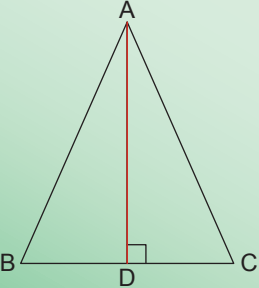


יחידה 33: משולשים שווים שוקיים

שיעור 1. גובה במשולש שווה שוקיים

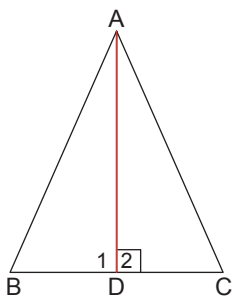


בשרטוט משולש שווה שוקיים.
 במשולש גובה לבסיס.
 התקבלו שני משולשים.
 מהו סוג המשולשים? האם הם חופפים?

1. משפט: הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים, מחלק אותו לשני משולשים ישרי זווית חופפים.

א. נתון במשפט שהמשולש שווה שוקיים ו-AD הוא הגובה לבסיס. בכתיב מתמטי:

נתון: $AB = AC$, $AD \perp BC$



ב. צריך להוכיח שהמשולשים חופפים: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

ג. כדי להוכיח חפיפה נחפש גדלים שווים בשני המשולשים.

$AB = AC$ נתון (משולש שווה שוקיים)

$\angle B = \angle C$ הגובה משמש צלע משותפת

המשולשים ישרי זווית כי $AD \perp BC$ כלומר:

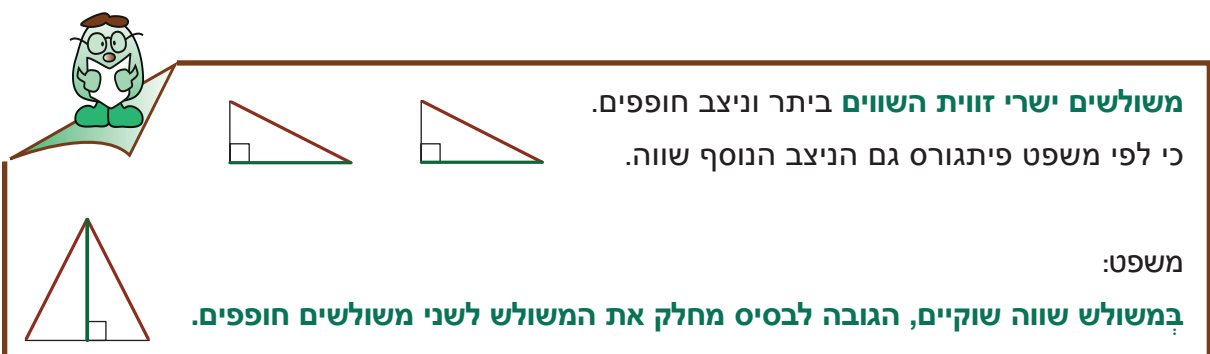
$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

קיבלנו משולשים ישרי זווית השווים ביתר וניצב.

לפי משפט פיתגורס גם הניצב הנוסף בשני המשולשים שווה. כלומר:

$BD = DC$

לשני המשולשים שלוש צלעות שוות, לכן הם חופפים.



משולשים ישרי זווית השווים ביתר וניצב חופפים.
 כי לפי משפט פיתגורס גם הניצב הנוסף שווה.
 משפט:
במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.

2. **רות** אמרה: הוכחתי את חפיפת המשולשים במשימה 1 בעזרת שתי צלעות והזווית שביניהם.

האם גם ההוכחה של רות נכונה?

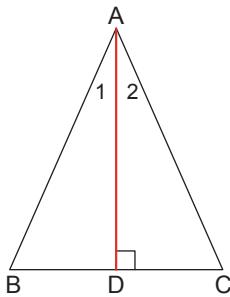
אם כן, קרשמו 3 שוויונות:

_____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

3. **במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.**

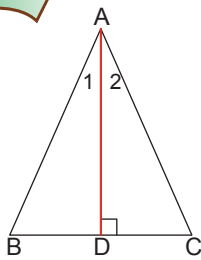


מהחפיפה מסיקים את השוויונות הבאים, תארו אותם במילים.

