

יחידה 8: מקבילית

שיעור 1. הגדרות וזיהוי

מצאנו מקביליות בהן משתמשים בסביבה ובחיי היום-יום.



- בדרגות בצה"ל:



של איזו מדינה דגל זה?



של איזו מדינה דגל זה?

- בדגלים:



איזה תחזוק זה?



איזה תחזוק זה?

- בתמרורים וסימני תנועה:



- באריזות אוכל:

חפשו בבית ובאינטרנט מקביליות נוספות, הנמצאות בסביבה.

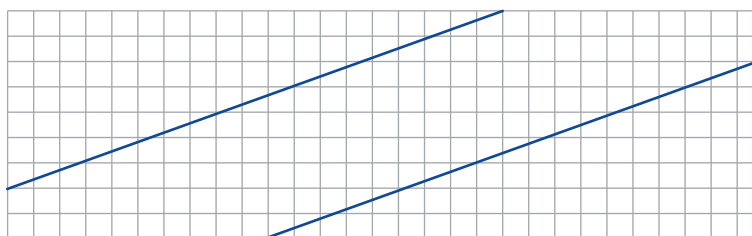
נגדיר מקביליות ונלמד לזהותן.



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות באמצעות מחשב, נמצאת פעילות, הנקראת "זוגות של מקבילים". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות. באמצעות פעילות זו תוכלו להגדיר מהי מקבילית.



2. א. בשרטוט זוג ישרים מקבילים. העתיקו למחברתכם.
שרטוט זוג נוסף של ישרים מקבילים החותכים את הזוג הראשון.



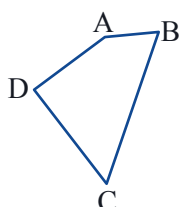
איזה מרובע התקבל?

- ב. שרטטו בדרך זו, שני מרובעים נוספים, שונים מהקודם.
ג. איזה מרובעים התקבלו?
במה הם דומים ובמה הם שונים זה מזה: בגודל הזוויות? באורכי הצלעות? בהקבלה של הצלעות?



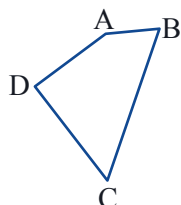
הגדרה: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות נקרא **מקבילית**.

הגדרה היא הסבר של מושג חדש על סמך מושגים קודמים.
הגדרנו **מקבילית** על סמך המושגים **מרובע וצלעות נגדיות**, שהוגדרו בכיתה ז (ראו תזכורת).



תזכורת

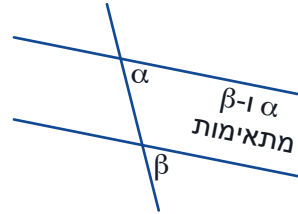
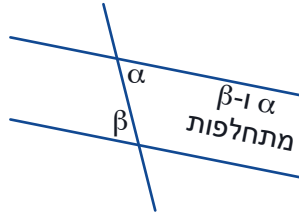
מרובע הוא מצולע בעל ארבע צלעות.
זוג צלעות **שיש** להן קודקוד משותף נקראות צלעות סמוכות.
זוג צלעות **שאין** להן קודקוד משותף נקראות צלעות נגדיות.



3. א. רשמו זוג של צלעות סמוכות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ב. רשמו זוג של צלעות נגדיות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ג. הגדירו מהן זוויות סמוכות במרובע ומהן זוויות נגדיות במרובע.
ד. רשמו זוג של זוויות סמוכות במרובע ABCD, שבשרטוט.
ה. רשמו זוג של זוויות נגדיות במרובע ABCD, שבשרטוט.



למדנו לזהות הקבלה של ישרים בעזרת **זוויות מתחלפות שוות** ו**זוויות מתאימות**.



תזכורת

נתונים שני ישרים וישר החותך אותם:

אם נמצא זוג זוויות **מתחלפות שוות**, או זוג זוויות **מתאימות שוות**, אז הישרים **מקבילים**.

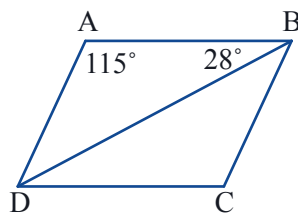
וגם ההיפך מתקיים:

אם **ישרים מקבילים**, אז כל זוג של זוויות **מתחלפות שוות** וכל זוג של זוויות **מתאימות שוות**.

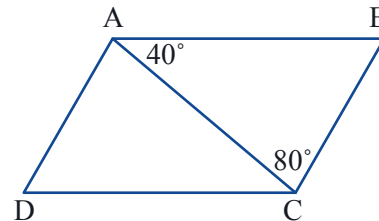
4. המרובע ABCD הוא מקבילית.

חשבו את זוויות המקבילית, על פי הנתונים שבשרטוט.

ב.

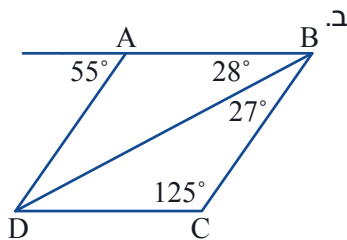


א.

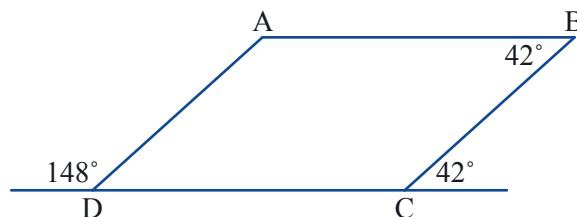


5. קבעו על סמך הנתונים שבשרטוט, אם המרובע הוא מקבילית.

ב.



א.



6. א. על מה הסתמכנו כדי למצוא, את הגדלים של הזוויות, במשימה 4?

ב. איך זיהינו, אם המרובע הוא מקבילית, במשימה 5?



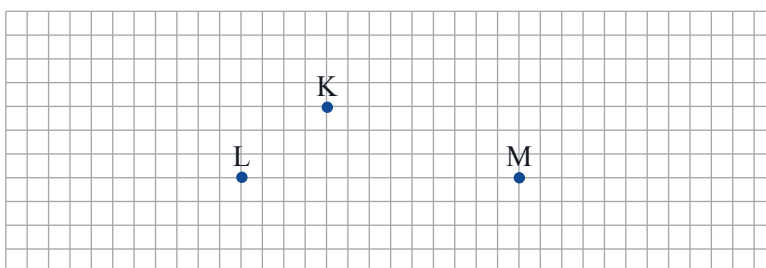
אוסף משימות



1. חפשו מקבילות בסביבה.



2. הנקודות K, L ו-M הן שלושה קודקודים של מקבילית. העתיקו אותן על דף משובץ.
א. השתמשו בהגדרה ושרטטו מקבילית.



ב. שרטטו עוד שתי מקבילות שהנקודות K, L ו-M הן שלושה מקודקודיה.



3. בכל סעיף, שרטטו מרובע מתאים, שאינו מקבילית.

א. זוג צלעות מקבילות.

ב. זוג צלעות נגדיות שוות.

ג. זוג זוויות נגדיות שוות.



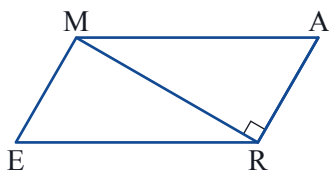
4. נתון: המרובע MARE הוא מקבילית.

האלכסון MR מאונך לצלע RA

$$\sphericalangle E = 45^\circ$$

א. כתבו את הנתונים בכתיב מתמטי.

ב. חשבו את הזוויות בשרטוט, ומצאו משולשים שווים שוקיים.



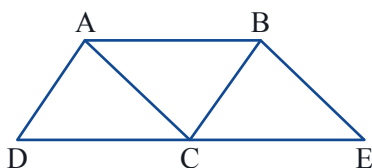
5. נתון: ABCD מקבילית.

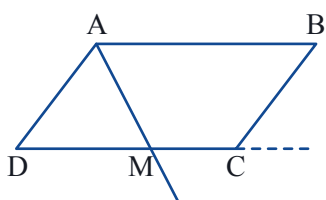
ABEC מקבילית.

$$\sphericalangle E = 45^\circ$$

$$\sphericalangle ABC = 55^\circ$$

העתיקו את השרטוט, רשמו בו את הנתונים וחשבו את כל הזוויות.

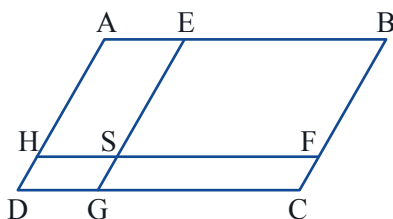
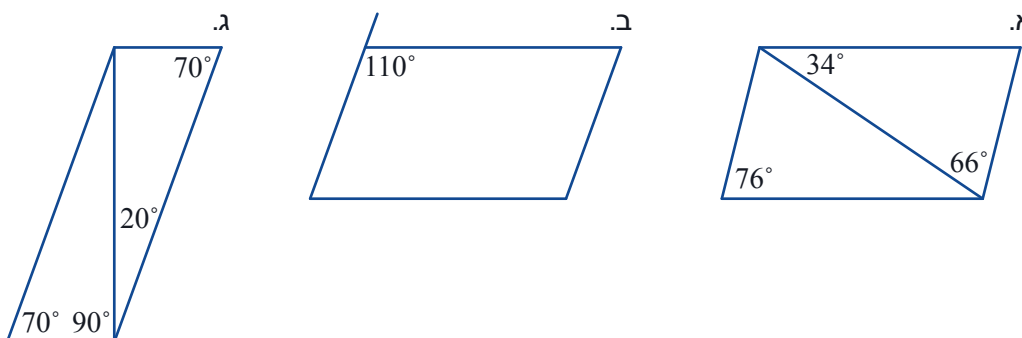




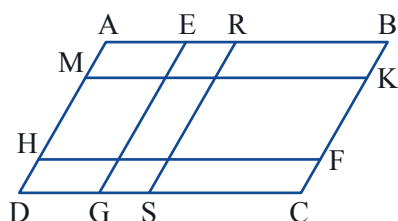
6. נתון: המרובע ABCD הוא מקבילית
 \sphericalangle DAB חוצה את AM
 \sphericalangle AMD = 50°
 חשבו את זוויות המקבילית.



