



# יחידה 21: מצמצמים

## שיעור 1. זהירות - כאן מצמצמים

צמצום שברים אלגבריים

במבחן במתמטיקה דלית, אלונה, רון וגבי צמצמו את השבר  $\frac{16}{64}$  כך:

$$\frac{16}{64} = \frac{\cancel{16}}{4 \cdot \cancel{16}} = \frac{1}{4} \quad \text{רון:} \qquad \frac{16}{64} = \frac{\cancel{16}}{4 \cdot \cancel{16}} = 4 \quad \text{דלית:}$$

$$\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4} \quad \text{גבי:} \qquad \frac{16}{64} = \frac{\cancel{16}}{4 \cdot \cancel{16}} = \frac{0}{4} = 0 \quad \text{אלונה:}$$

אילו פתרונות נכונים? אילו שגויים? הסבירו.

נצמצם שברים וביטויים: ניזכר כיצד מצמצמים? מה אפשר לצמצם? מה אי-אפשר לצמצם? שימו לב, בשיעור זה כל המכנים שונים מ-0.

1. א. צמצמו ב-3 אם אפשר. בדקו את התשובה - השוו בין ערכי השבר לפני ואחרי הצמצום.

$$\frac{7 \cdot 3}{3} = \frac{7 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} = 7 \quad \text{דלית:}$$

$$\frac{7 \cdot 3}{3} = \frac{21}{3} = 7 \quad \text{קדיקה:}$$

$$\frac{3}{2 \cdot 3}, \frac{3}{2+3}, \frac{5+3}{2+3}, \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3}, \frac{5+3}{3}, \frac{5 \cdot 3}{3}$$

ב. צמצמו ב-5 אם אפשר.

$$\frac{5 \cdot a}{b \cdot 5} = \frac{\cancel{5} \cdot a}{b \cdot \cancel{5}} = \frac{a}{b} \quad \text{דלית:}$$

$$\frac{5}{a \cdot 5}, \frac{5}{a+5}, \frac{5+a}{5+b}, \frac{5 \cdot a}{5 \cdot b}, \frac{5+a}{5}, \frac{5 \cdot a}{5}$$

ג. צמצמו ב-a אם אפשר.

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot a} = \frac{\cancel{a} \cdot b}{c \cdot \cancel{a}} = \frac{b}{c} \quad \text{דלית:}$$

$$\frac{a}{a \cdot c}, \frac{a}{a+c}, \frac{a+b}{a+c}, \frac{a \cdot b}{a \cdot c}, \frac{a+b}{a}, \frac{a \cdot b}{a}$$

2. קבעו נכון או לא נכון והסבירו.

$$\frac{a(\cancel{c-d})}{b(\cancel{c-d})} = \frac{a}{b} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{\cancel{a} \cdot b}{\cancel{a} \cdot c} = \frac{b}{c} \quad \text{א.}$$

$$\frac{a(\cancel{c-d})}{b\cancel{c-d}} = \frac{a}{b} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{\cancel{a}+b}{\cancel{a}+c} = \frac{b}{c} \quad \text{ב.}$$


$$\frac{\cancel{a}(c-d)}{\cancel{a}+c-d} = 1 \quad \text{ז.}$$

$$\frac{\cancel{a}(c-d)}{\cancel{a}} = c-d \quad \text{ג.}$$

$$\frac{a(\cancel{c-d})}{\cancel{c-d}} = a \quad \text{ח.}$$

$$\frac{\cancel{a}c-d}{\cancel{a}} = c-d \quad \text{ד.}$$

3. סכמו את מסקנותיכם: מתי אפשר לצמצם ומתי אי-אפשר לצמצם.