- א. $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ במשולש שווה שוקיים _____
- ב. $BD = CD$ הגובה במשולש שווה שוקיים הוא גם _____
- ג. $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$ הגובה במשולש שווה שוקיים הוא גם _____



במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים.

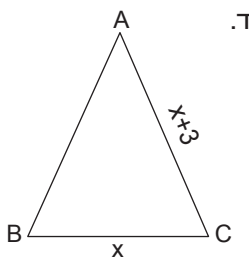


מסקנות מהמשפט:

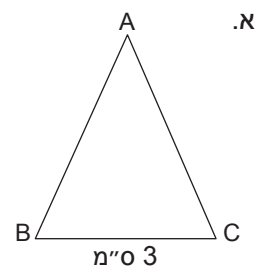
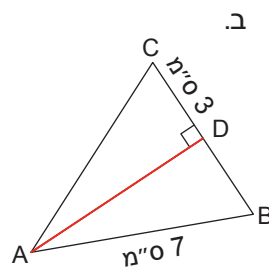
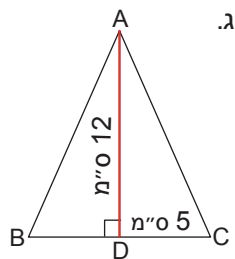
- זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו.
- הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם חוצה זווית הראש.
- הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם התיכון לבסיס.

4. כל המשולשים הם שווי שוקיים: $AB = AC$

מצאו את צלעות המשולשים, אם צריך היעזרו במשפט פיתגורס:



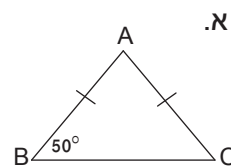
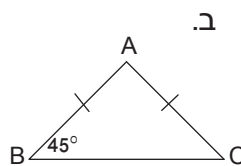
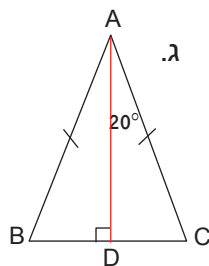
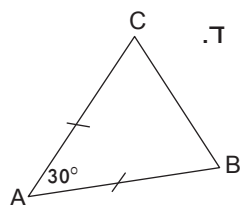
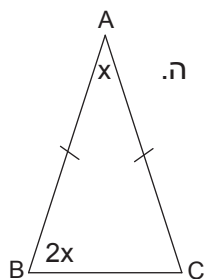
ההיקף 27 ס"מ



ההיקף 13 ס"מ

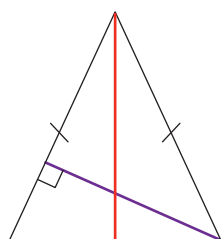
5. כל המשולשים הם שווי שוקיים: $AB = AC$

מצאו את זוויות המשולשים.



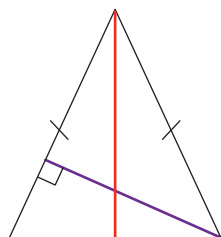
6. א. ירדן אמרה:

שרטטתי גובה במשולש שווה שוקיים, אבל הגובה אינו חוצה זווית. לאיזה משני הגבהים התכוונה ירדן? הסבירו.

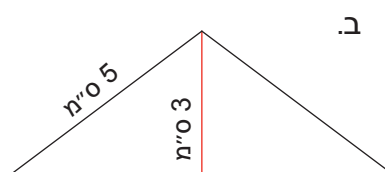
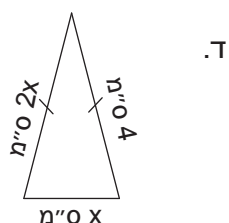
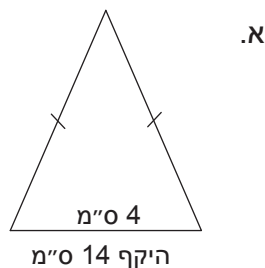
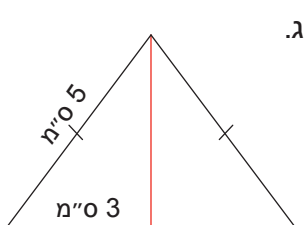


ב. ניצן אמרה:

שרטטתי גובה במשולש שווה שוקיים, אבל הגובה אינו תיכון. לאיזה משני הגבהים התכוונה ניצן? הסבירו.

