

יחידה 26: מערכת משוואות

שיעור 1. פיצות וילדים

מערכת משוואות ותיאור גרפי



עומרי עורך מסיבת יום הולדת לחבריו.
הוא הזמין פיצות קטנות ופיצות גדולות לכיבוד.
- מחלקים כל פיצה קטנה ל- 2 ילדים.
- מחלקים כל פיצה גדולה ל- 4 ילדים.
ננסה לגלות כמה פיצות הזמנו מכל סוג.

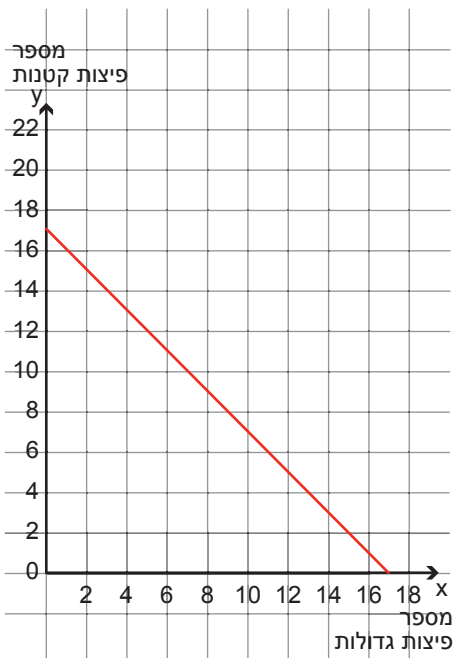
פיצות

1. עומרי הזמין 17 פיצות.

א. האם תוכלו לקבוע כמה פיצות הזמנו מכל סוג? עבור כמה ילדים הזמנו הפיצות? אם כן, הסבירו.
אם לא, הציגו 5 אפשרויות שונות למספר פיצות גדולות ולמספר פיצות קטנות שהוזמנו.

x - פיצות גדולות	y - פיצות קטנות

תוכלו לרשום את האפשרויות בטבלת ערכים כזאת:



ב. **רחל** כתבה את המשוואה $x + y = 17$.

מה מייצגת המשוואה?

ג. **מיכל** הציעה לשרטט גרף:

האם מתקבל מידע נוסף מהגרף? פרטו.



על ישר המתאר משוואה אחת בשני נעלמים יש אינסוף נקודות.
כל נקודה על הישר מקיימת את תנאי המשוואה.

ילדים

2. למסיבה של עומרי הגיעו 54 ילדים. הוא הזמין פיצות לכולם.
 א. האם תוכלו לקבוע כמה פיצות הוזמנו מכל סוג? אם כן, הסבירו.
 אם לא, הציגו 5 אפשרויות שונות למספר הפיצות הגדולות ולמספר הפיצות הקטנות שהוזמנו.
 תוכלו להיעזר בטבלת ערכים.
 ב. **רחל** כתבה את המשוואה: $4x + 2y = 54$. מה מייצגת המשוואה?
 ג. שרטטו גרף מתאים למשוואה של רחל במערכת הצירים כמו במשימה 1.
 האם מתקבל מידע נוסף מהגרף? פרטו.

פיצות וילדים

3. עומרי הזמין 17 פיצות עבור 54 ילדים.
 האם תוכלו לקבוע כמה פיצות הוזמנו מכל סוג? עבור כמה ילדים הוזמנו הפיצות?
 אם כן, הסבירו בעזרת טבלת ערכים, משוואות או גרפים.
 אם לא, הציגו 5 אפשרויות שונות למספר פיצות גדולות ולמספר פיצות קטנות שהוזמנו.



בכל אחת ממשימות 1 ו-2, קיבלנו מידע חלקי לגבי מספר הפיצות שהזמין עומרי.

- כל מידע חלקי **אינו מספיק** כדי לקבוע בוודאות כמה פיצות הזמין עומרי מכל סוג.
 כאשר נעזרים בכל המידע אפשר לקבוע את מספר הפיצות שהוזמנו מכל סוג.

- את המידע אפשר לתאר בעזרת **שתי משוואות**.

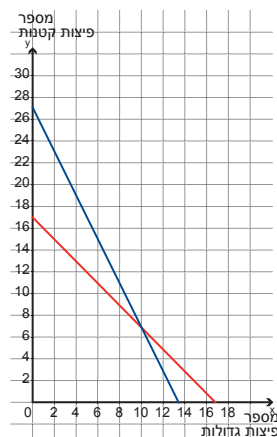
דוגמה:

x מייצג את מספר הפיצות הגדולות,
 ו- y מייצג את מספר הפיצות הקטנות:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 54 \end{cases} \quad \text{או כִּךְ:} \quad \begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 54 \end{cases}$$

- צירוף שתי המשוואות יחד נקרא **מערכת של שתי משוואות**, או בקיצור: **מערכת משוואות**. את המערכת רושמים כך:

- אפשר לתאר את מערכת המשוואות בעזרת גרפים. כל ישר מייצג משוואה בשני משתנים. פתרון המשוואה הוא אינסוף זוגות מספרים המקיימים את תנאי המשוואה.



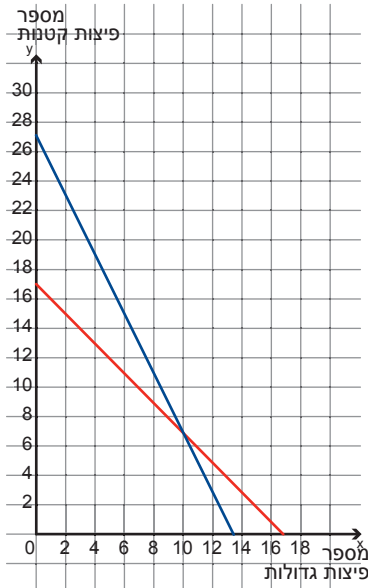
פתרון המערכת הוא: $(10, 7)$
 כלומר, $x = 10$ $y = 7$

- נקודת המפגש** של שני הישרים היא הנקודה היחידה שבה מתקיימים שני התנאים. נקודה זו נקראת **פתרון מערכת המשוואות**.