 ניזכר,

- אם כופלים או מחלקים את המונה ואת המכנה של שבר באותו מספר (שונה מ-0), ערכו אינו משתנה. פעולות אלה נקראות גם הרחבה (כפל של המונה והמכנה), או צמצום (חילוק של המונה והמכנה) של השבר.
- דוגמה: מצמצמים ב- $a$ :  $\frac{ab}{ac} = \frac{\cancel{a}b}{\cancel{a}c} = \frac{b}{c}$  (כלומר מחלקים את המונה ואת המכנה ב- $a$ ).
- ביטוי אלגברי הכולל שבר או יש בו מכנה, נקרא גם **שבר אלגברי**. דוגמאות:  $\frac{1}{7}x + 5$ ,  $\frac{ab}{ac}$
- בשבר אלגברי אפשר לצמצם גורמים בפעולת כפל או בפעולת חילוק.
- דוגמאות:  $\frac{a+3}{3} = \frac{a \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} = a$ ,  $\frac{\cancel{a}(c-d)}{\cancel{a}} = c-d$  ( $a \neq 0$ )
- אי-אפשר לצמצם מחוברים או מחוסרים.
- דוגמאות: אי-אפשר לצמצם  $\frac{a+3}{3}$ , אי-אפשר לצמצם  $\frac{ac-d}{a}$  ( $a \neq 0$ )




4. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווים ערך. הסבירו.

א.  $x$ ,  $\frac{2x \cdot 5}{10}$       ג.  $\frac{10x}{10}$ ,  $\frac{2x \cdot 5}{10}$

ב.  $2x \cdot \frac{1}{2}$ ,  $\frac{2x \cdot 5}{10}$       ד.  $\frac{x \cdot 5}{5}$ ,  $\frac{2x \cdot 5}{10}$

5. צמצמו.

א.  $\frac{a^3 \cdot 10}{5a^2}$       ב.  $\frac{25xy}{10x^3y}$       ג.  $\frac{36p^2k}{48p}$       ד.  $\frac{7a^3b}{a^2b}$

 ניזכר,

$\frac{ab^2}{a^2bc} = \frac{\cancel{a} \cdot b \cdot \cancel{b}}{\cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot c}$  ולכן,  $a^2 = a \cdot a$ ,  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ , ...

מצמצמים גורמים במונה ובמכנה ומקבלים  $\frac{b}{ac}$ , בתנאי ש  $a, b, c$  שונים מ-0.

שימו לב: בכל המשימות המכנה שונה מ-0.



1. בכל סעיף רק ביטוי אחד שניתן לצמצם. צמצמו אותו.

א.  $\frac{3+7}{2 \cdot 7}$        $\frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 7}$

ב.  $\frac{3}{4} + \frac{7}{12}$        $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{12}$

ג.  $4 + \frac{3}{8}$        $4 \cdot \frac{3}{8}$



2. קבעו בכל סעיף: נכון או לא נכון.

א.  $\frac{12}{18} = \frac{2 \cdot \cancel{6}}{3 \cdot \cancel{6}} = \frac{2}{3}$       ב.  $\frac{18}{3} = \frac{\cancel{3} \cdot 6}{\cancel{3}} = 6$       ג.  $\frac{3}{18} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 6} = 0$



3. צמצמו.

א.  $\frac{6a}{9b}$       ב.  $\frac{2 \cdot a}{2}$       ג.  $\frac{3}{a} \cdot \frac{a}{b}$       ד.  $\frac{7}{2x} \cdot x$



4. צמצמו.

א.  $\frac{17(a+3)}{3(a+3)}$       ב.  $\frac{a(b+c)}{3(b+c)}$       ג.  $\frac{17(a+3)}{a \cdot 17}$       ד.  $\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}$



5. צמצמו.

א.  $\frac{2a-b}{2a-b}$       ב.  $\frac{(a+b)b}{(a+b)^2}$       ג.  $\frac{(b-a)}{(b-a)^2}$       ד.  $\frac{b+a}{(a+b)^2}$



6. צמצמו אם אפשר. ציינו אם אי-אפשר לצמצם.

|                      |    |                                 |    |                   |    |
|----------------------|----|---------------------------------|----|-------------------|----|
| $\frac{6a}{2(a+1)}$  | ג. | $\frac{c}{d} + \frac{d}{c}$     | ב. | $\frac{3a}{6a}$   | א. |
| $\frac{6+a}{2(a+1)}$ |    | $\frac{c+d}{d+c}$               |    | $\frac{3a+a}{6a}$ |    |
| $\frac{6a}{2+(a+1)}$ |    | $\frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}$ |    | $\frac{3a}{6+a}$  |    |
|                      |    | $\frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}$ |    |                   |    |



7. השלימו את החסר בתרגילים הבאים.

