



יחידה 7: משפחות של פונקציות

שיעור 1. המשפחה $y = ax^2 + bx$

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = 2x^2 - 6x$ $g(x) = x^2 - 3x$

רן אמר: אפשר לפרק לגורמים את הביטויים המתאימים לשתי הפונקציות, כך:

$$f(x) = 2x(x - 3) \quad g(x) = x(x - 3)$$

דריה אמרה: עכשיו אני רואה כי לשתי הפונקציות אותן נקודות אפס, אותו קודקוד ואותו ציר סימטריה.

האם רן ודריה צודקים? מהם ההבדלים בין שתי הפונקציות?

נמצא נקודות חיתוך עם ציר x , ציר סימטריה וקודקוד של פונקציה מהמשפחה $y = ax^2 + bx$

נקודות חיתוך עם ציר x - נקודות אפס

1. מהם שיעורי נקודות האפס של $f(x) = 2x^2 - 6x$?

$$f(x) = 0 \quad \text{זיו רשם:}$$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x - 3) = 0 \quad \text{נוציא גורם משותף:}$$

מכפלה שווה לאפס כאשר אחד הגורמים במכפלה הוא אפס, כלומר:

$$x - 3 = 0 \quad \text{או} \quad 2x = 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 0$$

שיעורי נקודות האפס הם: $(0, 0)$ $(3, 0)$

מצאו את שיעורי נקודות האפס של $g(x) = x^2 - 3x$



לפרבולה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0, b \neq 0$) יש שתי נקודות אפס. אחת מהן היא $(0, 0)$.

אפשר למצוא את שיעורי נקודות האפס בדרך אלגברית.

צילמה:

מחפשים את נקודות האפס של הפונקציה: $h(x) = -6x^2 - 3x$

$$h(x) = 0 \quad \text{משווים} \quad -6x^2 - 3x = 0$$

קל למצוא את שיעורי נקודות האפס כשרושמים את הביטוי כמכפלה.

לכן, מוציאים גורם משותף (מפרקים לגורמים): $-6x^2 - 3x = 0$

$$-3x(2x + 1) = 0$$

מכפלה שווה לאפס כאשר אחד הגורמים במכפלה הוא אפס, לכן:

$$-3x = 0 \quad \text{או} \quad 2x + 1 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -0.5$$

שיעורי נקודות האפס הם: $(-0.5, 0)$ $(0, 0)$

משוואת ציר הסימטריה ושיעורי נקודת הקודקוד

2. א. מהי משוואת ציר הסימטריה ושיעורי הקודקוד של $f(x) = 2x^2 - 6x$?
אבי אמר: ראינו במשימה 1 כי שיעורי נקודות האפס של שתי הפונקציות הם: $(0, 0)$, $(3, 0)$



מכיוון שנקודות האפס סימטריות לגבי ציר הסימטריה,
 ציר הסימטריה עובר בדיוק באמצע הקטע שבין נקודות האפס.

כלומר, משוואת ציר הסימטריה היא $x = 1.5$

גילה אמרה: אפשר גם למצוא את שיעור x של ציר הסימטריה על ידי חישוב הממוצע של שיעורי x של

$$x = \frac{0 + 3}{2} = 1.5$$

לכן, משוואת ציר הסימטריה היא $x = 1.5$

ב. מצאו את משוואת ציר הסימטריה של $g(x) = x^2 - 3x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקודקוד של כל אחת מהפונקציות $f(x) = 2x^2 - 6x$; $g(x) = x^2 - 3x$ (נקודת הקודקוד נמצאת על ציר הסימטריה).

3. מצאו את שיעורי נקודות האפס, משוואת ציר הסימטריה ושיעורי הקודקוד של הפונקציה: $h(x) = 4x^2 + 20x$



ציר הסימטריה של הפרבולה $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0, b \neq 0$) עובר דרך נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס. קודקוד הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה.

משימה: במשימה 3, שיעורי נקודות האפס של $h(x) = 4x^2 + 20x$ הם: $(0, 0)$, $(-5, 0)$

מציאת משוואת ציר הסימטריה:

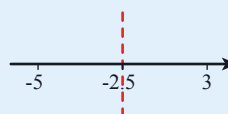
דרך II:

מציאת שיעור x של ציר הסימטריה על ידי חישוב הממוצע:

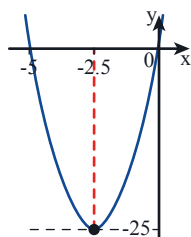
$$\frac{0 + (-5)}{2} = -2.5$$

דרך I:

מציאת נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס $(-2.5, 0)$



משוואת ציר הסימטריה של $y = 4x^2 + 20x$ היא $x = -2.5$.



מציאת שיעורי הקודקוד:

מציבים $x = -2.5$ בחוק הפונקציה, כך:

$$h(-2.5) = 4 \cdot (-2.5)^2 + 20 \cdot (-2.5) = -25$$

נקודת הקודקוד היא: $(-2.5, -25)$

לפעמים קל יותר להציב $x = -2.5$ ב- $4x(x + 5)$ (כלומר ב- $4x^2 + 20x$ לאחר פירוק).

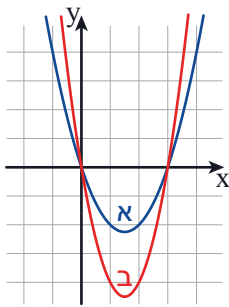


4. נתונה הפונקציה $y = x^2 + 8x$. מצאו את שיעורי נקודות האפס, ציר הסימטריה ונקודת הקודקוד שלה. שרטטו סקיצה לפי שלוש הנקודות שמצאתם:
זלזלמה: הפונקציה: $y = -x^2 + 2x$

<p>שרטוט:</p>	<p>נקודת הקודקוד: מציבים $x = 1$ בחוק הפונקציה $y = -1^2 + 2 \cdot 1 = 1$</p> <p>נקודת הקודקוד: $(1, 1)$</p>	<p>ציר הסימטריה: נקודת האמצע בין שתי נקודות האפס היא $(1, 0)$</p> <p>משוואת ציר הסימטריה: $x = 1$</p>	<p>נקודות האפס: $-x^2 + 2x = 0$ מפרקים לגורמים: $-x(x - 2) = 0$ $x - 2 = 0$ או $-x = 0$ $x_1 = 2$ $x_2 = 0$</p> <p>נקודות האפס: $(0, 0)$ $(2, 0)$</p>
----------------------	---	--	---



פרבולות בעלות תכונות נתונות



5. א. התאימו גרף לכל פונקציה

$$f(x) = 2x^2 - 6x$$

ב. מצאו שתי פונקציות נוספות שיש להן אותן נקודות אפס. מה תוכלו לומר על ציר הסימטריה של הפונקציות שמצאתם? כמה פונקציות כאלה יש?

