היקפית גדולה יותר מ- α .



5. במעגל מיתרים שווים: $KL = BC$.
P מרכז המעגל.

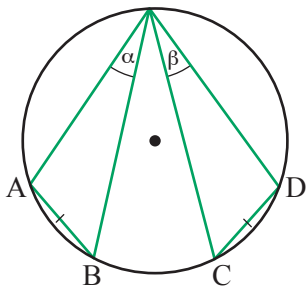
א. הוסיפו לשרטוט את הזוויות המרכזיות הנשענות
על המיתרים השווים.

ב. הסבירו מדוע $\sphericalangle G_1 = \sphericalangle G_2$



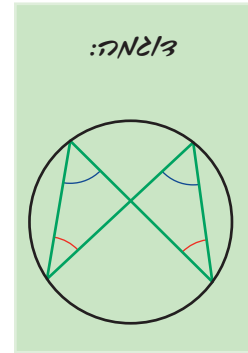
זוויות היקפיות במעגל הנשענות על קשתות שוות, שוות זו לזו.

צילום: קשת \widehat{AB} שווה לקשת \widehat{CD}
 $\beta = \alpha$

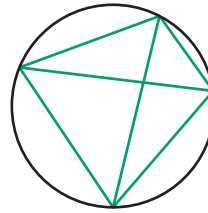




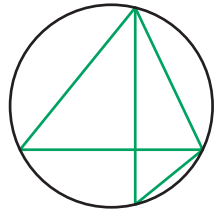
1. סמנו באותו צבע זוויות היקפיות שוות.



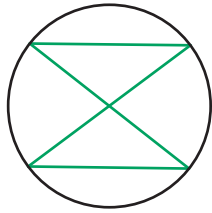
א.



ב.

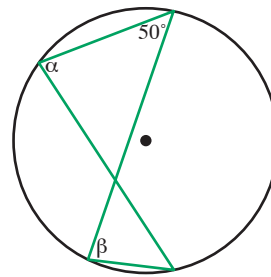


ג.

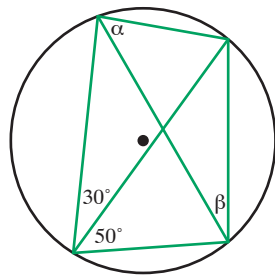


2. בכל סעיף ענו לפי הנתונים בשרטוט: האם הזוויות α ו- β שוות? הסבירו.

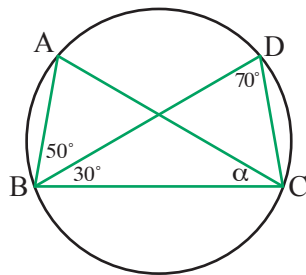
א.



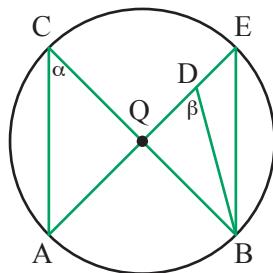
ב.



3. מצאו את גודל הזווית α .

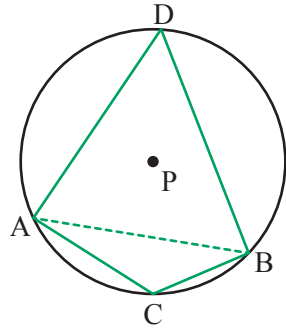


4. איזו זווית גדולה יותר, α או β ? הסבירו.

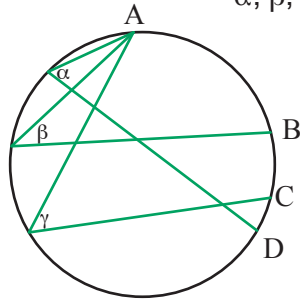




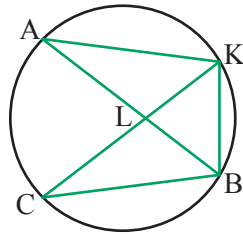
5. במעגל שמרכזו P, הזוויות $\sphericalangle ADB$ ו- $\sphericalangle ACB$ נשענות על המיתר AB. האם $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ADB$? הסבירו.