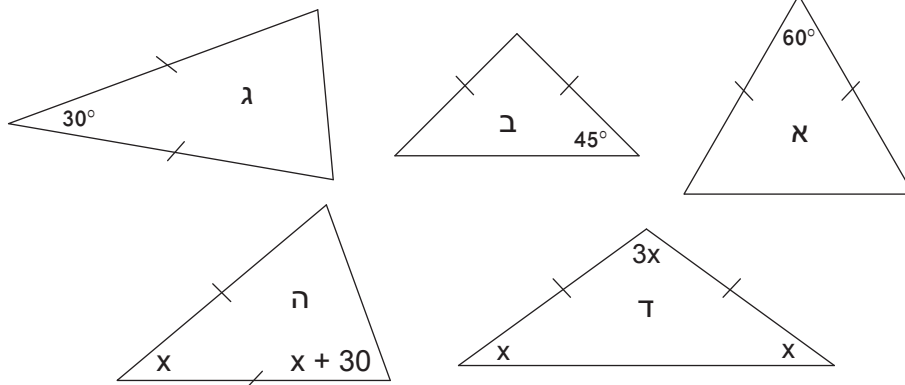


1. מצאו את אורכי צלעות המשולשים (אם צריך היעזרו במשפט פיתגורס).

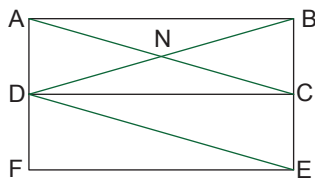




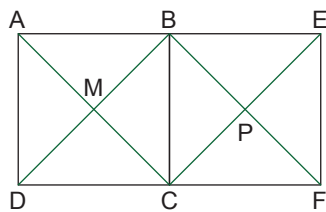
2. מצאו את זוויות המשולשים:



3. בשרטוט שני מלבנים חופפים. מצאו משולשים שווים שוקיים. סמנו זוויות שוות באותו צבע.



4. בשרטוט שני ריבועים חופפים. א. מצאו משולשים שווים שוקיים. ב. קשמו בשרטוט את גודל הזוויות.



ג. כמה קבוצות של משולשים חופפים בשרטוט? כמה משולשים בכל קבוצה?



5. התייחסו לשרטוטים במשימות 3 ו-4.

- א. האם כל המשולשים שווים השוקיים במשימה 3 דומים? אם כן, נמקו. אם לא, הביאו דוגמה.
 ב. האם כל המשולשים שווים השוקיים במשימה 4 דומים? אם כן, נמקו. אם לא, הביאו דוגמה.



6. הייתכן? אם כן הביאו דוגמה, אם לא נמקו.

א. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה ל- 45° .

ב. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה ל- 90° .

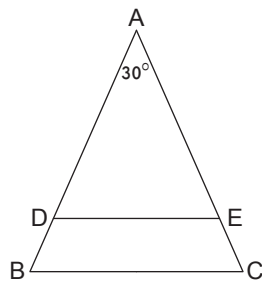
ג. זווית הראש במשולש שווה שוקיים שווה ל- 90° .

ד. זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שווה לזווית הראש.

ה. זווית הראש במשולש שווה שוקיים גדולה פי 3 מזווית הבסיס.



משימה נוספת

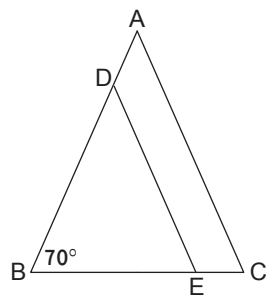


7. נתון: $\angle A = 30^\circ$, $AD = AE$, $AB = AC$

א. רשמו שני משולשים שווי שוקיים.

ב. מצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ג. האם המשולשים דומים?



8. נתון: $\angle B = 70^\circ$, $DB = DE$, $AB = AC$

א. ציינו שני משולשים שווי שוקיים.