6. א. תנו דוגמה לפרבולה בעלת נקודות אפס: $(0, 0)$ $(4, 0)$.

כמה פרבולות כאלה יש? מהן התכונות המשותפות לכולן?

ב. תנו דוגמה לפרבולה שציר הסימטריה שלה הוא $x = 5$ ואחת מנקודות האפס שלה היא $(0, 0)$.

כמה פרבולות כאלה יש? מהן התכונות המשותפות לכולן?



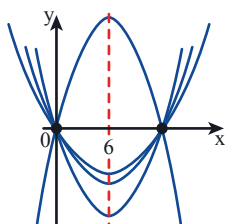
ראינו כי אפשר למצוא **אינסוף פרבולות** בעלות אותן נקודות אפס ואותו ציר סימטריה.

זלזלמה: יש אינסוף פרבולות שציר הסימטריה שלהן הוא $x = 6$ ואחת מנקודות האפס היא $(0, 0)$

מטעמי סימטריה, שיעורי נקודת האפס השנייה היא $(12, 0)$

קודקודי כל הפרבולות בעלות נקודות אפס אלה, נמצאות על ציר הסימטריה $x = 6$.

זלזלמות:



$$y = x(x - 12) \iff y = x^2 - 12x$$

$$y = 2x(x - 12) \iff y = 2x^2 - 24x$$

$$y = -3x(x - 12) \iff y = -3x^2 + 36x$$

ובאופן כללי: כל הפונקציות הן מהצורה $y = ax(x - 12)$



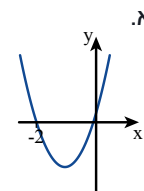
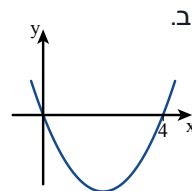
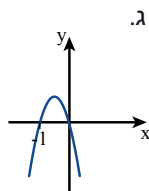
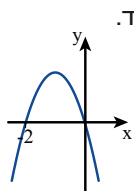
1. בכל סעיף, מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.

א. $y = 2x^2 - 4x$ ב. $y = 4x^2 + 12x$ ג. $y = -6x^2 + 12x$



2. התאימו גרף לכל פונקציה.

א. $f(x) = 2x^2 + 4x$ ב. $g(x) = -3x^2 - 6x$ ג. $h(x) = x^2 - 4x$ ד. $s(x) = -x^2 - x$



3. חקרו את הפונקציות: $f(x) = 3x^2 - 12x$; $g(x) = -12x^2 + 6x$



$g(x) = -12x^2 + 6x$	$f(x) = 3x^2 - 12x$	חוק הפונקציה
		סקיצה
		משוואת ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקודקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



4. בכל סעיף, מצאו את נקודות האפס, משוואת ציר הסימטריה ונקודת הקודקוד של הפונקציה, ושרטטו סקיצה לפי שלוש הנקודות שמצאתם.

א. $y = x^2 + 8x$ ב. $y = -2x^2 + 4x$ ג. $y = 7x^2 - 21x$



5. בכל סעיף, מצאו את נקודות האפס, משוואת ציר הסימטריה ונקודת הקודקוד של הפונקציה, ושרטטו סקיצה לפי שלוש הנקודות שמצאתם.

א. $y = 2x^2 + 10x$ ב. $y = -10x^2 - 2x$ ג. $y = -x^2 + x$



6. שרטטו סקיצה של פרבולה שמשוואת ציר הסימטריה שלה היא $x = 7$. כמה פרבולות כאלה אפשר לשרטט? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלה.



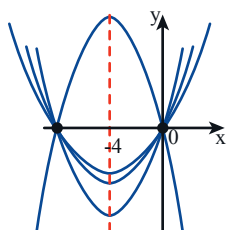
7. שרטטו פרבולה שנקודות האפס שלה הן $(0, 0)$ ו- $(5, 0)$. כמה פרבולות כאלה יש? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלה.



8. שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא $x = 7$ ואחת מנקודות האפס שלה היא $(0, 0)$. כמה פרבולות כאלה יש? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלה.



9. תנו דוגמה לחמש פונקציות המתאימות לסקיצה שלפניכם. מהי הצורה הכללית של הפונקציות שמצאתם? (תוכלו להיעזר בסיכום שבמסגרת האחרונה בשיעור).



10. שרטטו פרבולה שציר הסימטריה שלה הוא $x = 3$ ונקודת מינימום $(3, -2)$. כמה פרבולות כאלה יש? תנו דוגמה לשתי פרבולות כאלה.



שיעור 2. אותה פונקציה בהצגות שונות

לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $f(x)$:

הצגה מוזזת $f(x) = -2(x - 4)^2 + 18$
הצגה סטנדרטית $f(x) = -2x^2 + 16x - 14$
הצגה כמכפלה $f(x) = -2(x - 7)(x - 1)$

התוכלו להראות כי בשלוש ההצגות מתוארת אותה הפונקציה?
 מהו לדעתכם היתרון של כל אחת מן ההצגות?
 נלמד לקרוא מתוך הביטוי האלגברי את מאפייני הפונקציות.

הצגה מוזזת: $y = a(x - p)^2 + k$

1. שרטטו סקיצה מתאימה לפונקציה $f(x) = -2(x - 4)^2 + 18$.
 הסבירו איזה מידע על תכונות הפונקציה, אפשר לגלות מהמספרים המודגשים בחוק הפונקציה.



בהצגה המוזזת $y = a(x - p)^2 + k$ האותיות a, p, k (הנקראות **פרמטרים**), נותנות מידע על תכונות הפונקציה:

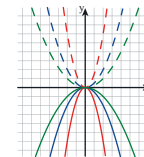
הפרמטר a נותן מידע על:

● **סוג הפרבולה:**

אם $a > 0$ הפרבולה ישרה ויש לה נקודת מינימום.
 אם $a < 0$ הפרבולה הפוכה ויש לה נקודת מקסימום.