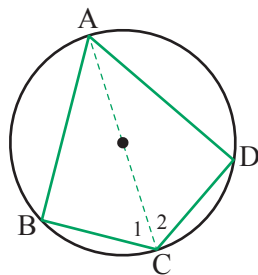
6. קשמו, לפי הסדר, את הזוויות ההיקפיות בשרטוט: α , β , γ (מהקטנה לגדולה). הסבירו.



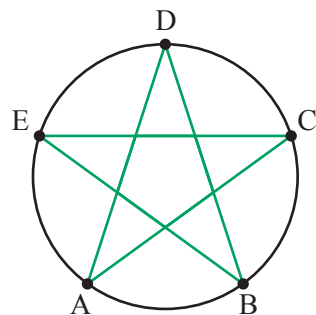
7. בשרטוט נתון: $AK = BC$. הוכיחו: $\triangle AKL \cong \triangle CBL$.



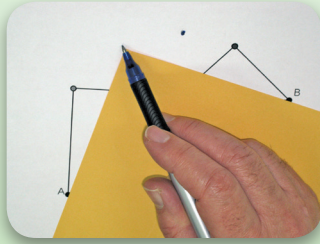
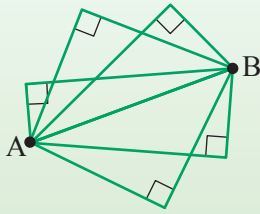
8. במעגל מיתרים שווים, $AB = AD$.
 א. האם $\sphericalangle B = \sphericalangle D$? הסבירו.
 ב. האם $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$? הסבירו.



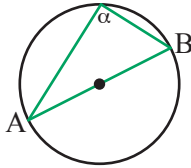
9. בשרטוט מעגל, שעליו סימנו 5 קשתות שוות.
 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{AE}$
 סמנו זוויות שוות באותו צבע.



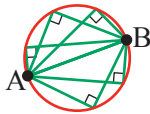
שיעור 3. זווית היקפית הנשענת על קוטר



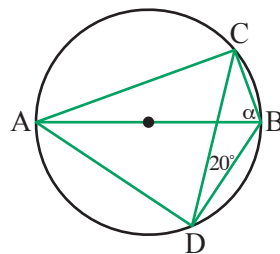
בשרטוט משולשים ישרי זווית בעלי אותו יתר. היכן מונחים קודקדי הזוויות הישרות של משולשים אלה? בנו שני משולשים ישרי זווית נוספים בהם AB הוא יתר. הניחו זווית ישרה (פינה של דף או של סרגל), כך שהיא משלימה את היתר למשולש, כמו בתמונה. סמנו את הקודקוד החסר. הזיזו את הזווית הישרה, כך שתקבלו משולש חדש עם אותו יתר. סמנו את הקודקוד. סמנו קודקודים נוספים. מה קיבלתם? **נלמד על זוויות היקפיות הנשענות על קוטר.**



- בשרטוט מעגל ובו זווית היקפית α הנשענת על הקוטר AB.
 - סמנו את הקשת המתאימה לזווית ההיקפית.
 - מה גודל הזווית המרכזית המתאימה? סמנו את הזווית והסבירו.
 - מה גודל הזווית ההיקפית α ? הסבירו.
 - שרטטו זוויות היקפיות נוספות הנשענות על אותה קשת.
 - מה גודל הזוויות ההיקפיות ששרטטתם? הסבירו מדוע.



זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה. **מציא:** על הקוטר AB נשענות זוויות היקפיות רבות. גודל כל אחת מהן 90° .



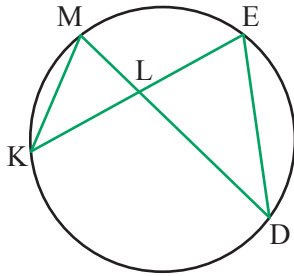
- AB קוטר במעגל. מצאו את גודל הזווית α .



- היעזרו בסרגל ובמחוגה, ושרטטו במדויק מעגל העובר דרך שלושת הקודקודים של המשולש ישר הזווית שבשרטטו. זכרו, היתר הוא הקוטר של המעגל.



4. א. מצאו בשרטוט זוגות של זוויות שוות. סמנו אותן באותו צבע.
 ב. הסבירו מדוע $\triangle MLK \sim \triangle ELD$.