7. קבעו על סמך הנתונים שבשרטוט, אם אפשר להסיק שהמרובעים הם מקביליות. הסבירו.

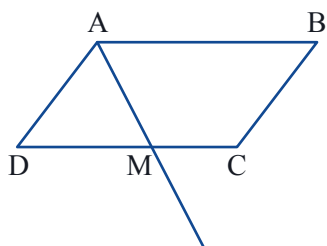
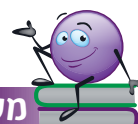


8. נתון: $AB \parallel HF \parallel DC$
 $AD \parallel EG \parallel BC$
 כמה מקביליות בשרטוט?
 רשמו אותן.

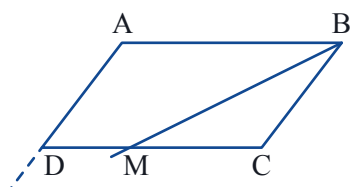


9. נתון: $AB \parallel MK \parallel HF \parallel DC$
 $AD \parallel EG \parallel RS \parallel BC$
 כמה מקביליות בשרטוט?

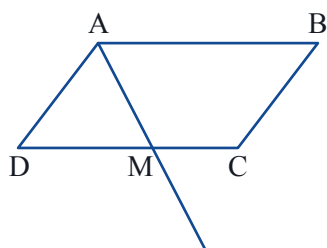




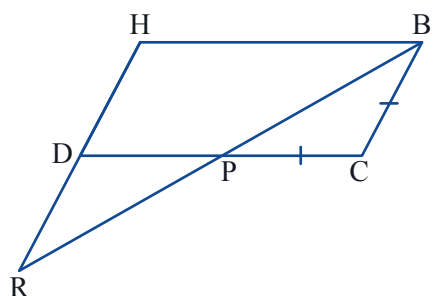
10. נתון: ABCD מקבילית.
 AM חוצה את זווית DAB.
 הוכיחו כי משולש ADM שווה שוקיים.
 (רשמו מה נתון, מה צ"ל ואת ההוכחה.)



11. נתון: ABCD מקבילית.
 BM חוצה את זווית ABC.
 המשיכו את הצלע AD עד לנקודת החיתוך עם חוצה הזווית.
 מצאו בשרטוט משולשים שווי שוקיים והוכיחו.



12. במקבילית ABCD שרטטו קטע AM כך ש: $AD=DM$
 הוכיחו כי AM חוצה את זווית A.
 (רשמו מה נתון, מה צ"ל ואת ההוכחה.)

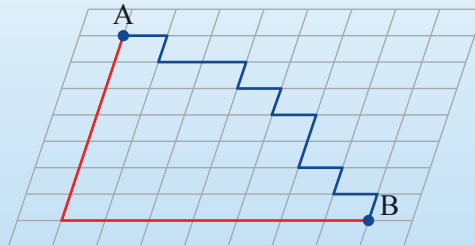


13. נתון: ABCD מקבילית
 $BC = CP$
 א. האם אפשר להסיק $\triangle DPR \cong \triangle CPB$?
 אם כן, הוכיחו.
 אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
 ב. האם $\triangle DPR \sim \triangle CPB$? הסבירו.
 ג. רשמו נתון נוסף, כך שהמשולשים יהיו חופפים.

שיעור 2. מהגדרה לתכונות



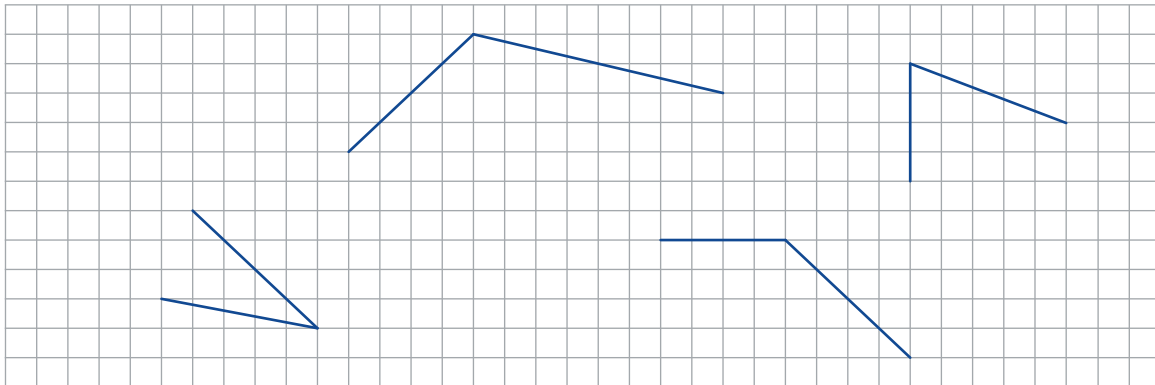
בעיר מק במדינת בילית הרחובות יוצרים רשת של מקביליות כבתמונה.
דן הלך מנקודה A לנקודה B במסלול הכחול.
גד טען שהוא יכול לקצר את הדרך. הוא הלך במסלול האדום.
 האם גד צודק?



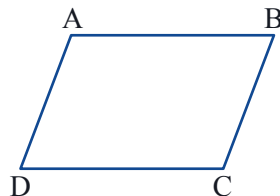
נכיר תכונות של צלעות זוויות במקבילית.

צלעות במקבילית

1. בשרטוטים שלפניכם זוגות של צלעות סמוכות של מקבילית.
 א. העתיקו לדף משובץ והשלימו את שרטוט המקביליות, בעזרת מקבילים לצלעות המשרטטות.

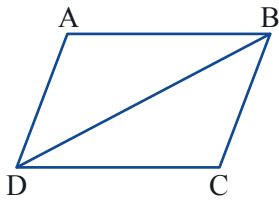


- ב. מצאו תכונה נוספת של צלעות נגדיות במקבילית, ונסחו את התכונה שמצאתם כמשפט.
 ג. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט שניסחתם.
 ד. הוכיחו שהאלכסון BD מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים.
 ה. השלימו את המשפט שניסחתם בסעיף ב.



משפט: במקבילית הצלעות הנגדיות שוות.

זוויות במקבילית



2. א. מהחפיפה שהוכחתם במשימה 1 נובע גם: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$ נמקו.
 ב. הוכיחו כי גם $\sphericalangle B = \sphericalangle D$
 ג. נסחו משפט מתאים.

3. משפט: הסכום של כל זוג זוויות סמוכות במקבילית שווה 180° .
 א. שרטטו מקבילית ורשמו בכתב מתמטי, מה נתון ומה צריך להוכיח.
 ב. הוכיחו את המשפט.

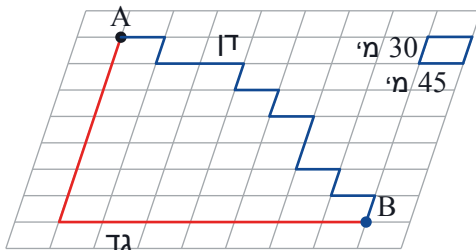


משפט: במקבילית, הזוויות הנגדיות שוות.

משפט: במקבילית, הסכום של כל זוג זוויות סמוכות שווה 180° .



4. נחזור לרשת הרחובות בעיר מק.



- א. מה המרחק שעבר **דן** מהנקודה A לנקודה B?
 מה המרחק שעבר **גד** מהנקודה A לנקודה B?
 על סמך איזו תכונה של המקבילית מצאתם את המרחק?

- ב. האם גד קיצר את הדרך?
 על סמך איזו תכונה של המקבילית תוכלו להסביר?

- ג. מהו **המרחק** הקצר ביותר על פני רשת הרחובות הזו?



תכונות המקבילית

הצלעות הנגדיות מקבילות

הצלעות הנגדיות שוות

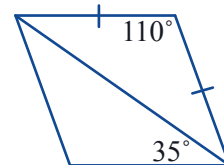
הזוויות הנגדיות שוות

סכום כל שתי זוויות סמוכות שווה 180°

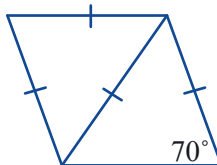


1. קבעו, באילו מקביליות הנתונים שגויים. הסבירו.

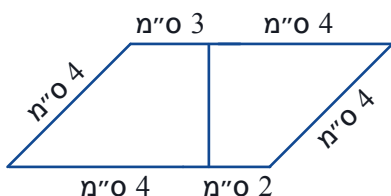
א.



ב.



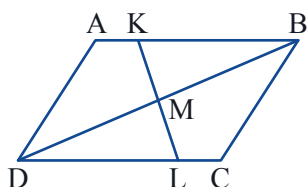
ג.



2. נתון: ABCD מקבילית

$$DM = MB$$

האם אפשר להסיק $\triangle KMB \cong \triangle LMD$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



3. נתון: ABCD מקבילית

P נקודה על AB

M נקודה על DC

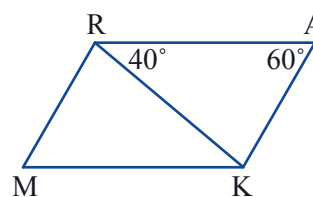
האם אפשר להסיק $\triangle ADM \cong \triangle BCP$?
אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



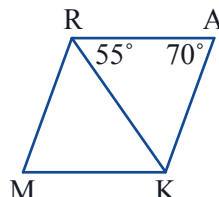
4. נתון: RAKM מקבילית.

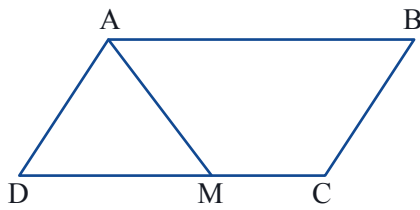
חשבו זוויות וקבעו בכל סעיף, אם האלכסון RK חוצה את הזוויות R ו-K.

א.



ב.

