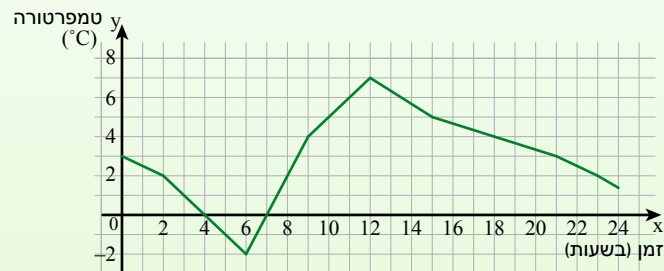


יחידה 13: עלייה וירידה של פונקציה

שיעור 1. פונקציה עולה ופונקציה יורדת

אברהם מדד את הטמפרטורה בירושלים בחורף, במשך יממה, החל מחצות. הוא סימן את תוצאות המדידה שלו במערכת צירים וחיבר את הנקודות. הגרף מתאר את הטמפרטורות ב- $^{\circ}\text{C}$ שמדד אורן (y) כפונקציה של הזמן בשעות (x).



מה הייתה הטמפרטורה בתחילת המדידה?
מה הייתה הטמפרטורה שעתיים לאחר התחלת המדידה?
באיזו שעה הייתה הטמפרטורה גבוהה יותר, בשעה 8:00 או בשעה 9:00? הסבירו.
באיזו שעה הייתה הטמפרטורה גבוהה יותר, בשעה 17:00 או בשעה 18:00? הסבירו.
נכיר את המושגים עלייה וירידה של פונקציה.

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

א. השלימו:

- _____ בשעה 3:00 הייתה הטמפרטורה $^{\circ}\text{C}$
- _____ בשעה 4:00 הייתה הטמפרטורה $^{\circ}\text{C}$
- _____ בשעה 5:00 הייתה הטמפרטורה $^{\circ}\text{C}$
- _____ בשעה 15:00 הייתה הטמפרטורה $^{\circ}\text{C}$

ב. השלימו: בשעה _____ ובשעה _____ הייתה הטמפרטורה 4°C

ג. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? מהי טמפרטורה זו?

ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר? מהי טמפרטורה זו?

ה. הקיפו מילה מתאימה.

החל מחצות ועד השעה 6:00 הטמפרטורה עלתה / ירדה.

החל מהשעה 6:00 ועד השעה 12:00 הטמפרטורה עלתה / ירדה.

החל מהשעה 12:00 ועד השעה 24:00 הטמפרטורה עלתה / ירדה.



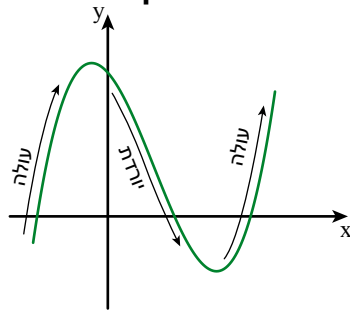
2. א. תארו במילים את השינויים בטמפרטורה בירושלים לפי הגרף במשימת הפתיחה.

ב. מדוע, לדעתכם, משתנה הטמפרטורה במשך היממה?





כדי לקבוע אם הפונקציה עולה או הפונקציה יורדת מתקדמים על ציר x משמאל לימין ובודקים את השינוי של שיעורי y :



אם לכל x בתחום שיעורי y גדלים, אומרים שהפונקציה **עולה**.
אם לכל x בתחום שיעורי y קטנים, אומרים שהפונקציה **יורדת**.

דוגמה: בגרף שבמשימת הפתיחה:

משעה 0:00 ועד שעה 6:00

הטמפרטורה ירדה.

כלומר, ככל ששיעורי x גדלים,

שיעורי y קטנים

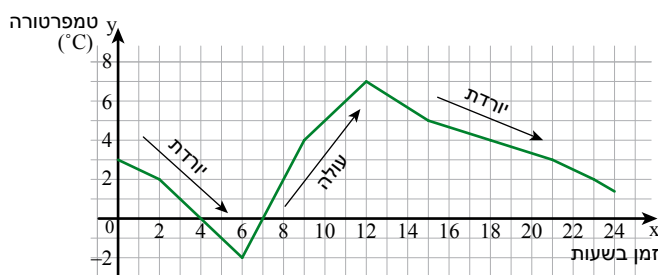
ולכן הפונקציה **יורדת** בתחום.

משעה 6:00 ועד השעה 12:00

הטמפרטורה עלתה.

כלומר, ככל ששיעורי x גדלים,

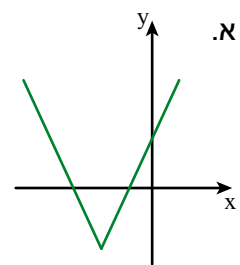
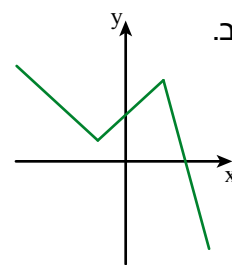
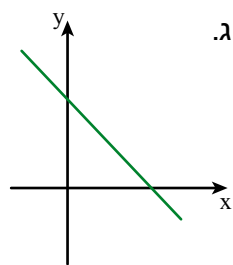
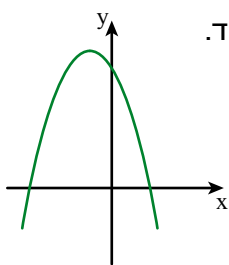
שיעורי y גדלים ולכן הפונקציה **עולה**.