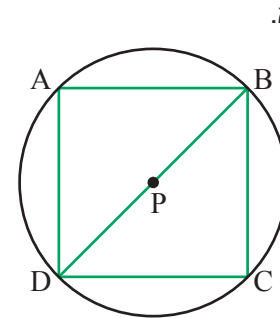
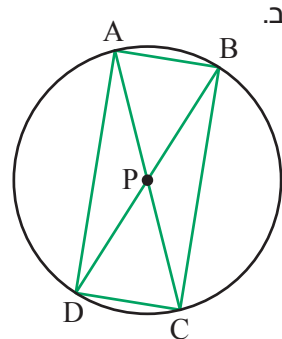
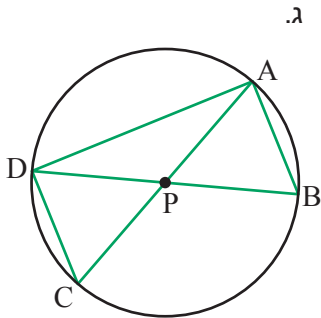


אוסף משימות

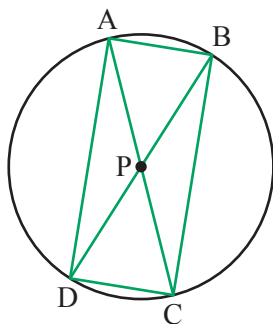
באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא משימות חלופיות לחלק מהמשימות שבאוסף זה. משימות אלה מסומנות ב-*. מתחת למשימות אלה רשום שם המשימה החלופית שבתר.



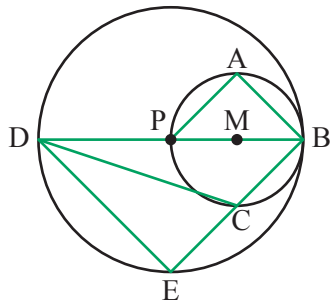
1. מצאו זוויות ישרות בשרטוטים הבאים (P מרכז המעגל).



- 2*. בציור מעגל שמרכזו P.



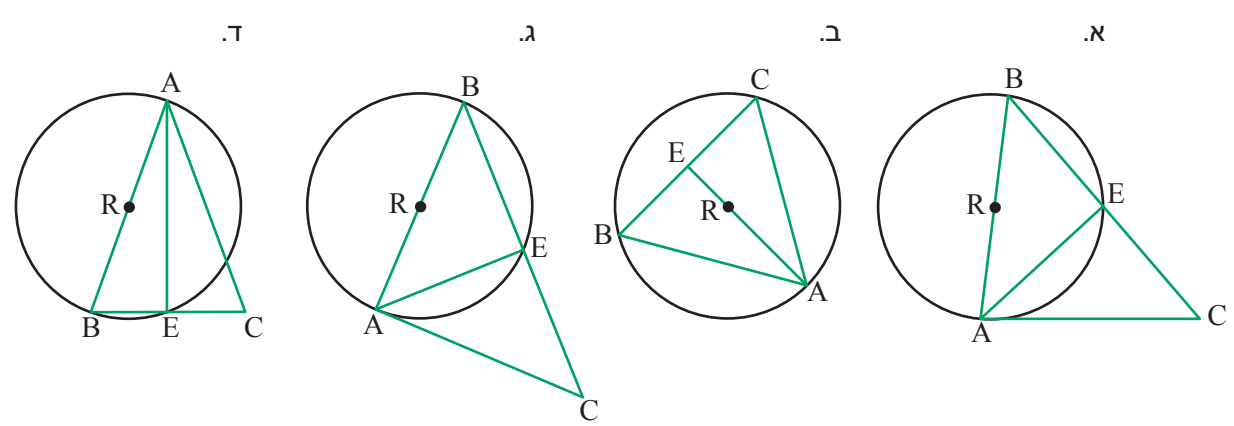
- א. מצאו בשרטוט זוויות היקפיות הנשענות על קוטר, וקבעו: מה סוג המרובע ABCD? הסבירו.
 ב. הקטרים AC ו-BD מאונכים זה לזה, מה סוג המרובע ABCD? הסבירו.
 שם הפעילות החלופית באתר: "שני קטרים יוצרים מרובע".