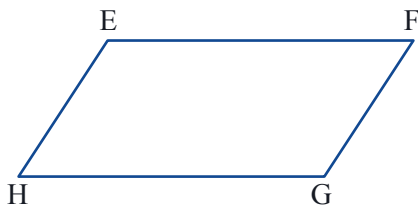




5. נתון: ABCD מקבילית.
 AM חוצה את זווית A.
 $AB = 11$ ס"מ, $BC = 7$ ס"מ
 חשבו את אורך MC.



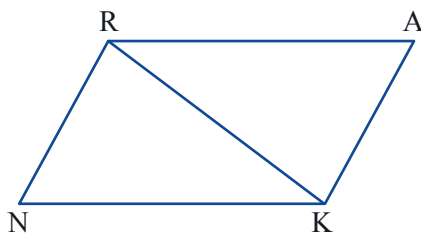
6. במקבילית EFGH חוצי הזוויות E ו-F נפגשים על הצלע GH בנקודה M.
מסקנה: $GH = 2 \cdot EH$.
 א. שרטטו, רשמו מה נתון, מה צ"ל, והוכיחו.
 ב. הוכיחו גם: $\sphericalangle EMF = 90^\circ$



7. נתון: EFGH מקבילית.
 חוצה הזווית E חותך את GH בנקודה M
 $GH = 2 \cdot EH$
מסקנה: FM חוצה את זווית F.
 שרטטו, רשמו מה נתון ומה צ"ל, והוכיחו.



8. רוני אמר: אני יכול להוכיח שהאלכסון במקבילית חוצה את הזוויות.
 מצאו את הטעות בהוכחה של רוני.



נימוק
 צלעות נגדיות במקבילית
 צלעות נגדיות במקבילית

הוכחה
 $RA = KN$

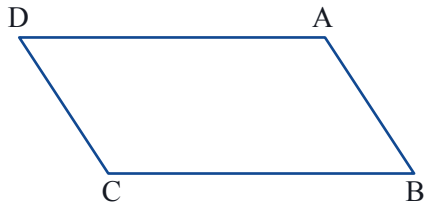
$RN = KA$

$RK = RK$

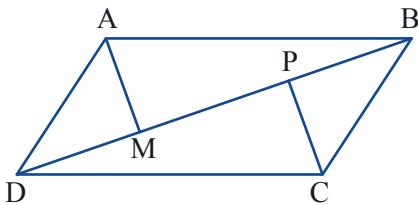
\Downarrow
 צ.צ.צ. $\Delta NRK \cong \Delta AKR$

\Downarrow
 $\sphericalangle RKN = \sphericalangle RKA$

\Downarrow
 $\sphericalangle NKA$ חוצה את RK



9. נתון: ABCD מקבילית.
 AH ו- CG גבהים לצלעות נגדיות של המקבילית. שרטטו.
 הוכיחו כי $AH = CG$



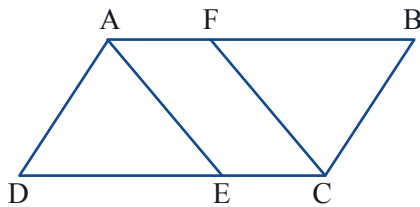
10. נתון: ABCD מקבילית.
 $AM \perp DB$
 $CP \perp DB$
 הוכיחו כי $AM = CP$



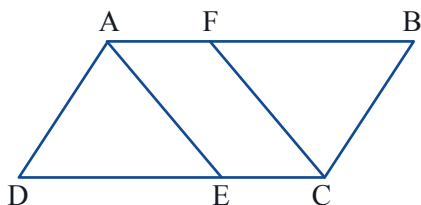
11. הסבירו מדוע מקבילית היא מרובע קמור. (היעזרו בתכונה של מקבילית: סכום כל שתי זוויות ...)
תזכורת: מצולע קמור הוא מצולע בו כל אחת מהזוויות קטנה מ- 180° .



משימות נוספות



12. נתון: ABCD מקבילית.
 AE חוצה את זווית A
 CF חוצה את זווית C
 $\sphericalangle DAB = 124^\circ$
 חשבו זוויות, והראו כי AECF מקבילית.



13. נתון: ABCD מקבילית.
 AE חוצה את זווית A
 CF חוצה את זווית C
 הוכיחו כי AECF מקבילית.

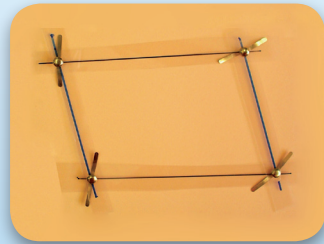
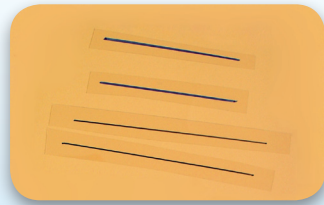


14. מרובע ABCD הוא מקבילית. דרך הקודקוד A שרטטו מקביל לאלכסון BD של המקבילית.
 המקביל חותך את המשך הצלע CB בנקודה E ואת המשך הצלע CD בנקודה F.
 א. שרטטו ומצאו כמה מקביליות בשרטוט.
 ב. הוכיחו כי הנקודות A, B, ו- D הן אמצעי צלעות המשולש CEF.



שיעור 3. תנאים מספיקים לקבל מקבילית

משתמשים ברצועות ובזוויות על נייר שקוף



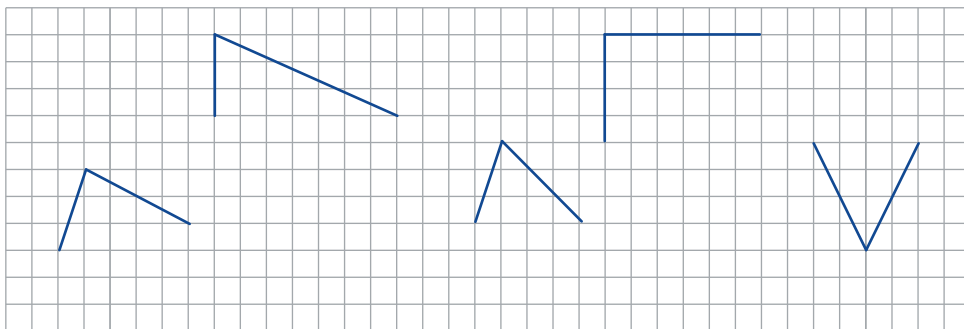
מחברים בקצוות שני זוגות של רצועות שוות, כדי לקבל מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות. (תוכלו להשתמש בקשיות, ברצועות בריסטול, ברצועות שקף, וכו') איזה מרובע התקבל?

משכו את קודקודי המרובע החוצה ופנימה. מה משתנה ומה אינו משתנה: גודל הזוויות? ההקבלה של הצלעות? ההיקף? השטח?

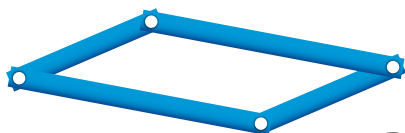
נלמד לזהות מקבילית לפי תנאים מספיקים.

זיהוי מקבילית על פי תכונות של צלעות

1. א. בכל שרטוט, שתי צלעות סמוכות של מרובע. העתיקו על דף משובץ, והשלימו למרובע שצלעותיו הנגדיות שוות.

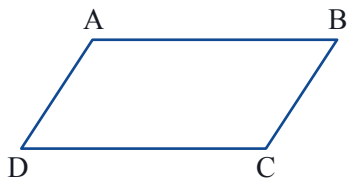


ב. האם כל המרובעים ששרטטתם הם מקביליות? (האם הם מקיימים את הגדרת המקבילית: שני זוגות של צלעות מקבילות?)



המרובע המחובר בתמונה והמרובעים שהתקבלו במשימה, רומזים על תנאי מספיק לזיהוי מקבילית: **משפט:** אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות, אז המרובע הוא מקבילית.

2. הוכיחו את המשפט: אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות, אז המרובע הוא מקבילית.



- רשמו מה נתון.
- לפי הגדרת מקבילית צריך להוכיח שהצלעות הנגדיות מקבילות.
- רשמו מה צריך להוכיח בכתב מתמטי.
- שרטטו אלכסון והוכיחו את המשפט.



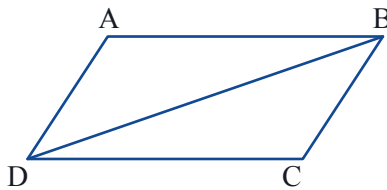
בשיעור הקודם הוכחנו כי: אם המרובע הוא מקבילית אז הצלעות הנגדיות שלו שוות. במשימה 2 הוכחנו כי: אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות אז הוא מקבילית. שני המשפטים האלה הם משפטים הפוכים.

תזכורת

שני משפטים בהם התנאים והמסקנות מוחלפים אלה באלה, נקראים משפטים הפוכים זה לזה.

3. בשיעור הקודם הוכחנו:

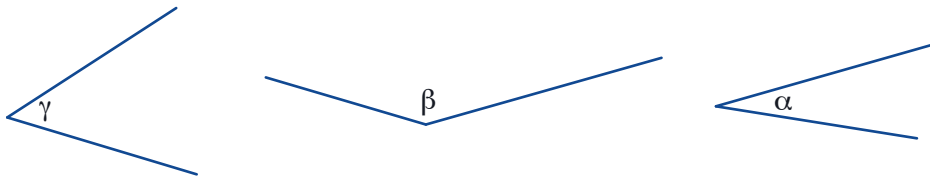
- “אם מרובע הוא מקבילית אז האלכסון מחלק אותו לשני משולשים חופפים.”
 נסחו משפט הפוך למשפט זה.
 האם המשפט ההפוך נכון?
 אם כן, הוכיחו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



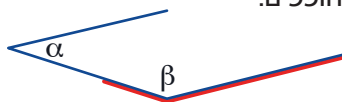
ראינו כי החלפת תנאי ומסקנה זה בזה במשפט נכון, יוצרת משפט שאינו בהכרח משפט נכון.

זיהוי מקבילית על פי תכונות של זוויות

4. א. העתיקו על דף שקוף שתי זוויות שגודלן α , שתי זוויות שגודלן β , ושתי זוויות שגודלן γ .