|  |    |                                     |    |                                    |    |                          |    |                          |    |
|--|----|-------------------------------------|----|------------------------------------|----|--------------------------|----|--------------------------|----|
| $\frac{3(x+1)}{\square} = \frac{3}{2}$ | ה. | $\frac{3x}{\square} = \frac{1}{2}x$ | ז. | $\frac{3x}{\square} = \frac{1}{2}$ | ג. | $\frac{3x}{\square} = 1$ | ב. | $\frac{3x}{\square} = x$ | א. |
|--|----|-------------------------------------|----|------------------------------------|----|--------------------------|----|--------------------------|----|



8. קבעו בכל סעיף: נכון או לא נכון.

|                         |    |                        |    |                         |    |
|-------------------------|----|------------------------|----|-------------------------|----|
| $\frac{a^2b}{a^2} = ab$ | ג. | $\frac{a^2b}{a^2} = b$ | ב. | $\frac{a^2b}{a^2} = 2b$ | א. |
|-------------------------|----|------------------------|----|-------------------------|----|



9. צמצמו.

|                      |    |                             |    |                   |    |
|----------------------|----|-----------------------------|----|-------------------|----|
| $\frac{2a^3b}{3a^2}$ | ג. | $\frac{a+3}{7 \cdot (a+3)}$ | ב. | $\frac{-3ab}{bc}$ | א. |
|----------------------|----|-----------------------------|----|-------------------|----|



10. צמצמו.

|                            |    |   |    |
|----------------------------|----|---|----|
| $\frac{-16m^3p}{32m^2p^2}$ | ב. | $\frac{(a+3) \cdot (a-3)}{(a-1) \cdot (a+3)}$ | א. |
|----------------------------|----|---|----|



11. גיא, רועי, וגליה צמצמו את השבר האלגברי:  $\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)}$  כך:

**גליה:**  $\frac{\cancel{(a+3)}(a-3)}{\cancel{(a+3)}} = a-3$

**רועי:**  $\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)} = \frac{a^2-9}{a+3} = a-3$

**גיא:**  $\frac{\overset{1}{\cancel{(a+3)}}(a-3)}{\underset{1}{\cancel{(a+3)}}} = \frac{a-3}{1}$

אילו פתרונות נכונים? אילו שגויים? הסבירו.



12. תלמידים התבקשו לצמצם את השבר האלגברי:  $\frac{(5a)^2}{15}$

יוני פתר כך:  $\frac{(\cancel{5}a)^2}{\cancel{15}_3} = \frac{a^2}{3}$  **שירה** פתרה כך:  $\frac{(5a)^2}{15} = \frac{\cancel{5}^5 a^2}{\cancel{15}_3} = \frac{5a^2}{3}$

מי מהם צדק? הסבירו.



13. צמצמו.

א.  $\frac{7 \cdot k}{14 \cdot m}$       ג.  $\frac{x \cdot y}{x}$       ה.  $\frac{c}{2 \cdot c}$   
 ב.  $\frac{3 \cdot b}{7 \cdot b}$       ד.  $\frac{14 \cdot k}{21 \cdot k \cdot m}$       ו.  $\frac{5ab}{10ac}$



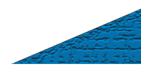
14. צמצמו.

א.  $\frac{a^3 b}{a^2 c}$       ב.  $\frac{25xy}{10x^3 y}$       ג.  $\frac{36p^2 k^3}{48pk^4}$       ד.  $\frac{7a^3 b^4}{8a^2 b^4}$



15. בדקו את התרגילים הבאים. אם מצאתם שגיאה, תקנו אותה.

א.  $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$       ד.  $\frac{a(b-c)}{c-b} = a$       ז.  $\frac{a-b}{b-a} = 1$   
 ב.  $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$       ה.  $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$       ח.  $\frac{a(b+c)}{c+b} = a$   
 ג.  $\frac{a+b}{b+a} = 1$       ו.  $-\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$       ט.  $-\frac{a-b}{3} = \frac{b-a}{3}$



16. א. האם  $\frac{2a}{ab} = \frac{20+a}{10a+b}$ ?

ב. מה מקבלים אם מציבים  $a = 8$  ו- $b = 3$  בביטוי  $\frac{2a}{ab}$ ?