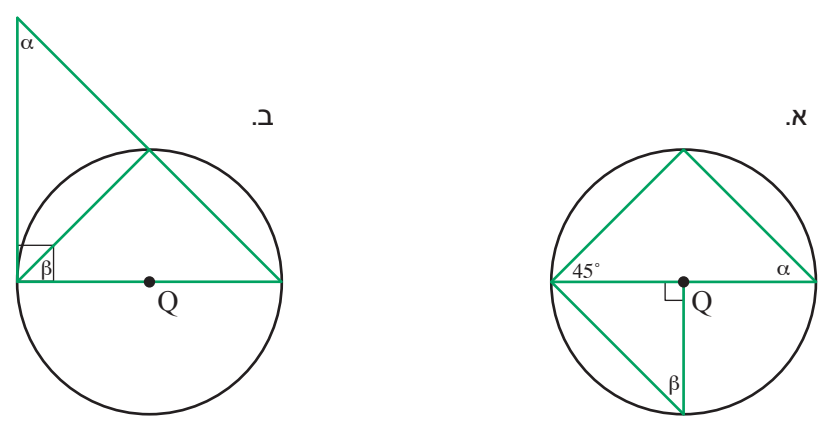
3. בשרטוט שני מעגלים.
 P מרכז המעגל הגדול, M מרכז המעגל הקטן.
 מצאו זוויות ישרות בשרטוט.



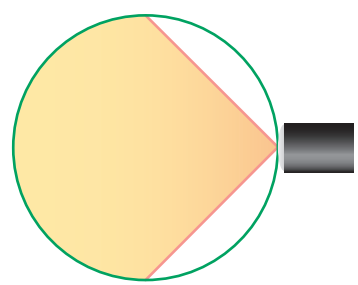
4. באילו משולשים הקטע AE הוא גובה במשולש ABC? (R הוא מרכז המעגל).



5. בכל סעיף, בחרו את הטענה הנכונה $\beta = \alpha$, $\beta > \alpha$, $\beta < \alpha$ (Q הוא מרכז המעגל).



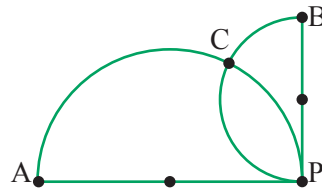
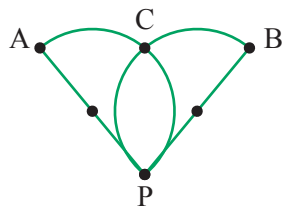
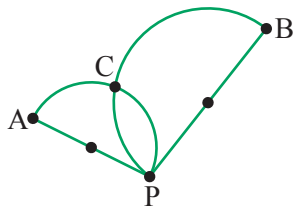
6. מגדל שמירה מוצב על גדר של בסיס שצורתו עיגול.
 המגדל מאיר חצי מהגדר.
 מה גודל הזווית ההיקפית שיוצר המגדל? הסבירו.



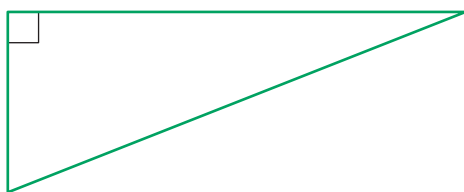


7*. בכל שרטוט שני חצאי מעגלים. נקודה P היא קצה משותף של הקטרים שלהם.

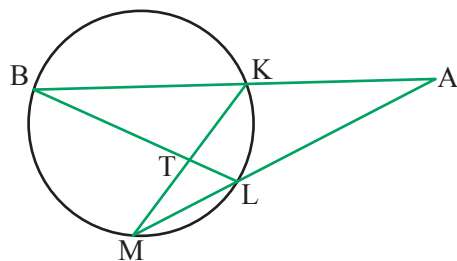
חברו את הנקודות A ו-C, ואת הנקודות B ו-C. האם שלוש הנקודות A, B, C נמצאות על קו ישר? הסבירו.



שם הפעילות החלופית באתר: "זווית היקפית הנשענת על קוטר".



8. שרטוט בעזרת סרגל ומחוגה, מעגל העובר דרך שלושת הקודקודים של המשולש ישר הזווית.