- נסו ליצור מרובע בו כל זוג זוויות סמוכות הן α ו- β . אם אפשר, ציינו איזה מרובע התקבל, ובדקו אם תמיד מתקבלים מרובעים חופפים. אם אי אפשר, הסבירו.



- נסו לבנות מרובע בו כל זוג זוויות סמוכות הן γ ו- β . אם אפשר ציינו איזה מרובע התקבל, ובדקו אם תמיד מתקבלים מרובעים חופפים. אם אי אפשר, הסבירו.

ד. שערן, מהי התכונה של הזוויות הסמוכות במרובע, שהיא תנאי מספיק לקבל מקבילית.

5. בשיעור הקודם הוכחנו את המשפט:

“אם המרובע הוא מקבילית, אז סכום כל זוג זוויות סמוכות שווה 180° .”

א. נסחו משפט הפוך.

האם המשפט ההפוך מתאים להשערה שרשמתם במשימה 4? האם הוא נכון?

ב. לפניכם הנתונים ומה שצריך להוכיח.

נתון: מרובע ABCD

סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא 180°

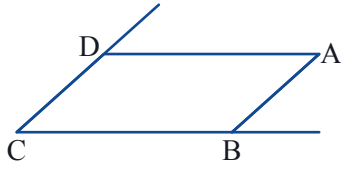
צ"ל: $CD \parallel AB$

$AD \parallel CB$

סמנו: $\sphericalangle A = \alpha$

בטאו את הזוויות בקודקודים B ו-D של המרובע בעזרת α , והסבירו מדוע הצלעות הנגדיות מקבילות.

ג. הסבירו מדוע זו ההוכחה של המשפט ההפוך?



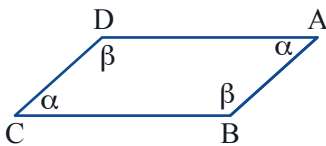
6. בשיעור שעבר הוכחנו את המשפט:

“אם המרובע הוא מקבילית אז הזוויות הנגדיות שלו שוות.”

א. נסחו משפט הפוך, ורשמו מה נתון ומה צ"ל.

ב. הוכיחו את המשפט.

(היעזרו בסימון הזוויות השוות כבשרטוט, ובמשפט שהוכחתם במשימה הקודמת.)



במשימות 5 ו-6 הוכחנו **תנאים מספיקים** לקבל מקבילית.

משפט: אם במרובע הזוויות הנגדיות שוות, אז המרובע הוא מקבילית.

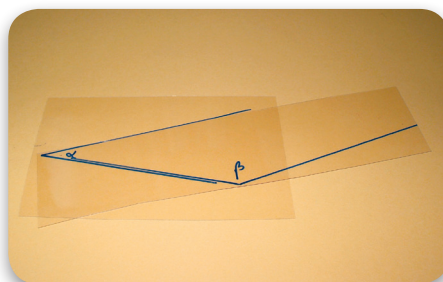
משפט: אם במרובע סכום כל זוג של זוויות סמוכות שווה 180° , אז המרובע הוא מקבילית.



7. צרו, באמצעות הזוויות השקופות:

מרובע ששתיים מזוויותיו גודלן α , ושתיים מזוויותיו גודלן β , ואינו מקבילית.

איזה מרובע התקבל?





בשיעור שעבר הוכחנו תכונות של מקבילית, ובשיעור זה זיהינו מקבילית באמצעות תכונות.

הגדרה:
מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
נקרא **מקבילית**

תנאים מספקים

תכונות

אם במרובע הצלעות הנגדיות שוות
אז המרובע הוא מקבילית

במקבילית הצלעות הנגדיות שוות

אם במרובע הזוויות הנגדיות שוות
אז המרובע הוא מקבילית

במקבילית הזוויות הנגדיות שוות

אם במרובע סכום כל שתי זוויות סמוכות שוות 180°
אז המרובע הוא מקבילית

במקבילית סכום כל שתי
זוויות סמוכות שווה 180°

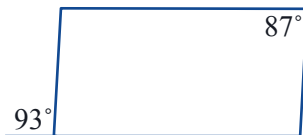


אוסף משימות

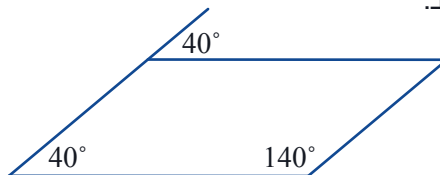


1. בכל סעיף, קבעו אם אפשר להסיק כי המרובע הוא מקבילית.
אם כן, ציינו על סמך מה קבעתם.
אם לא, נמקו או שרטטו דוגמה נגדית.

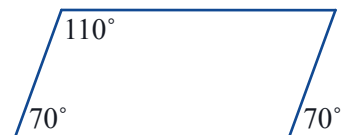
א.



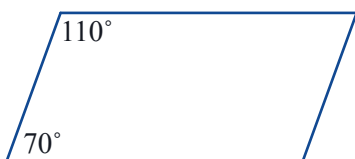
ב.



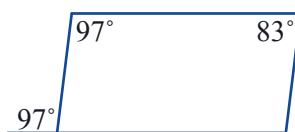
ג.



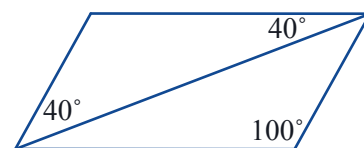
ד.



ה.

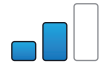
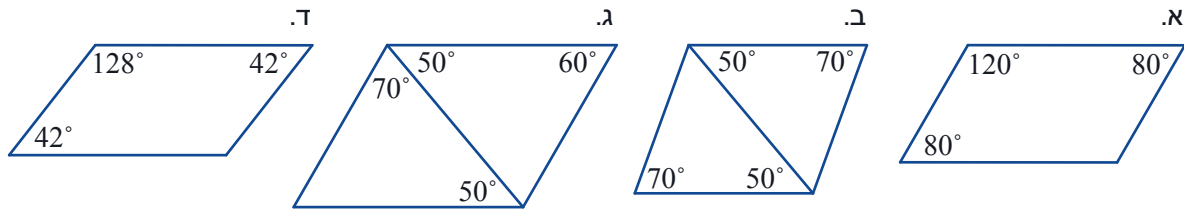


ו.





2. קבעו לפי הנתונים בשרטוט, אם המרובע הוא מקבילית.

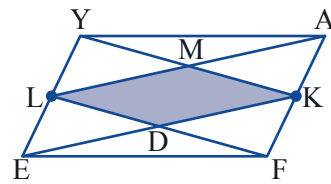
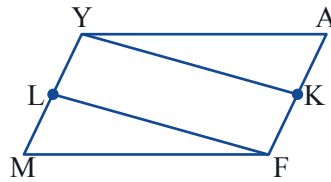
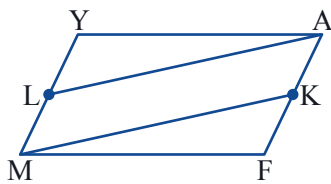


3. המרובע YAFM מקבילית.

א. הוכיחו כי המרובע MKAL הוא מקבילית.

ב. הוכיחו כי המרובע FLYK הוא מקבילית.

ג. הוכיחו כי המרובע הצבוע LMKD הוא מקבילית.

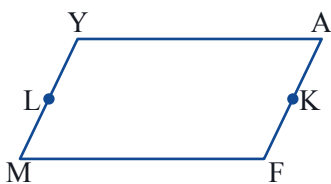


4. המרובע YAFM מקבילית.

א. הוכיחו כי המרובע MKAL הוא מקבילית.

ב. הוכיחו כי המרובע FLYK הוא מקבילית.

ג. הוכיחו כי המרובע שנוצר על ידי הקטעים ששרטטתם, גם הוא מקבילית.

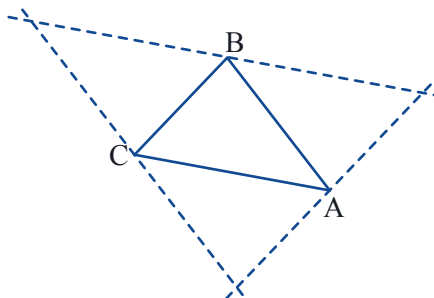


5. דרך קודקודי המשולש ABC שרטטו מקבילים לצלעות המשולש.

א. כמה מקבילות בשרטוט? נמקו.

ב. $AC = 6$ ס"מ $AB = 5$ ס"מ $BC = 4$ ס"מ

מצאו את אורכי הצלעות של המשולש הגדול שנוצר.

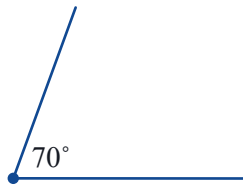




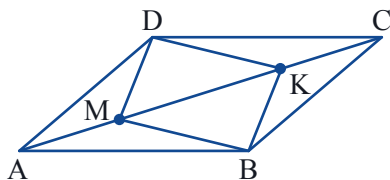
6. שרטטו על דף משובץ, שלוש מקביליות שונות, שאורך אחת הצלעות 3 ס"מ ואורך הצלע הסמוכה לה 5 ס"מ. מה שווה ומה שונה בשלוש המקביליות: גודל הזוויות? ההיקף? השטח?



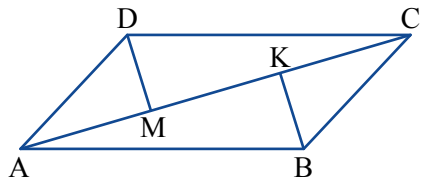
7. שרטטו שלוש מקביליות שונות, שגודל אחת מהזוויות 70° . מה שווה ומה שונה בשלוש המקביליות: גודל הצלעות? ההיקף? השטח? (תוכלו להשתמש במד מעלות או להעתיק את הזווית המשרטטת כאן.)



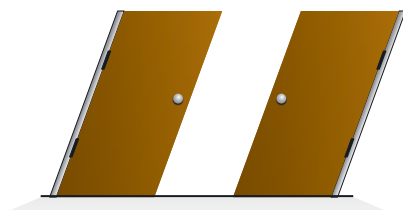
8. נתון: ABCD מקבילית.
AM = CK
הוכיחו: BMDK מקבילית.