ג. **יעל** אמרה: אם מצמצמים את  $\frac{2a}{ab}$  היחס הישר נשמר. מה דעתכם?

## שיעור 2. הצבות והפתעות

מציאת תחום הצבה וצמצום בעזרת פירוק לגורמים



תלמידי כיתה ח התבקשו להציב זוגות של מספרים בביטוי:  $\frac{a-b}{2a-2b}$

זוגות המספרים להצבה:

$$a = 4, b = -3$$

$$a = -4, b = 3$$

$$a = 4, b = 3$$

$$a = 3, b = 3$$

$$a = 3, b = 7$$

$$a = 4, b = 8$$

התלמידים הגיעו למסקנה מפתיעה.

נגלה מה הייתה המסקנה שהפתיעה את התלמידים, וננסח מסקנות נוספות על הצבות בביטויים.

1. א. הציבו את זוגות המספרים ומצאו את ערך הביטוי  $\frac{a-b}{2a-2b}$  בכל הצבה. (תוכלו לעבוד בקבוצות).
- ב. הציבו זוג מספרים משלכם. מה קיבלתם?
- ג. **רועי ועידו** אמרו: אנחנו בכלל לא הצבנו, אנחנו צמצמנו מראש ומצאנו את התוצאה. הסבירו את דרך הפתרון של רועי ועידו. מה הם קיבלו? מדוע?
- ד. האם באחת ההצבות קיבלתם ביטוי חסר משמעות? תנו דוגמה לזוג מספרים אחר שהצבתו תיתן ביטוי חסר משמעות. הסבירו.



ניזכר,

● **תחום הצבה:** קבוצת המספרים שמותר להציב בביטוי אלגברי במקום  $x$  נקראת **תחום הצבה**.

**דוגמה:** תחום ההצבה של הביטוי  $\frac{a-b}{2a-2b}$  הוא: כל זוגות המספרים:  $a$  ו- $b$  השונים זה מזה (כותבים:  $b \neq a$ ).

● **הוצאת גורם משותף:** לפי חוק הפילוג:  $ab + ac = a(b+c)$

הוצאת גורם משותף הופכת את הסכום למכפלה, כך מתקבל ביטוי שאפשר לצמצם בו.

**דוגמה:** במכנה של הביטוי  $\frac{a-b}{2a-2b}$  הוא גורם משותף ולכן מוציאים אותו מחוץ לסוגריים.

$$\frac{a-b}{2(a-b)}$$

כותבים:

$$\frac{\cancel{a}-\cancel{b}}{2(\cancel{a}-\cancel{b})}$$

$a - b$  מופיע גם במונה וכגורם במכפלה גם במכנה של השבר ולכן אפשר לצמצם.

$$\frac{1}{2}$$

לאחר הצמצום מקבלים:

$$\frac{a-b}{2a-2b} = \frac{1}{2}$$

עבור כל זוג מספרים שונים זה מזה, מקבלים:

2. השמו את תחום הצבה. צמצמו אם אפשר.

**דוגמה:**  $\frac{4a+4b}{8c}$  תחום ההצבה: כל המספרים פרט ל-0 רושמים,  $c \neq 0$

מפרקים לגורמים ורושמים את המונה כמכפלה:

$$\frac{4a+4b}{8c} = \frac{4(a+b)}{8c}$$

מצמצמים ומקבלים:

$$\frac{\cancel{4}(a+b)}{\cancel{8}c} = \frac{a+b}{2c}$$

- |                        |                       |                         |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| א. $\frac{a+2a}{a}$    | ד. $\frac{8a+8b}{4c}$ | ז. $\frac{5ab+a}{5ab}$  |
| ב. $\frac{a+2}{a}$     | ה. $\frac{ax-ay}{3a}$ | ח. $\frac{a^2+ab}{a+b}$ |
| ג. $\frac{3a+6}{2a+4}$ | ו. $\frac{ab}{6a+6b}$ | ט. $\frac{ab-b^2}{a-b}$ |

3. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווי ערך.