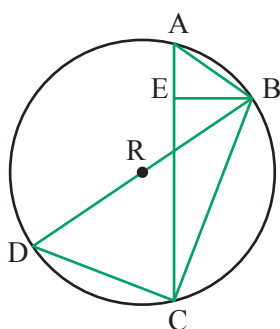


9. א. מצאו זוגות של זוויות שוות בשרטוט. ב. $\Delta BAL \sim \Delta MAK$, הסבירו.



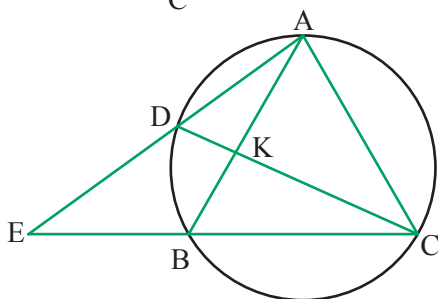
10. בשרטוט מעגל שמרכזו R, נתון: $BE \perp AC$.

- א. מצאו זוויות ישרות בשרטוט.
- ב. מצאו זוויות היקפיות שוות בשרטוט.
- ג. מצאו משולשים דומים בשרטוט. הוכיחו.

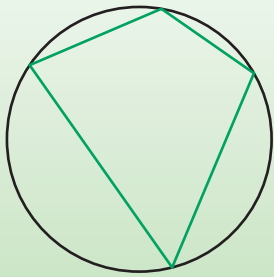


11. ΔABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$).

הוכיחו: $\Delta ADC \sim \Delta ACE$



שיעור 4. מרובע חסום במעגל



מרובע שכל הקודקודים שלו נמצאים על המעגל,
נקרא **מרובע חסום** במעגל.

נחקור מהן התכונות של מרובע שאפשר לחסום אותו במעגל.

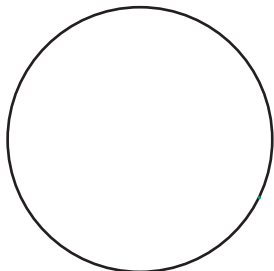


1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תמצאו את הקובץ "מרובע חסום במעגל". בפעילות זו חוקרים את התכונות של מרובע שאפשר לחסום אותו במעגל. בצעו את הפעילות לפי ההוראות.

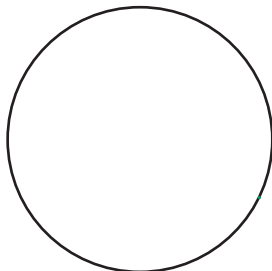


2. א. שרטטו, אם אפשר:

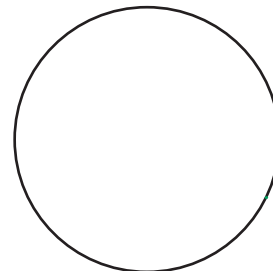
טרפז חסום במעגל



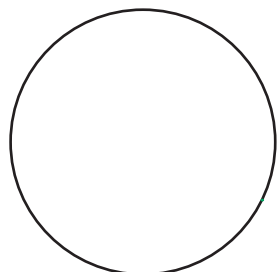
מלבן חסום במעגל



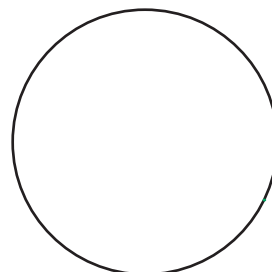
ריבוע חסום במעגל



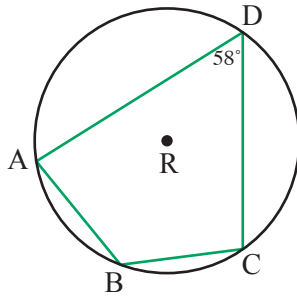
מרובע אחר חסום במעגל



מקבילית (שאינה מלבן) חסומה במעגל



- ב. מה סכום הזוויות הנגדיות בכל המרובעים שהצלחתם לחסום במעגל?



3. מעגל שמרכזו R חוסם את המרובע ABCD.

א. סמנו את הקשת המתאימה לזווית D.
 שרטטו את הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת,
 וחשבו את גודלה.

ב. סמנו את הקשת המתאימה לזווית B.
 מה גודל הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת?

ג. הסבירו מדוע $\sphericalangle B = 122^\circ$

ד. מצאו מהו סכום הזוויות הנגדיות, $\sphericalangle A + \sphericalangle C$.