9. נתון: ABCD מקבילית.
DM ו-BK חוצים של שתי זוויות נגדיות במקבילית.
שרטטו והוכיחו DMBK מקבילית.



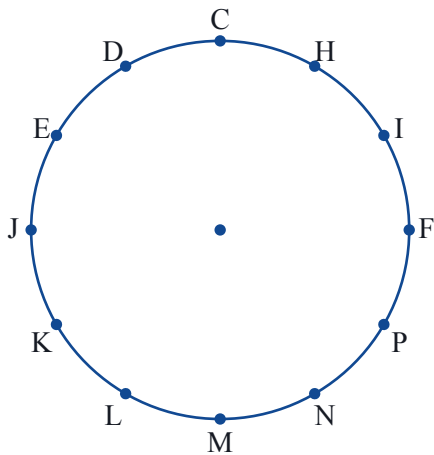
מדבון



10. הדלתות שבציור מיועדות לכניסה וליציאה מהמדבון. הקו המודגש מציין את הצד שבו הציר של כל דלת. האם הדלתות יכולות להיפתח? הסבירו.



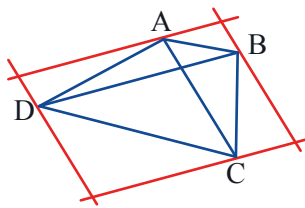
11. לפניכם פחית "מיצלימון".
מהי צורת הפח שממנו עשויה מעטפת הפחית?
גזרו צורה כזו ובדקו.



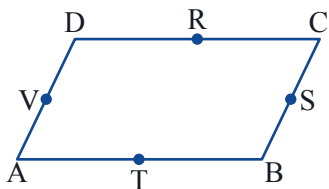
12. שרטטו מרובעים שונים, שהצלעות הנגדיות שלהם שוות וקודקודיהם בנקודות המסומנות על המעגל.
 א. כל המרובעים ששרטטתם הם מקביליות. נמקו.
 ב. האם אפשר לשרטט מקבילית, המקיימת את הדרישות ויש לה זווית חדה?
 אם כן, שרטטו.
 אם לא, הוכיחו.



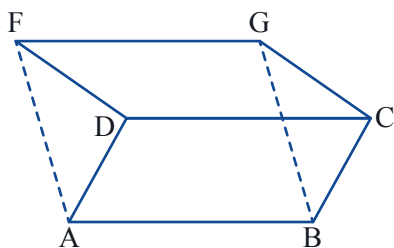
משימות נוספות



13. בשרטוט מרובע ABCD. שרטטו מקבילים לאלכסונים דרך קודקודי המרובע. הסבירו מדוע המרובע שהתקבל הוא מקבילית.

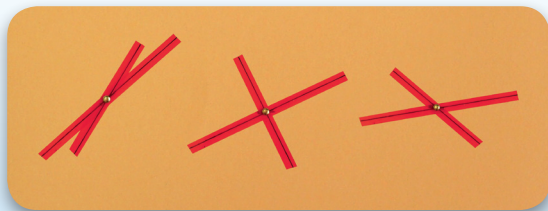


14. המרובע ABCD הוא מקבילית. R, S, T, V אמצעי צלעות המקבילית. מהו סוג המרובע VRST? הוכיחו.



15. המרובעים ABCD ו-DCGF הם מקביליות. הוכיחו כי גם ABGF מקבילית.

שיעור 4. אלכסונים במקבילית



מחברים שתי רצועות בנקודת האמצע שלהן. משנים בכל פעם, את גודל הזווית בין הרצועות.

אם מחברים את קצות הרצועות למרובע, מקבלים מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה.

איזה מרובע התקבל?

נעסוק במרובעים, שהאלכסונים שלהם חוצים זה את זה.

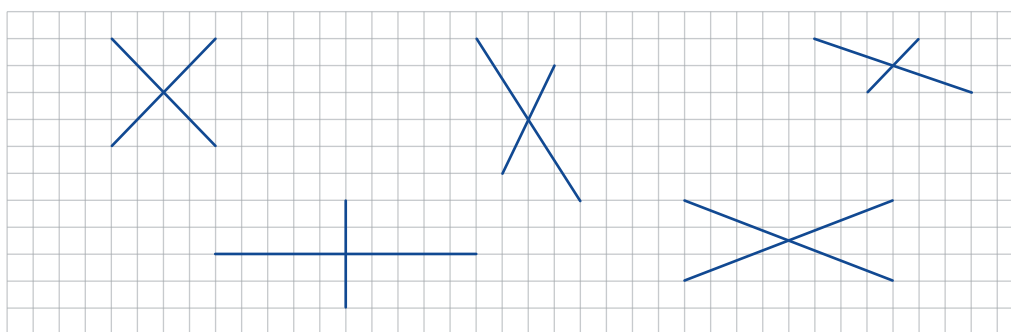


1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות מחשב, תמצאו פעילות הנקראת "אלכסונים חוצים זה את זה". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.

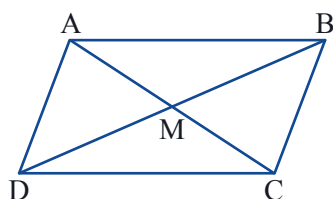
על פי החקירה שביצעתם, קשמו בכתיב מתמטי, מה נתון בבנייה המקורית, ואיזה מרובע חייב להתקבל.



2. בכל שרטוט, שני קטעים החותכים זה את זה בנקודת האמצע שלהם. העתיקו על דף משובץ, וחברו את קצות הקטעים, כך שהקטעים המשורטטים, יהיו אלכסוני המרובע.



ב. האם כל המרובעים ששרטטתם הם מקביליות?



3. א. השלימו את הניסוח של השערתכם: **אם** במרובע אז המרובע הוא...

ב. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את המשפט.



מצאנו **תנאי מספיק** נוסף לכך שמרובע הוא מקבילית.
משפט: אם במרובע האלכסונים **חוצים זה את זה**, אז המרובע הוא **מקבילית**.

4. א. נסחו משפט הפוך למשפט שהוכחתם במשימה 3.
 ב. קשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את המשפט.



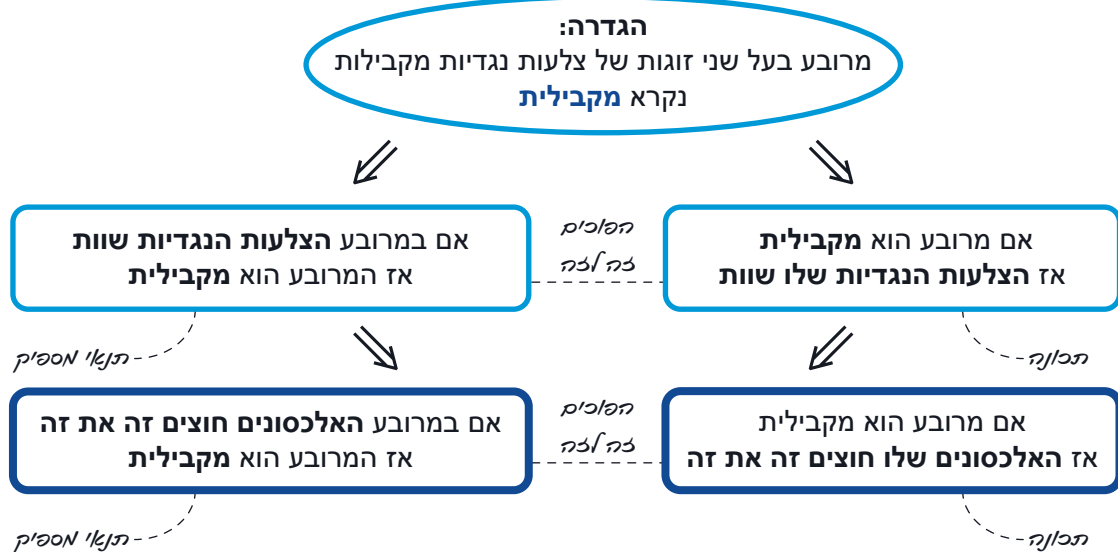
מצאנו **תכונה** נוספת של מקבילית.
משפט: אם מרובע הוא **מקבילית**, אז **האלכסונים חוצים זה את זה**.



5. א. **אבי** אמר: נראה לי שבכל מקבילית האלכסונים שווים זה לזה.
 אם אבי צודק, הוכיחו את טענתו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
 ב. **רוני** אמר: נראה לי שמספיק שאלכסון אחד יחצה את השני כדי שתתקבל מקבילית.
 אם רוני צודק, הוכיחו את טענתו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.
 ג. **רונית** אמרה: נראה לי שבכל מקבילית האלכסונים חוצים את הזוויות.
 אם רונית צודקת, הוכיחו את טענתה. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

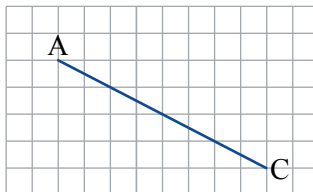


השתמשנו בהגדרה ובמשפטים שהוכחנו, כדי להוכיח שני משפטים חדשים העוסקים באלכסוני המקבילית.





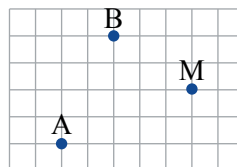
1. א. העתיקו על דף משובץ את הקטע AC (כמו בשרטוט).
 שרטטו שלוש מקביליות שונות, כך ש- AC יהיה אלכסון בכל אחת מהן. תארו כיצד שרטטתם.



- ב. העתיקו על דף משובץ את הקטע AC.
 שרטטו, בעזרת סרגל, שלוש מקביליות שונות, כך ש- BD יהיה אלכסון, ואורך האלכסון השני יהיה 3 ס"מ.
 תארו כיצד שרטטתם. כמה מרובעים כאלה אפשר לשרטט?



- ג. הנקודות A ו-B הן קודקודים של מקבילית, ו-M היא נקודת הפגישה של האלכסונים.
 העתיקו על דף משובץ ושרטטו את המקבילית.
 כמה מקביליות שונות, המקיימות את הנתונים, אפשר לשרטט? הסבירו.