4. עינת שרטטה את הגרפים כך:

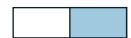
- במה דומה ובמה שונה השרטוט של עינת מהשרטוטים שלכם במשימות קודמות?
- האם כדאי לשרטט כמו עינת? הסבירו.
- האם השרטוט של עינת מתאים לתנאי השאלה? הסבירו.



ניזכר,

תהליך פתרון שאלה מילולית כולל מספר שלבים:

- קובעים אילו מספרים מתאימים להיות פתרון של השאלה.
- **דילמה:** בשיעור 1, רק זוגות של מספרים טבעיים יכולים להיות פתרונות (מדוע?).
- מגדירים מה מייצג כל אחד מהמשתנים.
- פותרים משוואה או מערכת משוואות או מפעילים שיקולים אחרים (חישובים מספריים, ניסוי וטעייה, שרטוט).
- מוצאים את הפתרון.
- בודקים אם הפתרון שהתקבל מתאים לתנאי השאלה.



1. עומרי קנה בקבוקי קולה ובקבוקי מיץ למסיבה,

בסך הכול קנה עומרי 10 בקבוקי שתייה.

נסמן: x - מספר בקבוקי קולה, y - מספר בקבוקי מיץ.

א. הציגו 5 אפשרויות שונות למספר הבקבוקים מכל סוג.

ב. מה מספרת המשוואה: $x + y = 10$?

ג. לפניכם הישר המתאר את המשוואה:

בדקו אם הנקודות המתארות את האפשרויות

שהצעתם בסעיף א נמצאות על הישר.





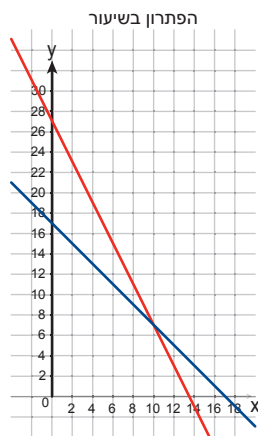
2. במשפחת צורן 5 ילדים.

- א. האם אפשר לקבוע כמה בנים וכמה בנות במשפחת צורן? הסבירו.
 ב. סמנו: x - מספר הבנים, y - מספר הבנות.
 כתבו משוואה המתארת את מספר הילדים במשפחת צורן, ושרטטו את הישר המתאים.
 ג. האם הנקודה $(2.5, 2.5)$ נמצאת על הישר ששרטטתם? האם היא מתארת את המצב במשפחת צורן?
 אם כן, כמה בנים וכמה בנות במשפחה? אם לא, הסבירו.



3. נסמן: x - מספר הבנים, y - מספר הבנות.

- א. במשפחת בירן 6 ילדים. כתבו משוואה המתארת את מספר הילדים במשפחת בירן.
 האם אפשר לקבוע כמה בנים וכמה בנות במשפחה?
 ב. במשפחת דורון מספר הבנות כפול ממספר הבנים. כתבו משוואה המתארת את מספר הילדים במשפחת דורון.
 האם אפשר לקבוע כמה בנים וכמה בנות במשפחה?
 ג. במשפחת גולן 6 ילדים, מספר הבנות במשפחה כפול ממספר הבנים.
 האם אפשר לקבוע כמה בנים וכמה בנות במשפחה? הסבירו.



4. בשיעור מצאנו כמה פיצות מכל סוג הזמין עומרי,

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 54 \end{cases}$$

בעזרת מערכת המשוואות:

והישרים המתאימים:

אורי ניסה לפתור את השאלה בעצמו.

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 4y = 54 \end{cases}$$

הוא כתב את מערכת המשוואות:

ושרטט את הישרים המתאימים:



- א. מהי נקודת החיתוך של שני הישרים לפי כל אחד מהפתרונות?
 כמה פיצות מכל סוג הזמין עמרי לפי כל אחד מהפתרונות?
 ב. האם הפתרון של אורי נכון? מה השתנה בין שתי הדרכים?

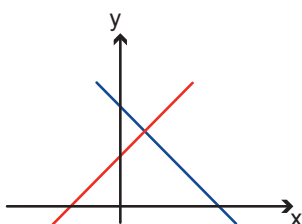
5. לפניכם שלוש מערכות משוואות:

ג. $\begin{cases} 2y - x = 2 \\ y - x = 3 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} y - x = 2 \\ y + x = 4 \end{cases}$

א. $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

אחת מהמערכות מתוארת בשרטוט הבא:
 בחרו את המערכת המתאימה. הסבירו.



שיעור 2. חידת שני המספרים

מערכת משוואות - פתרון גרפי ובדיקה

הבלש הולמס ניסה לפתור את החידה הבאה:

מי הם שני המספרים המקיימים את שני התנאים הבאים:

תנאי 1: סכום שני המספרים הוא 6,

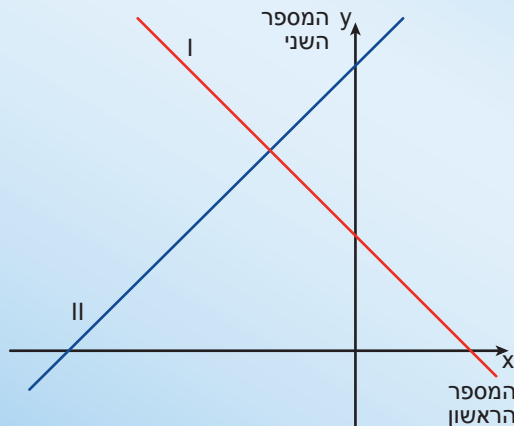
תנאי 2: המספר השני גדול מהמספר הראשון ב-15.

- **גליה** סימנה את המספר הראשון ב- x , ואת המספר השני ב- y . היא תיארה את החידה בעזרת שתי משוואות.

סכום שני המספרים 6 ולכן: $x + y = 6$

המספר השני גדול מהמספר הראשון ב-15 ולכן: $y = x + 15$

- **מיכל** שרטטה את הגרף:



ניעזר במערכת המשוואות של גליה ובגרף של מיכל כדי לגלות אם יש שני מספרים המקיימים את התנאים.

