

יחידה 27: היקף מעגל ושטח עיגול

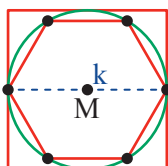
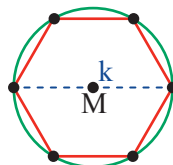
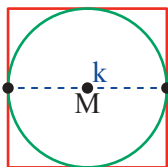
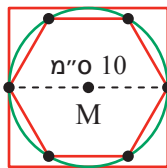
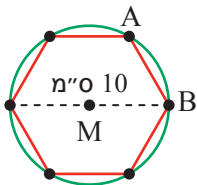
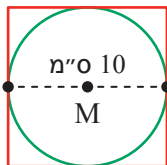
שיעור 1. היקף מעגל



בתמונה "פְּנִי פֶּרְטִינֵג" שהם אחד מסוגי האופניים הראשונים. קוטר הגלגל הקדמי 1 מטר וקוטר הגלגל האחורי 0.2 מטר. כמה סיבובים יעשה כל אחד מהגלגלים לאורך דרך של קילומטר אחד?

נלמד כיצד מחשבים היקף של מעגל.

אומדן של היקף מעגל



1. קוטר המעגל בשרטוט 10 ס"מ.

א. חשבו את היקף הריבוע החוסם את המעגל, והסבירו.

ב. המעגל חוסם משושה. מה היקף המשושה? (שרטטו את $\triangle MAB$ וחשבו את אורך צלע המשושה.)

ג. השלימו: _____ ס"מ < היקף המעגל < _____ ס"מ

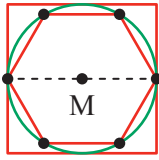


2. אורך קוטר המעגל בשרטוט מיוצג על ידי k .

א. בטאו, בעזרת k , את היקף הריבוע החוסם את המעגל.

ב. בטאו, בעזרת k , את היקף המשושה החוסם במעגל.

ג. השלימו: _____ ס"מ < היקף המעגל < _____ ס"מ



היקף המעגל קטן מהיקף הריבוע החוסם את המעגל,
וגדול מהיקף המשושה החסום במעגל.

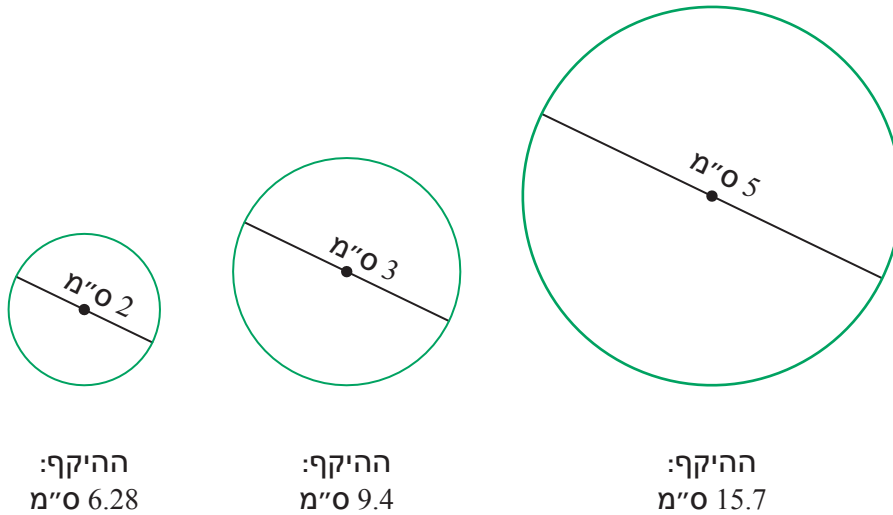
חישוב של היקף מעגל



3. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות מחשב", תוכלו למצוא בנייה הנקראת "ההיקף והקוטר". בפעילות בודקים אם היחס בין ההיקף לקוטר קבוע. בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



4. במעגלים שבשרטוטים נתונים אורכי הקטרים וההיקפים שלהם (בקירוב). חשבו פי כמה גדול היקף המעגל מהקוטר בכל אחד מהמעגלים.



