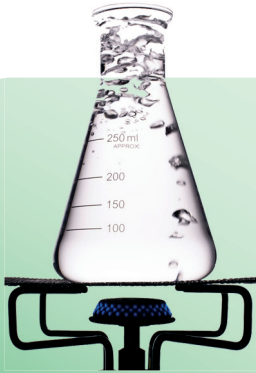


יחידה 9: אי-שוויונות

שיעור 1. מתחמם...

פותרים משוואות ואי-שוויונות בעזרת גרף.



בשיעור מדעים מחממים מים בשני כלים במשך 8 דקות.

במהלך החימום, הטמפרטורות השתנו כך:

בכלי א: בהתחלה 20°C , בכל דקה עלייה ב- 10°C .

בכלי ב: בהתחלה 40°C , בכל דקה עלייה ב- 5°C .

נשווה בין הטמפרטורות בכלים השונים במהלך החימום.

1. באיזה כלי היו המים חמים יותר? הסבירו.

אחרי 1 דקה _____

אחרי 5 דקות _____

אחרי 8 דקות _____

2. x מייצג את מספר הדקות שעברו מתחילת החימום.

רשמו ביטויים מתאימים.

הטמפרטורה בכלי **א** _____

הטמפרטורה בכלי **ב** _____

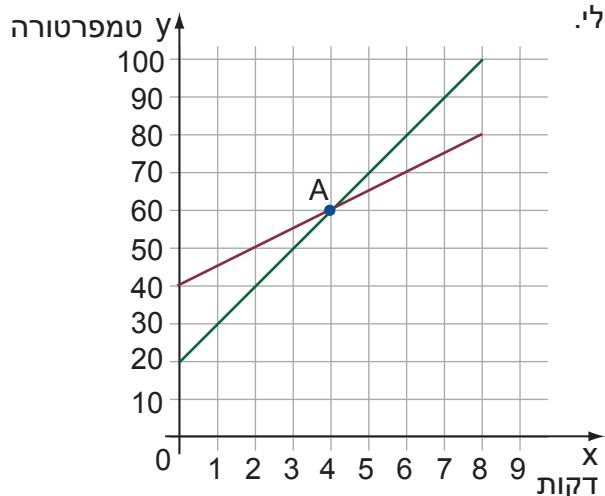
3. אחרי כמה דקות מתחילת החימום הייתה אותה טמפרטורה בשני הכלים?

מה הייתה טמפרטורה זו?

רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{בכלי א}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{בכלי ב}}$$

תשובה: אחרי _____ דקות, הטמפרטורה הייתה $^{\circ}\text{C}$ _____



4. שני הגרפים מתארים את הטמפרטורה בכל כלי.

א. התאימו כל גרף לכלי.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A,

והסבירו את משמעותה.



5. אלעד אמר: "אחרי 5 דקות, טמפרטורת המים בכלי א גבוהה יותר מטמפרטורת המים בכלי ב".

האם אלעד צודק? הסבירו.

האם תוכלו לענות על השאלה בעזרת הגרף? הסבירו.

6. אפרת רצתה למצוא מתי טמפרטורת המים בכלי ב הייתה נמוכה מ- 80°C .

כיצד תוכל אפרת למצוא את התשובה בעזרת הגרף?

7. היעזרו בגרף ומצאו כעבור כמה דקות מתחילת החימום, הטמפרטורה בכלי א הייתה גבוהה

מ- 90°C ?



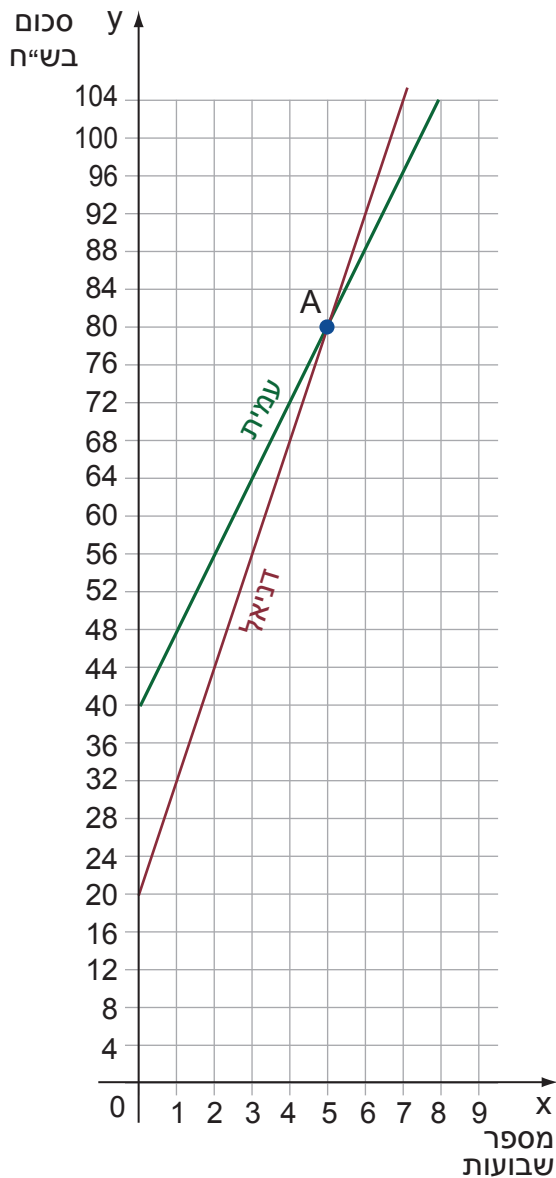
8. מיכל אמרה: "אם נמשיך לחמם את המים, הטמפרטורה תגיע ל- 120°C ".