משפט:

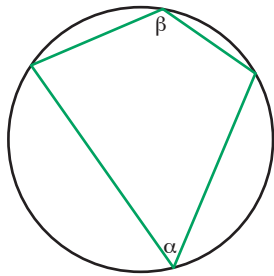
אם מרובע חסום במעגל, אז סכום הזוויות הנגדיות שלו 180° .

בשרטוט: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

משפט הפוך:

אם סכום הזוויות הנגדיות במרובע הוא 180° ,

אז אפשר לחסום אותו במעגל.

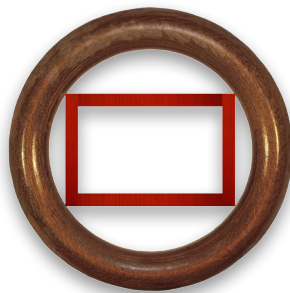
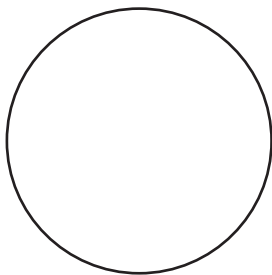


4. תלמידות שרטטו טרפזים חסומים בתוך מעגל.

גאולה אמרה: אי אפשר לחסום במעגל טרפז ישר זווית.

לבנה אמרה: אם טרפז חסום במעגל אז הוא טרפז שווה שוקיים.

האם התלמידות צודקות? הסבירו או הראו דוגמה נגדית.





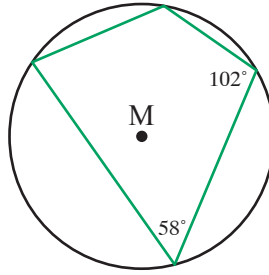
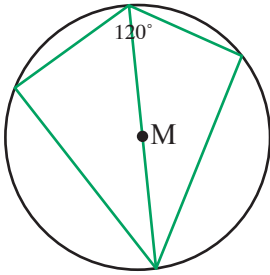
אוסף משימות



1. חשבו את גודל הזוויות החסרות במרובעים.

א. (M הוא מרכז המעגל).

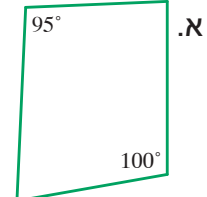
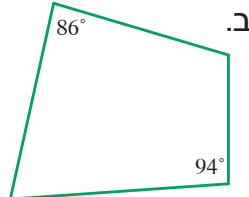
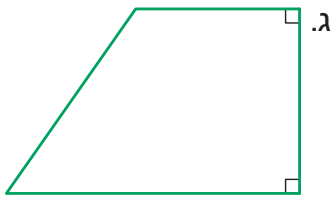
ב.



2. קבעו לכל מרובע:

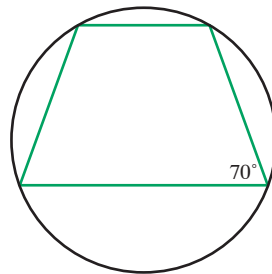
• אם סכום הזוויות הנגדיות במרובע הוא 180° ?

• אם אפשר לחסום את המרובע בתוך מעגל?



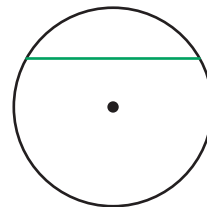
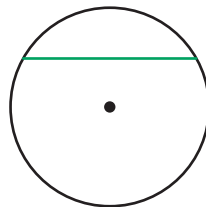
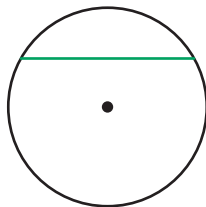
3. חשבו את הזוויות החסרות בטרפז.

הסבירו כיצד ידעתם.