**דוגמה:** נתונים הביטויים  $\frac{x}{2}$ ,  $\frac{x^2-5x}{2x-10}$

תחום ההצבה:  $2x-10$  צריך להיות שונה מ-0 ולכן:  $x \neq 5$

מפרקים לגורמים ורושמים את המונה ואת המכנה כמכפלות:

$$\frac{x^2-5x}{2x-10} = \frac{x(x-5)}{2(x-5)}$$

מצמצמים ומקבלים:

$$\frac{\cancel{x}(\cancel{x-5})}{2(\cancel{x-5})} = \frac{x}{2}$$

כלומר הביטויים הם שווי ערך.

- |   |                                |                            |
|---|--------------------------------|----------------------------|
| א. $\frac{x-x^2}{3}$ , $\frac{x^2-x^3}{3x}$ | ב. $2x$ , $\frac{2x^2-5}{x-5}$ | ג. $\frac{(7x)^2}{7x}$ , 1 |
|---|--------------------------------|----------------------------|



4. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווי ערך.

- |   |  |
|---|--|
| א. $\frac{5x-10}{10}$ , $\frac{x}{2}-10$  | ד. $\frac{10x^2+5x-10}{10}$ , $x^2+5x-1$     |
| ב. $\frac{5x-10}{10}$ , $\frac{5x}{10}-1$ | ה. $\frac{30x^3+5x^2-10x}{10x}$ , $30x^2+5x$ |
| ג. $\frac{5x-10}{10}$ , $\frac{1}{2}x-1$  | ו. $\frac{18x^2+6x+9}{3}$ , $6x^2+2x+3$      |



1. מצאו את תחום ההצבה.

א.  $\frac{2}{m-3}$       ב.  $\frac{m-2}{m-5}$       ג.  $\frac{m}{m+3}$       ד.  $\frac{1}{m-2}$



2. מצאו את תחום ההצבה.

א.  $\frac{1}{a}$       ב.  $2a$       ג.  $\frac{7k}{2+k}$       ד.  $\frac{t+3}{2-t}$



3. מצאו את תחום ההצבה.

א.  $\frac{m-3}{(m+2)(m-1)}$       ב.  $\frac{1}{m-1} + \frac{2}{m-2}$       ג.  $\frac{3m}{(m-1)(m+1)}$       ד.  $\frac{3}{m} + \frac{m+3}{m-3}$



4. כתבו ביטוי אלגברי, עם המשתנה  $a$  כך שתחום ההצבה שלו הוא:

א. כל המספרים.      ב. כל המספרים פרט ל-8.      ג. כל המספרים פרט ל-8.



5. מצאו את תחום ההצבה.

א.  $\frac{2}{m-3}$       ב.  $\frac{m-2}{m-5}$       ג.  $\frac{m}{m+3}$       ד.  $\frac{1}{m-2}$



6. צמצמו ככל האפשר. ציינו אם אי-אפשר לצמצם. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{4m+4p}{8}$       ב.  $\frac{ab-a}{2a}$       ג.  $\frac{5m-5k}{3m-3k}$



7. צמצמו. ציינו אם אי-אפשר לצמצם. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה, צמצמו ככל האפשר).

א.  $\frac{6x^3-12x^2}{6x}$       ב.  $\frac{6x^3+x^4}{6}$       ג.  $\frac{6x^3-x^4}{6-x}$       ד.  $\frac{4x^3-4x^2+4}{4(x-1)}$



8. צמצמו. ציינו אם אי-אפשר לצמצם (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{3x^2 - 12x + 15}{3}$     ב.  $\frac{4x^3 - 2x^2 + 4}{2}$     ג.  $\frac{2x^2 - 12x + 8}{8x}$     ד.  $\frac{4x^3 - 4x^3 + 4}{4(x-1)}$



9. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווי ערך (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $2$  ;  $\frac{2x+8}{x+4}$     ב.  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{3x+12}{12}$     ג.  $\frac{x-5}{10}$  ;  $\frac{4x-20}{40}$



10. צמצמו ככל האפשר, ציינו אם אי-אפשר לצמצם (בכל הסעיפים הניחו כי המכנה שונה מ-0).

