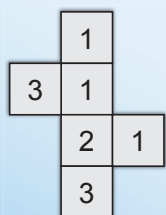


יחידה 25: חישוב הסתברויות

שיעור 1. רישום התוצאות וחישוב הסתברויות



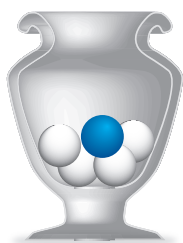
לפניכם פריסה של קובייה עליה מספרים מ-1 עד 3.

נדב רשם את התוצאות כך: 1, 2, 3.

נתן רשם את התוצאות כך: 1, 1, 1, 2, 3, 3.

באיזו צורת רישום (של נדב או של נתן) אפשר להשתמש לחישוב ההסתברות של כל אחד מהמספרים?

1. א. מה ההסתברות שיתקבל המספר 1?
- ב. מה ההסתברות שיתקבל המספר 3?
- ג. מה ההסתברות שיתקבל מספר שונה מ-1?



2. בכד 4 כדורים לבנים וכדור אחד כחול (כולם באותו גודל).

מכניסים יד, בלי להסתכל, ומוציאים כדור אחד.

א. קְשְׁמו את התוצאות האפשריות בדרך שתאפשר חישוב הסתברויות.

ב. מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

ג. מהי ההסתברות להוציא כדור כחול?

ד. מה ההסתברות להוציא כדור אדום?

ה. מה ההסתברות להוציא כדור כחול או לבן?

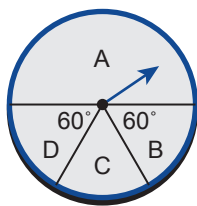


שימו לב, כדי לחשב הסתברות, רושמים את מספר הפעמים שכל תוצאה מופיעה (אם הדבר אפשרי).

דוגמה: במשימה 2, רושמים: **לבן, לבן, לבן, לבן, לבן, לבן, כחול**.

כך קל יותר לחשב שהסתברות להוציא כדור לבן היא $\frac{3}{4}$.

3. בשיעור מתמטיקה כל תלמיד בקבוצה רשם על פתק את האות הראשונה בשמו הפרטי. התקבלו האותיות הבאות: ע, א, ש, ש, מ, ל, מ, ש, ע, ר, ר, א, ר, מ, א. הניחו את הפתקים בקופסה, והוציאו פתק אחד באקראי.
 - א. כמה תלמידים בקבוצה?
 - ב. מה ההסתברות להוציא פתק עליו האות א?
 - ג. מה ההסתברות להוציא פתק עליו האות ע?
 - ד. לאיזו אות יש ההסתברות הגדולה ביותר? מהי?
 - ה. לאיזו אות יש ההסתברות הקטנה ביותר? מהי?
 - ו. לאילו אותיות יש אותה הסתברות?



4. מסובבים את המחוג של ה"שעון" שבשרטוט, עד שהוא נעצר.

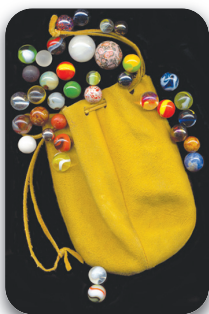
א. חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

- המחוג ייעצר בשטח A. - המחוג ייעצר בשטח A או D.

- המחוג ייעצר בשטח B. - המחוג ייעצר בשטח A או B או C.

ב. מסובבים את המחוג 1200 פעם.

כמה פעמים, בערך, יש לצפות כי המחוג ייעצר בשטח A? בשטח C? הסבירו.



5. בשקית 24 גולות: 8 ירוקות, 6 כחולות, ו-10 צהובות.

מוציאים מתוך השקית גולה אחת, רושמים את הצבע שלה ומחזירים אותה לשקית.

(i) התאימו לכל מאורע את ההסתברות שלו, מתוך המספרים שבמסגרת.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4}$$

א. הוצאת גולה צהובה. ג. הוצאת גולה אדומה.

ב. הוצאת גולה לא כחולה. ד. הוצאת גולה כחולה או צהובה.

(ii) בחרו אחד מבין המספרים האחרים וכתבו עבורו מאורע מתאים.



6. בכד גולות אדומות וגולות ירוקות.

היחס בין מספר הגולות האדומות למספר הגולות הירוקות הוא 2:3.

בוחרים באקראי גולה מהכד. מה ההסתברות שהיא בצבע:

א. אדום ב. ירוק ג. אדום או ירוק ד. כחול

7. היחס בין מספר העובדים הותיקים למספר העובדים החדשים במפעל הוא 5:1.

בוחרים עובד באקראי. מה ההסתברות שהוא עובד ותיק?



כשמטילים נעץ אפשר לקבל "ראש" \perp או "צד" \searrow . ההסתברות תלויה ביחס בין קוטר ה"ראש" לאורך ה"חוד". ככל שקוטר ה"ראש" גדול יותר יחסית לאורך ה"חוד", ההסתברות שהנעץ ייפול על "ראש" גבוהה יותר. תוכלו לנסות בעזרת הטלת נעצים מתוך אותה קופסה (כלומר, נעצים מאותו סוג) ולראות כמה נפלו על "ראש" וכמה על "צד".



1. בכיתה ח' התעורר ויכוח בנושא "פיתוח נשק גרעיני".
הוחלט לערוך משאל בין כל התלמידים בשכבה. תוצאות המשאל היו:
40 תלמידים היו בעד, 300 תלמידים היו נגד, 60 תלמידים לא השיבו.
מצאו את ההסתברות שאם נשאל תלמיד משכבה ח' בבית הספר דעתו תהיה:
א. בעד ב. נגד



2. בכל-בו "המאיר" שלוש מחלקות. בכל מחלקה נערכה הגרלה של מחשב.
במחלקה א' 20 עובדות ו- 10 עובדים.
במחלקה ב' 15 עובדות ו- 15 עובדים.
במחלקה ג' 12 עובדות ו- 18 עובדים.
א. באיזו מחלקה סיכוי יותר גדול שהזוכה במחשב הוא עובד? הסבירו.
ב. למה יש סיכוי גדול יותר, שהזוכה במחשב הוא עובד ממחלקה א' או עובדת ממחלקה ג'? הסבירו.