1. התאימו משוואה לכל אחד מהישרים. ציינו איזה תנאי מייצג כל אחד מהישרים.

2. עידן הסיק מסקנה לגבי סימני המספרים. מה הסיק עידן לדעתכם? היעזרו במערכת המשוואות או בגרף והסבירו.

3. א. שרטטו במערכת צירים אחת את שתי המשוואות של גליה (על נייר משובץ).

ב. מהם שיעורי נקודת החיתוך של שני הגרפים?

ג. האם שיעורי נקודת החיתוך מקיימים את תנאים 1 ו-2 שבחידה?

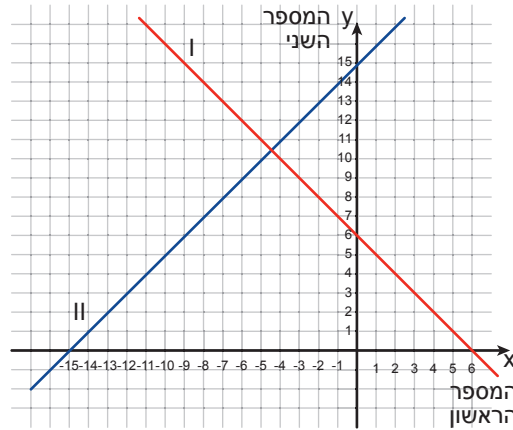
ד. הציבו את שיעורי נקודת החיתוך בהמשוואות שרשמה גליה. האם קיבלתם שוויון?

האם, לדעתכם, יש עוד זוג מספרים המתאימים לתנאי החידה? הסבירו.

ה. מהו פתרון החידה?



במשימה 3, מיכל מצאה את הפתרון של מערכת המשוואות $x + y = 6$ בדרך גרפית.
 $y = x + 15$
 הפתרון הוא הנקודה ששיעוריה $(-4.5, 10.5)$,
 x מייצג את המספר הראשון וערכו הוא: -4.5 , y מייצג את המספר השני וערכו הוא: 10.5 .

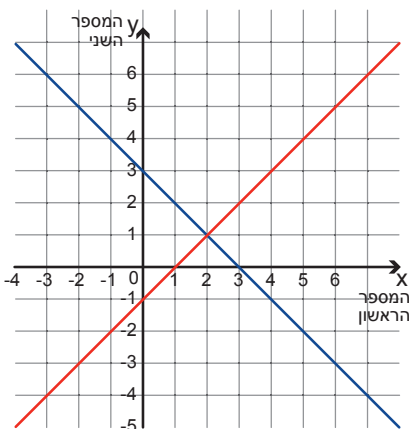


בהמשך נכיר דרכים נוספות למציאת הפתרון של מערכת משוואות.



4. תלמידים קיבלו את החידה: מצאו שני מספרים שסכומם 3 והפרשם 1.
 א. **דנה** הציעה להציב את שיעורי הנקודה $(1, 2)$ במשוואה $x + y = 3$, וקיבלה $1 + 2 = 3$. "מצאתי!" הכריזה זו המערכת המתאימה.
 האם צדקה? הסבירו. מה תיעצו לדנה?
 ב. **רינת** אמרה: אני כתבתי את מערכת המשוואות:
 $x + y = 3$
 $x - y = 1$

ניסיתי זוגות של מספרים וגיליתי ששני המספרים הם: 2 ו-1. כלומר, הפתרון הוא: $(2, 1)$.



- כיצד אפשר לבדוק אם הפתרון של רינת נכון? בדקו.
 ג. **יעל** פתרה את החידה בעזרת גרפים:
 גם היא, כמו רינת, הסיקה שהפתרון הוא $(2, 1)$.
 ד. כיצד אפשר לבדוק אם פתרון נכון או שגוי?



כדי לבדוק אם הפתרון של מערכת משוואות נכון אפשר:

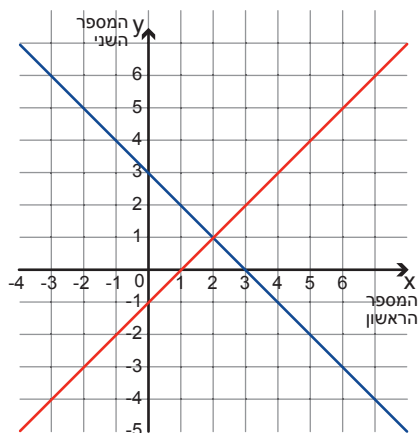
- להציב את הפתרון שמצאנו (הזוג הסדור) בשתי המשוואות שבמערכת המשוואות:

$$2 + 1 = 3$$

$$\underline{2 - 1 = 2}$$

דוגמה: מציבים את הפתרון (2, 1) ובודקים אם מתקבלים שוויונות:

- לפתור את המערכת בדרך אחרת, למשל בעזרת גרף:



5. מצאו את הפתרון של כל מערכת משוואות. בדקו והסבירו כיצד מצאתם.