2. שרטטו מרובע מתאים, בכל סעיף. באיזה סעיף קיבלתם מקבילית? הסבירו.
 א. מרובע בו האלכסונים חוצים זה את זה.
 ב. מרובע בו רק אחד האלכסונים חוצה את השני.
 ג. מרובע בו אף אחד מהאלכסונים אינו חוצה את השני.



3. שרטטו מקבילית שאורכי אלכסוניה 6 ס"מ ו- 4 ס"מ. הסבירו כיצד שרטטתם.
 כמה מקביליות כאלה אפשר לשרטט? במה הן דומות ובמה הן שונות זו מזו?



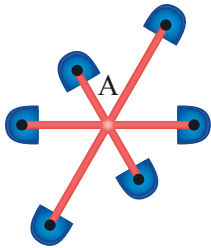
4. שרטטו מקבילית שאורך אחד מאלכסוניה 4 ס"מ, ואורך אחת מצלעותיה 7 ס"מ. הסבירו כיצד שרטטתם.
 כמה מקביליות כאלה אפשר לשרטט? במה הן דומות ובמה הן שונות זו מזו?



קרסלה היא מתקן שעשועים המורכב מחלק ניח - ציר הקרסלה המחובר לקרקע, ומחלק נייד - המחובר לציר הקרסלה ומסתובב סביבו. התאוצה מהנה מאוד את היושבים על הקרסלה. לפעמים, סיבוב מרובה בקרסלה גורם לבחילה, בגלל חוסר האיזון באיבר השיווי משקל ליד האוזניים.



5. בשרטוט מתקן קרסלה. הנקודות בקצוות מייצגות את המושבים.



א. הזווית בין קורה אחת לסמוכה לה 60° .

הנקודה A מסמנת את האמצע של כל קורה.

כמה מקבילות אפשר לשרטט, אם מחברים נקודות המצייגות את המושבים?

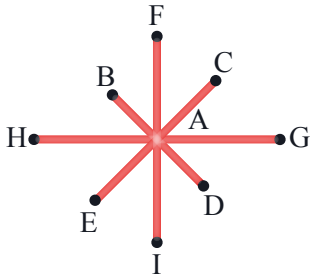
ב. הזווית בין קורה אחת לסמוכה לה 45° .

כמה מקבילות אפשר לשרטט?



6. האם אפשר ליצור קרסלה, כך שהזווית בין כל קורה

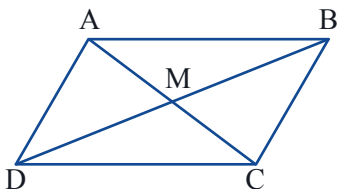
לסמוכה לה תהיה 80° ? הסבירו.



7. נתון: ABCD מקבילית.

$$DB = 10 \text{ ס"מ}, AC = 4 \text{ ס"מ}, AB = 6 \text{ ס"מ}$$

מצאו את היקף המשולש DMC.

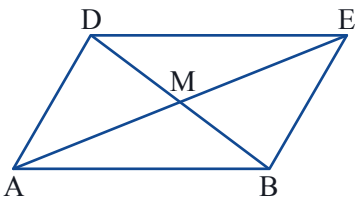


8. נתון: DEBA מקבילית.

$$AE = 8 \text{ ס"מ}, \angle DBE = 75^\circ, \angle DAE = 30^\circ$$

א. מצאו משולשים שווים שוקיים. הסבירו את שלבי החישוב.

ב. מהו אורך הצלע AD? הסבירו.

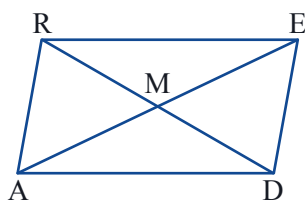


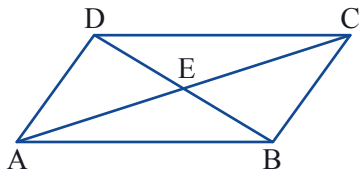
9. נתון: REDA מקבילית.

$$AR = 5 \text{ ס"מ}, \angle AED = 60^\circ, \angle DRA = 60^\circ$$

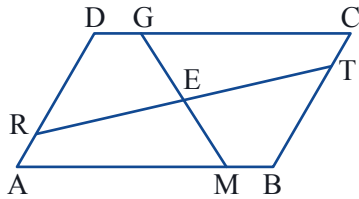
א. מצאו בשרטוט משולשים שווים צלעות ונמקו.

ב. חשבו את אורכי האלכסונים ואת זוויות המקבילית.

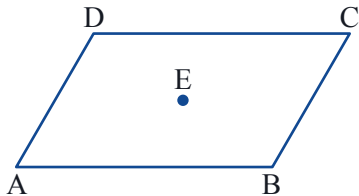




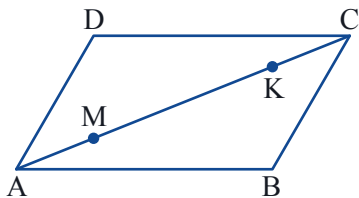
- 10. נתון:** ABCD מקבילית, הנקודה E היא מפגש האלכסונים.
 א. שרטטו קטע העובר דרך E כך שהקטע יחתוך את הצלע AB בנקודה M ואת הצלע CD בנקודה K.
 ב. מה תוכלו לומר על אורכי הקטעים ME ו-KE?
 ג. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח, והוכיחו את טענתכם.



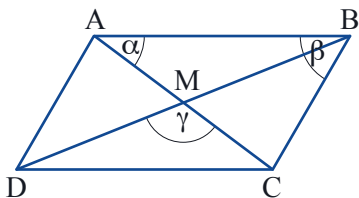
- 11. נתון:** ABCD מקבילית. הנקודה E היא מפגש אלכסוני המקבילית הוכיחו: $MA = GC$, $CT = AR$, $MB = GD$, $DR = BT$.



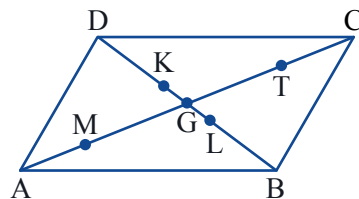
- 12. נתון:** ABCD מקבילית, הנקודה E היא מפגש האלכסונים. שרטטו קטע העובר דרך E וחותר את הצלעות AB ו-CD בנקודות M ו-P בהתאמה. שרטטו קטע נוסף, העובר דרך E וחותר את הצלעות AD ו-CB בנקודות R ו-T בהתאמה. הוכיחו: המרובע RPTM מקבילית.



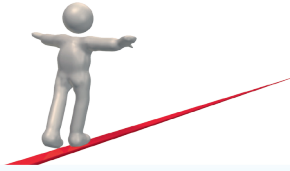
- 13. נתון:** ABCD מקבילית. $AM = CK$.
 א. הוכיחו MDKB מקבילית.
 ב. שרטטו את האלכסון BD. האם הוא חוצה את MN? הסבירו.



- 14. נתון:** ABCD מקבילית. $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 120^\circ$. מצאו את גודל $\sphericalangle ADB$. הסבירו את שלבי החישוב.



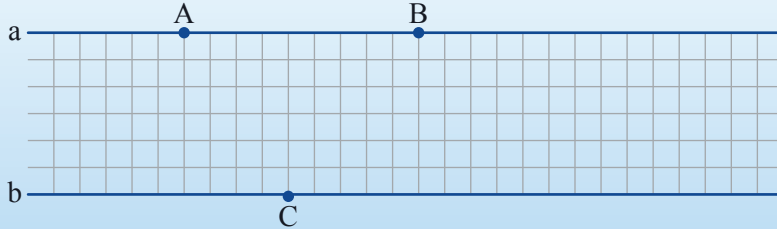
- 15. נתון:** ABCD מקבילית. $AM = CT$, $DK = BL$. הוכיחו: המרובע MKTL הוא מקבילית.



שיעור 5. עוד תנאי מספיק

זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות

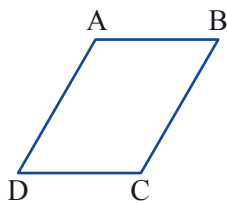
- איך תשרטטו מקבילית ששלושה מקודקודיה הם A, B, ו-C והקודקוד הרביעי על הישר b המקביל ל-a?
- כמה מקביליות כאלה אפשר לשרטט?



1. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור פעילויות באמצעות מחשב, תמצאו פעילות, הנקראת "עוד תנאי מספיק". בצעו את הפעילות בהתאם להוראות.



2. שרטטו על דף משובץ, ישרים מקבילים ואת הנקודות A, B ו-C (כמו בשרטוט שבמסגרת). שרטטו את המקביליות לפי ההוראות שבמסגרת וצבעו כל מקבילית בצבע שונה.



3. במשימות 1 או 2 ראינו דוגמאות של מרובעים, בהם יש זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות. המרובע שמתקבל הוא מקבילית.
 - א. קשמו, בכתוב מתמטי, מה נתון ומה צריך להוכיח.
 - ב. הוכיחו את המשפט.