3. בכיתה 30 תלמידים. היחס בין מספר הבנים לבין מספר הבנות הוא 1:4.
בוחרים תלמיד באקראי. מה ההסתברות שנבחר בן? שנבחרה בת?



בכורה	צעירה

4. במשפחה שני ילדים.
א. השלימו במחברת את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה.
ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים:
- במשפחה רק בנים. - הבכורה בת והצעיר בן.
- במשפחה יש גם בן וגם בת. - במשפחה רק בנות.



5. א. תלמידים התבקשו לרשום את כל האפשרויות של הרכב בנים ובנות במשפחה בת שני ילדים.

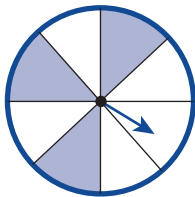


- נדב** רשם: שני בנים, שתי בנות, בן ובת.
ניר רשם: (בת, בת), (בן, בן), (בן, בת), (בת, בן).
איזה רישום יעיל יותר לחישוב ההסתברות של המאורעות השונים?
ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- במשפחה רק בנות. - הבכור הוא בן והצעירה בת.
- הבכור הוא בן. - במשפחה יש גם בן וגם בת.
ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר: "במשפחה יהיו שני בנים" או "במשפחה יהיו בן ובת"? נמקו.



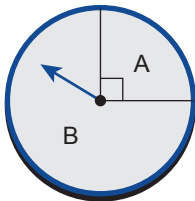
6. במשפחה שלושה ילדים.

- א. קרשמו את כל האפשרויות של בנים ובנות במשפחה.
- ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
 - במשפחה יש רק בן אחד.
 - במשפחה שלוש בנות.
 - רק הבכור במשפחה הוא בן.
 - במשפחה יש בת ושני בנים.
- ג. לאיזה מאורע הסתברות גדולה יותר:
 - "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה 3 בנים"? נמקו.
 - "במשפחה 2 בנים" או "במשפחה בן אחד"? נמקו.



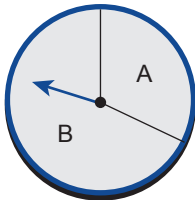
7. מסובבים את המחוג ב"שעון" המשורטט.

מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח הצבוע? בשטח הלבן?



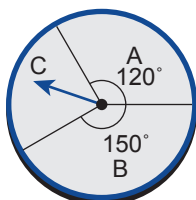
8. מסובבים את המחוג ב"שעון" המשורטט (שטח B הוא פי 3 משטח A).

- א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח A? בשטח B?
- ב. מסובבים את המחוג 100 פעמים. כמה פעמים, בערך, אתם מצפים כי המחוג ייעצר בשטח A?



9. מסובבים את המחוג ב"שעון" המשורטט (שטח B הוא פי 2 משטח A).

- א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח A? בשטח B?
- ב. מסובבים את המחוג 120 פעמים. כמה פעמים, בערך, אתם מצפים כי המחוג ייעצר בשטח A?
- ג. אם המחוג עוצר בשטח A - מקבלים 10 נקודות. אם המחוג עוצר בשטח B - מורידים 3 נקודות. כמה נקודות, בערך, אפשר לצבור בסיבוב המחוג 120 פעם?



10. מסובבים את המחוג ב"שעון" המשורטט.

- א. מהי ההסתברות שהמחוג ייעצר בשטח A? בשטח B? בשטח C?
- ב. מסובבים את המחוג 300 פעם.
 - כמה פעמים, בערך, המחוג ייעצר בשטח B?
 - כמה נקודות נצבר, אם ידוע שכשהמחוג עוצר בשטח A - מורידים 1 נקודה, בשטח B - מוסיפים 10 נקודות, בשטח C - מורידים 3 נקודות.
- ג. דן סובב את המחוג וצבר 740 נקודות. כמה פעמים סובב את המחוג?

שיעור 2. מחשבים הסתברויות



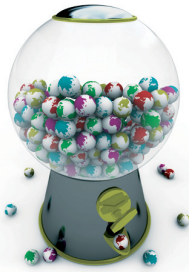
לכל אדם יש אחד מארבעה סוגי הדם: A, B, AB, O.
 ל- 40% מהאוכלוסייה סוג דם A, ל- 20% סוג דם B, ול- 5% סוג דם AB.
לאיזה אחוז מהאוכלוסייה סוג דם O?
 בעלי סוג דם A יכולים לקבל תרומת דם מבעלי סוג דם A או O.
מה ההסתברות שתורם מקרי יוכל לתרום דם לאדם בעל סוג דם A?

צירוף תוצאות

1. א. בישוב 10,000 תושבים. כמה מבין תושבי הישוב הזה הזאת, בערך, הם בעלי סוג דם A?



ב. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
 - לתורם מסויים סוג דם A. - לתורם מסויים סוג דם A או B.
 - לתורם מסויים סוג דם O. - לתורם מסויים סוג דם A או O.
 ג. בעלי סוג דם B יכולים לתרום דם לבעלי סוג דם B או AB.
 מה ההסתברות שתורם בעל סוג דם B יוכל לתרום דם לנתרם מקרי?



2. במכונת הגרלה יש כדורים צהובים, כדורים אדומים וכדורים כחולים.

30% מהכדורים הם אדומים, 40% צהובים והיתר כחולים.

א. מה אחוז הכדורים הכחולים במכונה?

ב. כמה כדורים מכל צבע יש: אם מספר הכדורים במכונה הוא 100?

אם מספר הכדורים במכונה הוא 240?