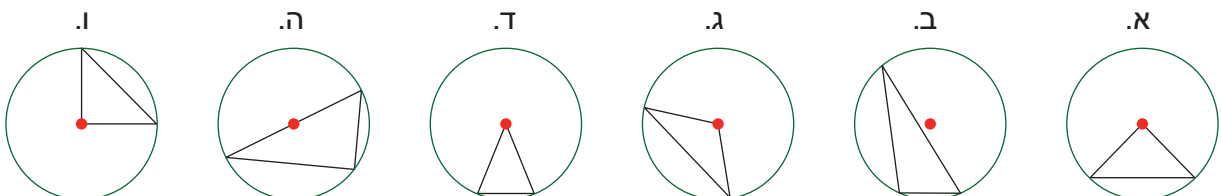
ב. מצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ג. האם המשולשים דומים? נמקו.



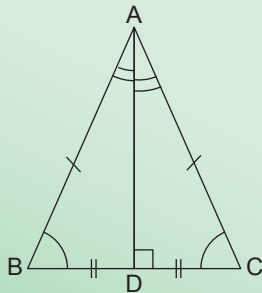
9. **תזכורת:** במעגל כל הנקודות נמצאות במרחק שווה מהמרכז. לכן כל הרדיוסים שווים.

זהו משולשים שווי שוקיים, סמנו את השוקיים.



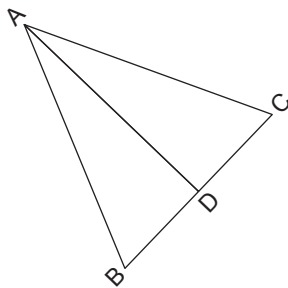
שיעור 2. מזהים משולשים שווים שוקיים

בשיעור הקודם ראינו כי במשולש שווה שוקיים:



- זוויות הבסיס שוות
- הגובה לבסיס הוא גם תיכון
- הגובה לבסיס הוא גם חוצה זווית

בשיעור נזהה משולשים שווים שוקיים.



1. קל לזהות משולש שווה שוקיים על פי ההגדרה.

משולש שיש לו שתי צלעות שוות הוא שווה שוקיים.

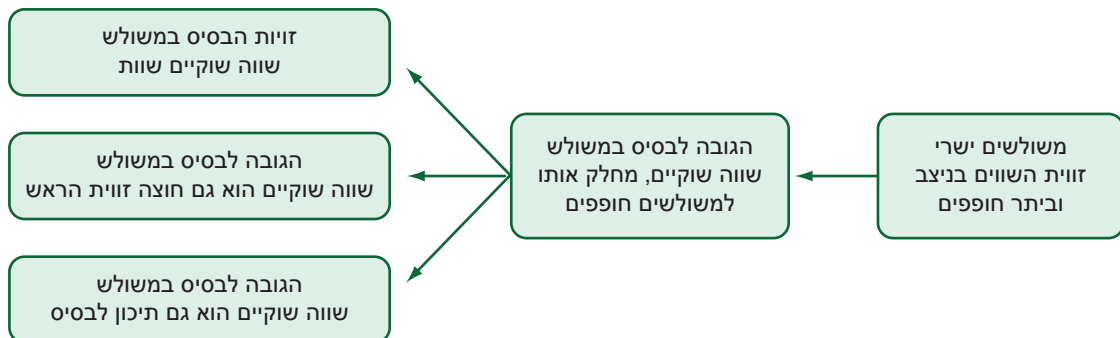
דוגמה: $AB = AC = 20$ ס"מ ולכן $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים.

נתון גם: $AD \perp BC$, $AD = 16$ ס"מ, $\angle B = 50^\circ$

מצאו ורשמו בשרטוט את הגדלים של כל הצלעות והזוויות במשולש שווה השוקיים.



בשיעור הקודם ראינו:

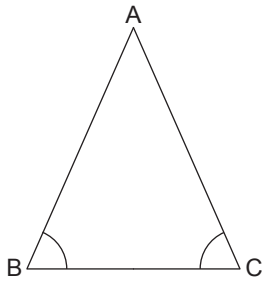


נבדוק אם כאשר:

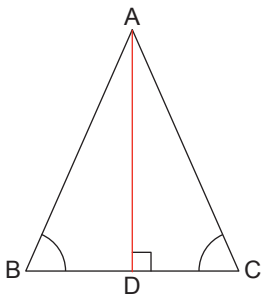
- במשולש שתי זוויות שוות
- במשולש הגובה הוא גם תיכון
- במשולש גובה הוא גם חוצה זווית

מתקבל משולש שווה שוקיים.