4. בכל סעיף, השלימו את השרטוט ל:

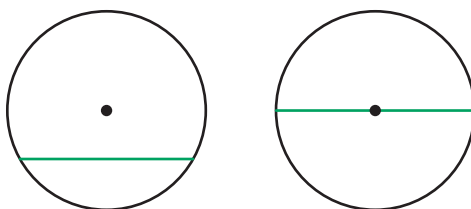
א. מלבן חסום במעגל ב. טרפז חסום במעגל ג. מרובע אחר חסום במעגל



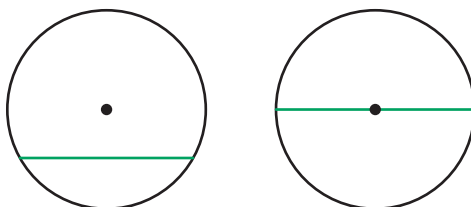


5. בכל סעיף, בידקו אם אפשר להשלים את שני השרטוטים ל:

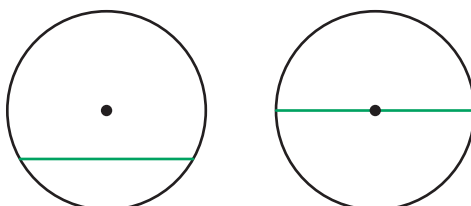
א. טרפז חסום במעגל



ב. מלבן חסום במעגל

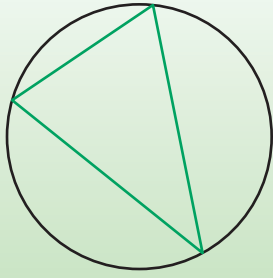


ג. ריבוע חסום במעגל



6. נתון דלתון חסום במעגל. אילו תכונות מיוחדות יש לדלתון הזה? הסבירו.

שיעור 5. משולש חסום במעגל



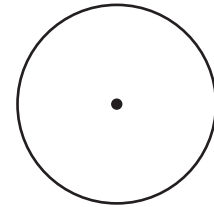
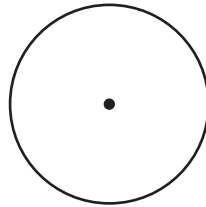
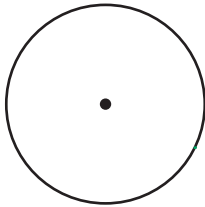
למדנו אילו מרובעים אפשר לחסום במעגל.
ומה עם המשולשים?
האם אפשר לחסום כל משולש במעגל?

נלמד על משולשים חסומים.



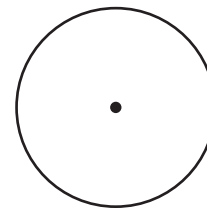
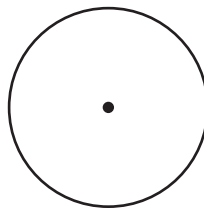
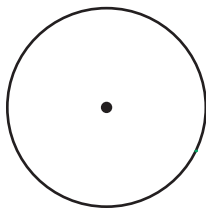
משולש שכל הקודקודים שלו על המעגל, נקרא **משולש חסום** במעגל.

1. א. בכל מעגל שרטטו משולש חד זוויות חסום במעגל.

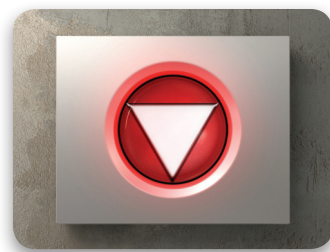


ב. משולש חד זוויות חסום במעגל. האם תמיד מרכז המעגל בתוך המשולש? הסבירו.

2. א. בכל מעגל שרטטו משולש ישר זוויות חסום במעגל.

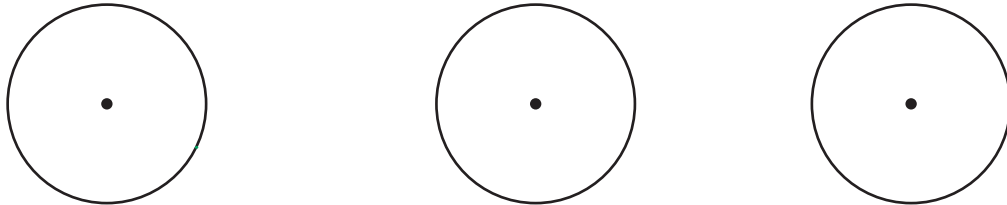


ב. משולש ישר זוויות חסום במעגל. האם תמיד מרכז המעגל נמצא על היתר של המשולש? הסבירו.





3. א. בכל מעגל שרטטו משולש קהה זווית חסום במעגל.