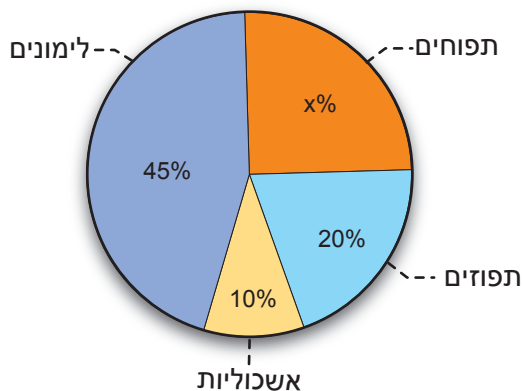
ג. המכונה מגרילה כדור אחד. מה ההסתברות שיוגרל:

כדור כחול? כדור אדום? כדור צהוב? כדור אדום או צהוב? כדור ירוק?



כדי למצוא את ההסתברות לקבלת תוצאה אחת או תוצאה שנייה (בתנאי שאין קשר ביניהן) מחברים את ההסתברויות לקבלת כל אחת מתוצאות אלה.

דוגמה: (ההסתברות לכדור אדום) + (ההסתברות לכדור צהוב) = (ההסתברות לכדור אדום או צהוב)



3. חברת משקאות ערכה סקר העדפה של 4 סוגי משקאות.

התוצאות בדיאגרמת העוגה.

א. איזה אחוז מהנשאלים מעדיפים משקה תפוחים?

ב. בוחרים באקראי אחד הנשאלים.

מה ההסתברות שהוא מעדיף משקה לימון?

שהוא מעדיף משקה תפוזים?

שהוא אינו מעדיף משקה אשכוליות?

4. בכד 8 כדורים בצבע אדום בהיר, 4 כדורים בצבע אדום כהה, 6 כדורים בצבע ירוק בהיר, ו- 6 כדורים בצבע ירוק כהה. מוציאים מן הכד, מבלי להסתכל, כדור אחד. מהי ההסתברות להוציא כדור: א. בצבע אדום בהיר? ב. בצבע אדום? ג. בצבע בהיר?



מאורעות משלימים

5. חזאי מזג האוויר הודיע: "ההסתברות לירידת שלג מחר בירושלים היא $\frac{1}{4}$ ". מהי ההסתברות שלא יירד שלג?



- סכום ההסתברויות לקבלת כל התוצאות האפשריות היא 1.

דוגמה: במשימה 2, כאשר במכונה כדורים בצבעים כחול, אדום וצהוב מתקיים:

$$1 = \left(\frac{4}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)$$

- סכום ההסתברויות של שני מאורעות משלימים הוא 1.

דוגמה: (ההסתברות לשלג) + (ההסתברות ללא שלג) = 1.

$$1 = (\text{ההסתברות לקבלת כדור לא כחול}) + (\text{ההסתברות לקבלת כדור לא כחול})$$

פ	א	פ	א
פ	א	א	א
א	א	א	א
א	פ	א	פ

6. א. בפיצרייה, מבצע מיוחד: כל קונה מקבל כרטיס גירוד הנותן לו

סיכוי לזכות בפיצה חינם (ראו כרטיס לדוגמה).

הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונה רשאי לגרד רק משבצת אחת.

אם במשבצת הגלויה כתוב פ (פיצה) - הוא זוכה בפיצה.

אם במשבצת הגלויה כתוב א - "אכלת אותה".

- מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם?

- מה ההסתברות לא לזכות בפיצה?

- ב. בפיצרייה אחרת מקבלים כרטיס אחר (ראו דוגמה).

מה ההסתברות לזכות בפיצה חינם בפיצרייה זו?

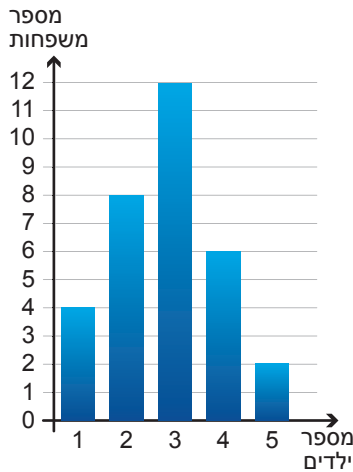
פ	א	א	א
א	א	פ	א
א	א	פ	א

- ג. באיזו משתי החנויות ההסתברות לזכות בפיצה חינם גדולה יותר? הסבירו.

ד. יעקב קנה 16 פיצות באחת הפיצריות, וקיבל 16 כרטיסים ולא זכה באף פיצה חינם. הייתכן?

ה. השלימו כרטיס בגודל 4×5 משבצות, של פיצרייה בה ההסתברות לזכות בפיצה היא $\frac{1}{5}$.

7. דיאגרמת המלבנים מתארת את התפלגות מספר הילדים במשפחה בישוב מסוים.



- השלימו טבלת שכיחויות מתאימה.
- כמה משפחות בישוב?
- בוחרים באקראי משפחה.
 - מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיו **לפחות** שני ילדים?
 - מה ההסתברות שלמשפחה שנבחרה יהיה **לכל היותר** ילד אחד?
- מהו סכום שתי ההסתברויות שבסעיף ג?
- הסבירו מדוע התקבלה תוצאה זו.



1. בפיצרייה, כל קונה מקבל כרטיס גירוד הנותן לו סיכוי לזכות בפיצה או במיץ (ראו כרטיס לדוגמה).

הכרטיס מכוסה בציפוי, והקונה רשאי לגרד רק משבצת אחת.

אם במשבצת הגלויה כתוב **פ** (פיצה) הוא זוכה בפיצה.

מ (מיץ) הוא זוכה במיץ.

א - "אכלת אותה".

מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

א. לזכות בפיצה. ג. לזכות בכוס מיץ או בפיצה.

ב. לזכות בכוס מיץ. ד. לא לזכות.