3. בכל סעיף:

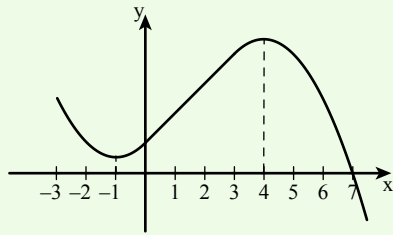
- צבעו **בכחול** את חלקי הגרף שבהם הפונקציה **עולה**.

- צבעו **בסגול** את חלקי הגרף שבהם הפונקציה **יורדת**.



תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציה

4. בכל סעיף, השלימו על-פי הגרף, היכן הפונקציה עולה והיכן היא יורדת.



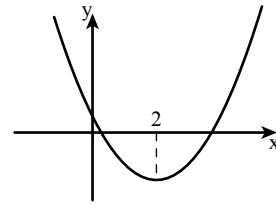
נ/א/מ: בשרטוט גרף של פונקציה.

עד (-1) הפונקציה **יורדת**.

מ- (-1) עד 4 הפונקציה **עולה**.

מ- 4 והלאה הפונקציה **יורדת**.

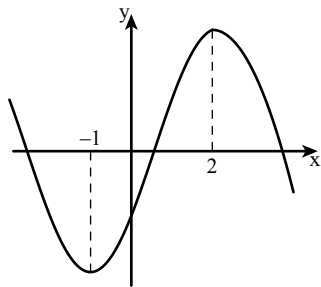
א.



עד 2 הפונקציה _____

מ- 2 והלאה הפונקציה _____

ד.

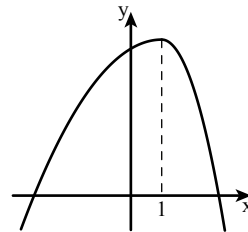


עד (-1) הפונקציה _____

מ- (-1) עד 2 הפונקציה _____

מ- 2 והלאה הפונקציה _____

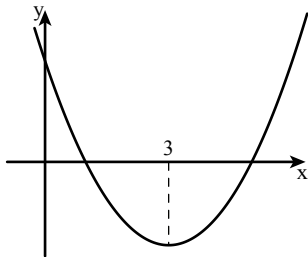
ב.



עד 1 הפונקציה _____

מ- 1 הפונקציה _____

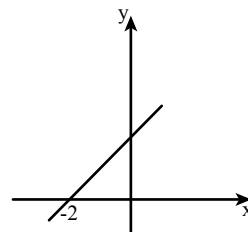
ה.



עד _____ הפונקציה יורדת.

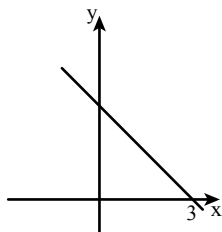
מ- _____ הפונקציה עולה.

ג.

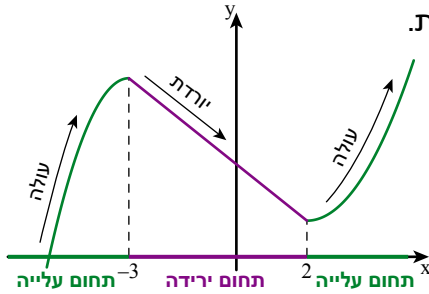


הפונקציה _____ בכל תחום

ו.



הפונקציה _____ בכל תחום.



• אם צועדים על גרף הפונקציה משמאל לימין,

אפשר לראות את חלקי הגרף בהם הפונקציה עולה או יורדת.

• מתארים עלייה או ירידה של פונקציה,

בעזרת התחומים המתאימים על ציר x

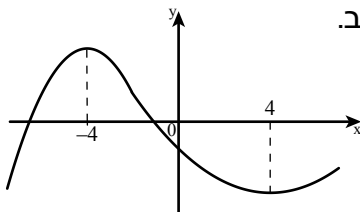
זלזל: הפונקציה עולה

בתחומים: עד (-3) ומ- 2 והלאה.

הפונקציה יורדת

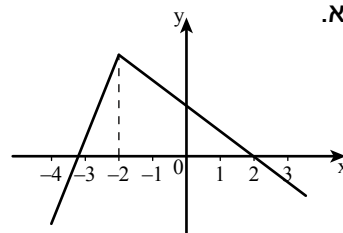
בתחום: בין (-3) ל- 2

5. בכל סעיף, רשמו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.



הפונקציה יורדת בתחום _____

הפונקציה עולה בתחומים _____



הפונקציה עולה בתחום _____

הפונקציה יורדת בתחום _____



6. א שרטטו גרף של פונקציה העוברת דרך נקודה A

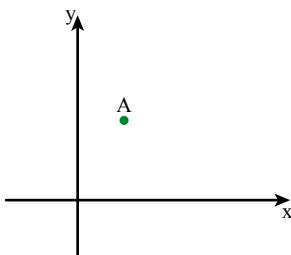
ומקיימת: משמאל לנקודה A הפונקציה עולה,

ומימין לנקודה A הפונקציה יורדת.

כמה פונקציות כאלה אפשר לשרטט? הסבירו.

ב. האם אפשר לשרטט גרף של פונקציה שעוברת דרך

נקודה A ועולה תמיד? אם כן, שרטטו. אם לא, הסבירו.





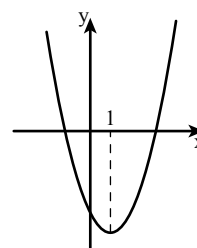
1. בכל סעיף,

צבעו בכחול את חלק הגרף שבו הפונקציה עולה.