5. השלימו: $\frac{\text{היקף המעגל}}{\text{קוטר המעגל}} = \text{_____}$ קוטר המעגל \times _____ = היקף המעגל



המספרים שמצאתם במשימות 3 ו-4, הם קירובים של מספר הנקרא π .
 המספר π מראה את פי כמה גדול היקף המעגל מקוטרו.
 π הוא מספר עשרוני אינסופי $\pi = 3,141592654\dots$.
 אם k מבטא את קוטר המעגל אז: **קוטר $\cdot \pi =$ היקף המעגל**



5. א. נתון **שרדיוס** של מעגל שווה ל-5 ס"מ.
 חשבו את היקף המעגל.
 ב. נתון **שרדיוס** של מעגל שווה ל- r ס"מ.
 בטאו את היקף המעגל באמצעות r .



6. נחזור לשאלה ממשימת הפתיחה.
 באופני פְּנִי פֶּרְטִינג, קוטר הגלגל הקדמי 1 מטר וקוטר הגלגל האחורי 0.2 מטר.
 א. חשבו את היקפי שני הגלגלים.
 ב. כמה סיבובים יעשה הגלגל הגדול לאורך דרך של קילומטר אחד?
 (1 קילומטר = 1,000 מטר).
 ג. כמה סיבובים יעשה הגלגל הקטן לאורך דרך של קילומטר אחד?
 ד. פי כמה גדול מספר הסיבובים של הגלגל הגדול, מזה של הגלגל הקטן? הסבירו.



במשך מאות דורות ניסו מתמטיקאים לחשב קירובים ליחס בין היקף מעגל לקוטרו.
 מתמטיקאים השתמשו בכלים מתמטיים שונים, והצליחו להגיע למספר רב של ספרות
 לאחר הנקודה העשרונית.



כיום, בעזרת מחשב אפשר לחשב את π עד לכל מספר רצוי של מקומות לאחר הנקודה העשרונית.
 במסגרת של השרטוט במשימה הבאה, רשום קירוב למספר π עד 310 ספרות ראשונות בכתב
 עשרוני.

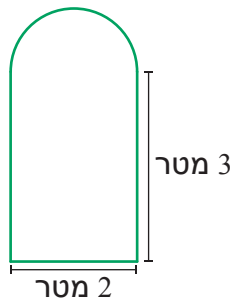
$\pi = 3.14159$ 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971
 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196
 69399 37510 58209 774944 59230 78164 06286 20899
 44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867
 09384 46095 50582 23172 53594 02491 41276 70066...
 48111 74502 08128 72458 53594 02491 41276 70066...
 66482 60726 23172 53594 02491 41276 70066...
 06447 86280 34825 34211 70679 82148 08651 32823 06647
 83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610 45432
 09384 46095 50582 23172 53594 02491 41276 70066...
 66482 60726 23172 53594 02491 41276 70066...
 48111 74502 08128 72458 53594 02491 41276 70066...
 44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867
 69399 37510 58209 774944 59230 78164 06286 20899

$\frac{22}{7}$	$\frac{754}{240}$	$3\frac{1}{8}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{3927}{1250}$	$\frac{355}{113}$	$\frac{256}{81}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{4320}{1375}$	$3\frac{10}{71}$	$\frac{1964}{625}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



7. בעיגולים רשומים קירובים שהם שברים פשוטים. בחרו שניים מהשברים הפשוטים והפכו אותם (באמצעות מחשבון) למספר עשרוני. רשמו את התוצאה מתחת לעיגול המתאים. איזה משני השברים שבחרתם קרוב יותר ל- π ?

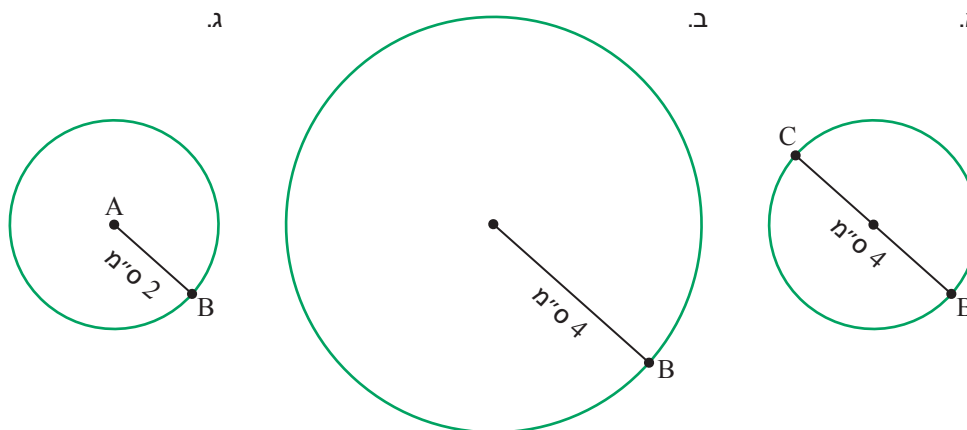
8. צובעים בזהב מסגרת חלון כבתמונה (מלבן ומעליו חצי מעגל). מצאו את היקף הצורה לפי הנתונים הרשומים בשרטוט.