2. נתון משולש שיש בו זוויות שוות: $\sphericalangle B = \sphericalangle C$
 צריך להוכיח שהמשולש שווה שוקיים: $AB = AC$



בונים גובה $AD \perp BC$, מתקבלים שני משולשים ישרי זווית.
 נבדוק אם הם חופפים.



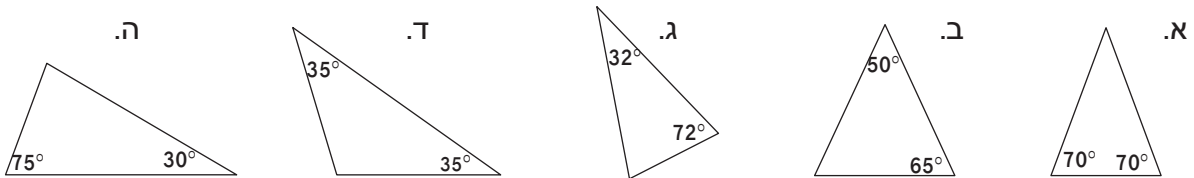
א. האם יש זוויות שוות במשולשים? ציינו את כל הזוגות וסמנו בשרטוט.

ב. הצלע AD משותפת לשני המשולשים.

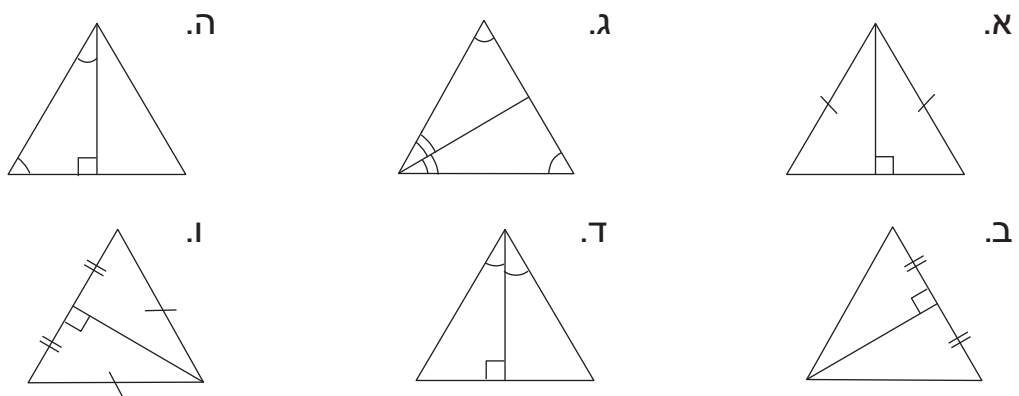
לפי איזה משפט חפיפה המשולשים חופפים?

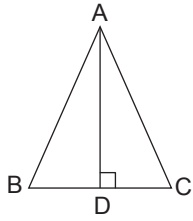
ג. הסבירו מדוע $AB = AC$ (המשולש שווה שוקיים)

3. קבעו אם המשולשים הבאים שווים שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים.

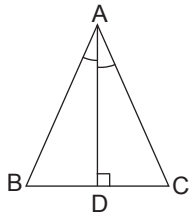


4. בדקו על סמך הנתונים המסומנים אם הקו מחלק כל אחד מהמשולשים לשני משולשים חופפים.

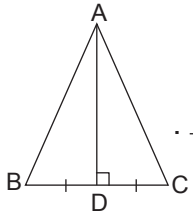




5. המשולש מחולק על ידי הגובה. מה צריך להוסיף כדי שהמשולשים שנוצרו יהיו חופפים?




א. **מעין** אמרה: אם הזוויות המסומנות שוות, נקבל משולשים חופפים לפי צלע והזוויות שלידה (ז.צ.ז).
השלימו: במשולש של מעין AD הוא גם _____ וגם _____.
המשולשים חופפים לכן $AB = AC$.



ב. **תמר** אמרה: אם הקטעים המסומנים שווים, נקבל משולשים חופפים לפי שתי צלעות והזוויות שביניהם (צ.ז.צ).
השלימו: במשולש של תמר AD הוא גם _____ וגם _____.
המשולשים חופפים לכן $AB = AC$.