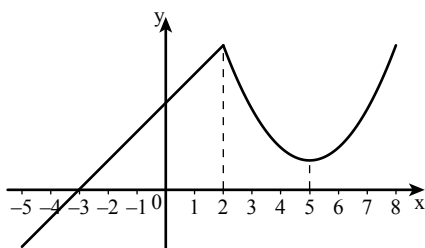
צבעו בסגול את חלק הגרף שבו הפונקציה יורדת.

השלימו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

א.



ב.



עד 1 הפונקציה _____

מ- 1 הפונקציה _____

עד 2 הפונקציה _____

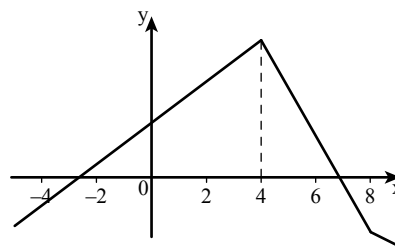
מ- 2 עד 5 הפונקציה _____

מ- 5 הפונקציה _____

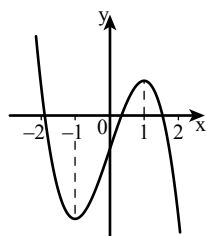


2. בכל סעיף, השלימו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

א.



ב.



הפונקציה עולה בתחום _____

הפונקציה יורדת בתחום _____

הפונקציה עולה בתחום _____

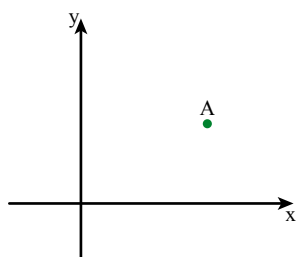
הפונקציה יורדת בתחומים _____

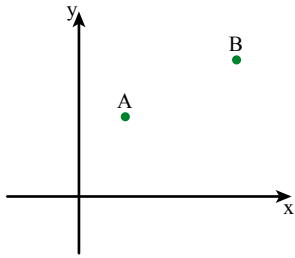


3. שרטטו גרף של פונקציה העוברת דרך נקודה A

ומקיימת: משמאל לנקודה A הפונקציה יורדת,

מימין לנקודה A הפונקציה עולה.

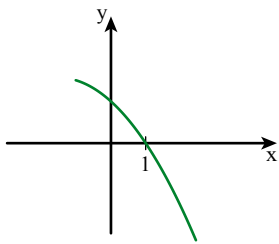




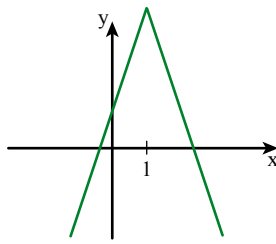
4. א. שרטטו גרף של פונקציה העוברת דרך הנקודות A ו- B ומקיימת: משמאל לנקודה A הפונקציה יורדת, ומימין לנקודה B הפונקציה יורדת.
 ב. האם אפשר לשרטט גרף של פונקציה, העוברת דרך נקודות A ו- B ויורדת תמיד? הסבירו.



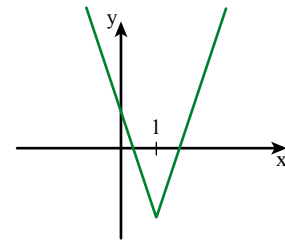
5. התאימו כל גרף של פונקציה לתחומי העלייה ולתחומי הירידה שלה.



עד 1 הפונקציה עולה
 מ- 1 הפונקציה יורדת



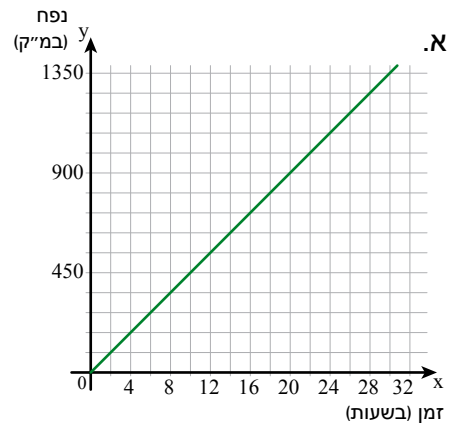
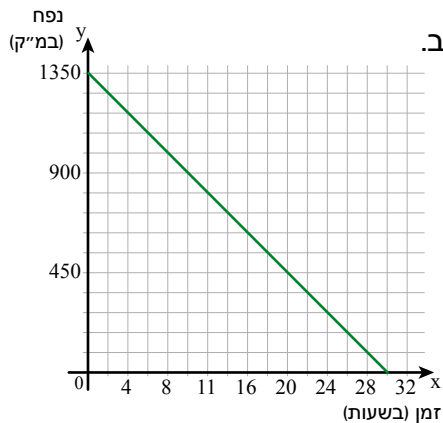
עד 1 הפונקציה יורדת
 מ- 1 הפונקציה עולה



הפונקציה יורדת תמיד



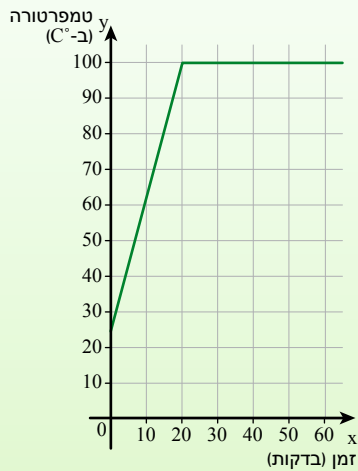
6. הגרפים שלפניכם מתארים את נפח המים בבריכה y (במ"ק) כפונקציה של הזמן x (בשעות).