האם מיכל צודק? הסבירו.



1. דניאל ועמית מקבלים כל שבוע דמי כיס, וחוסכים את כולם. לדניאל בקופה 20 שקלים וכל שבוע הוא מקבל 12 שקלים. לעמית בקופה 40 שקלים וכל שבוע הוא מקבל 8 שקלים.
- א. כמה כסף יהיה בקופה של דניאל כעבור 3 שבועות?
כמה כסף יהיה בקופה של עמית כעבור 3 שבועות?
למי יותר כסף בקופה, לדניאל או לעמית?

ב. שני הגרפים מתארים את הסכומים בקופות של דניאל ועמית.



א. סמנו בגרף את הנקודות שבסעיף א.

- ג. מצאו כמה כסף לכל אחד כעבור 7 שבועות?
למי יותר כסף בקופה, לדניאל או לעמית?
- ד. אחרי כמה שבועות יהיה לדניאל ולעמית אותו סכום בקופה? כמה?
- ה. אחרי כמה שבועות הסכום בקופה של דניאל יהיה יותר מ-92 ש"ח?
אחרי כמה שבועות הסכום בקופה של עמית יהיה יותר מ-96 ש"ח?



2. שכבת כיתות ח' ושכבת כיתות ט' תכננו מסיבות סיום. ואספו כסף לארגון המסיבה.

בקופה של כיתות ח' היו 400 שקלים. כל תלמיד צריך לשלם 15 ש"ח.

בקופה של כיתות ט' היו 600 שקלים. כל תלמיד צריך לשלם 10 ש"ח.

א. 10 תלמידים מכל שכבה שילמו.

כמה כסף יש כעת בקופה של כיתות ח'?

כמה כסף יש כעת בקופה של כיתות ט'?

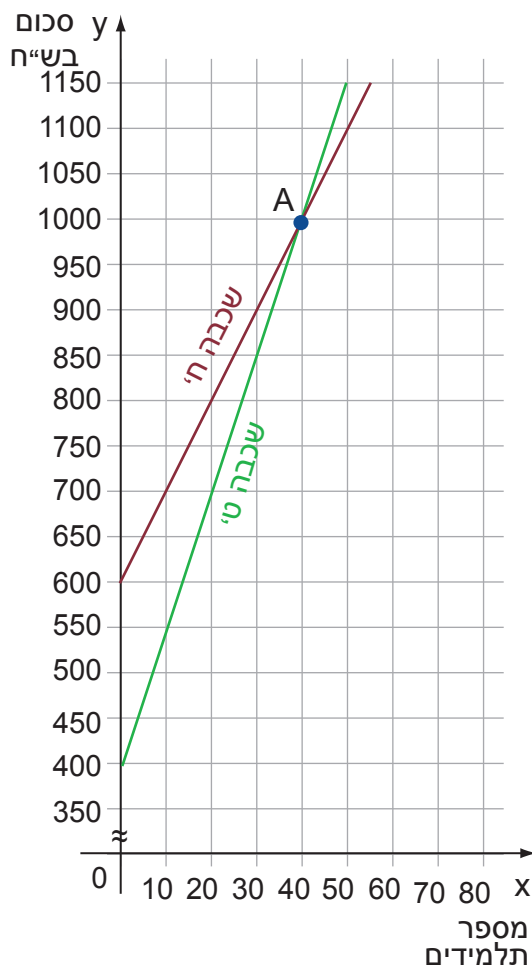
למי יש יותר?

ב. שני הגרפים מתארים את סכומי הכסף שהיו בשתי הקופות.

- סמנו בגרף את הנקודות שבסעיף א.

- מצאו שיעורי הנקודה A,

והסבירו את משמעותה.



ג. לאחר איסוף כל הכסף, היו בקופת המסיבה של שכבת ח' יותר מ- 1,100 שקלים.

מה אפשר לומר על מספר התלמידים בשכבת ח'?

ד. לאחר איסוף כל הכסף, היו בקופת המסיבה של שכבת ט' יותר מ- 1,150 שקלים.

מה אפשר לומר על מספר התלמידים בשכבת ט'?



3. בבית הספר קבעו את הציונים במתמטיקה ובהיסטוריה כך:

במתמטיקה – עבודה מזכה ב- 20 נקודות.

כל תשובה נכונה במבחן מזכה ב- 10 נקודות.

בהיסטוריה – עבודה מזכה ב- 40 נקודות.

כל תשובה נכונה במבחן מזכה ב- 6 נקודות.

כל התלמידים הגישו עבודות במתמטיקה ובהיסטוריה.

א. מה הציון **במתמטיקה** של תלמיד שענה נכון על 6 שאלות?

מה הציון **בהיסטוריה** של תלמיד שענה נכון על 6 שאלות?

ב. תלמיד שענה נכון על כל השאלות מקבל ציון 100.

כמה שאלות במבחן במתמטיקה?

כמה שאלות במבחן בהיסטוריה?

ג. שני הגרפים מתארים את הציונים בכל מקצוע.