א	מ	א	פ	א
א	א	א	א	א
פ	א	מ	א	א
א	א	א	פ	א



2. במפעל נבדקו 100 קופסאות נעצים וספרו את מספר הנעצים הפגומים בקופסה.

התוצאות בטבלה השכיחויות.

מספר נעצים פגומים בקופסה	0	1	2	3
מספר הקופסאות	40	30	25	5

- בכמה קופסאות יש **לפחות** 2 נעצים פגומים בקופסה?
- בוחרים קופסאה באקראי. מה ההסתברות שיהיו בה **לפחות** 2 נעצים פגומים?
- בכמה קופסאות יש **לכל היותר** נעץ פגום אחד?
- בוחרים קופסאה באקראי. מה ההסתברות שיהיה בה **לכל היותר** נעץ אחד פגום?



3. בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל.

11,000	8,000	7,000	6,000	5,000	4,000	3,000	משכורת חודשת (ש"ח)
1	5	6	8	30	15	10	מספר העובדים

- א. כמה עובדים במפעל?
 ב. חשבו את המשכורת הממוצעת במפעל.
 ג. בוחרים עובד באקראי.
 - מה ההסתברות ששכרו נמוך מ- 6,000 ש"ח?
 - מה ההסתברות ששכרו גבוה מהממוצע?
 - מה ההסתברות ששכרו יותר מ- 4,000 ש"ח אך פחות מ- 7,000 ש"ח?
 - מה ההסתברות ששכרו נמוך מ- 4,000 ש"ח או שכרו גבוה מ- 7,000 ש"ח?



4. בטבלה מוצגת התפלגות הציונים במבחן מיון באנגלית.

10	9	8	7	6	הציון
70	100	200	65	65	מספר התלמידים

- א. כמה תלמידים נבחנו?
 ב. כמה תלמידים קיבלו ציון מעל 8? כמה קיבלו ציון לפחות 8?
 ג. בוחרים תלמיד באקראי. מה ההסתברות:
 שציונו גבוה מ- 8? שציונו לפחות 8? שציונו נמוך מ- 8?
 ד. אילו שני מאורעות מסעיף ג הם מאורעות משלימים?



5. במשחק מזל אפשר לזכות בספר או במחשב.
 ההסתברות להגריל מחשב היא 15%. ההסתברות להגריל ספר היא 65%.
 מה ההסתברות לא להגריל דבר?



6. אברהם, בני, גליה, דפנה, והילה נבחרו כמתאימים לייצג את ביה"ס במשלחת הנוסעת לחו"ל.
 רק שלושה מהם יכולים לנסוע.
 א. קשמו את כל המשלחות האפשריות של שלושה מתוך חמישה ילדים.
 ב. עורכים הגרלה בין חמשת הילדים. מה ההסתברות:
 שדפנה תסע? ששני הבנים יסעו? שתסענה שלוש בנות?



7. בכיתה 30 תלמידים. כל תלמיד רשאי להשתתף בחוג אחד בלבד. 15 תלמידים משתתפים בחוג ספורט, 10 תלמידים בחוג מחשבים, והשאר משתתפים בחוג נגינה.



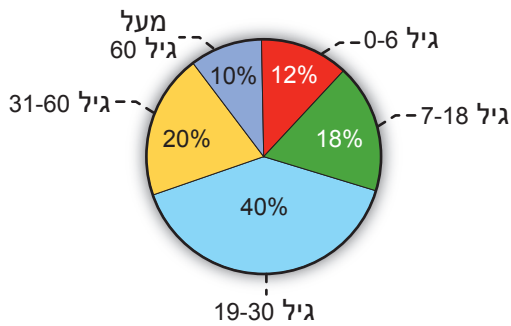
ביום הראשון כשנפתחו כל החוגים רק תלמיד אחד נעדר. א. מהי ההסתברות שהתלמיד הנעדר הוא מהחוג למחשבים?



ב. מהי ההסתברות שהתלמיד הנעדר הוא מהחוג לנגינה?



8. דיאגרמת העוגה מתארת את חלוקת התושבים לפי גיל בישוב "מולדת".



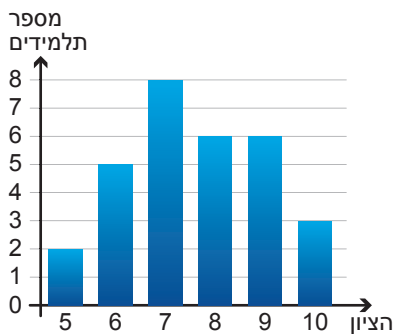
א. בוחרים תושב אקראי. מה ההסתברות:

- שגילו 7-18 שנים?
- שגילו מעל 60 שנים?
- שגילו נמוך מ- 31 שנים?
- שגילו 19 ומעלה?

ב. קשמו דוגמה לשני מאורעות משלימים.



9. דיאגרמת המלבנים מתארת את התפלגות הציונים במדעים בכיתה ח.1.



א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. מהו הציון הממוצע במדעים בכיתה?

ג. בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה.

מה ההסתברות שציונו גבוה מהממוצע?


ד. לאיזה מאורע הסתברות גבוהה יותר:

"נבחר תלמיד שציונו גבוה מ- 8"

או "נבחר תלמיד שציונו נמוך מ- 7"?

הסבירו.

שיעור 3. מן הטבלה אל ההסתברות



שלמה ומאיר משחקים במשחק "זוג או פרט".
שניהם מראים בבת אחת מספר אצבעות ביד ימין.
שלמה מנצח - אם סכום האצבעות ששניהם מראים הוא מספר זוגי.
מאיר מנצח - אם סכום האצבעות הוא מספר אי-זוגי.
האם המשחק נראה לכם הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

1. מי מנצח במשחק שבצילום שלמעלה?