איזה מהגרפים מתאר בריכה מתמלאת?
 איזה מהגרפים מתאר בריכה מתרוקנת?
 הסבירו כיצד קבעתם.

שיעור 2. חם-חם מתחמם

פונקציה קבועה, תחומי עלייה וירידה של פונקציה



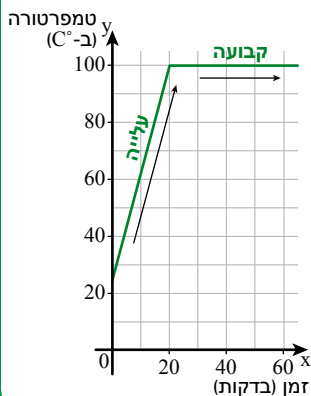
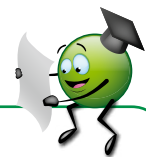
בכל ערב שבת מניחה בתיה מיחם מלא מים לחימום על הכיריים. כשהמים רותחים, היא מעבירה את המיחם לפלטה של שבת. במשך כל השבת מונח המיחם על הפלטה לשמירה על חום המים. הגרף מתאר את טמפרטורת המים במיחם. מהי הטמפרטורה של המים במהלך השבת?

נכיר את המושג פונקציה קבועה.



1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- מהי טמפרטורת הרתיחה של המים?
- כמה זמן נמשכת הרתיחה המים?
- מהי טמפרטורת המים במשך השבת?
- בין אילו דקות (מתחילת החימום) הפונקציה עולה? בין אילו דקות הפונקציה אינה משתנה?

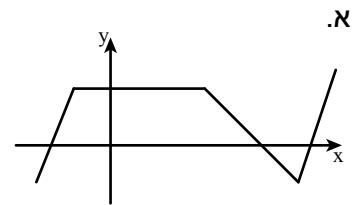
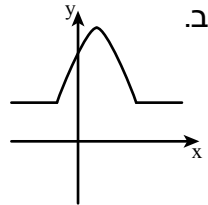


מתקדמים על ציר x משמאל לימין (כלומר שיעורי x גדלים):
אם לכל x בתחום **שיעורי y אינם משתנים**, אומרים שהפונקציה **קבועה**.
זוהי: במשימת הפתיחה,

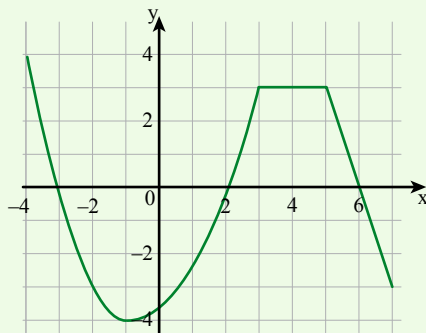
- מ-0 עד 20 דקות הפונקציה עולה.
- מ-20 דקות הטמפרטורה אינה משתנה, ולכן הפונקציה קבועה.

2. בכל סעיף,

- צבעו **בכחול** את חלק הגרף שבו הפונקציה **עולה**.
- צבעו **בסגול** את חלק הגרף שבו הפונקציה **יורדת**.
- צבעו **בירוק** את חלק הגרף שבו הפונקציה **קבועה**.



3. בכל סעיף, רשמו על-פי הגרף היכן הפונקציה **עולה**, היכן היא **יורדת** והיכן היא **קבועה**.

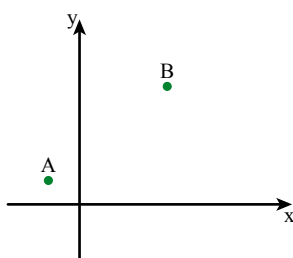
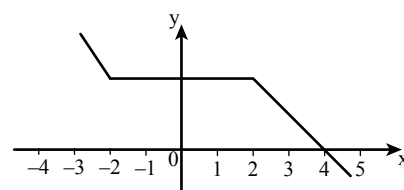
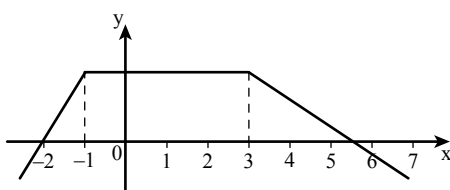
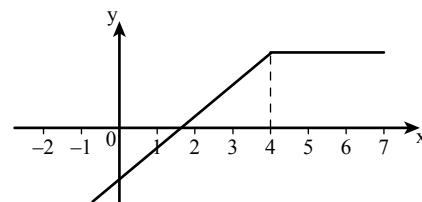
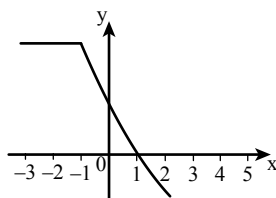


תשובה: עד (-1) הפונקציה **יורדת**.

מ- (-1) עד 3 הפונקציה **עולה**.

מ- 3 עד 5 הפונקציה **קבועה**.

מ- 5 והלאה הפונקציה **יורדת**.



4. שרטטו גרף של פונקציה העוברת דרך הנקודות A ו-B ומקיימת:

- משמאל לנקודה A הפונקציה קבועה.
- בין הנקודות A ו-B הפונקציה עולה.
- מימין לנקודה B הפונקציה קבועה.