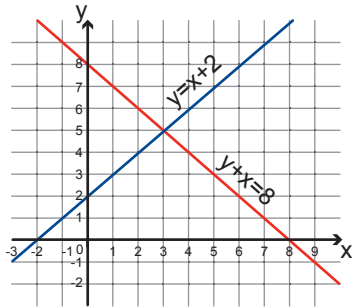
א. $y = 3$
 $y = 3x$

ב. $y = 2x$
 $x + y = 3$

ג. $x - 1 = y$
 $x + y = 3$



שרלוק הולמס הוא כנראה הבלש הנודע ביותר בכל הזמנים. הולמס, גיבור 56 סיפורים שכתב ארתור קונן דויל (רופא עיניים במקצועו), המתארים את הרפתקאותיהם של הולמס וידידו הרופא, ד"ר ווטסון. במהלך קריאת הסיפורים מפתיע לגלות כי הבלש המוכר ביותר בעולם אינו בהכרח הבלש המוצלח מבחינת המשטרה: בשמונה מתוך הסיפורים מצליח שרלוק הולמס לפתור את התעלומה, אבל לא מצליח לתפוס את האשמים. בשלושה מן המקרים מצליח הולמס ללכוד את האשם, אבל מחליט לא להסגיר אותו לידי החוק. הוא מסתפק בכך שמי שאינם אשמים לא ייענשו. שרלוק הולמס מעיד על עצמו שהוא איננו לצד החוק, אלא לצד הצדק. מבחינתו, הוא החוקר, הקטגור, הסגור והשופט. סיפורי שרלוק הולמס (למשל, כלבם של בני בסקרויל) התפרסמו בקביעות בכתב העת "הסטרנד" באנגליה בשנים 1891-1893 ובהמשך קובצו בספרים שתורגמו לשפות שונות. תוכלו לקרוא על מעליו של שרלוק הולמס בספרים הרבים שתורגמו לעברית.



1. מצאו את המספרים לפי הרמזים:

- א. סכום המספרים הוא 8. כתבו משוואה מתאימה.
- ב. המספר השני גדול מהראשון ב-2. כתבו משוואה מתאימה.
- ג. הישרים בשרטוט מתארים את המשוואות. ענו לפי השרטוט: מהו פתרון מערכת המשוואות? מהם שני המספרים?



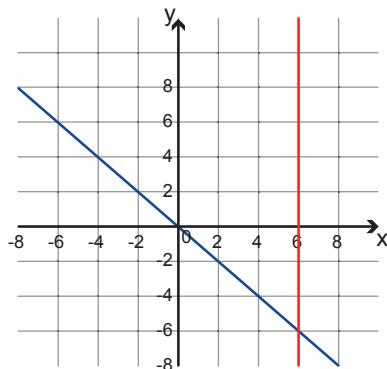
2. פתרו את החידה: סכום שני מספרים הוא 10, ההפרש ביניהם 3. מהם שני המספרים?



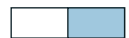
3. דינה פתרה חידה על מספרים. היא כתבה:
- $$x + y = 3$$
- $$x = y$$
- א. כתבו חידה המתאימה למערכת המשוואות של דינה.
 - ב. פתרו את החידה.



4. סימה פתרה חידה על מספרים. היא שרטטה את שני הגרפים האלו במערכת צירים:



- א. חברו חידה מתאימה לפתרון של סימה.
- ב. בדקו אם הפתרון אכן מתאים לחידה.



5. אחד מזוגות המספרים הבאים הוא פתרון המערכת:
- $$x + y = 20$$
- $$x - y = 8$$
- (10, 2) (15, 5) (14, 6) (9, 1)
- מצאו את הזוג שהוא פתרון המערכת. הסבירו כיצד מצאתם.



6. התאימו פתרון לכל מערכת משוואות. הסבירו.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y - x = 2 \end{cases} \text{ .III}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = x \end{cases} \text{ .II}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \text{ .I}$$

ג. (5, 2)

ב. (1, 3)

א. (2, 2)



7. א. מצאו את הפתרון של מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ y + 3x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y - 1 = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

ב. העתיקו מהטבלה רק את האותיות הכתובות מתחת לזוגות המספרים שאינם פתרון למערכת המשוואות מסעיף א.

(3, 0)	(1, 3)	(-1, 1)	(2, 1)	(2, 3)	(3, -1)	(0, 1)	(-1, 3)	(3, 1)	(1, 2)	(0, 3)	(3, 2)
מ	מ	י	ר	ו	ש	י	ל	ג	ו	ש	ז

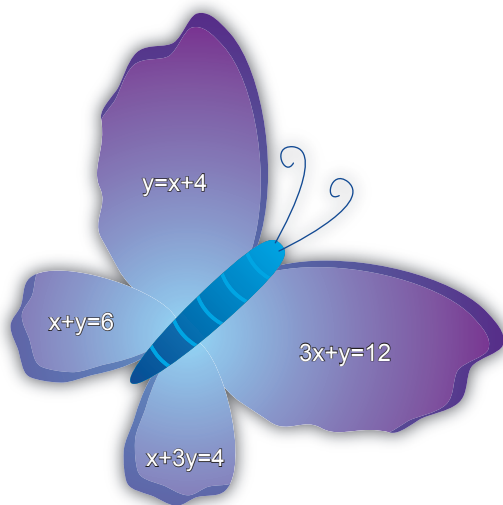
מה קיבלתם?



8. לפניכם "פרפר משוואות" ורשימה של זוגות מספרים.

(2, 6) (1, 5) (-2, 2) (4, 0) (3, 3) (7, -1)

- בחרו בכל פעם שתי משוואות,
- הרכיבו מערכת משוואות,
- לכל מערכת משוואות בחרו פתרון מתאים מן הרשימה.



9. סכום שני מספרים הוא 58,619.

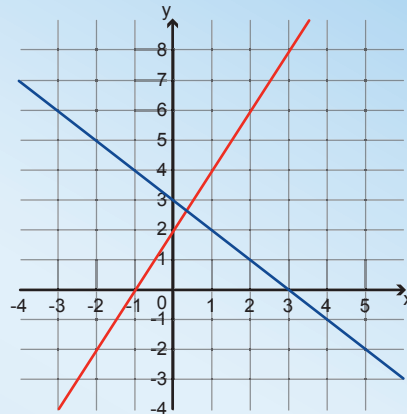
- ספרת היחידות של אחד המספרים היא 0.
- אם נמחק את ה- 0 נקבל שני מספרים שווים.
- מצאו את שני המספרים.

שיעור 3. מציבים ופותרים

פתרון מערכת משוואות בשיטת ההצבה

תלמידי כיתה ח פתרו את מערכת משוואות:
 $y = 2x + 2$
 $x + y = 3$

- **רעות** שרטטה את הישרים המתאימים למשוואות באותה מערכת צירים.