התלמידים בכיתה התקשו לקבוע אם המשחק הוגן, ולכן הוחלט לרשום בטבלה את כל התוצאות עבור סכום האצבעות.

שלמה \ מאיר	1	2	3	4	5
1					
2				6	
3		5			
4					
5					

- א. העתיקו את הטבלה למחברת ורשמו בה את כל התוצאות האפשריות לקבלת סכום אצבעות.
ב. כמה תוצאות בטבלה?
כמה תוצאות הן מספרים זוגיים?
כמה תוצאות הן מספרים אי-זוגיים?
ג. מהי ההסתברות לניצחון של שלמה? לניצחון של מאיר?



- ד. **כרמל** אמרה: יש בטבלה 25 תוצאות, לכן ברור שהמשחק אינו הוגן.
למה היא התכוונה?
ה. הציעו שינוי במשחק כך שיהיה הוגן?



2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ומחברים את המספרים שהן מראות.
עודד ינצח - אם הסכום זוגי.
דניאל ינצח - אם הסכום אי-זוגי.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5						
6					11	

- א. האם המשחק הוגן? אם כן, נמקו. אם לא, למי סיכוי טוב יותר לנצח?
ב. לאיזה סכום מספרים הסתברות גבוהה יותר: לסכום 7 או לסכום 8?
ג. השלימו במחברת את טבלת התוצאות. כמה תוצאות בטבלה?
ד. מהי ההסתברות לקבל סכום השווה ל-7?
מהי ההסתברות לקבל סכום השווה ל-8?
מהי ההסתברות לקבל סכומים גדולים מ-6?
ה. האם המשחק הוגן? נמקו.

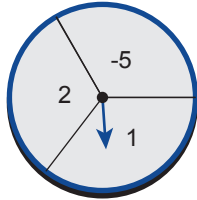
1. יואב הציע לסדר את התוצאות שבטבלה בדרך אחרת (ראו טבלה חדשה).

+	1	3	5	2	4	6
1						
3						
5						
2						
4						
6						

במה שונה הסידור של יואב מהסידור הקודם?

היכן מופיעים בטבלה הסכומים הזוגיים?

האם, לדעתכם, יש יתרון לסידור של יואב? הסבירו.



3. מסובבים פעמיים את המחוג בשעון המשורטט (השעון מחולק לחלקים שווים).

כופלים את שני המספרים שבתחומם המחוג נעצר.

x	2	-5	1
2			
-5			
1			

(i) רשמו במחברת את כל התוצאות האפשריות בטבלת המכפלות.

כמה תוצאות חיוביות וכמה תוצאות שליליות התקבלו?

(ii) חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

א. תתקבל מכפלה חיובית. ד. תתקבל מכפלה הגדולה מ-25.

ב. תתקבל מכפלה שלילית. ה. תתקבל מכפלה קטנה מ-20.

ג. תתקבל מכפלה שווה ל-1. ו. תתקבל מכפלה בין (-30) ל-30.

(iii) נועה סידרה את הטבלה כך:

x	1	2	-5
1			
2			
-5			

על אילו סעיפים קל יותר לענות בעזרת הטבלה של נועה? הסבירו.



4. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, האחת לבנה והאחרת שחורה.

מחסרים מהמספר שעל הקובייה השחורה את המספר שעל הקובייה הלבנה.

א. הכינו טבלה לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותה.

ב. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים וציינו אם הוא אפשרי, בלתי אפשרי או ודאי.

- לקבל הפרש חיובי. - לקבל הפרש קטן מ-4. - לקבל הפרש שלילי.

- לקבל הפרש גדול מ-2. - לקבל הפרש 7. - לקבל הפרש קטן מ-10.

- לקבל הפרש זוגי. - לקבל הפרש שווה ל-0. - לקבל הפרש שאינו 3.

ג. רשמו דוגמה לשני מאורעות שההסתברות שלהם שווה.



1. מטילים שתי קוביות משחק רגילות, ורושמים את מכפלת המספרים המתקבלים על שתייהן.

- (i) הכינו טבלה מתאימה לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותה.
 (ii) מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- א. המכפלה שווה ל-6. ד. המכפלה מספר זוגי.
 ב. המכפלה שווה ל-10. ה. המכפלה מספר אי-זוגי.
 ג. המכפלה גדולה מ-36. ו. המכפלה מספר חיובי.

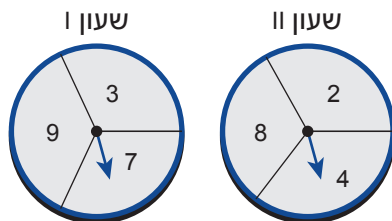


2. מטילים שתי קוביות משחק רגילות ורושמים את המספר הגדול מבין השניים.

- אם שתי הקוביות מראות אותו מספר, רושמים מספר זה.
 (i) הכינו טבלה מתאימה לרישום כל התוצאות האפשריות ומלאו אותה.
 (ii) מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.
- א. יתקבל 6. ד. יתקבל מספר אי-זוגי.
 ב. יתקבל 1. ה. יתקבל מספר גדול מ-3.
 ג. יתקבל מספר זוגי. ו. יתקבל מספר קטן מ-5.

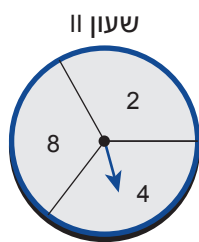
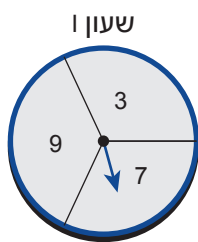


3. מסובבים את המחוגים של שני השעונים שבשרטוט, ומחשבים את סכום המספרים שהם מראים.