א.  $\frac{x+y}{3x+3y}$     ב.  $\frac{9x+9y}{3x+3y}$     ג.  $\frac{9x+9y}{x+9y}$     ד.  $\frac{5m-5k}{(m-k)(m+k)}$



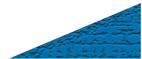
11. צמצמו ככל האפשר. ציינו אם אי-אפשר לצמצם (בכל הסעיפים הניחו כי המכנה שונה מ-0).

א.  $\frac{xy+3x}{y^2+3y}$     ב.  $\frac{xy+x^2}{xy+y^2}$



12. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווי ערך (תחילה כתבו את תחום ההצבה).

א.  $-1$  ;  $\frac{a-b}{b-a}$     ב.  $1.5$  ;  $\frac{3(x-5)}{-2(5-x)}$



13. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווי ערך (בכל הסעיפים המכנים אינם 0).

דוגמה:  $\frac{1}{x-y}$  ;  $\frac{x+y}{x^2-y^2}$

מרחיבים את המונה ואת המכנה של השבר משמאל כך שהמונה של השבר השמאלי יהיה למונה של השבר מימין:

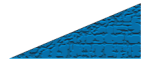
$$\frac{1}{x-y} = \frac{1 \cdot (x+y)}{(x-y)(x+y)}$$

מפשטים לפי חוק הפילוג המורחב:

$$\frac{1 \cdot (x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y}{x^2+xy-xy+y^2} = \frac{x+y}{x^2+y^2}$$

כלומר, הביטויים שווי ערך.

א.  $\frac{1}{x+2}$  ;  $\frac{x-2}{x^2-4}$     ב.  $\frac{1}{x-1}$  ;  $\frac{x-1}{x^2-2x+1}$



14. נתונים זוגות המספרים:

|                 |                 |                |                |                |                |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $a = 4, b = -3$ | $a = -4, b = 3$ | $a = 4, b = 3$ | $a = 3, b = 3$ | $a = 3, b = 7$ | $a = 4, b = 8$ |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|

הציבו כל זוג מספרים בביטוי:  $\frac{3ab}{a^2}$  ( $a \neq 0$ )

האם כדאי לצמצם מראש? האם תתקבל תמיד אותה תוצאה?



15. רשמו את תחום הצבה. צמצמו אם אפשר. (בכל הסעיפים הניחו כי המכנה שונה מ-0).

א.  $\frac{a+b}{2a+2b}$       ב.  $\frac{a-b}{5a-5b}$       ג.  $\frac{a^2+ab}{5a+5b}$



16. צמצמו ככל האפשר. (בכל הסעיפים הניחו כי המכנים אינם 0).

א.  $\frac{xy+x^2}{x+y}$       ב.  $\frac{a^2+ab}{ab+b^2}$       ג.  $\frac{b+bc^2}{b}$



17. בכל סעיף קבעו אם שני הביטויים הם ביטויים שווים ערך (בכל הסעיפים הניחו כי המכנים אינם 0).

א.  $\frac{2x}{3y}$  ;  $\frac{2xy-10x^2}{3y^2-15xy}$       ב.  $\frac{4c+3b}{5}$  ;  $\frac{4ac+3ab}{5a^2c}$       ג.  $\frac{a^2b-ab^2}{ab-b^2}$  ; a



18. כתבו מהו תחום הצבה של כל ביטוי.

א.  $\frac{10}{x^2+25}$       ב.  $\frac{10}{x^2-25}$       ג.  $\frac{10}{|x|+25}$       ד.  $\frac{10}{|x|-25}$       ה.  $\frac{m-4}{2m-8}$       ו.  $\frac{m-4}{|2m-8|}$



19. כתבו מהו תחום הצבה של כל ביטוי.

א.  $\frac{x-8}{|x|-x}$       ב.  $\frac{x-8}{|x|+x}$       ג.  $\frac{1}{x-\frac{1}{x}}$

## שיעור 3. כולם, כמעט כולם או אף אחד?

פתרון משוואות ואי שוויונות עם מכנה



דני פתר את המשוואה:  $4 = \frac{1-x}{x-1}$  כך:

$$4 = \frac{1-x}{x-1} \quad / \cdot (x-1)$$

$$4 \cdot (x-1) = \frac{1-x}{x-1} \cdot (x-1)$$

נבדוק אם הפתרון של דני נכון ונפתור משוואות ואי-שוויונות נוספים עם מכנים.