● **מידת הכיווץ** של זרועות הפרבולה:

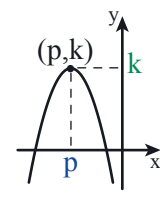
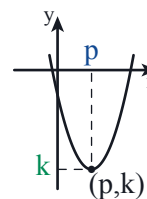
ככל ש $|a|$ גדול יותר, זרועות הפרבולה מכווצות יותר.



הפרמטרים p ו- k נותנים מידע על:

● **שיעורי נקודת הקודקוד** (p, k)

● **משוואת ציר הסימטריה** $x = p$



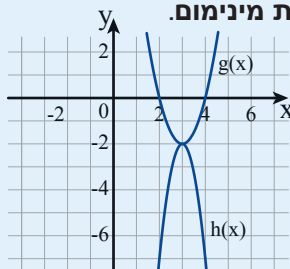
זלזלה:

הפונקציה $h(x) = -5 \cdot (x - 3)^2 - 2$

היא פרבולה הפוכה בעלת נקודת מקסימום.

הפונקציה $g(x) = 2 \cdot (x - 3)^2 - 2$

היא פרבולה ישרה בעלת נקודת מינימום.



זרועות הפרבולה $h(x)$

מכווצות יותר מאלה של $g(x)$

כי $| -5 | > | 2 |$

זלזלה:

● **שיעורי הקודקוד** של הפונקציות: $h(x) = -5(x - 3)^2 - 2$

$g(x) = 2(x - 3)^2 - 2$

הם: $(3, -2)$

● **משוואת ציר הסימטריה** של שתי הפונקציות היא: $x = 3$

הצגה כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

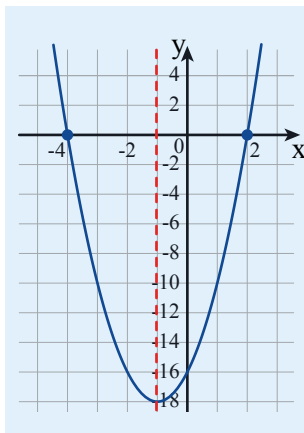
2. אלונה אמרה: כדי למצוא את שיעורי נקודות האפס של פונקציה $f(x)$, פותרים את המשוואה $f(x) = 0$. בהצגת הפונקציה כמכפלה, קל למצוא את נקודות האפס.

נתונה הפונקציה $f(x) = -2(x - 7)(x - 1)$.

מצאו את נקודות האפס של $f(x)$, מצאו מידע נוסף על הפונקציה $f(x)$, ושרטטו סקיצה מתאימה.



בהצגת הפונקציה כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, לפרמטר a אותו תפקיד כמו בהצגה המוזזת.



זלזל:

הפונקציה $g(x) = 2(x + 4)(x - 2)$

- שיעורי נקודות האפס: $(-4, 0)$, $(2, 0)$

- משוואת ציר הסימטריה:

$$x = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

בנוסף לכך:

x_2 ו- x_1 נותנים מידע על:

- **נקודות האפס:** $(x_2, 0)$, $(x_1, 0)$

- **משוואת ציר הסימטריה**

(האמצע בין x_1 ו- x_2):

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

הצגה סטנדרטית $y = ax^2 + bx + c$

3. נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 + 16x - 14$

א. מצאו את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר y .

ב. מה סוג הפרבולה של $f(x)$ (ישרה / הפוכה, נקודת מינימום / נקודת מקסימום)?

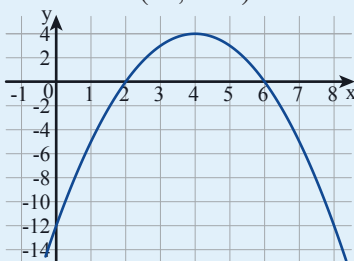
ג. שרטטו סקיצה מתאימה לפונקציה $f(x) = -2x^2 + 16x - 14$



בהצגה הסטנדרטית של הפונקציה $y = ax^2 + bx + c$ לפרמטר a אותו תפקיד כמו בהצגה המוזזת.

זלזל: הפונקציה $h(x) = -x^2 + 8x - 12$

- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y : $(0, -12)$



הפרמטר c נותן מידע על:

- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y . הנקודה על ציר y ולכן $x = 0$ אם נציב $x = 0$, נקבל $y = c$

בהמשך נלמד גם על תפקידו של הפרמטר b



4. לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $s(x)$:

הצגה הסטנדרטית
 $s(x) = x^2 - 4x - 5$

הצגה כמכפלה
 $s(x) = (x + 1)(x - 5)$

הצגה המוזזת
 $s(x) = (x - 2) - 9^2$

- א. הראו כי שלוש ההצגות מתארות את אותה הפונקציה.
 ב. הסתמכו על המידע הנתון בשלוש ההצגות, ומצאו את:
- שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים
 - משוואת ציר הסימטריה
 - שיעורי הקודקוד
- ג. שרטטו סקיצה של $s(x)$ וסמנו בה את שיעורי הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.



אוסף משימות



1. לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $f(x)$:

הצגה סטנדרטית
 $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

הצגה כמכפלה
 $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

הצגה מוזזת
 $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$

- א. הראו כי שלוש ההצגות מתארות אותה פונקציה.
 ב. הסתמכו על המידע הנתון בשלוש ההצגות, ומצאו את:
- נקודות החיתוך עם הצירים
 - משוואת ציר הסימטריה
 - נקודת הקודקוד
- ג. שרטטו סקיצה של הגרף של $f(x)$ וסמנו בה את הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.



2. אילו מהתכונות הבאות אפשר להסיק מתוך הביטוי האלגברי של כל אחת מהפונקציות, כמעט ללא חישובים:

$$h(x) = -2(x - 3)^2 - 2$$

$$g(x) = 3(x + 4)(x - 2)$$

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

- א. הפונקציה ריבועית בעלת נקודת מינימום
 או בעלת נקודת מקסימום
- ב. נקודות האפס של הפרבולה
- ג. ציר הסימטריה של הפרבולה
- ד. שיעורי הקודקוד של הפונקציה
- ה. מידת הכיווץ של זרועות הפרבולה
- ו. נקודת החיתוך עם ציר y



3. חקרו את הפונקציות הבאות.