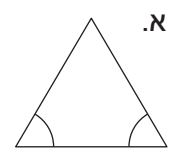
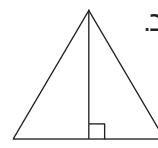
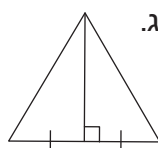
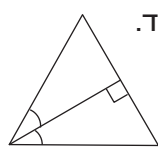
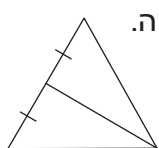
ג. האם מעין ותמר צדקו? אם כן, מה המשפטים שהוכיחו?



ראינו כי יש עוד דרכים לזהות משולשים שווים שוקיים:

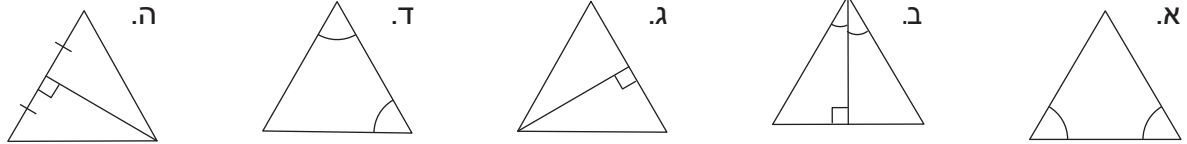
- אם במשולש **שתי זוויות שוות**, המשולש **שווה שוקיים**.
- אם במשולש **גובה** הוא גם **חוצה זווית**, המשולש **שווה שוקיים**.
- אם במשולש **גובה** הוא גם **תיכון**, המשולש **שווה שוקיים**.

6. קבעו אם המשולשים הבאים שווים שוקיים. אם כן, סמנו את השוקיים. אם לא, מחקו את המשולש.

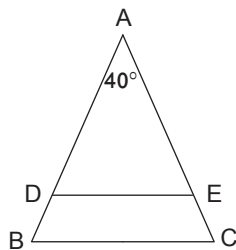




1. מצאו, על סמך הנתונים, משולשים שווים שוקיים. סמנו את הצלעות השוות.



2. נתון: $AB = AC$, $DE \parallel BC$, $\angle A = 40^\circ$

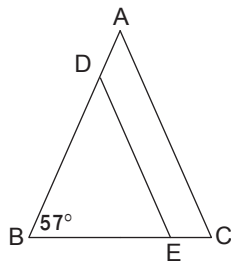


א. מצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ב. כמה משולשים שווים שוקיים התקבלו?



3. נתון: $AB = AC$, $DE \parallel AC$, $\angle B = 57^\circ$

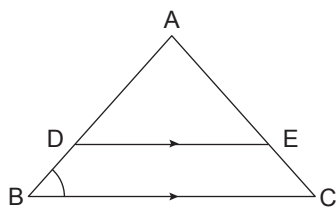


א. מצאו את כל הזוויות בשני המשולשים.

ב. כמה משולשים שווים שוקיים התקבלו? נמקו.



4. טענה: אם $\triangle ABC$ משולש שווה שוקיים ו- $DE \parallel BC$ אז $\triangle DEC$ משולש שווה שוקיים.



א. מה נתון? מה צריך להוכיח?

ב. סמנו את כל הזוויות השוות ל- $\angle B$.

השלימו: $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים.

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים.

$\angle C = \angle E$

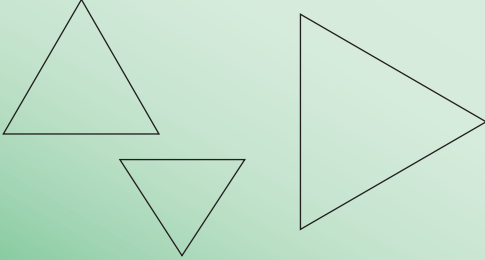
$\angle C = \angle E$

לכן:

ג. האם קיבלתם זוויות שוות במשולש $\triangle ADE$? מיהן?

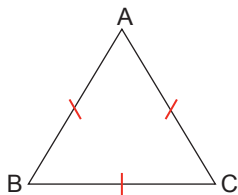
ד. מה תסיקו משוויון הזוויות שקבלתם?