+	3	7	9
2			
4			
8			

- א. השלימו במחברת את טבלת הסכומים.
 ב. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 25?
 ג. מהי ההסתברות לקבל את הסכום 10?
 ד. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר זוגי?
 ה. מהי ההסתברות לקבל סכום שהוא מספר אי-זוגי?
 ו. מהי ההסתברות לקבל סכום קטן מ-10?
 ז. לאיזה סכום מספרים הסתברות $\frac{1}{3}$?
 ח. רשמו מאורע שהסתברות שלו $\frac{2}{9}$.



4. כל אחד מהשעונים המשוורטטים מחולק לשלושה חלקים שווים.

מסובבים את המחוגים בשני השעונים, ומחשבים את הסכום ואת המכפלה של המספרים שהם מראים.

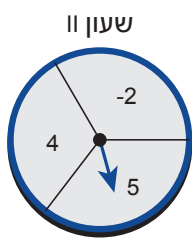
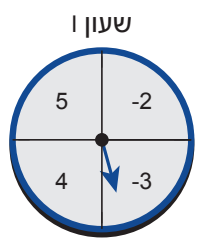
x	3	7	9
2			
4			
8			

+	3	7	9
2			
4			
8			

(i) השלימו במחברת את טבלת הסכומים ואת טבלת המכפלות.

(ii) חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.

- א. סכום המספרים זוגי.
- ב. סכום המספרים אי-זוגי.
- ג. מכפלת המספרים זוגית.
- ד. מכפלת המספרים אי-זוגית.
- ה. סכום המספרים 5.
- ו. מכפלת המספרים 5.
- ז. סכום המספרים מתחלק ב-3.
- ח. מכפלת המספרים מתחלקת ב-3.



5. מסובבים את שני המחוגים של שני השעונים המשוורטטים.

א. יעל מנצחת - אם מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים היא חיובית, ורד מנצחת - אם המכפלה שלילית. האם המשחק נראה לכם הוגן?

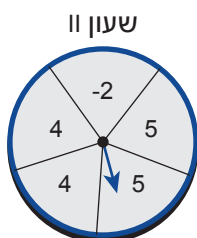
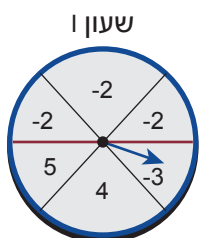
ב. השלימו במחברת את טבלת המכפלות.

ג. חשבו את ההסתברות לנצחון של יעל, ואת ההסתברות לנצחון של ורד. האם המשחק הוגן?

x	-3	-2	4	5
-2				
4				
5				



6. מסובבים את המחוגים של שני השעונים המשוורטטים (כל שעון מחולק לחלקים שווים).



א. שרה מנצחת - אם מכפלת שני המספרים חיובית.

ניצה מנצחת - אם המכפלה שלילית. האם המשחק נראה לכם הוגן?

ב. חשבו את ההסתברות לנצחון של שרה, ואת ההסתברות לנצחון של ניצה. האם המשחק הוגן?

ג. מירי חישה את ההסתברות בעזרת הטבלה:

האם תוכל מירי, בעזרת החלוקה בטבלה שלה, לחשב את ההסתברות לנצחון של כל אחת מהן? אם לא, נמקו. אם כן, הסבירו, איך.

חיובי				
שלילי				

שיעור 4. ייעול טבלת ההסתברות



בשרטוט שני שעונים. כל שעון מחולק לשלושה חלקים שווים. מסובבים את המחוגים ומחשבים את סכום המספרים שהם מראים. שחקן א יזכה - אם סכום המספרים הוא זוגי. שחקן ב יזכה - אם סכום המספרים הוא אי-זוגי.

האם המשחק הוגן?

הציעו דרך לצייר את טבלת התוצאות, מבלי לציין במפורש את המספרים בה, כך שנוכל לקבוע במקום מי כדאי לשחק.

1. לתמר ודינה שתי קוביות משחק מיוחדות. הן מטילות את הקוביות.

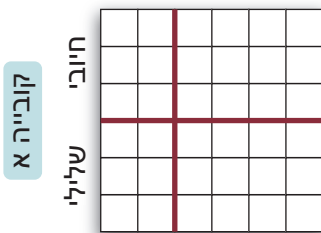
על הפאות של קובייה אחת רשומים 3 מספרים חיוביים ו-3 מספרים שליליים. על הפאות של הקובייה השנייה רשומים 2 מספרים חיוביים ו-4 מספרים שליליים. תמר מנצחת - אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא חיובית. דינה מנצחת - אם מכפלת המספרים שעל הקוביות היא שלילית.

א. האם המשחק הוגן? נמקו.

ב. בנו טבלה מתאימה עבור התוצאות וקבעו מה ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.

ג. אורן אמר: אפשר לבנות טבלה ולצבוע בה שטחים בהם המכפלה חיובית.

קובייה ב



כך אפשר בקלות לקבוע אם המשחק הוגן.

הלוח שבשרטוט מחולק ל"חיובי" ו"שלילי" לפי קובייה א.

- השלימו "חיובי", "שלילי" בכל צד של הקו לפי קובייה ב.

- העתיקו למחברת וצבעו את כל המשבצות בהן תתקבל תוצאה חיובית.

מה ההסתברות לקבל תוצאה חיובית?

ד. למי סיכוי גדול יותר לזכות? הסבירו כיצד קבעתם.

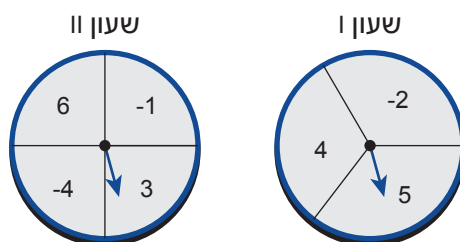


בטבלה בסעיף ג ראינו שאפשר לחשב הסתברויות גם במקרים בהם לא רושמים את התוצאות האפשריות במפורש.

במקרים מסויימים מספיק לייצג כל סוג של תוצאה לפי מספר הפעמים שהיא מופיעה.