- **אורי** הכין טבלת ערכים עבור כל אחת מהמשוואות:

$y = 2x + 2$	
x	y
0	2
1	4
2	6

$x + y = 3$	
x	y
0	3
1	2
2	1

- **נוי** אמר: ניסיתי לנחש את המספר, אבל לא הצלחתי.

דונו בפתרונות של רעות, של אורי ושל נוי. האם הם מצאו את פתרון מערכת המשוואות?
נכיר דרך נוספת, אלגברית, למציאת פתרון המשוואה.

1. **דנה** אמרה: לפי המשוואה הראשונה במערכת המשוואות, $y = 2x + 2$,

לכן בכל מקום שמופיע y , אפשר להחליף אותו בביטוי $2x + 2$, כלומר, במקום $x + y = 3$

$$x + 2x + 2 = 3$$

וכך מקבלים משוואה עם משתנה אחד.

האם דנה צודקת? הסבירו והשלימו את פתרון המערכת.



אפשר לפתור מערכת משוואות בשיטת ההצבה.

דוגמה:

$$2y - x = 30$$

$$x = y + 2$$

$$2y - (y + 2) = 30$$

$$y - 2 = 30$$

$$y = 32$$

$$x = 32 + 2 = 34$$

$$(34, 32)$$

$$2 \cdot 32 - 34 = 30 \quad \checkmark$$

$$34 = 32 + 2 \quad \checkmark$$

● מחפשים משוואה מבין המשוואות שבה אחד מהשתנים מופיע באופן ברוח.

● מציבים במשוואה האחרת את הביטוי שהוא ביטוי שווה ערך לאחד המשתנים מתוך המשוואה השנייה

● מקבלים משוואה אחת במשתנה אחד.

● מפשטים את המשוואה.

● פותרים את המשוואה.

● מקבלים את ערכו של המשתנה.

● מציבים את הערך שמקבלים במשוואה השנייה.

● מפשטים ומוציאים את ערכו של המשתנה האחר.

● חשמים פתרון.

● בודקים על ידי הצבת הפתרון במערכת המשוואות הנתונה (בשתי המשוואות)



בלקבל...

2. פתרו את המערכת $x + y = 6$ המתאימה ל"חידת שני המספרים", בדרך של דנה.
 $y = x + 15$

האם קיבלתם אותו פתרון כמו בשיעור 2?

3. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בשיטת ההצבה.

$$\begin{aligned} x &= 5y + 3 \\ 2x - 5y &= 4 \end{aligned} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{aligned} y &= -2x - 4 \\ y - x &= 6 \end{aligned} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{aligned} 6x - y &= 6 \\ y &= 2x \end{aligned} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{aligned} y + 7x &= 15 \\ x &= 3 \end{aligned} \quad \text{א.}$$



חולשים על...

4. לפניכם 4 מערכות.

א. אילו מערכות הייתם בוחרים לפתור בשיטת ההצבה? פתרו אותן.

$$\begin{aligned} 0.4x - 0.3y &= 0.1 \\ 0.2x - 0.1y &= 0.3 \end{aligned} \quad \text{iv.}$$

$$\begin{aligned} 2y &= 10 \\ 2x + y &= 40 \end{aligned} \quad \text{iii.}$$

$$\begin{aligned} 3y + 2x &= 4 \\ 2y - x &= 5 \end{aligned} \quad \text{ii.}$$

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ 3x + 2y &= 10 \end{aligned} \quad \text{i.}$$

ב. באיזו דרך (גרף, טבלת ערכים, או ניחוש) תפתרו כל אחת מהמשוואות הנותרות? הסבירו.



1. בכל סעיף בחרו את ההצבה הנוחה יותר, ופתרו.
בדקו את תשובותיכם.

$y = 2x + 4$	$y = 5x - 2$	$10x - y = 2$	$x = -2$
$y - 6 = x$	$x = y - 2$	$y = 8$	$3x + 2y = 10$
ד.	ג.	ב.	א.



2. בחרו שתי מערכות משוואות שנוח לפתור אותן בשיטת ההצבה, ופתרו אותן.
בדקו את תשובותיכם.

$2x + y = 5$	$y - 5x = 2$	$3x + y = 21$	$y = x + 8$
$y - x = 2$	$y = x + 2$	$x - 5y = 7$	$2x - 3y = 19$
ד.	ג.	ב.	א.



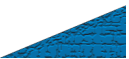
3. פתרו את מערכות המשוואות, בדקו את תשובותיכם.
מה נוח לכם יותר: להציב, ואחר כך לפשט את המשוואה,
או: לפשט את המשוואה ורק אחר כך להציב בה?

$y = 1 - 2x$	$y = \frac{x}{2}$
$\frac{2x - y}{7} - \frac{y + 1}{2} = 2$	$x - y = 1$
ב.	א.



4. נתונה מערכת משוואות:
 $4y = 3x$
 $3x + 2y = 9$

באיזו הצבה נוח לפתור את המשוואה? פתרו ובדקו את תשובתכם.



5. נתונה מערכת המשוואות:
 $x + 2y = 5$
 $3x - y = 1$

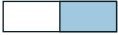
א. פתרו את המערכת.

ב. פתרו את המערכות הבאות בהסתמך על פתרון המערכת הנתונה.

$\frac{1}{2}x + y = 2\frac{1}{2}$	$2x + 4y = 10$
$9x - 3y = 3$	$6x - 2y = 2$
iii.	i.
$y + 2x = 5$	$x + 2y = 5$
$3y - x = 1$	$-3x + y = -1$
iv.	ii.

ג. רשמו מערכת משוואות נוספות דומה שלה אותו פתרון כמו המערכת הנתונה.

נתונים שני מספרים שסכומם 10.
 במשימות 6-9, בכל סעיף מצאו בעזרת הנתון הנוסף מי הם המספרים, ובדקו את תשובותיכם.
 תוכלו להשתמש באחת מדרכי הפתרון שלמדתם.



6. א. המספר הראשון הוא 5.5.
 ב. ההפרש בין המספרים הוא 8.
 ג. מספר אחד גדול מהאחר ב- 2.