שיעור 3. משולש שווה צלעות



משולש שווה צלעות הוא משולש שכל צלעותיו שוות.
 האם משולש שכל זוויותיו שוות הוא שווה צלעות?
 האם יש דרכים נוספות לזהות משולש שווה צלעות?
נכיר עוד תכונות של משולש שווה צלעות ונלמד לזהות.

תכונות

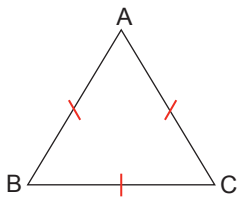


1. לפניכם משולש שווה צלעות. המשולש הוא גם שווה שוקיים. השלימו:

אם BC בסיס, השוקיים $AB = AC$

אם AB בסיס, השוקיים _____ = _____

אם AC בסיס, השוקיים _____ = _____



2. א. הסבירו מדוע במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות.

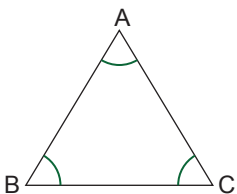
ב. מה גודל כל זווית?



במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות זו לזו. גודל כל זווית 60°

איך מזהים?



3. נוכיח כי משולש שכל הזוויות שלו שוות הוא שווה צלעות.

השלימו:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C$$

נתון:

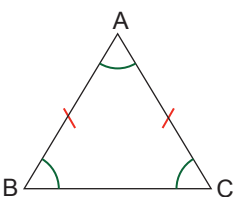
צריך להוכיח: $AB = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

מהשוויון $\sphericalangle A = \sphericalangle B$ מקבלים שתי צלעות שוות. הן מסומנות במשולש.

כמו כן, נתון:

א. $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ אלו צלעות שוות על סמך הזוויות האלה? הוסיפו סימון.

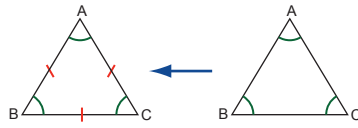
ב. מכאן נסיק כי: **כל הצלעות שוות.**



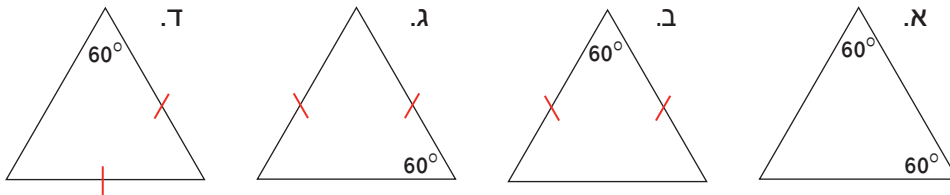
השלימו: $AB = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$



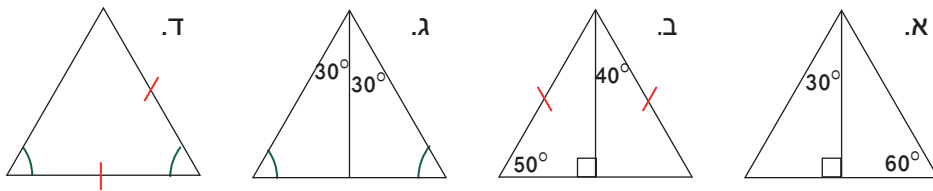
משפט: אם במשולש כל הזוויות שוות אז המשולש הוא שווה צלעות.



4. השלימו זוויות על סמך הנתונים, וקבעו אם כל המשולשים שווי צלעות.



5. מצאו את זוויות המשולש, סמנו צלעות שוות, קבעו אם המשולש שווה צלעות.



6. קבעו אם המשולש שווה צלעות.

- א. משולש שווה שוקיים בו זווית הראש בת 60° .
- ב. משולש שווה שוקיים בו זווית הבסיס בת 60° .
- ג. משולש בו אחת הזוויות בת 60° .
- ד. משולש בו שתי זוויות בנות 60° .

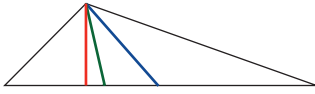


אפשר לזהות משולשים שווי צלעות בעזרת גודל הזוויות:

- אם במשולש כלשהו, **שתי זוויות בנות 60°** , המשולש שווה צלעות.
- אם במשולש **שווה שוקיים, אחת הזוויות בת 60°** , המשולש שווה צלעות.