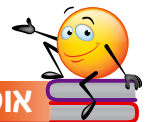
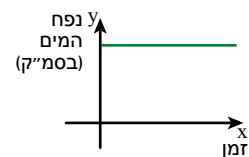
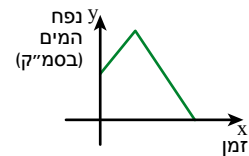
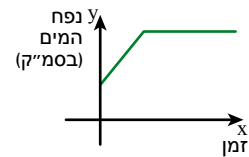
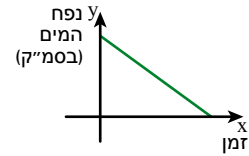
5. הגרפים הבאים מתארים את נפח המים (בסמ"ק) באמבטיה. חברו כל גרף למשפט המתאים לו.

• נפח המים באמבטיה קבוע במשך כל הזמן.

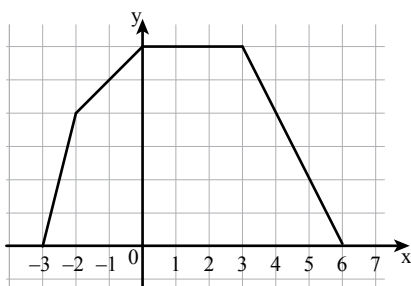
• מילאו אמבטיה ואחר-כך רוקנו אותה.

• מילאו אמבטיה ואחר-כך סגרו את הברז.

• רוקנו את המים מהבאמבטיה.



אוסף משימות

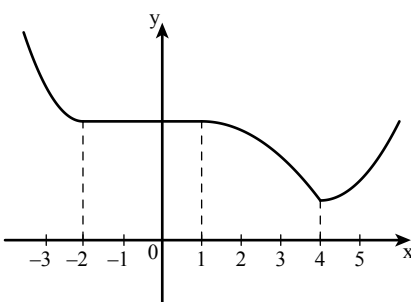


1. השלימו: עולה, יורדת, קבועה.

בין (-3) ל- 0 הפונקציה _____

בין 0 ל- 3 הפונקציה _____

בין 3 ל- 6 הפונקציה _____



2. השלימו את התחומים בהן הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.

הפונקציה עולה בתחום _____

הפונקציה יורדת בתחומים _____

הפונקציה קבועה בתחום _____



3. ציפור שישבה על עץ התחילה לעוף.

הגרף מתאר את גובה הציפור מעל הקרקע (במטרים) במשך 14 שניות, מרגע שהתחילה לעוף.

- א. באיזה גובה הייתה הציפור כשהתחילה לעוף?
 באיזה גובה הייתה הציפור כעבור 2 שניות?
 באיזה גובה הייתה הציפור כעבור 12 שניות?

- ב. לאחר כמה שניות הייתה הציפור בגובה 15 מטר?
 לאחר כמה שניות הייתה הציפור בגובה 45 מטר?

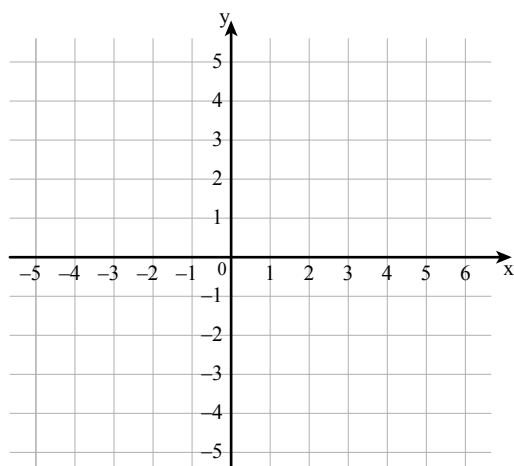
- ג. הקיפו את המילה המתאימה.
 מרגע שהתחילה לעוף ועד 4 שניות לאחר מכן, הציפור הגביהה / הנמיכה עוף.
 מ- 0 ועד 4 שניות, הפונקציה עולה / יורדת.

ד. השלימו:

- הפונקציה עולה בין השניות _____
 הפונקציה קבועה מ- _____ שניות ועד _____ שניות.
 הפונקציה יורדת בין _____ שניות ושוב בין _____ השניות.

ה. רשמו "נכון" או "לא נכון".

- כעבור 6 שניות הציפור הייתה בגובה של 48 מטרים.
- כעבור 14 שניות הציפור הגיעה לקרקע.
- פעמיים במהלך מעופה הייתה הציפור בגובה 35 מטרים מהקרקע.



4. א. סמנו במערכת צירים את הנקודות הבאות, וְחִבְרוּ אוֹתָן מִשְׁמָאל לְיָמִין.

- | | | |
|---------|----------|-----------|
| C(0, 3) | B(-3, 3) | A(-4, -3) |
| F(6, 0) | E(4, -3) | D(2, -1) |

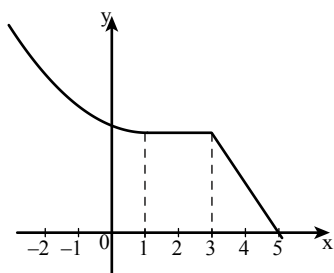
ב. השלימו.

- הפונקציה עולה בתחומים _____

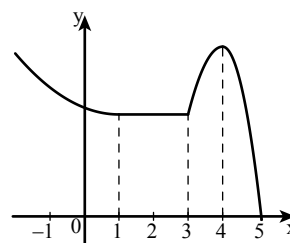
 הפונקציה יורדת בתחום _____
 הפונקציה קבועה בתחום _____



5. בכל סעיף, צבעו והשלימו תחומים מתאימים.
 צבעו **בכחול** את חלק הגרף שבו הפונקציה עולה.
 צבעו **בסגול** את חלק הגרף שבו הפונקציה יורדת.
 צבעו **בירוק** את חלק הגרף שבו הפונקציה קבועה.