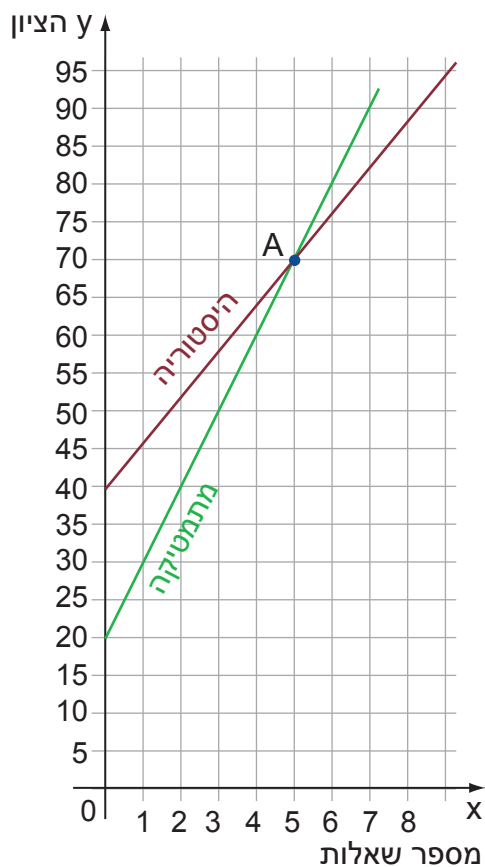
מצאו שיעורי הנקודה A, והסבירו את משמעותה.

ד. הציון של משה במתמטיקה היה גבוה מ- 80.

על כמה שאלות ענה נכון?

ה. חגי קיבל בהיסטוריה פחות מ- 80.

על כמה שאלות ענה נכון?



שיעור 2. משתלם או לא?



פותרים אי-שוויונות בעזרת שיקולים.

שתי חברות משכירות קלטות DVD.

בחברה **א**: גובים סכום שנתי קבוע של 100 שקלים ו- 5 שקלים בעבור כל קלטת.

בחברה **ב**: גובים 15 שקלים בעבור כל קלטת, ולא גובים תשלומים נוספים.

באיזו חברה כדאי יותר לשכור קלטות?

נפתור אי-שוויונות ונבדוק כדאיות השכרת הקלטות בכל חברה.

1. א. אלעד שכר קלטות בחברה **א**.

- בשנה הראשונה שכר 5 קלטות. כמה שילם? _____
- בשנה השנייה שכר 12 קלטות. כמה שילם? _____
- בשנה השלישית הוא שילם 150 שקלים. כמה קלטות שכר? _____
- אלעד שכר x קלטות בשנה. כתבו ביטוי לסכום ששילם _____

ב. אורית שכרה קלטות בחברה **ב**.

- בשנה הראשונה שכרה 5 קלטות. כמה שילמה? _____
- בשנה השנייה שכרה 12 קלטות. כמה שילמה? _____
- בשנה השלישית היא שילמה 150 שקלים. כמה קלטות שכרה? _____
- אורית שכרה x קלטות בשנה. כתבו ביטוי לסכום ששילמה _____

ג. באיזו חברה זול יותר לשכור 5 קלטות? 12 קלטות?



במשימה 1:

בדקנו מקרים פרטים של תשלומים לשכירת קלטות, בשתי חברות. כדי לדעת אם עדיף לשכור קלטות בחברה **א** או בחברה **ב**, נעזרים באלגברה.

תחילה נחזור וניזכר כיצד פותרים אי-שוויונות.

$5x > 20$ נקרא **אי-שוויון**, גם $x + 5 < 12$ נקרא **אי-שוויון**.

הסימנים $<$ ו- $>$ נקראים סימנים של אי-שוויון.

פותרים אי-שוויונות

2. בכל סעיף, הקיפו את המספרים שהם פתרון של האי-שוויון (תוכלו להיעזר בהצבה).

א. $x + 3 > 0$ המספרים: $-2, 5, 2, -4$

ב. $x - 9 < 0$ המספרים: $5, 3, -1, 16$

ג. $2x > 6$ המספרים: $-3, 0, 5, 12$

3. מצאו שלושה מספרים שהם פתרונות ושלושה מספרים שאינם פתרונות של האי-שוויון.

אי-שוויון	3 מספרים שהם פתרונות	3 מספרים שאינם פתרונות
$2x + 1 > 9$	5, 12, 30	-5, 0, 1
$x > 10$		
$x + 1 < 5$		
$2x < 0$		
$x - 3 > 1$		

דוגמה:



אם נציב מספר באי-שוויון ונקבל טענה נכונה, המספר הוא פתרון של האי-שוויון.

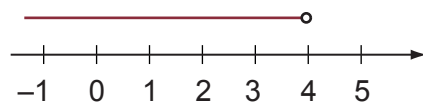
דוגמה: באי-שוויון $5x > 20$: אם נציב 6, נקבל $5 \cdot 6 > 20$ ולכן 6 הוא פתרון.

לעומת זאת, אם נציב 2, נקבל $5 \cdot 2 < 20$ ולכן 2 אינו פתרון.

פתרון של אי-שוויון הוא קבוצת כל המספרים שהם פתרונות של אותו אי-שוויון.

דוגמה:

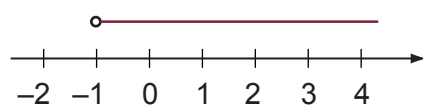
1. הפתרון של האי-שוויון $x + 1 < 5$ הוא קבוצת כל המספרים הקטנים מ-4.



את הפתרון רושמים כך: $x < 4$.

ומתארים על ציר מספרים כך:

2. הפתרון של האי-שוויון $3x + 1 > -2$ הוא קבוצת כל המספרים שגדולים מ-1.



את הפתרון רושמים כך: $x > -1$.

ומתארים על ציר מספרים כך:

4. א. נתונה המשוואה: $15x = 100 + 5x$.

פתרו אותה.

ב. נתון האי-שוויון $15x > 100 + 5x$

- רשמו שני מספרים שהם פתרונות האי-שוויון.

- רשמו שני מספרים שאינם פתרונות של האי-שוויון.

- אילו מספרים הם פתרונות של האי-שוויון $15x > 100 + 5x$? תארו אותם.