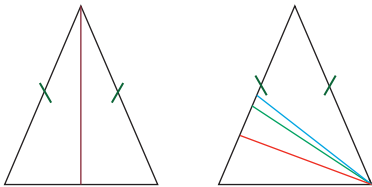


7. גובה, תיכון וחצה זווית. מתי הם מתלכדים?



א. בשרטוט משולש שונה צלעות.

השתמשו במכשירים למדידת קטעים וזוויות וקבעו מיהו הגובה מי התיכון ומי חוצה הזווית.



ב. בשרטוטים משולש שווה שוקיים. השוקיים מסומנים.

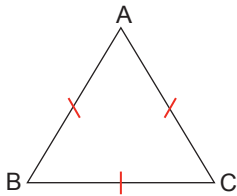
שרטטנו גובה תיכון וחוצה זווית פעם לזווית הראש

ופעם לזווית הבסיס. האם כל הקטעים התלכדו?

הסבירו מדוע משמאל הם מתלכדים ומימין לא.

ג. בדקו אם הגובה, התיכון וחוצה הזווית במשולש שווה צלעות מתלכדים.

בכמה קודקודים הם התלכדו?

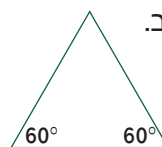
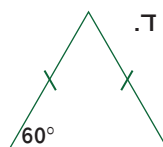
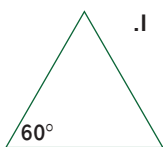
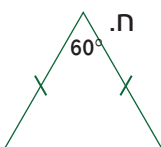
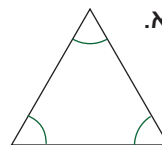
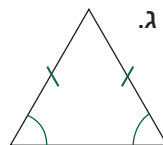
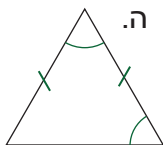
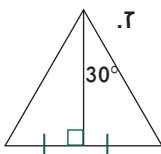


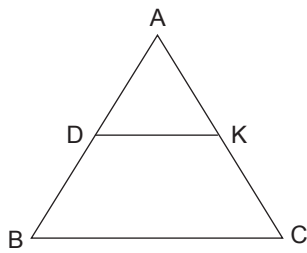
במשולש שווה צלעות, הגובה, התיכון וחוצה הזווית,

היוצאים מאותו קודקוד מתלכדים.



1. קבעו, על סמך הסימונים בירוק, אלו מהמשולשים הבאים שווי צלעות.





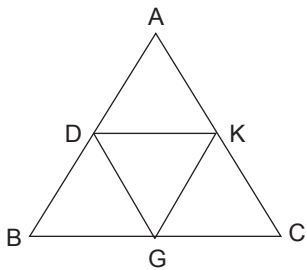
2. $\triangle ABC$ משולש שווה צלעות.

D אמצע הצלע AB, K אמצע הצלע AC.

א. האם משולש ADK שווה שוקיים? סמנו לצלעות שוות.

ב. חשבו את זוויות המשולש $\triangle ADK$.

ג. מדוע משולש $\triangle ADK$ שווה צלעות?



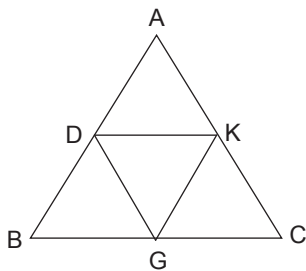
3. $\triangle ABC$ משולש שווה צלעות. D, K, G, אמצעי הצלעות.

א. חשבו את כל הזוויות שבשרטוט.

ב. הסבירו מדוע $\triangle GDK$ שווה צלעות.



4. טענה: אם מחברים את אמצעי הצלעות במשולש שווה צלעות, מתקבל משולש שווה צלעות.



א. מה נתון? מה צריך להוכיח?

ב. מצאו מה גודל כל אחת מהזוויות.

ג. הוכיחו את הטענה.

ד. מצאו קווים מקבילים, נמקו.



5. שרטטו במשולש שווה צלעות קווים מקבילים לצלע BC.

א. כמה משולשים התקבלו? כמה מהם דומים?

ב. מדעו כל המשולשים שווים צלעות?