$h(x) = -2(x - 4)^2 + 2$	$g(x) = (x + 4)(x - 2)$	חוק הפונקציה
		סקיצה
		משוואת ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקודקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



4. רשמו שתי תכונות לכל פונקציה.

זלמח: הפונקציה $f(x) = -3x^2 - 5$
 פרבולה הפוכה כי $a = -3$
 נקודת חיתוך עם ציר y $(0, -5)$

- א. $e(x) = -5x^2$ ג. $r(x) = 2(x - 5)^2 + 3$ ה. $g(x) = 3x^2 + x - 2$
 ב. $z(x) = (x - 5)(x + 3)$ ד. $s(x) = (x - 3)(x + 5)$ ו. $h(x) = (x - 3)^2 - 5$





שיעור 3. עוברים מהצגה להצגה

שימוש בטכניקה אלגברית

רחל שרטטה את הפרבולה $y = x^2$, הזיזה אותה 3 יחידות ימינה, ויחידה אחת למטה. רשמו את חוק הפונקציה שהתקבלה בשלושה אופנים:

<p>הצגה מוזזת</p> $y = a(x - p)^2 + k$ <p>$y = ?$</p>	<p>←</p> <p>הצגה סטנדרטית</p> $y = ax^2 + bx + c$ <p>$y = ?$</p>	<p>←</p> <p>הצגה כמכפלה</p> $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ <p>$y = ?$</p>
--	---	---

נלמד לעבור בין ההצגה המוזזת – להצגה הסטנדרטית – להצגה כמכפלה ובחזרה.

מהצגה מוזזת להצגות אחרות

- 1.** נתונה פונקציה בהצגה המוזזת: $f(x) = (x - 2)^2 - 16$
- פשטו את הביטוי האלגברי ורשמו את $f(x)$ בהצגה סטנדרטית.
 - פרקו לגורמים את הביטוי שקיבלתם בסעיף א (פירוק לפי הטרינום) ורשמו את $f(x)$ כמכפלה.
 - שרטטו סקיצה של $f(x)$ וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלוש ההצגות.



אם פונקציה נתונה בהצגה מוזזת, אפשר לעבור אל הצגה סטנדרטית על ידי פישוט, ואל הצגה כמכפלה – על ידי פירוק לגורמים.

זלזל:

<p>הצגה מוזזת</p> $(x - 2)^2 - 16$	<p>← פישוט</p> <p>הצגה סטנדרטית</p> $x^2 - 4x - 12$	<p>← פירוק לגורמים</p> <p>הצגה כמכפלה</p> $(x - 6)(x + 2)$
------------------------------------	---	--

מהצגה כמכפלה להצגות אחרות

- 2.** נתונה פונקציה בהצגה כמכפלה: $g(x) = (x - 2)(x + 8)$
- כיצד אפשר לעבור מהצגה כמכפלה להצגה מוזזת?
- נעמי אמרה:** שיעורי נקודות האפס: $(-8, 0)$; $(2, 0)$



ציר הסימטריה עובר בין שתי נקודות האפס, כלומר $x = -3$
 מציבים $x = -3$ בחוק הפונקציה ומוצאים כי $y = -25$
 ← **שיעורי הקודקוד** (נקודת המינימום): $(-3, -25)$
 ← **ההצגה המוזזת היא:** $g(x) = (x + 3)^2 - 25$

- בחרו בהצגה כמכפלה או בהצגה מוזזת של $g(x)$, פשטו את הביטוי האלגברי, ורשמו את $g(x)$ בהצגה סטנדרטית.
- שרטטו סקיצה של $g(x)$ וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלוש ההצגות.



אם פונקציה נתונה בהצגה כמכפלה, אפשר לעבור אל ההצגה המוזזת על ידי מציאת ציר הסימטריה ושיעורי הקודקוד על סמך נקודות האפס.

צילום:

הצגה כמכפלה
 $g(x) = (x - 2)(x + 8)$



הצגה מוזזת
 $g(x) = (x + 3)^2 - 25$

נקודות האפס: $x_1 = 2$, $x_2 = -8$, ציר הסימטריה $x = \frac{2-8}{2} = -3$, נקודת הקודקוד $(-3, -25)$

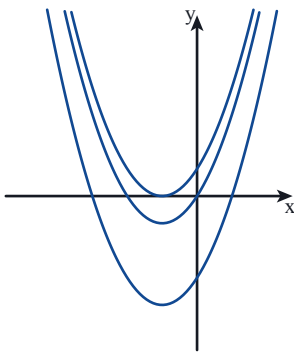
3. נתונה פונקציה בהצגה סטנדרטית: $h(x) = x^2 - 2x - 3$.

א. פרקו לגורמים את הביטוי האלגברי (פירוק לפי הטרינום) ורשמו את $h(x)$ כמכפלה.

ב. מצאו את משוואת ציר הסימטריה ואת שיעורי נקודת הקודקוד.

ג. מהי ההצגה המוזזת של $h(x)$?

ד. שרטטו סקיצה של $h(x)$ וסמנו בה את כל המידע שקיבלתם משלוש ההצגות.



4. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות בהצגה הסטנדרטית שלהן:

$$f(x) = 2x^2 + 4x \quad g(x) = 2x^2 + 4x - 6 \quad h(x) = 2x^2 + 4x + 2$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה (אפשר להיעזר ב-c).

ב. לכל פונקציה, מצאו בדרך אלגברית את:

– שיעורי נקודות האפס

– משוואת ציר הסימטריה

– שיעורי נקודת הקודקוד

– שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y

– שיעורי x, כאשר: $g(x) = 10$; $f(x) = 6$

בדקו את תשובתכם בעזרת הגרפים.



אוסף משימות



1. א. נתונה פונקציה בהצגה מוזזת: $f(x) = (x - 5)^2 - 1$.

פשוטו את הביטוי האלגברי ורשמו את $f(x)$ בהצגה הסטנדרטית.

ב. נתונה פונקציה בהצגה הסטנדרטית: $g(x) = x^2 - 10x + 24$.

פרקו לגורמים (לפי פירוק הטרינום) ורשמו את $g(x)$ כמכפלה.

ג. אם עניתם נכון, מצאתם כי $f(x) = g(x)$.