ג. נסו למצוא קשר בין פתרון המשוואה $15x = 100 + 5x$

לבין פתרון האי-שוויון $15x > 100 + 5x$.

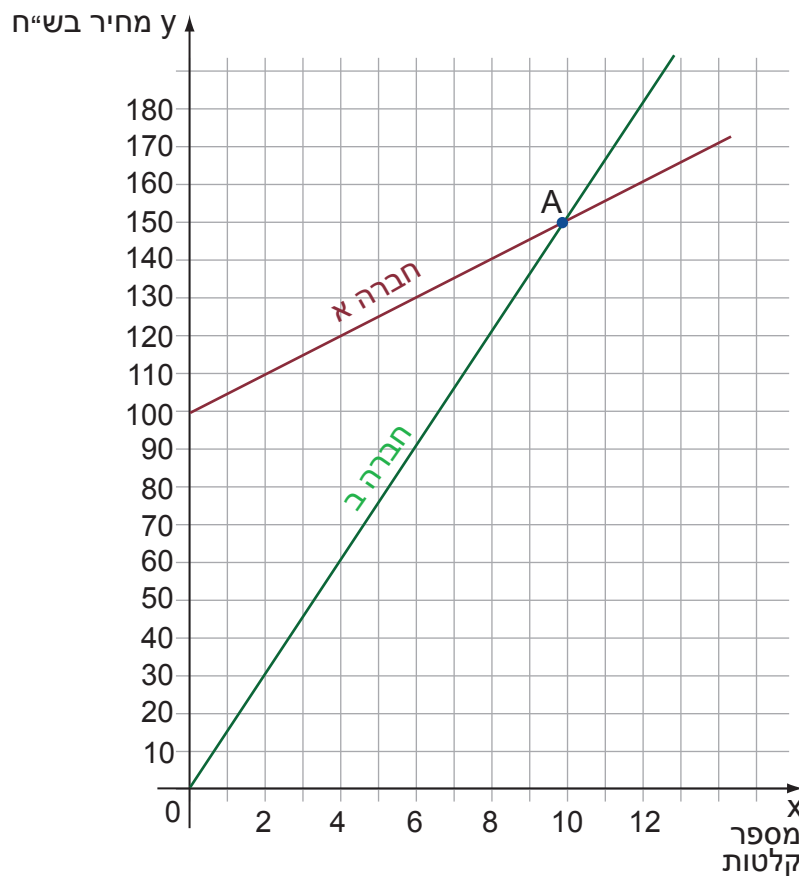


5. א. היעזרו בתשובותיכם למשימה 4 וקבעו:

באיזו חברה עדיף לשכור קלטות אם $x > 10$? הסבירו.

ב. שני הגרפים מתארים את התשלום לכל חברה.

כיצד נוכל לקבוע, בעזרת הגרפים, באיזו חברה עדיף לשכור קלטות?





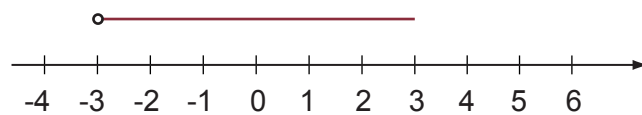
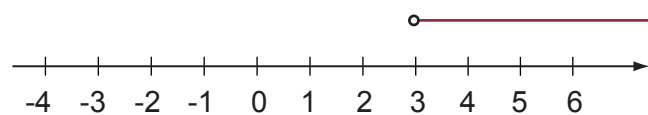
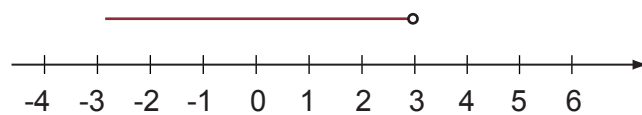
1. נתון האי-שוויון: $5x < 15$.

א. הקיפו את המספרים שמקיימים את האי-שוויון הנתון.

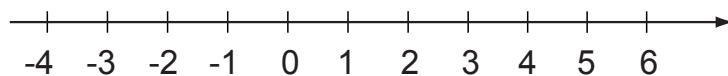
-2 , 0 , 6 , 3 , 4 , 5

ב. מה פתרון האי-שוויון?

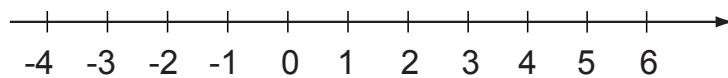
ג. איזה שרטוט מתאר את גרף הפתרון?



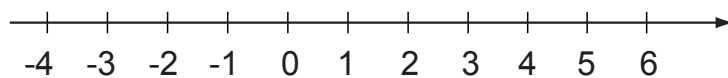
2. פתרו וסמנו את הפתרון על ציר מספרים.



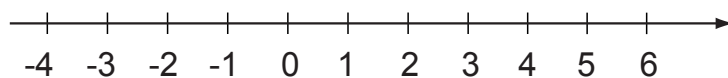
א. $x + 4 < 10$



ב. $x - 2 < 3$



ג. $3x > 6$



ד. $3x > -6$



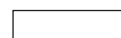
3. הקיפו משוואות או אי-שוויונות שהמספר 2 הוא פתרון שלהם.

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{2}x > 0 & 2 \cdot x = 0 & x - 2 = 0 \\ 2 - x = 0 & -2 \cdot x < 0 & x + 2 = 0 \end{array}$$



4. הקיפו משוואות או אי-שוויונות שהמספר (-3) הוא פתרון שלהם.

$$\begin{array}{llll} 3x > 0 & , & 3x = 0 & , & 3 - x = 0 & , & x + 3 = 0 \\ -3 \cdot x < 0 & , & 3 - x > 0 & , & 3 \cdot x < 0 & , & x - 3 < 0 \end{array}$$



5. רשמו שלושה מספרים שהם פתרונות ושלושה מספרים שאינם פתרונות.