אוסף משימות



1. חשבו את היקפי המעגלים.





2. קוטר גלגל של פְּרָכְרָה הוא 110 ס"מ.

א. מה היקף הגלגל?

ב. איזה מרחק עברה הפְּרָכְרָה כאשר הגלגל השלים 100 סיבובים?



3. רדיוס כדור הארץ הוא 6,400 ק"מ. נניח שמקיפים בחבל את כדור הארץ לאורך קו המשווה.

א. מה אורכו של החבל?



ב. נניח שנועצים מוטות שגובהם מטר אחד לאורך קו המשווה,

מרימים את החבל, ומניחים אותו בקצות המוטות.

התקבל מעגל שרדיוסו גדול במטר אחד מרדיוס כדור הארץ.

ככמה צריך להאריך את החבל המקורי כתוצאה מפעולה זאת?



4. א. אורך מחוג הדקות בשעון הוא 3 ס"מ.

איזה מרחק עובר הקצה של מחוג הדקות במשך שעה?

ב. אורך מחוג השעות בשעון הוא 2 ס"מ.

איזה מרחק עובר הקצה של מחוג השעות במשך שעה?



5. א. מהו אורך הקוטר של מעגל שהיקפו 314 ס"מ?

ב. מהו אורך רדיוס המעגל הזה?



6. למדידת מרחקים על הקרקע, אפשר להשתמש בגלגל, דוגמת זה שבתמונה.

עם כל השלמה של סיבוב שלם של הגלגל נשמע "קליק". קוטר הגלגל 0.5 מטר.

א. מה היקף הגלגל?

ב. במדידת אורך שביל מד המרחק השמיע 20 "קליקים".

מה אורך השביל שנמדד?



7. מודד משתמש בגלגל, דוגמת זה שבתמונה למדידת אורכים.

עם כל השלמה של סיבוב שלם נשמע "קליק".

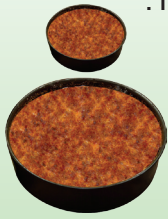
סיבוב שלם של הגלגל מראה התקדמות של מטר אחד.

מה אורך הקוטר של הגלגל?



מדידת קרקעות (פסיפס ביזנטי
לפי כ- 1500 שנה)

שיעור 2. שטח עיגול



כדי לצפות מלמעלה עוגה קטנה שנאפתה בתבנית מספר 12 דרושה $\frac{1}{4}$ חבילת שוקולד. שָׁעֵרו כמה שוקולד דרוש, כדי לצפות מלמעלה עוגה שנאפתה בתבנית מספר 24? (מספר התבנית מראה את קוטר הבסיס של התבנית, בס"מ.)

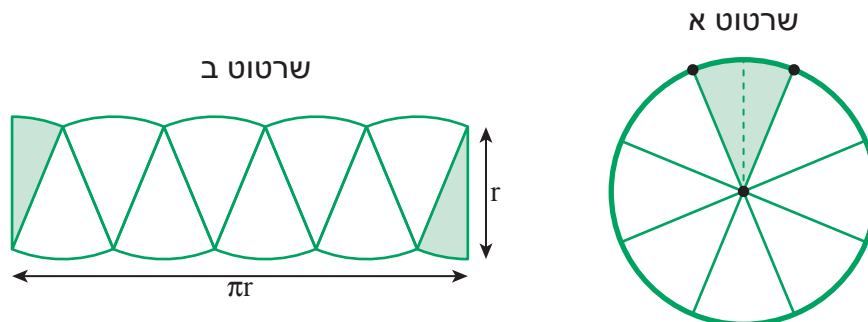
נלמד כיצד מחשבים שטח של עיגול.

שטח עיגול

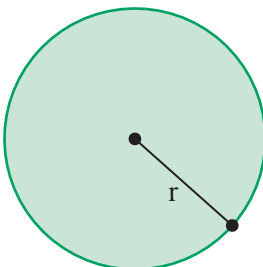


1. כיצד אפשר להגיע מנוסחת ההיקף לנוסחת השטח?