1. א. המשיכו את הפתרון של דני. מהו הפתרון שמתקבל?

ב. **נועה** אמרה:  $x = 1$  אינו פתרון של המשוואה הזאת.

האם נועה צודקת? אם כן, מהו פתרון המשוואה? אם לא, הסבירו מדוע.

2. פתרו את המשוואות.

$$\frac{x(x-5)}{x-5} = 0 \quad \text{דנימה:}$$

תחילה רושמים את תחום ההצבה:  $x - 5$  צריך להיות שונה מ-0 כלומר:  $x \neq 5$

$$\frac{x(x-5)}{x-5} = 0$$

$(x - 5)$  הוא גורם של המונה ושל המכנה ולכן אפשר לצמצם:

$$x = 0$$

כלומר:

בסיום, בודקים אם הפתרון מתאים לתחום ההצבה: כיוון שתחום ההצבה הוא כל המספרים פרט ל-5 הפתרון  $x = 0$  אפשרי.

$$\frac{x^2 - 3x}{x - 3} = 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{x(x-3)}{x-3} = -9 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{(x-3)x}{x-3} = -9 \quad \text{א.}$$

$$\frac{x^2(x-3)}{x-3} = -9 \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x^2 - 3x}{x - 3} = x \quad \text{ד.}$$

$$\frac{(x-3)x}{x-3} = 9 \quad \text{ב.}$$

3. פתרו את האי שוויונות.

רשמו את תחום ההצבה תחילה, פרקו לגורמים על-ידי הוצאת גורם משותף וצמצמו.

$$\frac{5x^2}{5} > 0 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{2x^2}{2} = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{4x-4}{4} > 1 \quad \text{א.}$$


$$\frac{7x-21}{7} > -3 \quad \text{ו.}$$

$$\frac{7x^2}{7} < 0 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{6x-18}{6} < -1 \quad \text{ב.}$$

4. בחרו מונה ומכנה מתוך המסגרת:  $7, m + 7, m - 7, 7m$

- א. בְּנוּ ביטויים הרשומים כשברים מהצורה:  $\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$ , בהם מותר להציב:  
 את כל המספרים, את כל המספרים פרט ל-0, את כל המספרים פרט ל-7, את כל המספרים פרט ל-7.
- ב. בְּנוּ משוואות ואי שוויונות שפתרונם הוא: כל המספרים, כל המספרים פרט ל-0, כל המספרים פרט ל-7, כל המספרים פרט ל-7.

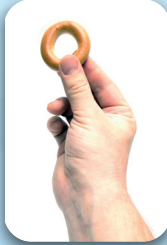
ניזכר, 

למשוואות ולא-שוויונות יש פתרונות מסוגים שונים:

- משוואות ואי שוויונות שפתרונם הוא **כל המספרים**.  
 $\frac{3x}{3} < x + 1$  ,  $\frac{3(x-3)}{3} = (x-3)$  דוגמאות:
- משוואות ואי שוויונות שאין להם פתרון.  
 $\frac{7x^2}{7} < 0$  ,  $\frac{(x-3)x}{x-3} = 3$  דוגמאות:
- משוואות ואי שוויונות שפתרונם הוא "כמעט כל המספרים".  
 כלומר, כל המספרים פרט למספר אחד או למספרים בודדים.  
 $\frac{5x^2}{5} > 0$  ,  $\frac{x^2-3}{x-3} = x$  דוגמאות:



המילה העברית 'אפס' מופיעה כבר בתנ"ך, במובן של "אין".  
 במקור נקרא האפס "סבּוּנִיא" - מילה הינדית שפירושה "ריק".  
 קיימות מספר עדויות ארכיאולוגיות המעידות כי בתרבויות העתיקות של אמריקה.  
 השימושים במושג האפס היו כבר במאה ה-5 לפני הספירה.  
 ההודים אָמְצו את האפס בתור "תופס מקום" והקצו לו סימון מיוחד כבר במאה ה-6.  
 רעיון זה של האפס כשומר מקום - היה הבסיס לשיטה העשרונית.  
 כך למשל, התאפשר להבדיל בין המספר 12 למספרים כמו 102, 1020, 1000002.  
 כ-200 שנים אחר כך, סימנו הערבים את האפס באמצעות עיגול ריק וקראו לו "סיפּר" (מילה שפירושה "ריק").  
 עם הזמן תורגם ה"סיפּר" הערבי לזפּירוּס ביוונית ומשם ל-"zero" המערבי, וכך הוא נקרא עד היום.  
 עד המאה ה-18 השתמשו במילה סיפּרא לציון האפס.  
 מאוחר יותר הורחב השימוש עבור כל סיפּרה (למשל: בעברית סיפּרה, וברוסית ציפּרה).  
 תוכלו לקרוא עוד עובדות מעניינות על האפס באתרי אינטרנט.