7. א. ההפרש בין המספרים הוא 3.
 ב. מספר אחד גדול מהאחר ב- 15.
 ג. מספר אחד גדול מהאחר פי 3.
 ד. היחס בין המספרים הוא 2:3.
 ה. מספר אחד הוא $\frac{1}{4}$ של המספר האחר.



8. א. היחס בין המספרים הוא 1:1.
 ב. מספר אחד גדול ב- 25% מהמספר האחר.
 ג. אם נכפול את המספר השני ב- 3 ונחבר לו את המספר הראשון, נקבל 3.



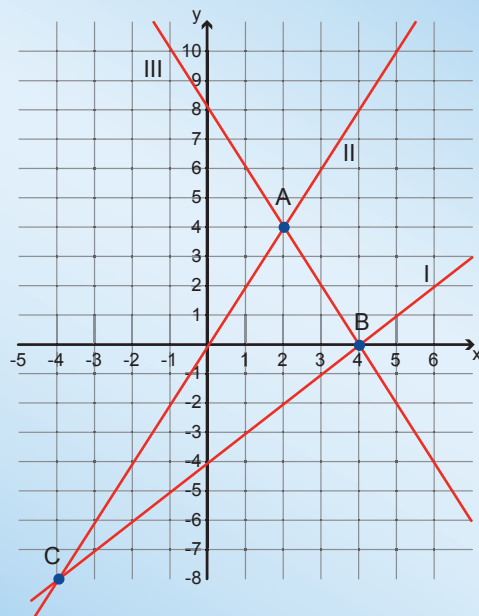
9. אם נוסיף למכפלה של שני המספרים את ריבוע המספר הראשון נקבל 5.

שיעור 4. על משוואות וגרפים

פתרון מערכות משוואות מורכבות

שלוש צלעות של משולש ABC מונחות על שלושת הישרים:

$$2x + y = 8 \text{ .III} \quad y = 2x \text{ .II} \quad y = x - 4 \text{ .I}$$



כיצד ניתן להיעזר במערכת משוואות כדי למצוא את השיעורים של קודקודי המשולש?

1. בכל סעיף, היעזרו במשוואות שבמסגרת וְרשמו מערכת משוואות מתאימה.
 - א. רשמו מערכת משוואות שפתרונה שיעורי הקודקוד A. הסבירו את שיקוליכם.
 - ב. רשמו מערכת משוואות שפתרונה שיעורי הקודקוד B. הסבירו את שיקוליכם.
 - ג. רשמו מערכת משוואות שפתרונה שיעורי הקודקוד C. הסבירו את שיקוליכם.
 - ד. פתרו ומצאו את שיעורי שלוש הנקודות.

2. פתרו את המערכת: $3x - 2(y - x) = 4$
 $x + 2(y - 2) = 1$

הסבירו כיצד פתרתם.



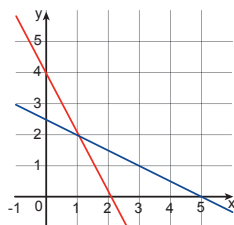
לפעמים נוח לפשט תחילה את המשוואות שבמערכת, לפני שפותרים אותה.

דוגמה:

$$\begin{aligned} 3y - 2(y - x) &= 4 \\ x + 2(y - 2) &= 1 \end{aligned}$$

נתונה מערכת משוואות:

$$\begin{aligned} y + 2x &= 4 \\ x + 2y &= 5 \end{aligned}$$



הפתרון הוא (1, 2)
כלומר $x = 1$, $y = 2$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2 - 2(2 - 1) &= 4 \quad \checkmark \\ 1 + 2(2 - 2) &= 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

● מפשטים כל אחת משתי המשוואות שבמערכת ומקבלים:

● פותרים את המערכת

(בעזרת טבלת ערכים, בשיטת ההצבה או בעזרת גרף).

למשל, פתרון גרפי, משרטטים את הגרפים המתאימים:

● מוצאים את נקודת החיתוך:

● רושמים פתרון למערכת המשוואות:

● בודקים על-ידי הצבה במערכת הנתונה.

3. א. פשטו את המערכות הבאות.

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad \frac{1}{2}(2x + 4y) - y &= 0 \\ \text{II.} \quad \frac{1}{3}(6x - 9y) - 2x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad 3x + 2y - 5 - x &= 5 + 2y \\ \underline{7x - 2y + y - 6x} &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV.} \quad 0.2x + 0.1y &= 0.2 \\ \underline{0.3x - 0.1y - 0.1x} &= -0.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III.} \quad x + 2(y - 2) &= 0 \\ \underline{2(x - 1) + y} &= 0 \end{aligned}$$

ב. בחרו שלוש מערכות מסעיף א ומצאו את הפתרון של כל אחת מהן בדרך שונה: בעזרת גרף, טבלת ערכים או בשיטת ההצבה. הציגו את שיקוליכם בבחירת דרך הפתרון.



4. למדתם כיצד לפתור מערכת משוואות בעזרת גרפים, טבלת ערכים ובשיטת ההצבה.

א. מצאו יתרונות וחסרונות לכל שיטה.

ב. מתי כדאי לדעתכם להשתמש בכל אחת מהשיטות? הדגימו מתוך השיעורים ביחידה זו.