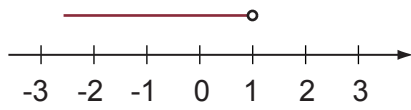
אי-שוויון	3 מספרים שהם פתרונות	3 מספרים שאינם פתרונות
$2x > 8$		
$2 + x > 8$		
$x + 2 < 8$		
$2x < 8$		



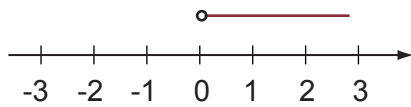
6. רשמו שלושה מספרים שהם פתרונות ושלושה מספרים שאינם פתרונות.

אי-שוויון	3 מספרים שהם פתרונות	3 מספרים שאינם פתרונות
$2x + 3 > 7$		
$3 + 2x < 7$		
$3x + 2 < 7$		
$2x - 3 < 7$		

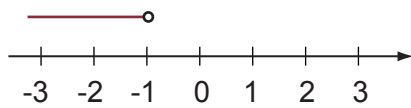
7. התאימו לכל אי-שוויון, גרף המתאר את הפתרון שלו.



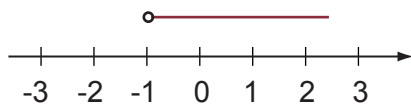
$x < -1$



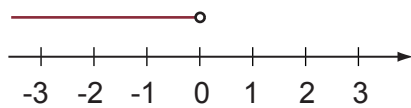
$x > -1$



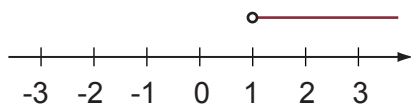
$x + 1 > 1$



$x + 1 > 2$



$x + 3 < 4$

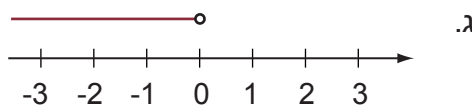


$x + 3 < 3$

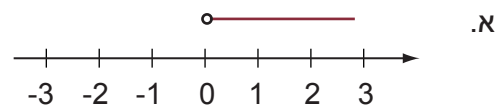
8. נתונים אי-שוויונות:

$2x - x > -1$, $5x - 4x < 2 - 3$, $x > -1$, $x + 3 > 3$, $x < -1$, $x < 0$

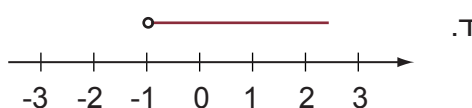
ליד כל גרף רשמו את האי-שוויונות שהגרף הוא הפתרון שלהם.



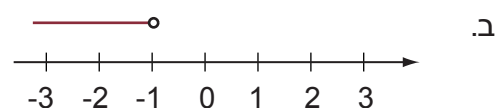
ג.



א.



ד.



ב.



שיעור 3. אי-שוויונות - חיבור מספר לשני האגפים

בשיעור קודם:

פתרנו אי-שוויונות על-סמך שיקולים וראינו כיצד לתאר את הפתרון על ציר מספרים.

בשיעור זה נעסוק בפעולות על אגפי אי-שוויונות.

1. בכל אחת מהפעולות הבאות, קבעו אם הסדר בין המספרים נשמר לאחר ביצוע הפעולה. תוכלו להיעזר בצירי מספרים כמו בדוגמה.

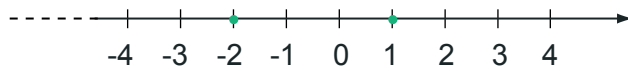
דוגמה: מחברים 2

$$-2 < 1 / + 2$$

מקבלים:

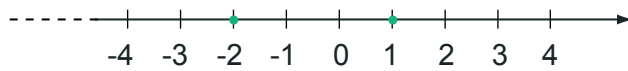
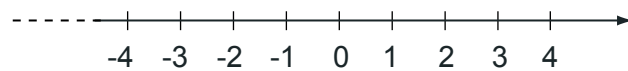
$$0 < 3$$

כלומר, הסדר נשמר.



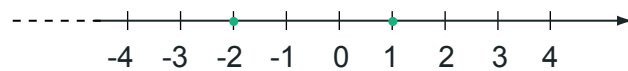
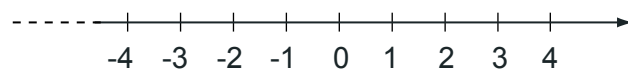
א. מחברים 1