גוזרים את "המשולשים" שבשרטוט א, ואת המשולש הירוק גוזרים לאורך הרדיוס המקווקו. מסדרים את החלקים כבשרטוט ב.



מתקבל מעין "מלבן". אורך "הצלע" של "המלבן" היא πr ורוחבו r . הסבירו. מהו בקירוב שטח "המלבן" הזה?



שטח העיגול קשור גם הוא למספר π .
שטח עיגול הוא: πr^2 כאשר r מבטא את רדיוס העיגול.



2. נחזור למשימת הפתיחה.

בכל עוגה מצפים בשוקולד את השטח העליון.

א. לציפוי עוגה קטנה שנאפתה בתבנית מספר 12 דרושה $\frac{1}{4}$ חבילת שוקולד. חשבו את השטח שיש לצפות.

ב. חשבו את השטח העליון של עוגה שנאפתה בתבנית מספר 24.

ג. איזו כמות שוקולד דרושה לציפוי העוגה הגדולה?

ד. פי כמה גדולה כמות השוקולד הדרושה לציפוי העוגה הגדולה, מהכמות הדרושה לציפוי העוגה הקטנה?

ה. בדקו את השערתכם מתחילת השיעור והסבירו.



שטח טבעת

3. נתון: רדיוס העיגול הגדול שבשרטוט 6 ס"מ.

רדיוס העיגול הקטן שבשרטוט 3 ס"מ.

א. שֶׁערו איזה שטח גדול יותר: שטח הטבעת או שטח העיגול הקטן.

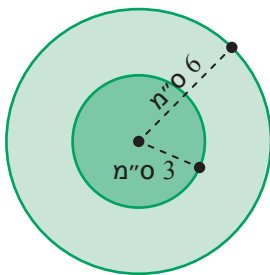
ב. חשבו:

- את שטח העיגול הגדול,

- את שטח העיגול הקטן,

- את שטח הטבעת.

ג. בדקו את השערתכם מסעיף א.



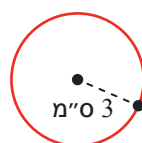
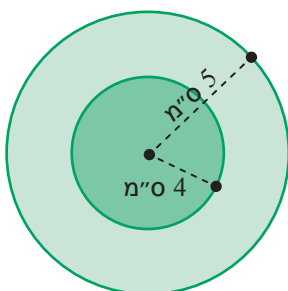
אוסף משימות



1. א. שֶׁערו איזה שטח גדול יותר:

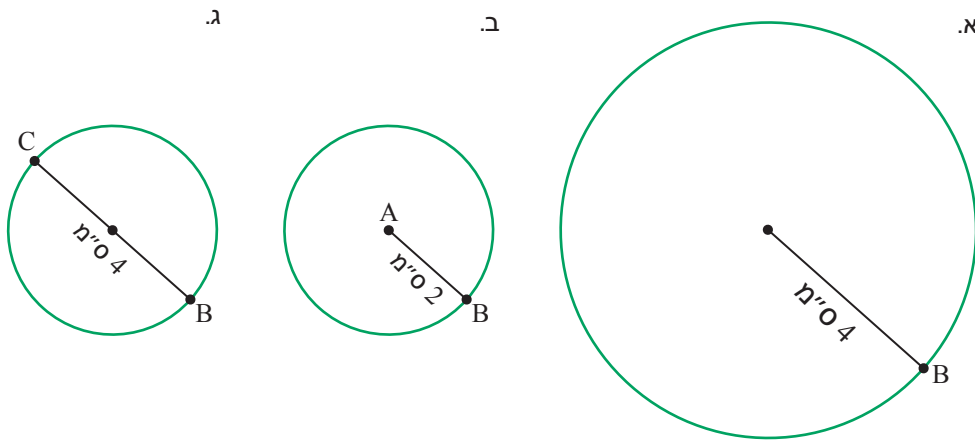
שטח הטבעת (הצבועה בירוק), או שטח העיגול האדום.

ב. חשבו ובדקו את השערתכם.





2. חשבו את שטחי העיגולים.