טבלה כזו נקראת גם **דיאגרמת שטח**.

2. בשרטוט שני שעונים. כל שעון מחולק לחלקים שווים.



טלי ורווית מסובבות את המחוגים של שני השעונים ומכפילות את שני המספרים שהם מראים. טלי מנצחת - אם המכפלה חיובית. רווית מנצחת - אם המכפלה שלילית.

שעון ו'

x	חיובי	שלילי
שלילי		
חיובי		

- האם המשחק נראה לכם הוגן?
- שרטטו במחברת טבלה והשלימו "חיובי" "שלילי" בכל משבצת לפי המכפלה.
- צבעו את השטחים המתאימים לניצחון של טלי.
- חשבו את ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.

3. עופרה ואיילת יורות חץ למטרה.



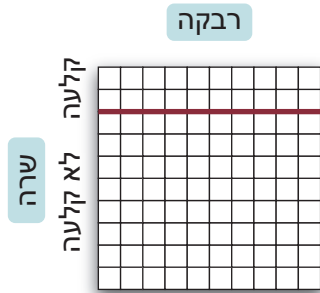
- ההסתברות שעופרה תפגע במטרה היא $\frac{3}{10}$.
- ההסתברות שאיילת תפגע במטרה היא $\frac{4}{10}$.
- מה ההסתברות שעופרה לא תפגע במטרה? מה ההסתברות שאיילת לא תפגע במטרה?

איילת

עופרה	פגעה										
	לא פגעה										

- ציירו במחברת ריבוע 10×10 משבצות. חלקו בקו אופקי ל"פגעה" ו"לא פגעה" עבור עופרה (כמו בציר).
- חלקו את הריבוע, חלוקה נוספת, בקו אנכי ל"פגעה" ו"לא פגעה" עבור איילת.
- מה ההסתברות ששתיהן יפגעו במטרה? צבעו שטח מתאים.
- מה ההסתברות שעופרה תפגע במטרה ואיילת לא? צבעו שטח מתאים.

4. שרה ורבקה התאמנו בזריקת כדור לסל.
 שרה הצליחה לקלוע לסל ב- $\frac{2}{10}$ מהמקרים,
 ורבקה הצליחה לקלוע לסל ב- $\frac{3}{10}$ מהמקרים.

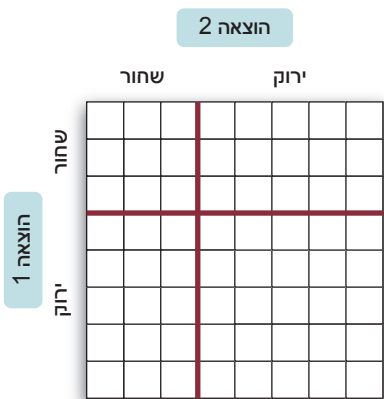


א. השלימו במחברת נתונים בדיאגרמת השטח.

- ב. חשבו את ההסתברויות של המאורעות הבאים.
- שתיהן קלעו לסל.
 - שתיהן לא קלעו לסל.
 - שרה קלעה לסל ורבקה לא קלעה.



- ג. עדי ושחר התווכחו על הדרך למציאת ההסתברות של מאורע.
 ההצעה של עדי - למצוא את המנה בין מספר המשבצות במלבן המתאים למאורע ובין סך כל המשבצות.
 ההצעה של שחר - לכפול את אורכי צלעות המלבן המתאים למאורע.
 מה דעתכם? איזו דרך אתם מעדיפים?

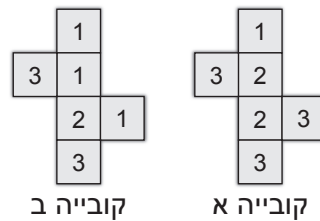


1. בסל 8 כדורים: 3 שחורים ו- 5 ירוקים.

- מוציאים מתוך הסל כדור אחד ורושמים את צבעו.
 מחזירים את הכדור לסל ומוציאים שוב ורושמים את צבעו.
 היעזרו בדיאגרמה ומצאו את ההסתברות להוציא:
- א. בשתי הפעמים כדור ירוק.
 ב. בשתי הפעמים כדור שחור.
 ג. בשתי הפעמים כדורים בצבעים שונים.
 ד. מה סכום ההסתברויות שקיבלתם בסעיפים א - ג? הסבירו.



2. לפניכם פריסות של שתי קוביות. מטילים את שתי הקוביות.



הדיאגרמה מחולקת לפי ההסתברות שעל כל קובייה מתקבל המספר 3. מהי ההסתברות שעל שתי הקוביות מתקבל 3? הסבירו איך מצאתם.

ב. לאיזה מאורע ההסתברות גדולה יותר:

“על שתי הקוביות מתקבל 3”

או “על שתי הקוביות מתקבל מספר שונה מ-3”? הסבירו.

קובייה ב

שונה מ-3 3

קובייה א



3. מטילים שתי קוביות.

קובייה א היא קובייה רגילה וקובייה ב בה מופיע פעמיים המספר 3.

א. בנו דיאגרמת שטח.

ב. חלקו את השטח לפי ההסתברות של קובייה א “לקבל 3” או “לא לקבל 3”.

חלקו את השטח לפי ההסתברות של קובייה ב “לקבל 3” או “לא לקבל 3”.

ג. מה ההסתברות “לקבל 3” על שתי הקוביות בו זמנית? צבעו את השטח המתאים.

ד. מה ההסתברות “לקבל 3” רק על קובייה אחת (כלומר, לקבל 3 רק על אחת הקוביות ולא על האחרת)? צבעו את השטח המתאים.



4. במסיבת סיום ערכו שתי הגרלות.

בהגרלה הראשונה זכה אחד מכל 10 משתתפים במסיבה.

בהגרלה השנייה זכו 20% מכל המשתתפים במסיבה.