$$-2 < 1 / + 1$$



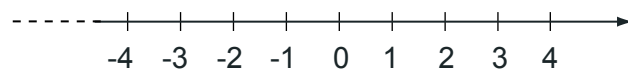
ב. מחסרים 2

$$-2 < 1 / - 2$$

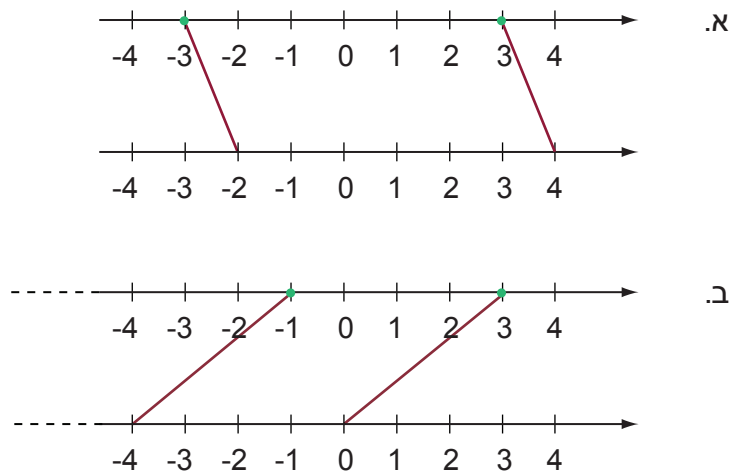


ג. מחברים 0

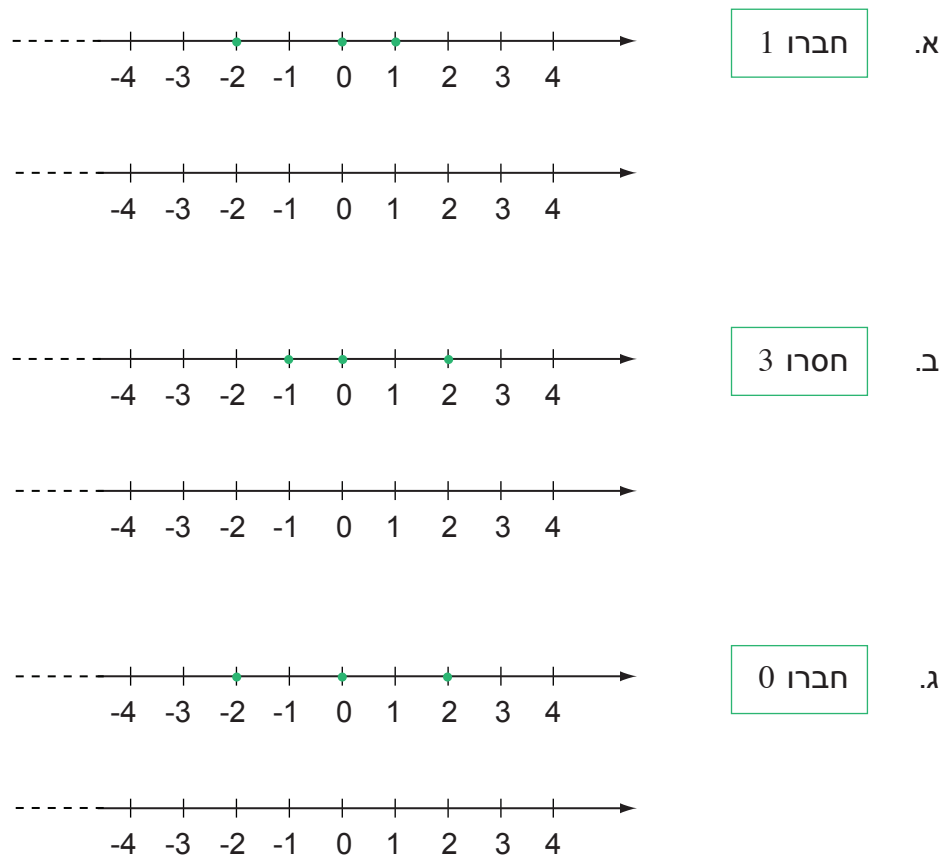
$$-2 < 1 / + 0$$



2. איזה מספר חיברו למספרים על הציר העליון?
 קשמו אי-שוויון מתאים לכל ציר וקבעו אם הסדר נשמר לאחר ביצוע הפעולה.

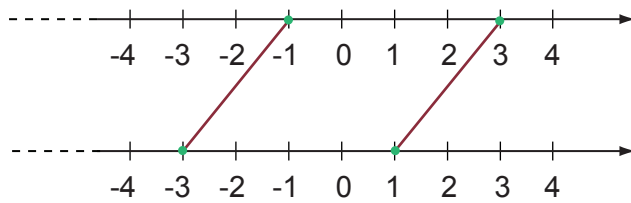


3. שרטטו חיצים מהמספרים המסומנים על הציר העליון, לתוצאה על הציר התחתון.
 קבעו אם הסדר נשמר.





● ראינו כי, אם מחברים אותו מספר לשני מספרים שונים, הסדר ביניהם נשמר.



דוגמה: 2 מחסרים

$$-1 < 3 \quad / -2$$

$$-3 < 1$$

הסדר נשמר.

באותו אופן

● אם מחברים אותו מספר לשני אגפים של אי-שוויון, הסדר בין האגפים נשמר.

דוגמאות:

2 מחסרים (או מחברים -2)

$$x + 2 > 7 \quad / -2$$

$$x > 5$$

3 מחברים

$$x - 3 > 7 \quad / +3$$

$$x > 10$$

4. פתרו את האי-שוויונות.

דוגמאות:

$$x + 1 > 9$$

מחסרים 1 משני האגפים

$$x + 1 > 9 \quad / -1$$

$$x > 8$$

$$x - 2 > 5$$

מחברים 2 לשני האגפים

$$x - 2 > 5 \quad / +2$$

$$x > 7$$

א. $x + 2 > 6$ ג. $x + 2 > -6$ ה. $x + 3 < 4$ ז. $x + 3 < -4$

ב. $x - 2 > 6$ ד. $x - 2 > -6$ ו. $x - 3 > 4$ ח. $x - 3 < -4$

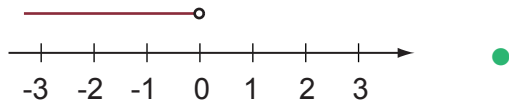


1. לכל אי-שוויון, רשמו שני אי-שוויונות נוספים שיש להם אותו פתרון.