שרטטו סקיצה וסמנו בה את כל המידע שמצאתם בהצגות השונות של הפונקציה.



2. העתיקו את הטבלה והשלימו בה את ההצגות השונות של כל פונקציה.

הצגה כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	הצגה הסטנדרטית $y = ax^2 + bx + c$	הצגה מוזזת $y = a(x - p)^2 + k$
		$f(x) = (x - 2)^2 - 25$
$g(x) = (x + 6)(x - 6)$		
	$h(x) = x^2 + 5x - 50$	



3. העתיקו את הטבלה והשלימו בה את ההצגות השונות של כל פונקציה.

הצגה כמכפלה $y = a(x - x_1)(x - x_2)$	הצגה הסטנדרטית $y = ax^2 + bx + c$	הצגה מוזזת $y = a(x - p)^2 + k$
		$f(x) = 2(x - 4)^2 - 2$
$g(x) = -(x + 6)(x - 4)$		
	$h(x) = 3x^2 - 6x - 9$	



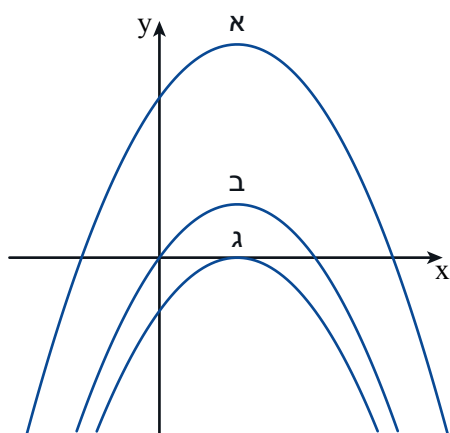
4. חקרו את הפונקציות הבאות:



$h(x) = -2(x + 5)^2 - 7$	$g(x) = (x + 7)(x - 5)$	$f(x) = x^2 - 8x - 20$	חוק הפונקציה
			סקיצה
			משוואת ציר הסימטריה
			שיעורי נקודת הקודקוד
			שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודת אפס, $y = 0$)
			שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
			תחום עלייה של הפונקציה
			תחום ירידה של הפונקציה
			התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
			התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



5. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות בהצגה הסטנדרטית שלהן $y = ax^2 + bx + c$



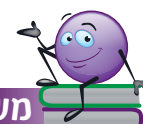
$$f(x) = -x^2 + 4x$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 4$$

$$h(x) = -x^2 + 4x + 12$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה (אפשר להיעזר ב- c).
ב. לכל פונקציה, מצאו בדרך אלגברית את:

- נקודות האפס
- משוואת ציר הסימטריה
- שיעורי נקודת הקודקוד
- שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y
- בדקו תשובותיכם בעזרת הגרפים.



משימות נוספות



6. חקרו את הפונקציות הבאות:



$h(x) = -3(x + 1)^2 + 12$	$f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$	חוק הפונקציה
		סקיצה
		משוואת ציר הסימטריה
		שיעורי נקודת הקודקוד
		שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
		שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
		תחום עלייה של הפונקציה
		תחום ירידה של הפונקציה
		התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
		התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)



7. בכל סעיף, מצאו את משוואת ציר הסימטריה של הפונקציות

א. $y = -2(x - 1)(x + 4)$

ב. $y = 3(x - 4)^2 + 1$

ג. $y = 3(x - 4)(x + 2)$



8. בכל סעיף, מצאו את משוואת ציר הסימטריה של הפונקציות.

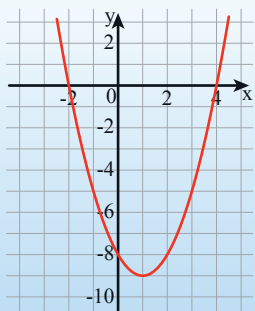
א. $y = -2(3x - 1)(x + 4)$

ב. $y = -3(x + 4)^2 + 1$

ג. $y = 3(2x - 4)(x + 2)$

שיעור 4. מן התכונות אל הפונקציה

בחירת הצגה של פונקציה ריבועית לפי תכונות נתונות



נתון גרף של פונקציה ריבועית שבה $a = 1$.
התוכלו לגלות מן השרטוט מהו חוק הפונקציה?

נלמד על ההצגה האלגברית של פונקציה לפי תכונותיה.

1. נעמי אמרה: לפי השרטוט, נקודות האפס הן $(-2, 0)$ $(4, 0)$

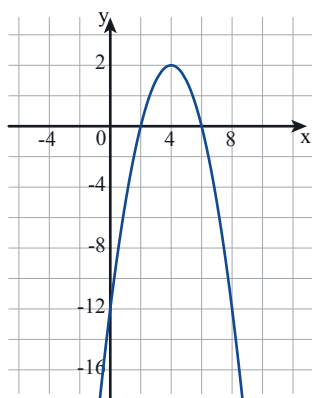
לכן, הפונקציה היא $f(x) = (x + 2)(x - 4)$

יפעת אמרה: לפי השרטוט, נקודת הקודקוד היא $(1, -9)$

לכן, הפונקציה היא $f(x) = (x - 1)^2 - 9$

א. מי צודקת? הסבירו.

ב. מצאו את ההצגה הסטנדרטית של $f(x)$.



2. לפניכם גרף של פונקציה ריבועית שבה $a = -1$

מהו חוק הפונקציה?

קשמו את הפונקציה בשלוש ההצגות: מוזזת, סטנדרטית וכמכפלה.

3. בכל סעיף, מצאו דוגמה לפונקציה מתאימה:

א. נקודות האפס: $(-1, 0)$ $(3, 0)$

ב. נקודת הקודקוד: $(-9, 5)$

ג. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 2)$

ד. משוואת ציר הסימטריה: $x = 4$

ה. פרבולה הפוכה ו- "מידת הכיווץ" של זרועות הפרבולה היא: $|a| = 0.5$

כמה פונקציות מתאימות יש לכל סעיף? הסבירו.

4. התאימו פונקציה לכל תכונה.