ב. סמנו את הזווית המרכזית המתאימה לזווית הקהה. הסבירו מדוע בכל השרטוטים מרכז המעגל נמצא מחוץ למשולש.



4. א. משולש שווה צלעות חסום במעגל.

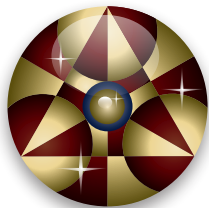
מה גודל הקשתות שבין קודקודי המשולש? הסבירו.

ב. ריבוע חסום במעגל.

מה גודל הקשתות שבין קודקודי הריבוע? הסבירו.

ג. משושה משוכלל (שכל הצלעות שלו שוות וכל הזוויות שלו שוות) חסום במעגל.

מה גודל הקשתות שבין קודקודי המשושה? הסבירו.

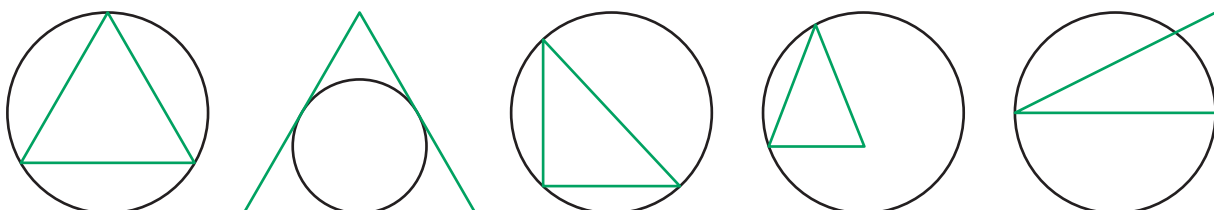


אוסף משימות



1. סמנו $\sqrt{}$ בתוך כל משולש חסום במעגל.

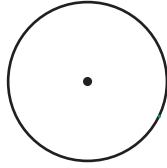
א. ב. ג. ד. ה.



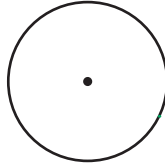


2. שרטטו משולש חסום במעגל לפי ההוראות:

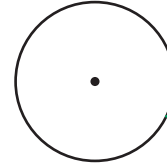
ג. משולש ישר זווית



ב. משולש שווה-צלעות

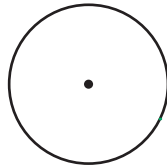


א. משולש שווה-שוקיים

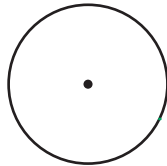


3. שרטטו משולש שווה שוקיים חסום במעגל לפי ההוראות:

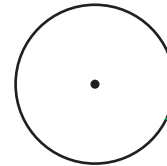
ג. קהה זווית



ב. חד זווית

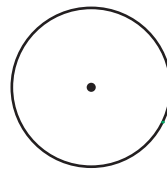


א. ישר זווית

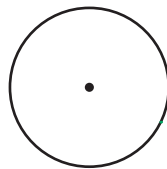


4. בכל שרטוט צלע אחת של משולש חסום במעגל. השלימו את השרטוט לפי ההוראות:

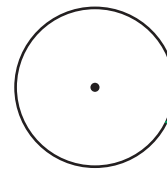
ג. משולש קהה זווית



ב. משולש ישר זווית

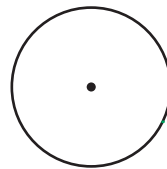


א. משולש חד זווית

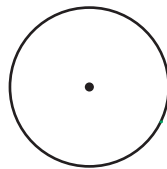


5. בכל שרטוט צלע אחת של משולש חסום במשולש. השלימו את השרטוט לפי ההוראות:

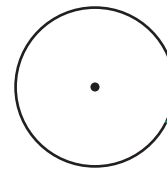
ג. משולש קהה זווית



ב. משולש ישר זווית

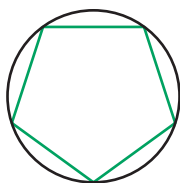


א. משולש חד זווית



6. מחומש משוכלל חסום במעגל.

מה גודל הקשת בין כל שני קודקודים סמוכים של המחומש? הסבירו.



7. האם תוכלו לשרטט משולש שאי-אפשר לחסום אותו בתוך מעגל? הסבירו.