5. היעזרו בחוק הפילוג המורחב, פשטו ופתרו.

$$\begin{cases} (x - 1)(y + 2) = xy + 3 \\ (x + 5)(y - 1) = (x - 3)(y + 2) \end{cases}$$



1. פֶּשְׁטוּ אֶת הַמְשׁוּוֹאוֹת וּמְצְאוּ אֶת פְּתֻרֹן הַמַּעֲרֶכֶת.

$$\begin{array}{ll} 2(x-1)+2-x=5-y & \text{א.} \\ 3(x-1)=y & \text{ב.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3x-5-2x=3+2y \\ \underline{2x+7=8+y} \end{array}$$



2. פֶּשְׁטוּ אֶת הַמְשׁוּוֹאוֹת וּמְצְאוּ אֶת פְּתֻרֹן הַמַּעֲרֶכֶת.

$$\begin{array}{lll} 2(x-1)+y-x=5 & 4x-3y+5=3-3y & 3x-2(y+x)=3 \\ 3(x+2)-y-2x=13 & \underline{2x+3y-x=x-9} & \underline{2x+7=10+y} \end{array}$$



3. פֶּשְׁטוּ אֶת הַמְשׁוּוֹאוֹת וּמְצְאוּ אֶת פְּתֻרֹן הַמַּעֲרֶכֶת.

$$\begin{array}{lll} (x+3)(y+7)=xy+79 & (3-y)(x+2)=7-xy & (x+5)(y-2)=xy \\ \underline{(x-5)(y-1)=xy-17} & \underline{7x+2y=9} & \underline{2x+y=14} \end{array}$$



4. פֶּשְׁטוּ אֶת הַמְשׁוּוֹאוֹת וּמְצְאוּ אֶת פְּתֻרֹן הַמַּעֲרֶכֶת.

$$\begin{array}{ll} (x+2)(x+3)=x^2-y & (x+0.5)(y-1.5)=(x+1)(y-2.5) \\ \underline{5x+y=-4} & \underline{(x+1)(y+0.5)=(x+2)(y-1.5)} \end{array}$$



$$5. \text{ נתונה המשוואה: } \frac{2(y-3x)}{7} = \frac{y-3x}{4}$$

חֲשְׁבוּ אֶת עֵרְכּוֹ שֶׁל הַבִּיטוּי: $y-3x$

שיעור 5. במסיבה

פתרון שאלות בעזרת שני משנים



המשימות הבאות עוסקות במסיבות יום הולדת. קבעו אם אפשר לדעת כמה בנות וכמה בנים היו בהתחלה של כל מסיבה.

לארגון הנתונים תוכלו להיעזר בטבלה:

מספר הבנות	מספר הבנים	
		בהתחלה
		בסוף

בכל משימה (1 - 5) עבדו לפי השלבים:

- קבעו אילו מספרים מתאימים לפתרון. (למשל: כל המספרים, מספרים רציונליים, מספרים שלמים, מספרים שליליים).
- הגדירו את המשתנים וכתבו מערכת משוואות מתאימה לשאלה.
- פתרו את מערכת המשוואות.
- קבעו, אם אפשר, כמה בנות וכמה בנים היו במסיבה בהתחלה.

1. במסיבה של יוני

בתחילת המסיבה היו 16 ילדים (בנים ובנות).

אחרי שהגיעו 2 בנים נוספים ועזבו 3 בנות, היה מספר הבנים גדול פי 2 ממספר הבנות.



אפשר לפתור שאלה בעזרת מערכת משוואות בשני נעלמים.

דוגמה:

- קובעים אילו מספרים מתאימים להיות פתרון של השאלה. למשימה 1 מתאימים רק מספרים טבעיים.

מספר הבנות	מספר הבנים	
y	x	בהתחלה
y - 3	x + 2	בסוף

$$\begin{aligned} x + y &= 16 \\ x + 2 &= 2(y - 3) \\ x &= 8, y = 8 \end{aligned}$$

בהתחלה מספר הבנים היה 8 וגם מספר הבנות היה 8 הוא מספר טבעי.

- אפשר להיעזר בטבלה כדי להציג את נתוני השאלה.

רושמים מערכת משוואות בשני נעלמים.

- פותרים את מערכת המשוואות.
- כותבים תשובה לשאלה.
- בודקים שהמספרים מתאימים לתחום המספרים שנקבע מראש.

2. במסיבה של דנה

בתחילת המסיבה היו 20 ילדים.
במשך המסיבה עזבו מחצית מהבנות.
בסוף המסיבה היה מספר הבנים גדול ב- 2 ממספר הבנות.

3. במסיבה של זיו

בתחילת המסיבה היו 19 ילדים.
במשך המסיבה הגיעו 6 בנים נוספים.
בסוף המסיבה מספר הבנות היה $\frac{2}{3}$ ממספר הבנים.



4. במסיבה של רונן

רונן אמר: בתחילת המסיבה היו 16 ילדים (בנות ובנים).
במהלך המסיבה הגיעו 2 בנים נוספים ועזבו 3 בנות.
בסוף המסיבה היה מספר הבנות גדול פי 3 ממספר הבנים.
מהי מסקנתכם? האם התיאור של רונן אפשרי? כמה בנות וכמה בנים היו במסיבה? הסבירו.

ניזכר,

כדי לבדוק פתרון של **שאלה מילולית**, אין די בבדיקת הפתרון של מערכת המשוואות.
בנוסף, חשוב לבדוק אם הפתרון מתאים לתנאי השאלה.

דוגמה:
 $x + y = 16$
 $y - 3 = 3(x + 2)$ במשימה 4, מערכת המשוואות המתאימה לשאלה היא:
 פתרון מערכת המשוואות הוא: $(1\frac{3}{4}, 14\frac{1}{4})$.
 למרות שפתרון המערכת הוא פתרון נכון, אין לו משמעות כפתרון של השאלה.
 לכן, אין תשובה לשאלה לפי הנתונים שיש בה.



5. במסיבה של גליה

ספרו סיפור על השתתפות של בנים ושל בנות במסיבה של גליה לפי הטבלה ולפי מערכת המשוואות.
כמה בנים וכמה בנות היו במסיבה בהתחלה?

מספר הבנות	מספר הבנים	
y	x	בהתחלה
y - 1	x + 8	בסוף

$$x + y = 14$$

$$x + 8 = 2(y - 1)$$



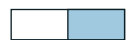
1. **במסיבה של עודד:** בהתחלה היה מספר הבנות שווה למספר הבנים. אחר כך עזבו 3 בנים והגיעו עוד 2 בנות, ואז מספר הילדים במסיבה היה 19. כמה בנים וכמה בנות היו במסיבה בהתחלה? (מלאו טבלה כמו בשיעור, כתבו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה).