פונקציות

$$f(x) = -2(x + 1)^2 + 3$$

$$g(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$h(x) = (x - 3)(x + 1)$$

תכונות

א. שיעורי נקודות האפס: $(-1, 0)$ $(3, 0)$

ב. שיעורי נקודת הקודקוד: $(-1, 3)$

ג. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 1)$

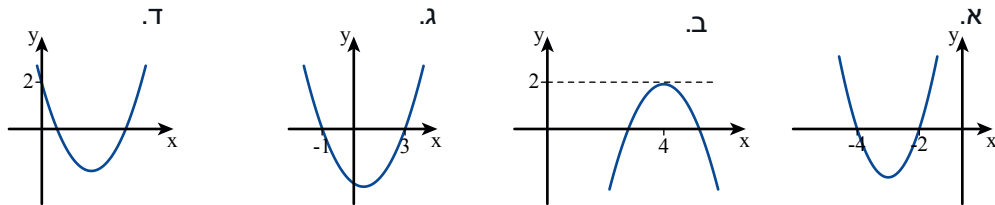
5. בכל סעיף, מצאו דוגמה לפונקציה מתאימה.

א. פרבולה ישרה, ומשוואת ציר הסימטריה $x = -2$

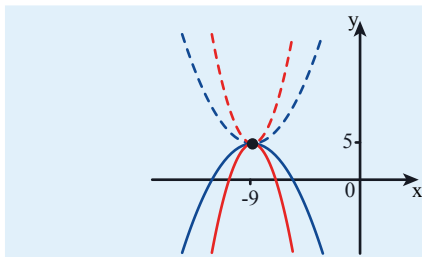
ב. פרבולה הפוכה, משוואת ציר הסימטריה $x = -2$, ואחת מנקודות האפס היא $(0, 0)$

ג. משוואת ציר הסימטריה $x = -2$ ונקודת מינימום $(-2, 5)$

6. מצאו פונקציה מתאימה לכל סקיצה.



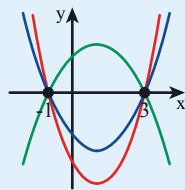
ראינו כי אפשר לקבל מידע על חוק הפונקציה לפי תכונותיה.



צולמאות: במשימה 3,

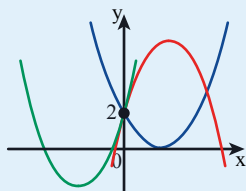
אם נקודת הקודקוד היא: $(-9, 5)$,
הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = a(x + 9)^2 + 5$$



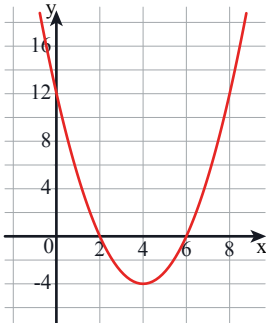
אם נקודות האפס הן: $(-1, 0)$, $(3, 0)$,
הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = a(x + 1)(x - 3)$$



אם נקודת החיתוך עם ציר y היא: $(0, 2)$,
אז הפונקציות המתאימות הן מהצורה:

$$y = ax^2 + bx + 2$$



1. לפניכם גרף של פונקציה ריבועית שבה $a = 1$.
 מהו חוק הפונקציה?
 רשמו את הפונקציה בשלוש ההצגות: מוזזת, סטנדרטית וכמכפלה.



2. בכל סעיף, תנו דוגמה לפונקציה מתאימה.
 א. נקודות האפס: $(-1, 0)$ $(5, 0)$
 ב. נקודת הקודקוד: $(3, 5)$
 ג. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 5)$



3. בכל סעיף, תנו דוגמה לפונקציה מתאימה.
 א. נקודות האפס: $(-1, 0)$ $(5, 0)$
 ב. נקודת הקודקוד: $(3, 5)$
 ג. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, 5)$
 ד. משוואת ציר הסימטריה: $x = -7$
 ה. פרבולה הפוכה, "מידת הכיווץ" של זרועות הפרבולה היא: $a = 3$



4. בכל סעיף, תנו דוגמה לפונקציה מתאימה.
 א. פרבולה הפוכה, ומשוואת ציר הסימטריה $x = -1$
 ב. פרבולה ישרה, משוואת ציר הסימטריה $x = -2$, ואחת מנקודות האפס היא $(1, 0)$
 ג. משוואת ציר הסימטריה $x = 3$ ונקודת מינימום $(3, 5)$



5. התאימו פונקציה לכל תכונה.

פונקציות

$$f(x) = -2(x - 5) + 2$$

$$h(x) = (x + 5)(x - 2)$$

תכונות

א. נקודות האפס: $(-5, 0)$ $(2, 0)$

ב. נקודת הקודקוד: $(5, 2)$



6. התאימו פונקציה לכל תכונה.

תכונות

א. נקודת הקודקוד: $(-5, 3)$

ב. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, -5)$

ג. נקודות האפס: $(-5, 0)$ $(3, 0)$

פונקציות

$$f(x) = -2(x + 5) + 3$$

$$h(x) = (x - 3)(x + 5)$$

$$g(x) = 3x^2 - 3x - 5$$



7. התאימו תכונה אחת לכל פונקציה.

תכונות

א. נקודת חיתוך עם ציר y $(0, -2)$

ב. נקודת מכסימום $(0, -5)$

ג. נקודות אפס $(-5, 0)$ $(3, 0)$

ד. נקודת מינימום $(3, -5)$

ה. ציר סימטריה: $x = 0$

ו. נקודת מינימום $(5, 3)$

פונקציות

$$f(x) = -3x^2 - 5$$

$$g(x) = 3x^2 + x - 2$$

$$h(x) = (x - 3)^2 - 5$$

$$r(x) = 2(x - 5)^2 + 3$$

$$s(x) = (x - 3)(x + 5)$$

$$e(x) = 5x^2$$



משימות נוספות



8. א. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה $y = (x - 1)(x - 5)$? (אפשר להיעזר בסקיצה מתאימה).

ב. הזיזו את הפרבולה $y = (x - 1)(x - 5)$ כך שציר הסימטריה שלה יהיה $x = 6$.

רשמו את חוק הפונקציה המתקבלת ומצאו את שיעורי נקודות החיתוך שלה עם הצירים.



9. א. הזיזו את הפרבולה $y = x^2$ כך שתתקבל הפרבולה $f(x) = x^2 + 4x + 4$ מצאו את שיעורי נקודות האפס.