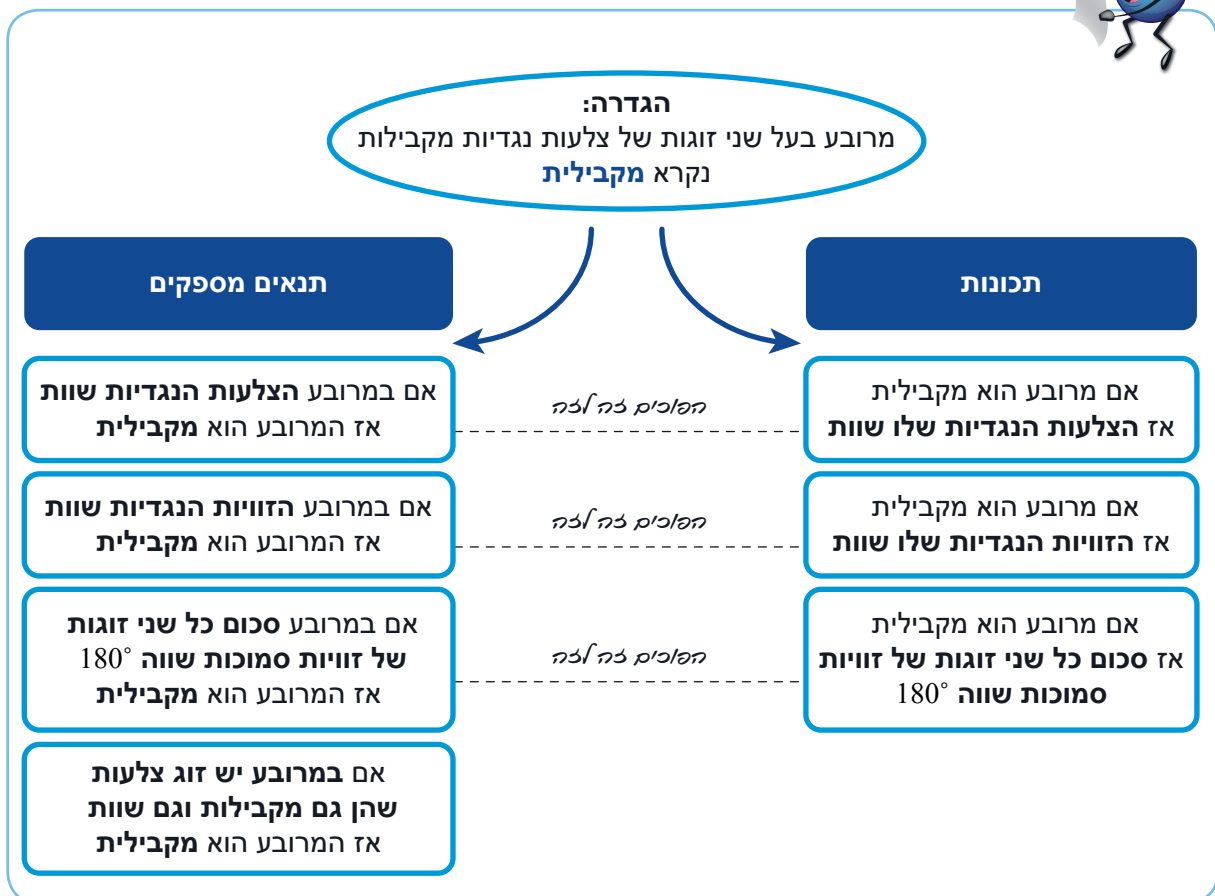
משפט: אם במרובע יש זוג צלעות שהן גם מקבילות וגם שוות, אז המרובע הוא מקבילית.



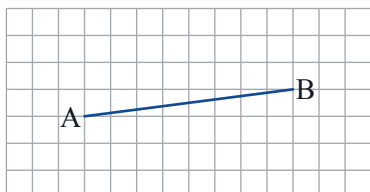
4. א. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות סמוכות שוות והוא אינו מקבילית.
 - ב. שרטטו מרובע שיש לו זוג צלעות מקבילות וזוג צלעות נגדיות שוות והוא אינו מקבילית.
 - ג. הסבירו מדוע שתי הדוגמאות בסעיפים א ו-ב אינן סותרות את המשפט הרשום במסגרת.



5. בדקו אם התנאים מספיקים לקבל מקבילית:
- אם התנאים מספיקים, הוכיחו. אם אינם מספיקים, שרטטו דוגמה נגדית.
 - א. מרובע בעל זוג צלעות מקבילות וזוג זוויות נגדיות שוות.
 - ב. מרובע שאחד האלכסונים חוצה את הזוויות.
 - ג. מרובע שאחד מאלכסוניו חוצה את האלכסון השני ויש לו זוג צלעות מקבילות.
 - ד. מרובע בו אחד האלכסונים חוצה את השני ויש לו זוג זוויות נגדיות שוות.



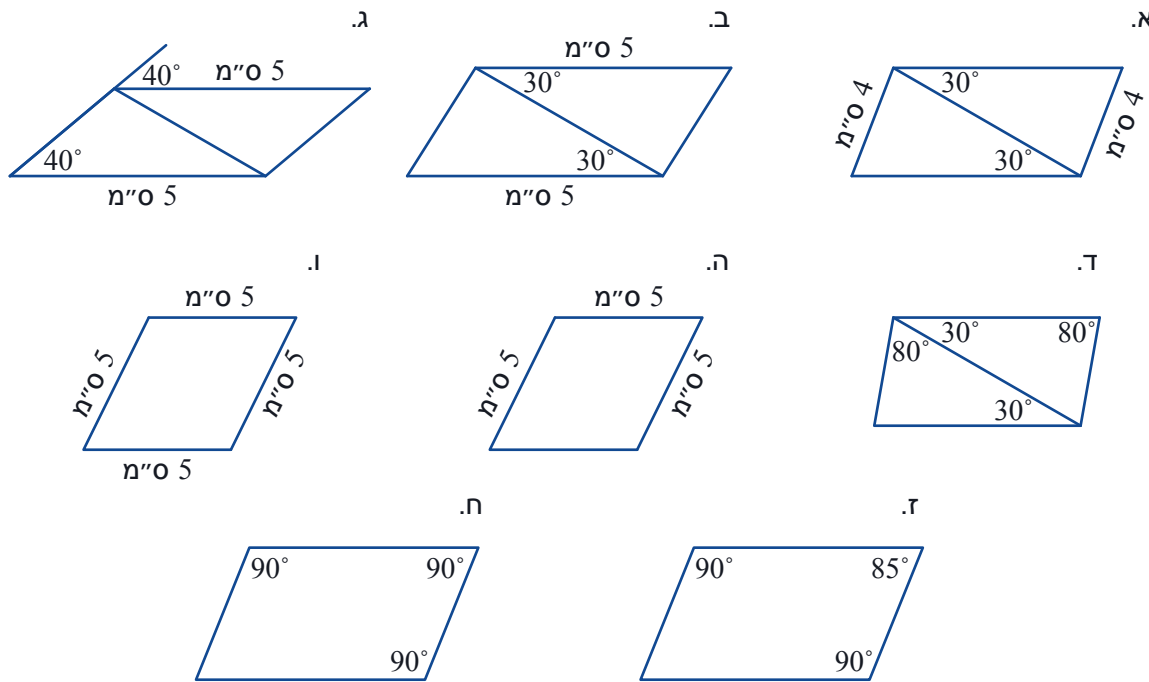
אוסף משימות



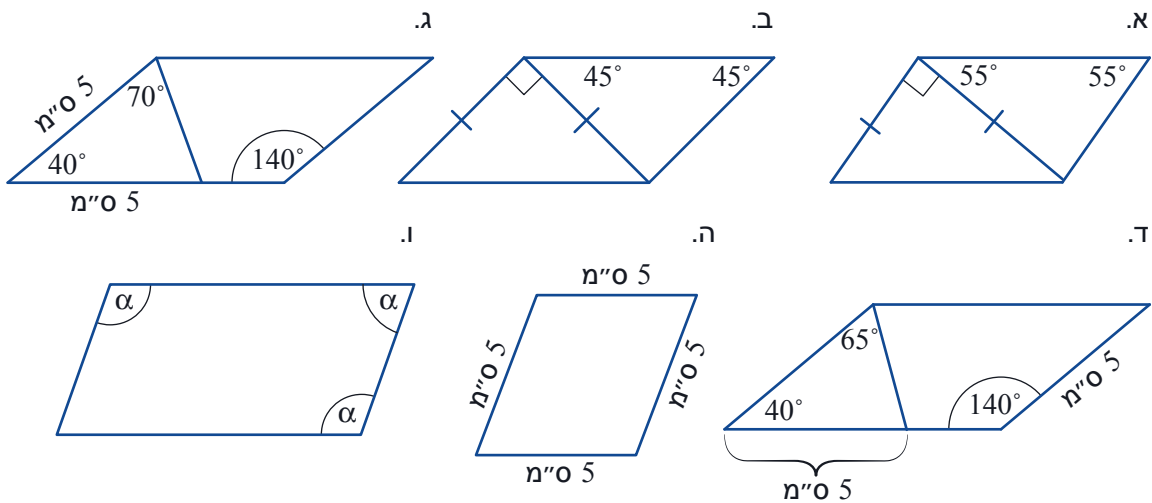
1. א. העתיקו את הקטע שבשרטוט על דף משובץ.
- ב. מה משותף לכל המקבילות ששרטטתם? במה הן שונות זו מזו: באורכי הצלעות? בגודל הזוויות? בהיקף? בשטח? באורכי האלכסונים?



2. בכל מרובע מסומנים נתונים. בכל סעיף, קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הסבירו על סמך איזה משפט. אם לא, הסבירו מדוע אי אפשר להסיק.

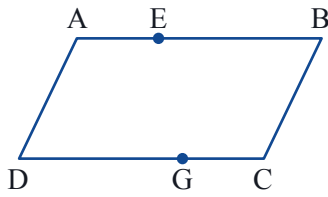


3. בכל מרובע מסומנים נתונים. קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הוכיחו. אם לא שרטטו דוגמה נגדית. (השרטוטים אינם על פי הנתונים הרשומים).



4. קבעו לכל מרובע אם אפשר להסיק מהנתונים שהוא מקבילית. אם כן, ציינו על סמך איזה משפט. אם לא, נמקו או שרטטו דוגמה נגדית.

א. מרובע שכל צלעותיו שוות.
 ב. מרובע ששלוש מצלעותיו שוות.
 ג. מרובע ששלוש מזוויותיו שוות.
 ד. מרובע שכל זוויותיו שוות.



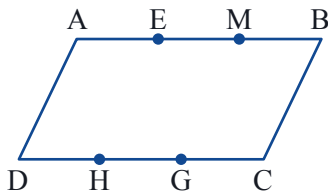
5. המרובע ABCD הוא מקבילית.

$$CG = \frac{1}{3} CD \quad AE = \frac{1}{3} AB$$

א. שרטטו את המרובע AGCE.

על סמך איזה משפט המרובע AGCE הוא מקבילית?

ב. שרטטו מקבילית נוספת שקודקדיה בנקודות המסומנות בשרטוט.



6. המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודות E ו-M מחלקות את הצלע AB לשלושה חלקים שווים.

הנקודות G ו-H מחלקות את הצלע CD לשלושה חלקים שווים.

א. שרטטו את המרובעים EDHM ו-MHGB.

רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.

הוכיחו כי המרובעים EDHM ו-MHGB הם מקביליות.

ב. שרטטו מחדש את המקבילית עם הנקודות המשורטטות על צלעותיה, ושרטטו מקביליות נוספות

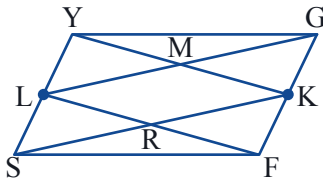
שקודקדיהן בנקודות המסומנות בשרטוט. כמה מקביליות נוספות מצאתם?



7. המרובע YGFS הוא מקבילית. L ו-K אמצעי הצלעות YS ו-GF בהתאמה.

א. כמה מקביליות בשרטוט?

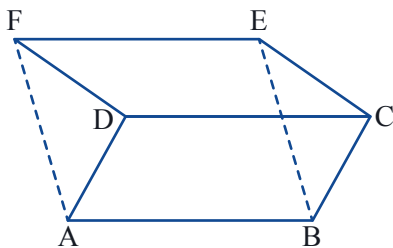
ב. הוכיחו ללא חפיפת משולשים.



8. המרובעים ABCD ו-DCEF הם מקביליות.

הסבירו בעזרת המשפט שהוכחנו בשיעור זה,

מדוע גם המרובע ABEF הוא מקבילית.

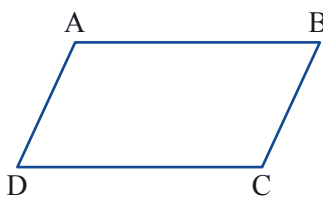


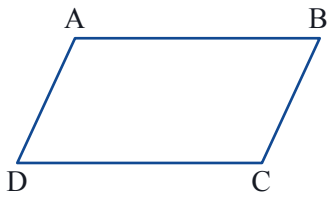
9. המרובע ABCD הוא מקבילית.

א. שרטטו גובה AE מהקודקוד A לצלע CD.

שרטטו גובה CF מהקודקוד C לצלע AB.

ב. הסבירו מדוע הגבהים האלה שווים.



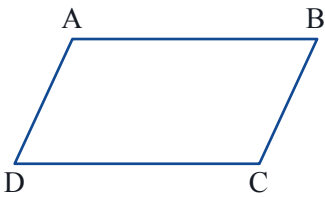


10. המרובע ABCD הוא מקבילית.

- א. שרטטו גובה AE מהקודקוד A לצלע CD.
 שרטטו גובה CK מהקודקוד C לצלע AD.

ב. נתון: $\sphericalangle D = 50^\circ$

חשבו את זוויות המשולשים AED ו-CKD.
 האם המשולשים AED ו-CKD חופפים? הסבירו.



11. המרובע ABCD הוא מקבילית.

- א. שרטטו גובה AE מהקודקוד A לצלע CD.
 שרטטו גובה CK מהקודקוד C לצלע AD.

ב. האם המשולשים ADE ו-CKD חופפים? הסבירו.

ג. האם המשולשים ADE ו-CKD דומים? הסבירו.

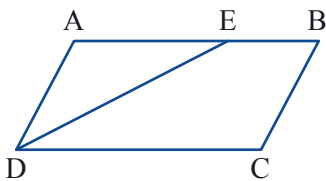
ד. סמנו את נקודת החיתוך של שני הגבהים ששרטטתם ב-H.

שרטטו מ-C ומ-A עוד שני גבהים לצלעות המקבילית וסמנו את נקודת חיתוכם ב-K.

הוכיחו כי AKCM מקבילית.



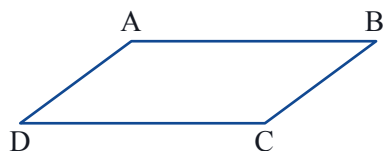
משימות נוספות



12. במקבילית ABCD $AB = 14$ ס"מ ו- $BC = 8$ ס"מ

הקטע DE חוצה את זווית D.

חשבו את אורך BE.



13. שרטטו גובה מהקודקוד A לצלע CD.

שרטטו את חוצה הזווית B.

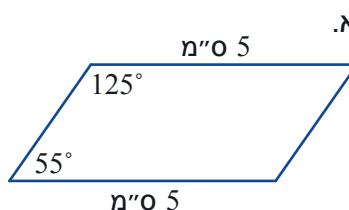
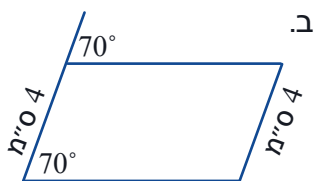
סמנו את נקודת החיתוך של חוצה הזווית והמשך הגובה באות M.

נתון: $\sphericalangle ABC = 70^\circ$

חשבו את $\sphericalangle AMB$

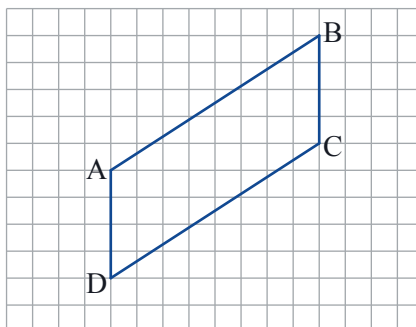


14. בכל מרובע רשומים נתונים. קבעו אם אפשר להסיק שהמרובע הוא מקבילית. אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.

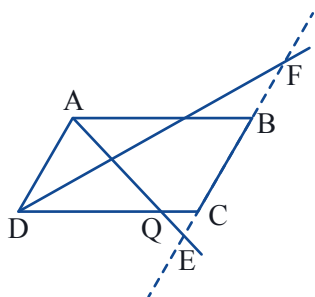


15. המרובע ABCD הוא מקבילית. העתיקו על דף משובץ.

א. שרטטו מקבילית נוספת, כך ש- AD צלע שלה והאלכסון AC הוא צלע אחרת שלה. שרטטו מקבילית שלישית, כך ש- AD צלע שלה והאלכסון היוצא מהקודקוד A במקבילית השנייה, יהיה צלע אחרת שלה.



ב. מה משותף לכל המקביליות ששרטטתם? במה הן שונות זו מזו: באורכי הצלעות? בגודל הזוויות? בהיקף? בשטח? באורכי האלכסונים?



16. המרובע ABCD הוא מקבילית. $\sphericalangle ABC = 70^\circ$. AE ו- DF חוצים את הזוויות A ו- D של המקבילית.

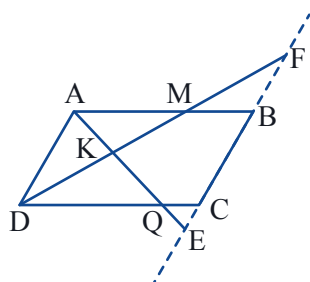
א. מהנקודה A שרטטו מקביל ל- DF.

המקביל חותך את הישר המקווקו בנקודה G.

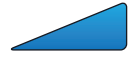
מהנקודה D שרטטו מקביל ל- AE.

המקביל חותך את הישר המקווקו בנקודה H.

חשבו את זוויות המקבילית ADFG ואת זוויות המקבילית AEHD.



ב. חשבו את זוויות המחומש KMBCQ.



17. האם מרובע שבו זוג צלעות נגדיות שוות וזוג זוויות נגדיות שוות, חייב להיות מקבילית? אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



18. שרטטו מקבילית ABCD. M נקודת מפגש האלכסונים. דרך הקודקוד A שרטטו מקביל לאלכסון BD, ודרך הקודקוד B שרטטו מקביל לאלכסון AC. המקבילים נחתכים בנקודה K. חברו גם את MK. כמה מקביליות בשרטוט? קשמו אותן, והוכיחו שהן מקביליות.



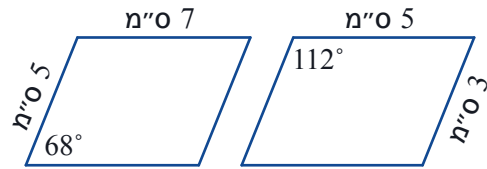
שומרים על כושר

תזכורת: במצולעים דומים מתקיים:

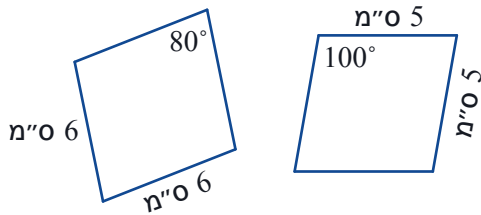
1. כל הזוויות שוות בהתאמה. 2. קיים אותו יחס בין אורכי צלעות מתאימות.

1. כל המרובעים המשורטטים הם מקביליות. בכל סעיף, קבעו לפי הנתונים, אם המקביליות דומות.

א.

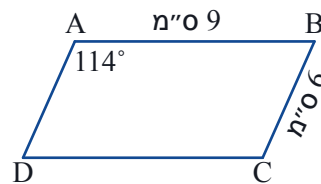
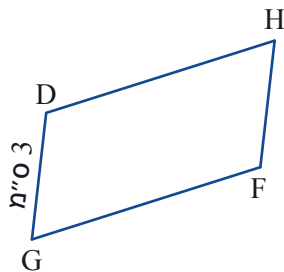


ב.

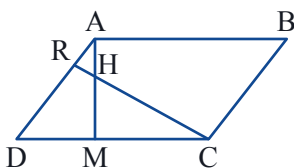


2. מקבילית ABCD דומה למקבילית DHFG.

א. מצאו את גודל הזוויות וחשבו את אורך הצלע DH של המקבילית DHFG.



ב. מצאו אפשרות נוספת לאורך הצלע DH, והסבירו.



3. נתון: AM ו-CR הם גבהים לצלעות סמוכות של המקבילית.

א. הוכיחו: $\triangle AMD \sim \triangle CRD$

ב. הוכיחו: $\triangle AHR \sim \triangle CHM$