2. **במסיבה של ערן:** בהתחלה, מספר הבנות היה 50% ממספר הבנים. באמצע המסיבה, עזבו 3 בנים, והגיעו 6 בנות. בסוף המסיבה, מספר הבנות היה גדול פי 2 ממספר הבנים. כמה בנות וכמה בנים היו במסיבה בהתחלה?



3. **במסיבה של עדן:** בהתחלה, היחס בין מספר הבנות למספר הבנים היה 2:3. באמצע המסיבה, הגיעו 4 בנות. ואז מספר הבנות היה שווה למספר הבנים. כמה בנות וכמה בנים היו במסיבה בהתחלה?



4. בתחילת השנה, למדו בשתי כיתות ח 69 תלמידים. במחצית השנה, עזבו 3 תלמידים את כיתה ח1, ונוספו 2 תלמידים לכיתה ח2. כתוצאה מכך, בשתי הכיתות למדו אותו מספר תלמידים. כמה תלמידים היו בכל כיתה בתחילת השנה?



5. באוסף הבולים של שאול 300 בולים מישראל ומחו"ל. שאול החליף בולים עם חבריו, הוא נתן 20 בולים מחו"ל וקיבל תמורתם 40 בולים מישראל. אחרי ההחלפה, מספר הבולים מישראל באוסף של שאול היה גדול פי 3 ממספר הבולים מחו"ל. כמה בולים מישראל וכמה בולים מחו"ל היו לשאול לפני ההחלפה?



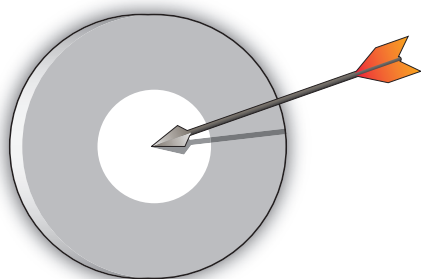
6. עם פתיחת הבריכה, באו לבריכה 30 איש. חלקם הלכו לבריכה הפתוחה וחלקם הלכו לבריכה המקורה. לאחר שעה, נוספו לבריכה המקורה 6 אנשים, ולבריכה הפתוחה 4 אנשים. לאחר שעה נוספת, עברו 10 אנשים מהבריכה המקורה לבריכה הפתוחה. כתוצאה מכך, מספר האנשים בבריכה הפתוחה היה גדול פי 1.5 ממספר האנשים בבריכה המקורה. מה היה מספר האנשים בכל אחת מהבריכות עם פתיחת הבריכה?



7. הגדילו צלע אחת של מלבן ב- 2 ס"מ, הקטינו את הצלע הסמוכה לה ב- 3 ס"מ, וקיבלו ריבוע.

א. הציגו מידות מתאימות למלבן המקיים את התנאי.

ב. מהן מידות המלבן אם ההיקף של הריבוע שנוצר הוא 20 ס"מ?



8. לפניכם לוח משחק בול-פגיעה.

פגיעה באזור הלבן מזכה את השחקן ב- 6 נקודות.

פגיעה באזור האפור מזכה את השחקן ב- 4 נקודות.

א. רן שיחק כמה פעמים, ופגע בכל הפעמים באזור הלבן או באזור האפור.

רן צבר בסך-הכול 46 נקודות.

הציגו אפשרויות שונות למספר המשחקים ששיחק רן.

ב. רן צבר 46 נקודות ב- 10 משחקים.

כמה פעמים פגע רן באזור הלבן? וכמה פעמים הוא פגע באזור האפור?

ג. יואב שיחק 10 פעמים.

מספר הנקודות שצבר מפגיעה באזור הלבן היה שווה למספר הנקודות שצבר מפגיעה באזור האפור.

כמה פעמים פגע יואב בכל אזור?



9. אבא של עירית מבוגר ממנה פי 4.

בעוד 8 שנים, יהיה גיל האב פי 2.5 מהגיל של עירית.

בת כמה עירית היום?



10. חקלאי הגיע ליריד גדול כדי למכור עדר כבשים ופרות.

בתחילה מכר 15 כבשים, ואז היה מספר הפרות גדול פי שניים ממספר הכבשים שנותרו.

לאחר מכן, מכר 45 פרות נוספות, ואז היה מספר הכבשים שנותרו, גדול פי חמישה ממספר הפרות שנותרו.

שנותרו.

כמה פרות וכמה כבשים היו בעדר בתחילה? הסבירו.



11. א. ספרו סיפור על תוצאות משחק כדורסל בין קבוצת כיף לקבוצת סבבה, לפי הטבלה ולפי מערכת המשוואות.

קבוצת סבבה	קבוצת כיף	
y	x	מחצית ראשונה
$1\frac{1}{2}y$	x + 4	מחצית שנייה

$$x + y = 50$$

$$1\frac{1}{2}y = (x + 4) + 6$$

ב. פתרו את המערכת והשלימו את הסיפור.



שוארים על כושר

1. בחרו בכל סעיף שתי פעולות חשבון- אחת לכל אגף, כך שתתקבל טענה נכונה.

- א. $5 \bigcirc 2 > 5 \bigcirc 2$
- ב. $5 \bigcirc (-2) > 5 \bigcirc (-2)$
- ג. $5 \bigcirc \frac{1}{2} > 5 \bigcirc \frac{1}{2}$
- ד. $-\frac{1}{2} \bigcirc 5 > -\frac{1}{2} \bigcirc 5$
- ה. $(-4) \bigcirc (-7) > (-4) \bigcirc (-7)$
- ו. $\frac{1}{4} \bigcirc \frac{1}{2} > \frac{1}{4} \bigcirc \frac{1}{2}$

2. נתונים המספרים: 3.5 , $6\frac{1}{5}$, -4 , -1.5 , -0.5 .

בחרו בכל סעיף שני מספרים, כך שהצבתם בביטוי תיתן טענה נכונה.

- א. $a + b > a - b$ ה. $a : b < a \cdot b$
- ב. $a + b < a - b$ ו. $a : b > a \cdot b$
- ג. $a + b < a \cdot b$ ז. $a - b < a \cdot b$
- ד. $a + b > a \cdot b$ ח. $a - b > a \cdot b$