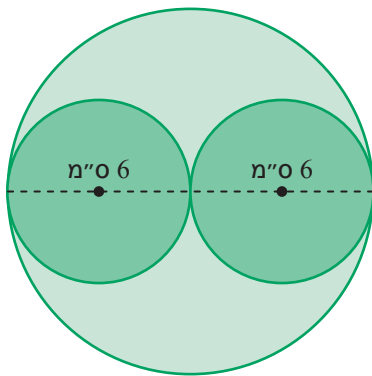


3. הקוטר של כל אחד מהמעגלים הקטנים שבשרטוט 6 ס"מ.

א. חשבו את שטחי העיגולים הקטנים.

ב. מה רדיוס המעגל הגדול? חשבו את שטחו.

ג. פי כמה גדול שטח העיגול הגדול, משטח שני העיגולים הקטנים יחד?

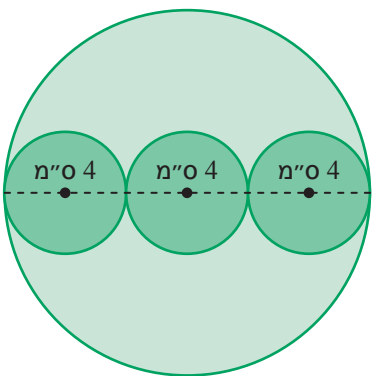


4. הקוטר של כל אחד מהמעגלים הקטנים שבשרטוט 4 ס"מ.

א. חשבו את שטחי העיגולים הקטנים.

ב. מה רדיוס המעגל הגדול? חשבו את שטחו.

ג. פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח שלושת העיגולים הקטנים יחד?



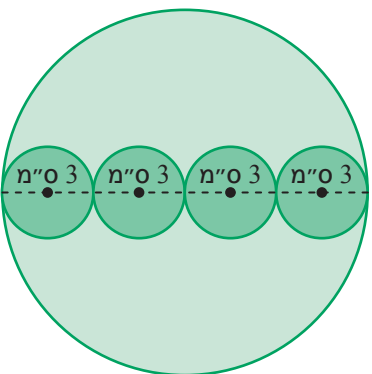
5. הקוטר של כל אחד מהמעגלים הקטנים שבשרטוט 3 ס"מ.

א. מה רדיוס המעגל הגדול?

ב. שיערו פי כמה גדול שטח העיגול הגדול משטח ארבעת

העיגולים הקטנים יחד?

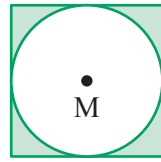
ג. חשבו ובדקו את השערתכם.





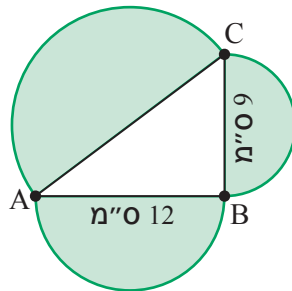
6. אורך צלע הריבוע 4 ס"מ.

- א. חשבו את רדיוס המעגל החסום בריבוע.
- ב. חשבו את גודל השטח הירוק.



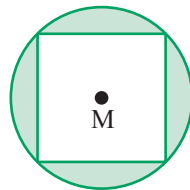
7. א. חשבו את אורך היתר של משולש ABC.

- ב. חשבו את השטחים של חצאי המעגלים.
- ג. בדקו אם סכום השטחים של חצאי המעגלים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח חצי המעגל הבנוי על היתר.



8. אורך צלע הריבוע החסום במעגל 4 ס"מ.

- א. חשבו את רדיוס המעגל.
- ב. חשבו את גודל השטח הירוק.

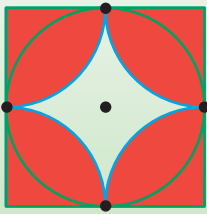


9. בחלון שבתמונה שש זגוגיות שש זכוכית:

- ארבעה ריבועים ושני רבעים של עיגול.
- אורך צלע כל ריבוע 80 ס"מ.
- חשבו את שטח הזכוכית.

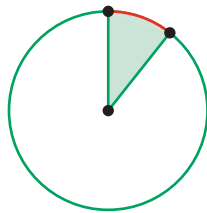


שיעור 3. אורך קשת ושטח גזרה



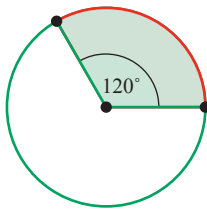
- אורך צלע הריבוע 3 ס"מ.
- א. מה אורך הקו הצבוע בתכלת?
 ב. מה גודל השטח הצבוע באדום?

נלמד כיצד מחשבים אורכי קשתות ושטחים של חלקי מעגל.