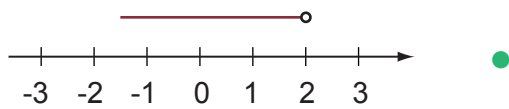
א. $x > 1$ ב. $x < 0$ ג. $x < 2$ ד. $x > -5$



2. התאימו לכלל אי-שוויון, גרף המתאר את הפתרון שלו.

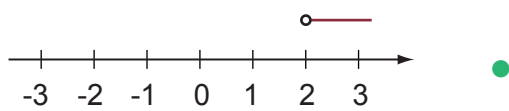


$x < 0$



$-2 > x$

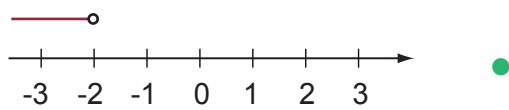
$2 + x < 2$



$x < 2$

$x < -2$

$x + 10 < 10$



$x + 5 > 7$

$x - 1 < 1$

$x - 2 > 0$

3. פתרו.

$x - 6 < -2$	$x + 3 < 10$ דוגמאות:
$x - 6 < -2 \ / +6$	$x + 3 < 10 \ / -3$
$x < 4$	$x < 7$

- | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|
| ה. $x - 4 < 5$ | ג. $x + 4 > -5$ | א. $x + 4 > 5$ |
| ו. $x - 4 < -5$ | ד. $x + 4 < 5$ | ב. $x - 4 > 5$ |

4. פתרו.

$$3x > x - 6$$

$$3x > x - 6 / -x$$

$$2x > -6$$

$$x > -3$$

$$2x + 3 < 15 \quad \text{דוגמאות:}$$

$$2x + 3 < 15 / -3$$

$$2x < 12$$

$$x < 6$$

$$5x > 3x - 6 \quad \text{ה.}$$

$$4 + 3x < 25 \quad \text{ג.}$$

$$3x + 4 > 25 \quad \text{א.}$$

$$5x > -3x + 8 \quad \text{ו.}$$

$$5x > 3x + 6 \quad \text{ד.}$$

$$3x - 4 > 35 \quad \text{ב.}$$



5. חברו אי-שוויון בטור הימני לאי-שוויון בטור השמאלי שיש לו אותו פתרון.

$$x > 8 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad x - 10 > 2$$

$$x > -12 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad x + 10 > 2$$

$$x > 12 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad x + 10 > -2$$

$$x > -8 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad x - 10 > -2$$

6. חברו אי-שוויון בטור הימני לאי-שוויון בטור השמאלי שיש לו אותו פתרון.

$$x > 3 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 2x - 10 > 4$$

$$x > -3 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 2x + 10 > 4$$

$$x > 7 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 2x + 10 > -4$$

$$x > -7 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 2x - 10 > -4$$

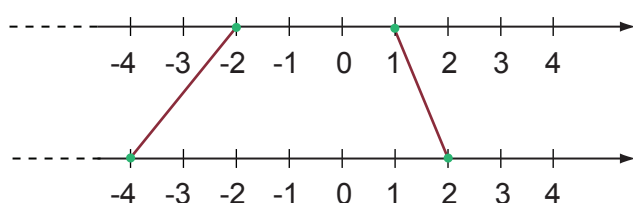


שיעור 4. אי-שוויונות – כפל מספר בשני האגפים

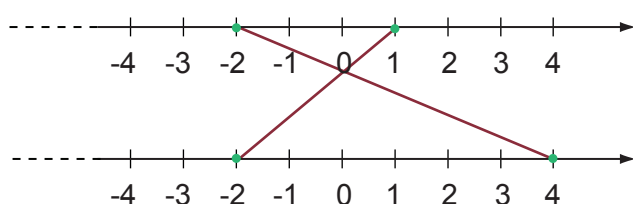
בשיעור קודם ראינו כי כאשר מחברים מספר כלשהו לשני אגפי אי-שוויון, הסדר נשמר. בשיעור זה נראה מה קורה לסדר כאשר כופלים או מחלקים שני אגפי אי-שוויון במספר כלשהו.

1. בכל אחת מן הפעולות הבאות, קבעו אם הסדר בין המספרים נשמר.

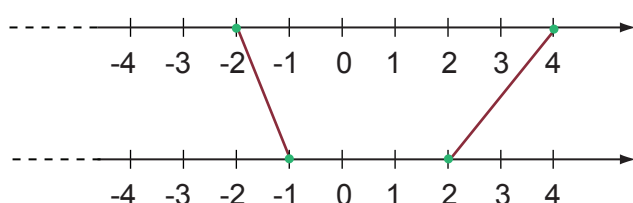
הוסיפו סימן $<$ או $>$ מתאים.



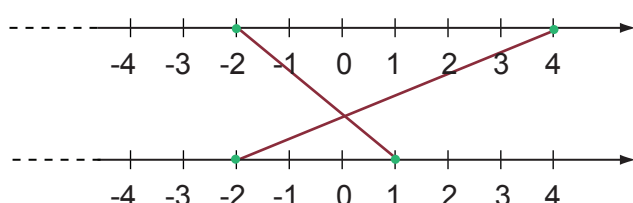
- א. כופלים ב-2
 $-2 \bigcirc 1 \cdot 2$
 $-4 \bigcirc 2$



- ב. כופלים ב-2
 $-2 \bigcirc 1 \cdot (-2)$
 $4 \bigcirc -2$



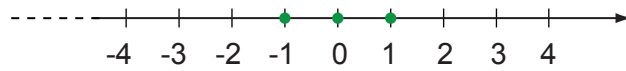
- ג. מחלקים ב-2
 $-2 \bigcirc 4 \div 2$
 $-1 \bigcirc 2$



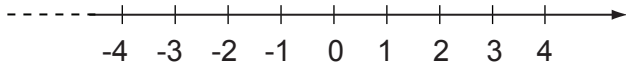
- ד. מחלקים ב-2
 $-2 \bigcirc 4 \div (-2)$
 $1 \bigcirc -2$

2. שרטטו חיצים מהמספרים המסומנים על הציר העליון, לתוצאה על הציר התחתון.