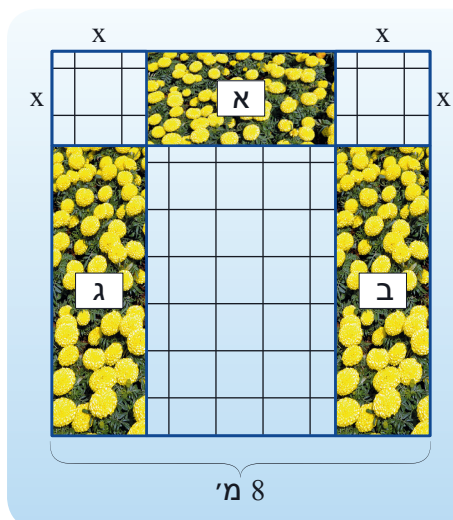
הדרכה: רשמו את חוק הפונקציה $f(x)$ כמכפלה.

ב. הזיזו את הפרבולה $y = x^2$ כך שתתקבל הפרבולה $g(x) = x^2 + 4x + 7$ האם לפונקציה יש נקודות אפס? אם כן, מהן? אם לא, הסבירו.

הדרכה: אפשר לרשום את חוק הפונקציה כך:
$$g(x) = x^2 + 4x + 4 + 3 = \underbrace{(x^2 + 4x + 4)}_{(x+2)^2} + 3$$

שיעור 5. תכנון גינת פרחים

פתרון משוואות מהצורה $ax^2 + bx + c = 0$



לעינת שטח אדמה בצורת ריבוע שצלעו 8 מטרים.
עינת מתכננת לשתול בגינה שלוש חלקות פרחים (א - ג)
ולרצף את השאר - לפי האיור:
השלימו ביטויים מתאימים למידות שלוש חלקות הפרחים.

נברר: מה צריך להיות אורך צלע הריבוע הקטן (x),
כדי שהשטח המיועד לפרחים יהיה גדול ככל האפשר?

1. השלימו בטבלה שטחים המיועדים לפרחים לפי מידת צלע הריבועים הקטנים.

שטח כולל של חלקות הפרחים (שטחים א + ב + ג)	שטח חלקות ב + ג	שטח חלקה א	אורך צלע ריבוע
			1
			3
			x

2. א. גל תכנן גינה בה השטח המיועד לפרחים הוא 32 מ"ר.
מהו אורך צלע הריבועים הקטנים בגינה של גל?

גל אמר: הפונקציה המתארת את השטח המיועד לפרחים (א + ב + ג) היא $y = -4x^2 + 24x$.

לכן, צריך לפתור את המשוואה: $-4x^2 + 24x = 32$

$$-4x^2 + 24x - 32 = 0 \quad / : (-4)$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{או} \quad x - 4 = 0$$

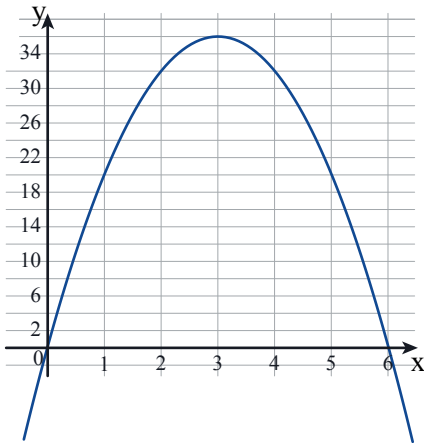
$$x_1 = 2 \quad \text{או} \quad x_2 = 4$$

שרטטו על נייר משובץ סקיצה של שתי החלקות לפי התכנון של גל.
מהו גודל השטח המרוצף בכל אחד מהמקרים?

ב. אלונה תכננה גינה בה השטח המיועד לפרחים הוא 20 מ"ר.

מהו אורך צלע הריבועים הקטנים בגינה של אלונה?

האם שני הפתרונות שקיבלתם מתאימים לסיפור?



3. עדי שרטטה במחשב את גרף הפונקציה $f(x) = -4x^2 + 24x$

- א. הסבירו כיצד אפשר לגלות מתוך הגרף את התכונן הדרוש:
 – לגינה של גל (32 מ"ר של פרחים).
 – לגינה של אלונה (20 מ"ר של פרחים).
 ב. איזה חלק של הגרף מתאים לסיפור? הסבירו.
 ג. מהו תחום העלייה ומהו תחום הירידה של הפונקציה?
 מהי המשמעות של תחומים אלה בסיפור?

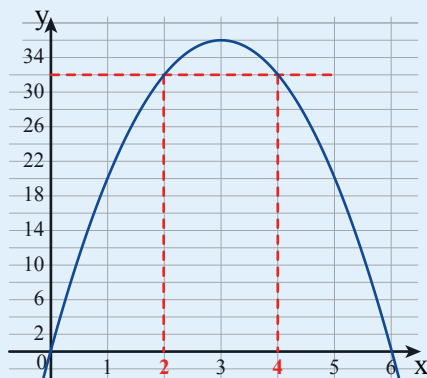
4. עינת רוצה ששטח חלקות הפרחים שלה יהיה מכסימאלי. מה צריך להיות אורך צלע הריבוע הקטן? מצאו את התשובה בדרך אלגברית ובדקו תשובתכם בעזרת הגרף.



בפעילות זו פתרנו משוואות ריבועיות באופן אלגברי (על ידי שימוש בפירוק לגורמים) ובאופן גרפי.
זלזלה:

במשימות 2 ו-3 פתרנו את המשוואה: $-4x^2 + 24x = 32$

באופן גרפי:
 שרטטנו את גרף הפונקציה $f(x) = -4x^2 + 24x$
 וחיפשנו את הערך המתאים $f(x) = 32$

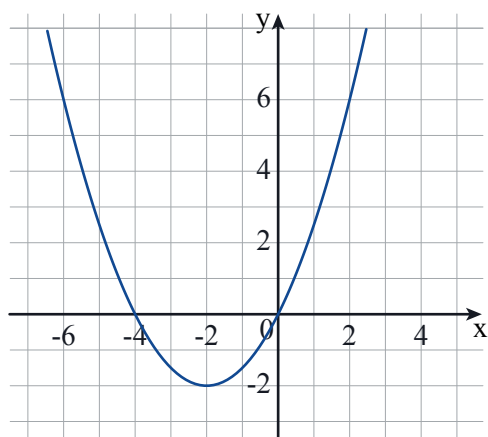


מצאנו: $f(2) = 32$ וגם $f(4) = 32$
 כלומר, פתרונות המשוואה:
 $x_1 = 2, x_2 = 4$

באופן אלגברי:

$$\begin{aligned} -4x^2 + 24x &= 32 \quad / -32 \\ -4x^2 + 24x - 32 &= 0 \quad / : (-4) \\ x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ (x - 4)(x - 2) &= 0 \quad \text{פירוק לגורמים:} \\ x - 2 = 0 \quad \text{או} \quad x - 4 &= 0 \\ \text{פתרונות המשוואה:} \\ x_1 = 2, x_2 &= 4 \end{aligned}$$

בהמשך נלמד דרכים נוספות לפתרון משוואות מהצורה $ax^2 + bx + c = 0$



1. לפניכם שרטוט של גרף הפונקציה $y = 0.5x^2 + 2x$. פתרו את המשוואות הבאות, בעזרת הגרף.