1. פתרו את המשוואות. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{7x+14}{7} = 3$       ב.  $\frac{2x+8}{4} = x$



2. פתרו את המשוואות. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{x^2+8x}{x} = x+8$       ב.  $\frac{x^3+3x^2}{x+3} = 25$



3. פתרו את המשוואות. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{x^2+2x}{x+2} = \frac{9x-3}{3}$       ב.  $\frac{5x^2-20}{3x^2-12} = \frac{5}{3}$



4. פתרו את האי-שוויונות. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{7x-49}{21} > 4$       ב.  $\frac{25x^2}{5} > 0$       ג.  $\frac{25-5x}{5} > \frac{3x-6}{3}$



5. פתרו את האי-שוויונות. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה, צמצמו ככל האפשר).

א.  $\frac{13x-26}{13} < 2(x+2)$       ב.  $\frac{13x-26}{13} < x+2$       ג.  $\frac{13x-26}{13} > x+2$



6. פתרו. (תחילה, כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{8x^2+x^3}{2x+16} + 3 = 0$       ב.  $\frac{9x-x^2}{x-9} = 0$       ג.  $\frac{2x^2+8}{2} = 20$



7. השלימו כך שיתקבל שיוויון (כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{5x-5y}{\square} = -5$       ב.  $\frac{a-b}{a^2-\square} = \frac{1}{a}$



8. השלימו כך שיתקבל שיוויון (כתבו את תחום ההצבה).

א.  $\frac{3x+3}{\square} = 3$       ב.  $\frac{4x+20}{\square} = \frac{1}{5}$       ג.  $\frac{\square}{32-8x^2} = \frac{4-x}{4-x^2}$



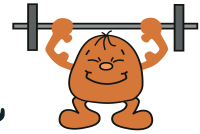
9. א. בכל זוג ביטויים בדקו אם הם שווים ערך.

$\frac{4^2-1}{4-1} - 1$  ; 4       $\frac{3^2-1}{3-1} - 1$  ; 3

ב. בחרו מספר נוסף, ובדקו אם שוויון כזה מתקיים גם לגביו.

ג. כתבו משוואה מתאימה, עבור  $x$  כלשהו. פתרו את המשוואה.

האם פתרון המשוואה הוא כל המספרים?



## שוארים על כושר

1. בחרתי מספר. כפלתי אותו ב-4. קיבלתי 60.

א. קשמו משוואה מתאימה.

ב. הייתכן שהמספר שבחרתי הוא: 15 ? 40 ? 30 ? הסבירו.

2. בחרתי מספר. הוספתי לו 3. את הסכום כפלתי ב-2. קיבלתי 20.

א. קשמו משוואה מתאימה.

ב. הייתכן שהמספר שבחרתי הוא: 14 ? 7 ? 0 ? -7 ?

3. בחרתי מספר וכפלתי אותו ב-3. למכפלה הוספתי 5.

מהסכום שהתקבל חיסרתי פעמיים את המספר שבחרתי. קיבלתי 5.

א. קשמו משוואה מתאימה.

ב. קשמו משוואה פשוטה יותר ומצאו את המספר שבחרתי.

4. נתונה המשוואה  $2x - 5 - x = 0$ .

ספרו "סיפור" מתאים למשוואה ומצאו מהו המספר שבחרתי.

5. בחרתי מספר. כפלתי אותו ב-2. מהמכפלה חסרתי את פעמיים המספר הקטן ב-10, מהמספר שבחרתי.

קיבלתי מספר שהוא גדול פי 5 מהמספר שבחרתי.

איזה מספר בחרתי? הסבירו.