- חלק המעגל שבין שתי נקודות על המעגל, נקרא **קשת** (הקו הצבוע באדום).
- חלק העיגול הצבוע בירוק נקרא **גזרה**.

1. לפניכם מעגל שהרדיוס שלו הוא 2 ס"מ.

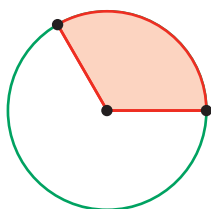


- א. מה היקף המעגל?
 ב. איזה חלק של המעגל צבוע באדום?
 ג. מה אורך הקשת האדומה?
 ד. מה שטח העיגול?
 ה. מה שטח הגזרה הצבועה בירוק?



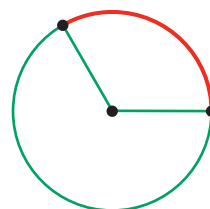
כדי למצוא שטח גזרה:

- מחשבים את שטח העיגול
- מוצאים את החלק של שטח הגזרה משטח העיגול
- מחשבים את שטח הגזרה.

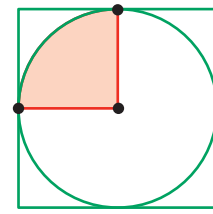
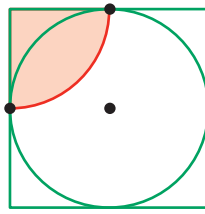
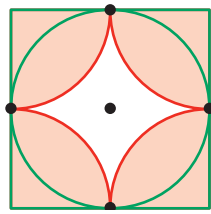


כדי למצוא אורך קשת:

- מחשבים את היקף המעגל
- מוצאים את החלק של אורך הקשת מהיקף המעגל
- מחשבים את אורך הקשת.



2. נחזור לשאלה שבפתיחת השיעור ונפתור בשלבים.
אורך צלע הריבוע 3 ס"מ.



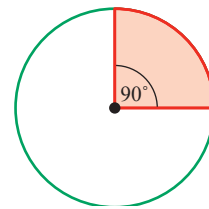
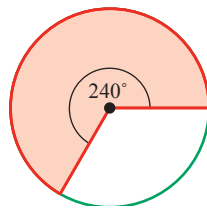
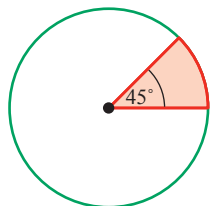
א. מה היקף המעגל?

ב. מה שטח העיגול?

ג. בכל שרטוט, מצאו את **אורך הקשת** הצבועה.

ד. בכל שרטוט מצאו את **שטח הגזרה** הצבועה.

3. ההיקף של כל מעגל 7.5 ס"מ ושטחו 4.5 סמ"ר.
בכל שרטוט, מצאו איזה חלק של המעגל צבוע,
חשבו את אורך הקשת הצבועה ואת שטח הגזרה הצבועה.



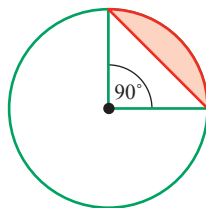
_____ חלק המעגל:
_____ ס"מ אורך הקשת:
_____ סמ"ר שטח הגזרה:

_____ חלק המעגל:
_____ ס"מ אורך הקשת:
_____ סמ"ר שטח הגזרה:

_____ חלק המעגל:
_____ ס"מ אורך הקשת:
_____ סמ"ר שטח הגזרה:



4. רדיוס המעגל 2 ס"מ.
חשבו את השטח הצבוע.

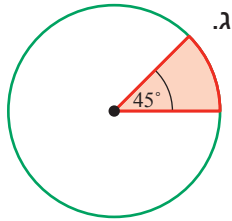




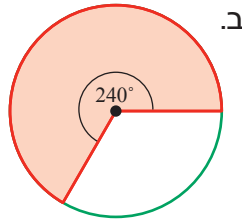
אוסף משימות



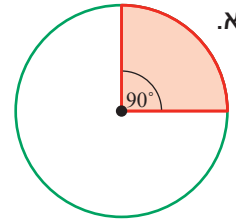
1. ההיקף של כל מעגל 10 ס"מ ושטחו 8 סמ"ר. בכל שרטוט, מצאו איזה חלק של המעגל צבוע, חשבו את אורך הקשת הצבועה ואת שטח הגזרה הצבועה.