א. $0.5x^2 + 2x = 0$

ב. $0.5x^2 + 2x = 6$

ג. $0.5x^2 + 2x = -2$

ד. $0.5x^2 + 2x = -4$



2. פתרו את המשוואות.

א. $3x^2 + 6x = 9$ ב. $2x^2 - 16x = -30$ ג. $-2x^2 - 8x + 10 = 0$



3. פתרו את המשוואות הרשומות בטבלה, העתיקו את הטבלה ורשמו את הפתרונות בעמודות המתאימות בטבלה.

ריבוע הקסם:

רשמו את הפתרונות בהתאם לאותיות בריבוע הקסם. אם פתרתם נכון, סכום המספרים בכל שורה, עמודה ואלכסון – שווים.

א	ב	ג
ד	ה	ו
ז	ח	ט

הפונקציה	הפיתרון הגדול יותר	הפיתרון הקטן יותר
$x^2 - 18x = 0$	ב	א
$x^2 + 8x + 12 = 0$	ד	ג
$x^2 - 14x + 40 = 0$	ו	ה
$x^2 - 4x - 140 = 0$	ז	ח
$x^2 - 16x + 64 = 0$	ט	ט



4. גילה בחרה מספר (x) , כפלה אותו במספר הקטן ממנו ב-6, והוסיפה למכפלה את המספר 5.
 א. רשמו את חוק הפונקציה $f(x)$, המתאימה למספר שגילה בחרה (x) , את התוצאה שקיבלה.
 ב. פשוטו את חוק הפונקציה $f(x)$ ככל האפשר. רשמו את הפונקציה בהצגתה הסטנדרטית ובהצגתה כמכפלה.
 ג. עבור אילו מספרים שתבחר גילה, היא תקבל כתוצאה אפס?
 ד. שרטטו סקיצה של הפונקציה $f(x)$, סמנו עליה את נקודות האפס ומצאו את משוואת ציר הסימטריה.
 ה. מהי התוצאה המינימאלית שגילה יכולה לקבל?
 ו. מצאו זוג מספרים שגילה יכולה לבחור, ועבורם תתקבל אותה התוצאה. כמה זוגות כאלה יש? הסבירו.

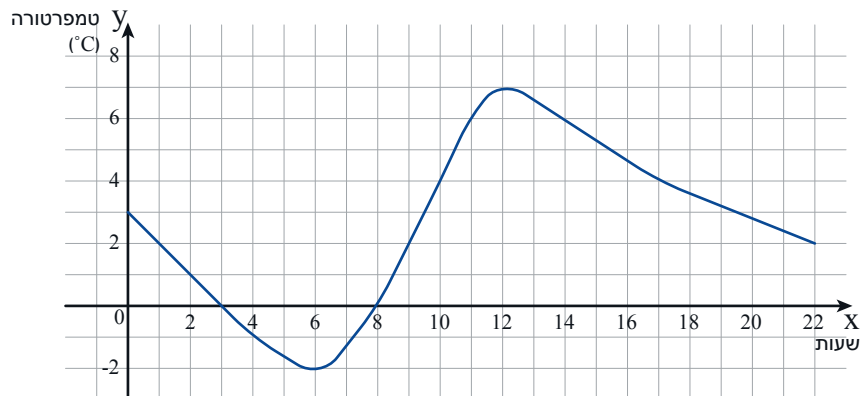


שומרים על כושר

1. פשטו את הביטויים.

ה. $(x + 1)(x + 2) - 2x^2 - 3x$	א. $x(x + 8) - 2(4x + 1)$
ו. $(x + 2)^2 + (x + 3)^2$	ב. $(x + 3)^2 - 6x - 9$
ז. $2x(x - 2) - 4(x - 2)$	ג. $x(x + 4) - 4x - 3x^2$
ח. $x(x - 1) + x(x + 2)$	ד. $x^2 + x(x + 3)$

2. הגרף שלפניכם מתאר את הטמפרטורה במעלות צלסיוס ($^{\circ}\text{C}$) שנמדדה בירושלים ביום קר.



- א. מה הייתה הטמפרטורה בשעה 4:00? בשעה 11:00? בשעה 17:00?
 ב. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 2°C ?
 ג. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
 ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? מה הייתה טמפרטורה זו?
 ה. מה הייתה הטמפרטורה כשהתחילו למדוד?
 ו. באילו שעות נמדדה טמפרטורה של 0°C ?
 ז. בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה חיובית? בין אילו שעות נמדדה טמפרטורה שלילית?
 ח. הנקודה (3, 19) נמצאת על גרף הפונקציה. הסבירו את משמעותה.
 ט. בין אילו שעות הטמפרטורה עלתה? בין אילו שעות הטמפרטורה ירדה?

3. לפניכם מלבנים ובתוכם ביטויים המבטאים את שטח המלבן. לכל מלבן, הציעו ביטויים אפשריים המייצגים את אורכי צלעותיו.

ג. $4x^2 - 12x + 9$	ב. $x^2 - 4x - 12$	א. $9x^2 - 100$
------------------------	-----------------------	--------------------

4. פתרו את המשוואות.

ה. $(4x - 1)^2 = 0$	ג. $3x^2 + 6 = 0$	א. $(x - 6)(x + 6) = 0$
ו. $x^2 - 11x + 30 = 0$	ד. $x^2 - 6x - 7 = 0$	ב. $(16 - x^2)x = 0$