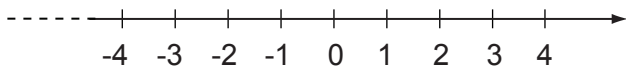
קבעו אם הסדר נשמר.



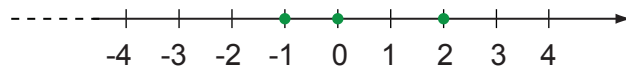
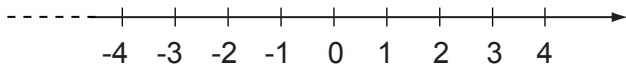
א. כפלו ב-3



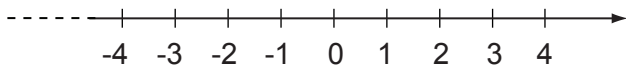
ב. כפלו ב-3



ג. חלקו ב-2



ד. כפלו ב-0





● אם כופלים או מחלקים שני מספרים שונים במספר חיובי, הסדר ביניהם נשמר.

● אם כופלים או מחלקים שני מספרים שונים במספר שלילי, הסדר ביניהם מתהפך.

● אם כופלים או מחלקים אגפי אי-שוויון במספר חיובי, הסדר בין האגפים נשמר.

מחלקים ב-3	כופלים ב-3	דוגמאות:
$3x > 21 / :3$	$\frac{x}{3} < 1 / \cdot 3$	
$x > 7$	$x < 3$	

● אם כופלים או מחלקים אגפי אי-שוויון במספר שלילי, הופכים את סימן הסדר, כדי שהמצב בין האגפים יישמר.

מחלקים ב-(-3)	כופלים ב-(-3)	דוגמאות:
$-3x > 21 / :(-3)$	$-\frac{x}{3} < 1 / \cdot (-3)$	
$x < -7$	$x > -3$	

● אם כופלים אגפי אי-שוויון ב-0 האי-שוויון מתאפס. **אין לכפול** את שני אגפי האי-שוויון באפס.

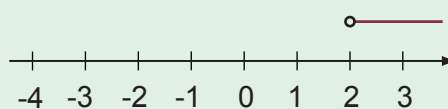
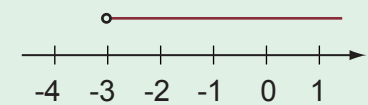
4. פתרו את האי-שוויונות.

	דוגמאות:
$-2x < 6 / :(-2)$	$2x < 6 / :2$
$x > -3$	$x < 3$

א. $3x > 12$ ב. $-3x > 12$ ג. $3x > -12$ ד. $-3x > -12$

5. פתרו וסמנו את הפתרון על ציר מספרים.

	דוגמאות:
$8x + 1 > 5x + 7 / -1$	$-2x + 1 < 7 / -1$
$8x > 5x + 6 / -5x$	$-2x < 6 / :(-2)$
$3x > 6 / :3$	$x > -3$
$x > 2$	

א. $2x + 3 > 5$ ג. $2x + 1 < x + 4$

ב. $-2x + 3 > 5$ ד. $2x - 3 < x + 1$



1. פתרו את האי-שוויונות.

$-4x > 8$	$2x < 10$	דינמאוג:
$-4x > 8 / : -4$	$2x < 10 / : 2$	
$x < -2$	$x < 5$	

א. $3x > 12$ ג. $-3x > 12$ ה. $3x > 0$

ב. $3x > -12$ ד. $-3x > -12$ ו. $3x < 0$

2. פתרו.

$6 - 2x > 18$	$3x + 5 < 17$	דינמאוג:
$6 - 2x > 18 / - 6$	$3x + 5 < 17 / - 5$	
$-2x > 12 / : (-2)$	$3x < 12 / : 3$	
$x < -6$	$x < 4$	

א. $3x + 2 < 17$ ג. $1 + 2x > 13$ ה. $10 - 4x < -6$

ב. $2x - 1 > 13$ ד. $10 - 4x > 2$ ו. $9 + 3x > 15$

3. פתרו את האי-שוויונות.

$$\begin{aligned}3x + 7 &> 5x + 15 \\3x + 7 &> 5x + 15 \quad / - 5x \\-2x + 7 &> 15 \quad / - 7 \\-2x &> 8 \quad / : (-2) \\x &< -4\end{aligned}$$

דניאל:

$$\begin{aligned}3x + 5 &< 17 + x \\3x + 5 &< 17 + x \quad / - x \\2x + 5 &< 17 \quad / - 5 \\2x &< 12 \quad / : 2 \\x &< 6\end{aligned}$$

ג. $4x + 4 < 5x - 6$

א. $13x - 6 > 12x - 15$

ד. $5x - 6 > 4x - 4$

ב. $13x - 6 > 12x - 5$



משימה נוספת

4. פתרו.

ד. $3x - 2 > 2x$

א. $x + 5 < 8$

ה. $3x + 2 > 2x$

ב. $x - 5 < 8$

ו. $3x + 2 > 2$

ג. $5 - x < 8$

5. פתרו.

ד. $3x - 2 < 13$

א. $7x - 2 > 19$

ה. $2x > -3x + 5$

ב. $2 - 3x < 8$

ו. $3x + 2 > 2$

ג. $-2x + 5 > 17$