_____ חלק המעגל:
 _____ ס"מ אורך הקשת:
 _____ סמ"ר שטח הגזרה:



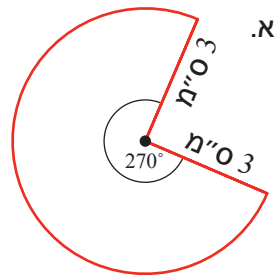
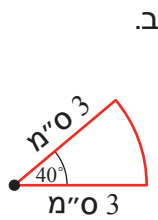
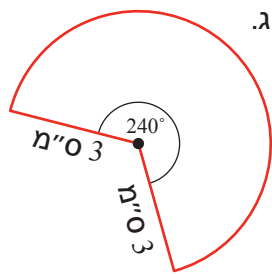
_____ חלק המעגל:
 _____ ס"מ אורך הקשת:
 _____ סמ"ר שטח הגזרה:



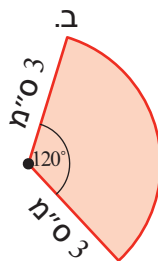
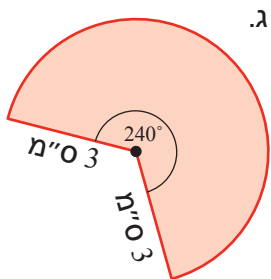
_____ חלק המעגל:
 _____ ס"מ אורך הקשת:
 _____ סמ"ר שטח הגזרה:



2. חשבו את ההיקף של כל גזרה.

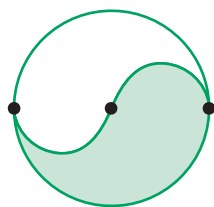


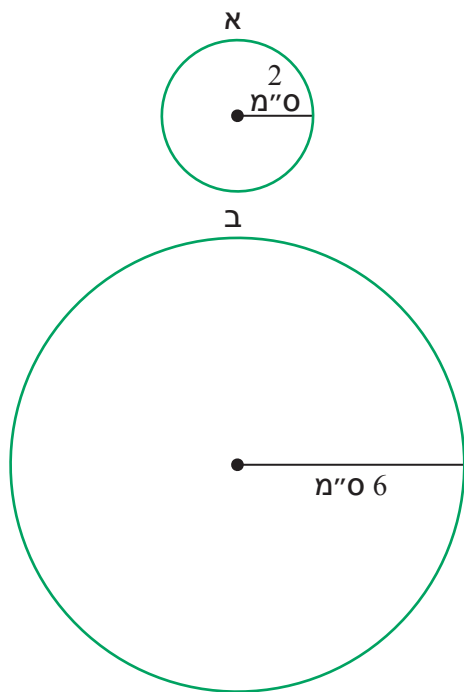
3. חשבו את השטח של כל גזרה.



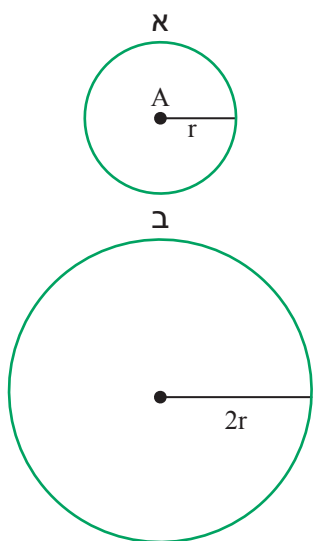
4. רדיוס המעגל הגדול 6 ס"מ.

- א. חשבו את היקף הצורה הצבועה בירוק.
 ב. חשבו את שטח הצורה הצבועה בירוק.





5. א. פי כמה גדול רדיוס מעגל א מרדיוס מעגל ב?
 ב. חשבו את ההיקפים של שני המעגלים.
 ג. פי כמה גדול היקף מעגל א מהיקף מעגל ב?
 ד. חשבו את השטחים של שני העיגולים.
 ה. פי כמה גדול שטח עיגול א משטח עיגול ב?



6. אורך רדיוס מעגל א הוא r ס"מ. אורך רדיוס מעגל ב הוא $2r$ ס"מ.
 א. בטאו את ההיקפים של שני המעגלים.
 ב. פי כמה גדול היקף מעגל א מהיקף מעגל ב?
 ג. בטאו את השטחים של שני העיגולים.
 ד. פי כמה גדול שטח עיגול א משטח עיגול ב?

7. חברו כל צורה בשורה העליונה, צורה בה צבוע אותו שטח בשורה התחתונה.