ב.



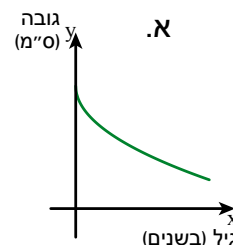
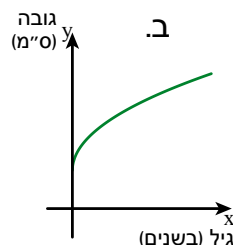
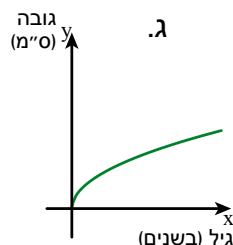
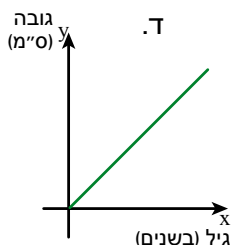
א.

עד _____ הפונקציה _____
 מ- _____ עד _____ הפונקציה _____
 מ- _____ והלאה הפונקציה _____

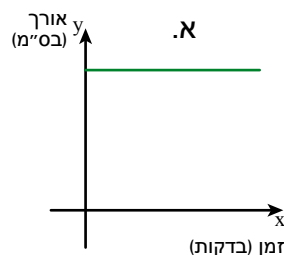
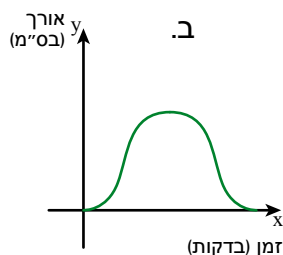
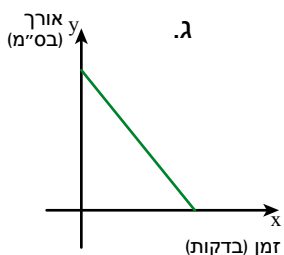
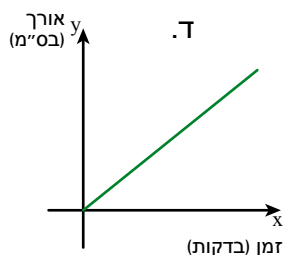
עד _____ הפונקציה _____
 מ- _____ עד _____ הפונקציה _____
 מ- _____ עד _____ הפונקציה _____
 מ- _____ והלאה הפונקציה _____



6. בחרו גרף מתאים לפונקציה המתארת את הגובה של **דני** (בס"מ) מהלידה שלו עד גיל 6. הסבירו.



7. בחרו גרף מתאים לפונקציה המתארת את האורך של נר בוער (בס"מ) לפי זמן הבעירה (בדקות). הסבירו.





שיעור 3. עלייה וירידה של פונקציה בייצוגים שונים

הגרף שבשרטוט מתאר את גובה המים באמבטיה y (בס"מ) כפונקציה של הזמן x (בדקות).
מה אפשר ללמוד מתוך הגרף על גובה המים באמבטיה?



נחקר פונקציות בייצוגים שונים.

1. נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

א. השלימו טבלה.

x משך הזמן (בדקות)	0	2	3	$3\frac{1}{2}$	5	6	8
y גובה המים (בס"מ)							

ב. מה היה גובה המים בהתחלה?

ג. עד איזה גובה מילאו את האמבטיה?

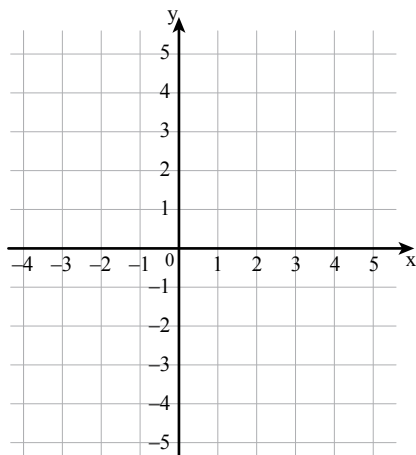
ד. כמה זמן מילאו את האמבטיה?

ה. כעבור כמה דקות התחילו לרוקן את האמבטיה?

ו. במשך כמה דקות רוקנו את האמבטיה?

ז. כעבור כמה דקות התרוקנה האמבטיה?

ח. באיזה תחום הפונקציה קבועה? מהו גובה המים באמבטיה בזמן זה?



2. נתונה הפונקציה $y = 2x - 3$

א. השלימו טבלה מתאימה לפונקציה.

x	-1	0	1	2	3	4
$y = 2x - 3$						

ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים,

ושרטטו את גרף הפונקציה.

ג. האם הפונקציה עולה או יורדת?



3. א. איך אפשר לראות מהגרף מתי הפונקציה עולה, יורדת או קבועה?
 ב. איך אפשר לראות בטבלה מתי הפונקציה עולה, יורדת או קבועה?

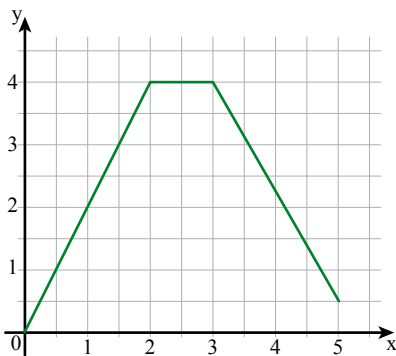


רואים את התחומים בהם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה מתוך ייצוגים שונים.