(כל אחד, כולל הזוכים בהגרלה הראשונה, השתתף בשתי הגרלות).

א. שרטטו דיאגרמת שטח מתאימה, כולל קווי חלוקה ל“זוכים” ו“לא זוכים” בכל הגרלה.

ב. מה ההסתברות לזכייה בשתי הגרלות?

ג. מה ההסתברות שמתתף במסיבה לא יזכה כלל?

ד. מה ההסתברות לזכייה בהגרלה הראשונה ולא בשנייה?

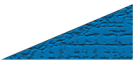




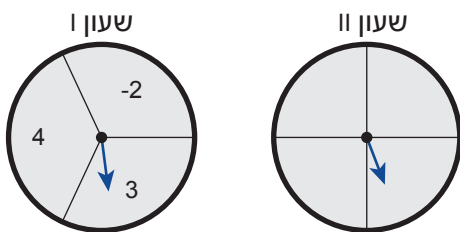
5. גיא וניר מסובבים מחוגים של שני שעונים.
 כל שעון מחולק ל-10 חלקים שווים.
 על כל חלק רשום מספר אחד.
 על שעון א - 5 מספרים חיוביים ו-5 מספרים שליליים.
 על שעון ב - 3 מספרים חיוביים ו-7 מספרים שליליים.
 מסובבים את שני המחוגים ומחשבים את מכפלת שני המספרים שמראים המחוגים.
 גיא מנצח - אם מכפלת שני המספרים היא חיובית.
 ניר מנצח - אם מכפלת שני המספרים היא שלילית.
 א. האם המשחק הוגן?
 ב. בנו טבלת תוצאות מתאימה וסמנו את השטח המציין נצחון של גיא.
 ג. חשבו את ההסתברות לנצחון של כל אחד מהם.



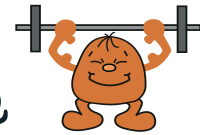
6. ההסתברות ששחקן כדור סל יקלע לסל בנסיון ראשון היא 0.8.
 ההסתברות שיקלע לסל בזריקות הבאות תלויה בתוצאת הזריקה הקודמת: 0.9 אם קלע בזריקה הקודמת, 0.6 אם החטיא (לא קלע) בזריקה הקודמת.
 א. השחקן זורק כדור לסל 2 פעמים.
 מה ההסתברות שיקלע לפחות פעם אחת?
 ב. השחקן זורק כדור לסל 3 פעמים.
 מה ההסתברות שהשחקן יקלע לפחות פעם אחת?



7. שני השעונים המשורטטים מחולקים לחלקים שווים.
 יעל וורד מסובבות את המחוגים של שני השעונים ומחשבות את מכפלת שני המספרים שמורים המחוגים.
 יעל מנצחת - אם המכפלה חיובית.
 ורד מנצחת - אם מכפלה שלילית.
 א. השלימו מספרים בשעון II, כך שיעל תנצח.
 ב. השלימו מספרים בשעון II, כך שורד תנצח.



שוארים על כושר



1. השלימו.

$$\frac{2}{7} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{28} = \frac{40}{\square} = \frac{2x}{\square} \quad \text{ב.} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{20} = \frac{45}{\square} = \frac{3x}{\square} \quad \text{א.}$$

2. שני מספרים מתייחסים זה לזה כמו 2:3. סכום המספרים הוא 500. מהם המספרים?

3. בכיתה 20 בנות ו-15 בנים.

- א. מהו היחס בין מספר הבנות למספר הבנים בכיתה?
 ב. מהו היחס בין מספר הבנות בכיתה לכלל תלמידי הכיתה?

4. פתרו את המשוואות.

$$\begin{array}{lll} \frac{x}{x+60} = \frac{1}{3} & \text{ה.} & \frac{x}{x+90} = \frac{1}{10} & \text{ג.} & \frac{x}{x+50} = \frac{1}{3} & \text{א.} \\ \frac{x}{x+60} = \frac{1}{4} & \text{ו.} & \frac{x}{x+40} = \frac{1}{2} & \text{ד.} & \frac{x}{x+60} = \frac{1}{4} & \text{ב.} \end{array}$$

5. היקפו של מלבן 120 ס"מ. היחס בין אורכי שתי צלעות במלבן הוא 3:5.

- א. מה אורכי הצלעות המלבן?
 ב. מה שטח המלבן?

6. אורכי הצלעות של מלבן 10 ס"מ, 8 ס"מ.

- א. מה היחס בין הצלע הארוכה לצלע הקצרה?
 ב. האריכו כל צלע ב-2 ס"מ. האם היחס בין הצלעות נשמר או גדל או קטן? הסבירו.
 ג. האריכו כל צלע פי 2. האם היחס בין הצלעות נשמר או גדל או קטן? הסבירו.

7. שני מלבנים א ו-ב דומים.

- אורכי הצלעות של מלבן א הם 8 ס"מ, 12 ס"מ.
 אורך אחת הצלעות במלבן ב הוא 24 ס"מ. מה אורך הצלע השנייה?
 מצאו את כל הפתרונות.

8. דן חילק קטע שאורכו 16 ס"מ לשני קטעים שאורכיהם 6 ס"מ ו-10 ס"מ.
 אלי חילק קטע שאורכו 20 ס"מ לשני קטעים שאורכיהם 8 ס"מ ו-12 ס"מ.
 אסף חילק קטע שאורכו 24 ס"מ לשני קטעים שאורכיהם 9 ס"מ ו-15 ס"מ.
 שניים מהם חילקו את הקטעים לפי אותו יחס. מי הם?

9. קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה.

- אם הטענה נכונה, נמקו. אם לא, בְּנו דוגמה נגדית.
 א. כל המשולשים שווים דומים. ג. כל המצולעים החופפים הם מצולעים דומים.
 ב. כל המשולשים שווים הצלעות דומים. ד. כל המצולעים הדומים הם מצולעים חופפים.