- מתוך הגרף: מסתכלים על הגרף משמאל לימין.

רואים את חלקי הגרף בהם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה ומתארים תחומים אלה על ציר x .

לדוגמה: בגרף שלפניכם,



הפונקציה **עולה** בתחום מ-0 עד 2

הפונקציה **קבועה** בתחום מ-2 עד 3

הפונקציה **יורדת** בתחום מ-3 עד 5

- מתוך טבלה: מסדרים את ערכי x בסדר עולה.

בודקים את השינויים בערכי y המתאימים.

בטבלה שלפניכם ערכי x מסודרים בסדר עולה.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-1	1	4	4	3	0

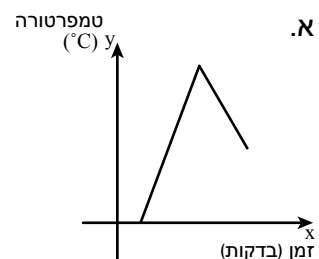
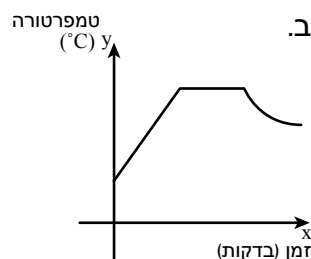
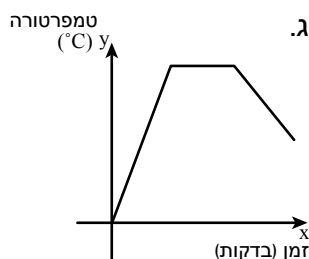
הפונקציה **עולה** בתחום מ-(-2) עד 0 כי ערכי y גדלים.

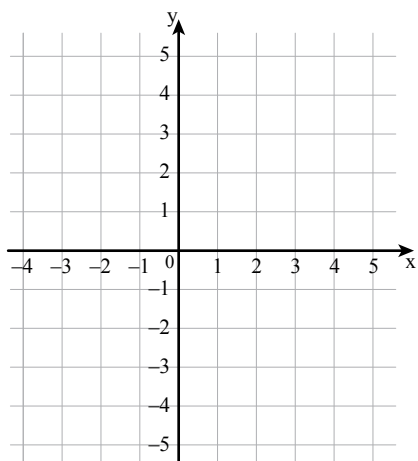
הפונקציה **קבועה** בתחום מ-0 עד 1 כי ערכי y אינם משתנים.

הפונקציה **יורדת** בתחום מ-1 עד 3 כי ערכי y קטנים.



4. העמידו על האש קומקום מלא מים בטמפרטורה של 20°C . המים התחממו עד לרתיחה, המים רתחו במשך מספר דקות, ואז הורידו את הקומקום מהאש. איזה גרף מתאר את הסיפור? הסבירו.



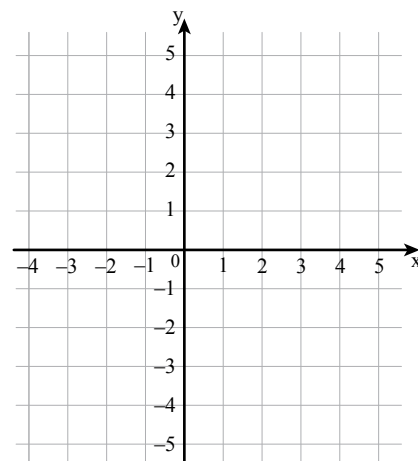


1. נתונה הפונקציה $y = 3x - 1$

א. השלימו טבלה מתאימה לפונקציה.

x	-2	-1	0	1	2
y					

- ב. סמנו את הנקודות במערכת הצירים, ושרטטו את גרף הפונקציה.
ג. האם הפונקציה עולה או יורדת?

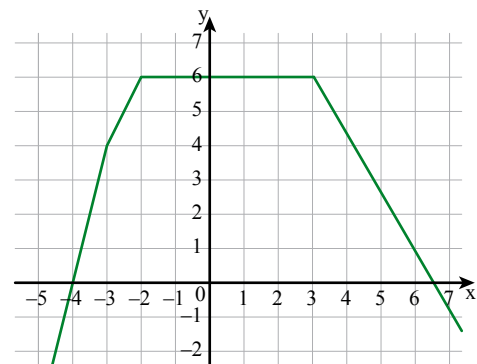


2. נתונה הפונקציה $y = -2x + 1$

א. השלימו טבלה המתאימה לפונקציה.

x	-2	-1	0	1	2
y					

- ב. סמנו את הנקודות במערכת צירים ושרטטו גרף מתאים לפונקציה.
ג. האם הפונקציה עולה או יורדת?



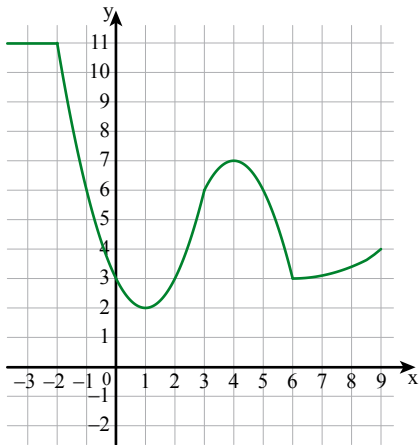
3. נתון גרף של פונקציה.

א. השלימו טבלה על פי גרף הפונקציה.

x	-4	-3	-2	0	3	5
y						

ב. השלימו: עולה, יורדת או קבועה:

- עבור ערכים של x הקטנים מ- (-2) הפונקציה _____
עבור ערכים של x הגדולים מ- (-2) וקטנים מ- 3 _____
עבור ערכים של x הגדולים מ- 3 הפונקציה _____



4. נתון גרף של פונקציה.

א. השלימו טבלה על פי גרף הפונקציה.

x	-3	0		4	6	9
y			2			

ב. השלימו: עולה, יורדת או קבועה

עבור ערכים של x הקטנים מ- (-2) הפונקציה _____

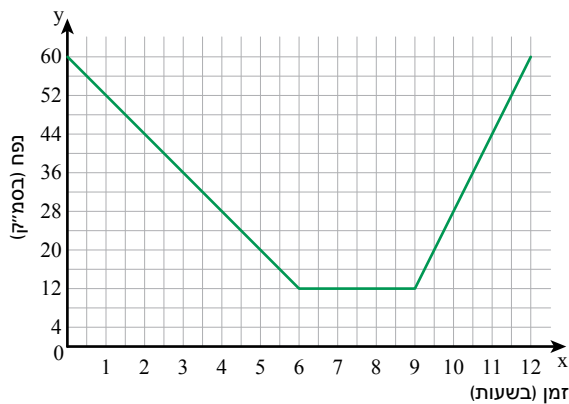
עבור ערכים של x הגדולים מ- (-2) וקטנים מ- 1 הפונקציה _____

עבור ערכים של x הגדולים מ- 1 וקטנים מ- 4 הפונקציה _____

עבור ערכים של x הגדולים מ- 4 וקטנים מ- 6 הפונקציה _____

עבור ערכים של x הגדולים מ- 6 הפונקציה _____

5. לפניכם גרף של פונקציה המתאימה לזמן x (בשעות) את נפח המים y (בסמ"ק) בריכה.



א. כמה מ"ק מים היו בבריכה

בהתחלת המדידה?

כמה מ"ק מים היו בבריכה בשעה 6:00?

כמה מ"ק מים היו בבריכה 3 שעות

מהתחלת המדידה?

ב. באילו שעות היו בבריכה 44 מ"ק מים?

ג. השלימו:

בין השעה _____ לשעה _____ הוצאו מים מהבריכה.

בין השעה _____ לשעה _____ הוסיפו מים לבריכה.

ד. השלימו טבלה לפי הגרף.

x זמן (בשעות)	0	2	5	6	8	10	$11\frac{1}{2}$
y נפח המים (בסמ"ק)							

ה. הקיפו את המילה המתאימה.

בתחום בין 0 ל- 6 שעות הפונקציה עולה / יורדת / קבועה.

בתחום בין 6 ל- 9 שעות הפונקציה עולה / יורדת / קבועה.

בתחום בין 9 ל- 12 שעות הפונקציה עולה / יורדת / קבועה.



6. **אורי** מתאמן לקראת תחרות שחייה בבריכה שאורכה 50 מטרים. הוא שוחה ללא הפסקה, הלוך ושוב במשך 8 דקות.

הטבלה מתארת את מרחקו של אורי מנקודת המוצא y (במטרים), כפונקציה של הזמן x (בדקות) שחלף מתחילת האימון.

x זמן (בדקות)	0	1	2	3	$3\frac{1}{2}$	4	6	7	8
y מרחק (במטרים)	0	25	50	25	$12\frac{1}{2}$	0	50	25	0

א. סמנו במערכת צירים, נקודות המתאימות לנתונים בטבלה, וחברו את הנקודות.

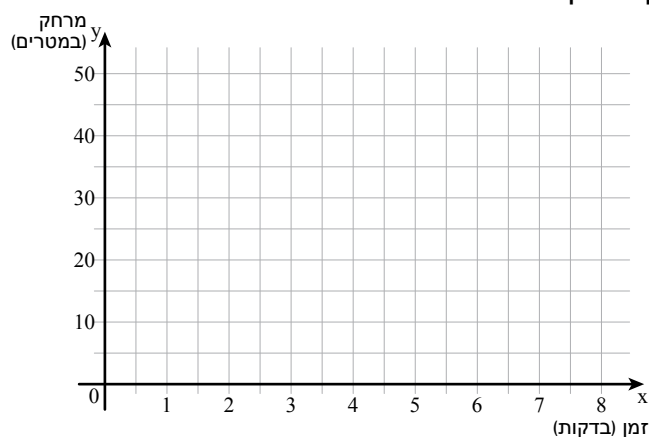
ב. כמה בריכות בסך-הכול שחה אורי במשך 8 דקות?

ג. בכמה זמן שוחה אורי בריכה אחת?

ד. כמה מטרים שחה אורי בסך-הכול?

ה. באילו תחומים הפונקציה עולה?

ו. באילו תחומים הפונקציה יורדת?



7. במערכת הצירים מסומנות שלוש נקודות.

לכל סעיף, קבעו אם קיימת פונקציה, העוברת דרך שלוש הנקודות, ומקיימת את התכונה הרשומה. אם כן, שרטטו גרף מתאים. אם לא, הסבירו.

א. פונקציה שהגרף שלה עובר דרך שלוש הנקודות.

ב. מספר פונקציות שהגרף שלהן עובר דרך שלוש הנקודות.

ג. פונקציה שיורדת בכל התחום.

ד. פונקציה שבהתחלה יורדת ואחר-כך עולה.

ה. פונקציה שהגרף שלה חותך את ציר x בשתי נקודות.

ו. פונקציה שהגרף שלה חותך את ציר x ביותר משתי נקודות.

